

**Ejercicio 1. SIMPLIFICACIÓN, ECUACIONES E IDENTIDADES**

- a) Simplifica:  $\frac{\sin(30 + \alpha) - \sin(30 - \alpha)}{\tan 60 \cdot \sin \alpha}$       b) Simplifica:  $2 \tan \alpha \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \sin \alpha$
- c) Resuelve la siguiente ecuación:  $\cos 2\alpha - 4 \sin \alpha = 3$
- d) Resuelve:  $\cos 3x - \cos x = 0$       e) Simplifica:  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$
- f) Demuestra:  $2 \operatorname{tg} \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{tg} \alpha$
- g) Resuelve:  $2 \cos^2 x + \operatorname{sen} x = 1$
- h) Resuelve transformando suma en producto:  $\cos 3\alpha + \cos \alpha = 0$
- i) Simplifica:  $2 \operatorname{tg} \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \operatorname{sen} \alpha$       j) Demuestra:  $\operatorname{sen} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha \cos 2\alpha = \operatorname{tg} \alpha$
- k) Resuelve:  $\operatorname{sen} (45^\circ - \alpha) + \sqrt{2} \operatorname{sen} \alpha = 0$
- l) Resuelve transformando en producto:  $\operatorname{sen} 3\alpha + \operatorname{sen} \alpha = 0$
- m) Demuestra:  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$       n) Resuelve la ecuación:  $\operatorname{sen} 2\alpha = \operatorname{tg} \alpha$
- ñ) Simplifica:  $(1 - \tan \alpha) \cdot \tan(45 + \alpha) - 1$
- o) Demuestra:  $2 \tan \alpha \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \sin \alpha = \tan \alpha$
- p) Resuelve:  $\sin^2 2\alpha - \sin^2 \alpha = 0$       q) Resuelve:  $\sin 3x - \sin x = 0$
- r) Simplifica:  $\frac{\cos(30 + \alpha) + \cos(30 - \alpha)}{\cos \alpha}$       s) Resuelve:  $2 \sin^2 x + \cos x = -1$
- t) Resuelve:  $\sin 5x - \sin x = 0$
- u) Demuestra:  $\sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}(\sin 2a + 1)$
- v) Demuestra:  $2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cos 2\alpha$
- sol: a) 1      b)  $\tan \alpha$       c)  $\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$       d)  $\frac{\pi}{2} + k\pi$       e) 0      f)-b)      g)  $\frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3}$ ,
- h)  $\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$       i)=f)      j) poner  $\cos$  en denominador y cambiar  $\cos^2 x$  por  $1 - \sin^2 x$       k)  $\frac{3\pi}{4} + k\pi$
- l)  $0 + \frac{k\pi}{2}$       m) cambiar  $\operatorname{tg}$       n)  $0 + k\pi, \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$       ñ)  $\tan \alpha$       o)=b)      p)  $0 + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{5\pi}{3} + k\pi$
- q)  $0 + k\pi, \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ ,      r)  $\sqrt{3}$  s)  $\pi + 2k\pi$       t)  $0 + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi$

**Más ejercicios en 11-25 páginas 142 y 143 solucionario tema 5 (en Aula Virtual).**

**Ejercicio 2. MÁS ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS**

2.1)  $\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) + \cos x = \frac{1}{2}$

2.2)  $\cos 2x - \cos 6x = \sin 5x + \sin 3x$

2.3)  $\tan^2\left(\frac{x}{2}\right) + 1 = \cos x$

2.4)  $\sin 2x - 2 \cos^2 x = 0$

2.5)  $2 \sin^2 x + \cos 2x = 4 \cos^2 x$

2.6)  $\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) + \cos x = \frac{5}{4}$

2.7)  $\cos 5x - \cos 3x = \sqrt{2} \sin 4x$

2.8)  $\cos 2x - \cos 6x = \sin 5x + \sin 3x$

2.9)  $3 \sin x - \cos 2x = 1$

2.10)  $\sin x \cdot \sin 2x + 2 \sin^2 x = 0$

2.11)  $\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \cos x = \frac{1}{4}$

2.12)  $\cos 2x + \sin^2 x - \frac{1}{2} = 0$

2.13)  $\cos(6x) + \cos(8x) = -\sqrt{3} \cos x$  2.14)  $\sin x \cdot \sin 2x + 2 \sin^2 x = 0$

2.15) 
$$\begin{cases} \sin^2 x - \cos^2 y = \frac{1}{2} \\ \cos^2 x - \cos^2 y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

2.16) 
$$\begin{cases} \cos(x - \pi) \cdot \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \cos y \cdot \sin x = \frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

2.17) 
$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3} \\ \sin x + \sin y = \sqrt{3} \end{cases}$$

**Ejercicio 3. MÁS IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS**

3.1)  $\sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}(\sin 2a + 1)$

3.2)  $\cos \alpha \cos(\alpha - \beta) + \sin \alpha \sin(\alpha - \beta) = \cos \beta$

3.3)  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = \frac{1 + \sin 2\theta}{\cos 2\theta}$

3.4)  $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sin 2\alpha - 1}{\cos 2\alpha}$

Sols: 2.1)  $x = 90^\circ + 180^\circ n = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$       2.2)  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$  or  $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$        $x = \frac{\pi n}{4}$       2.3)  $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

2.4)  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$  or  $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$        $x = 90^\circ + 180^\circ n$  or  $x = 45^\circ + 180^\circ n$

2.5)  $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n, x = \frac{5\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$        $x = 60^\circ + 360^\circ n, x = 300^\circ + 360^\circ n$

2.6)  $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$  and  $x = \frac{5\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$        $x = 60^\circ + 360^\circ n$  and  $x = 300^\circ + 360^\circ n$

2.7)  $x = \frac{5\pi}{4} + \pi n$  and  $x = \frac{7\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$        $x = \frac{\pi}{4} n, n \in \mathbb{Z}$

$x = 225^\circ + 180^\circ n$  and  $x = 315^\circ + 180^\circ n$        $x = 45^\circ n$

2.9)  $x = \frac{\pi}{6} + \pi n$  and  $x = \frac{5\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$        $x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$

$x = 30^\circ + 180^\circ n$  and  $x = 150^\circ + 180^\circ n$        $x = 90^\circ + 90^\circ n$

2.11)  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$  and  $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$        $x = 30^\circ + 360^\circ n$  and  $x = 150^\circ + 360^\circ n$

2.12)  $x = n\pi$  and  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$        $x = 0^\circ + 180^\circ n$  and  $x = 90^\circ + 180^\circ n$

2.13)  $x = \arccos\left(\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n$  and  $x = -\arccos\left(\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x \approx 68^\circ + 360^\circ n$  and  $x \approx 292^\circ + 360^\circ n$

2.14)  $x = \frac{\pi}{4} + \pi n$  and  $x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$        $x = 45^\circ + 180^\circ n$  and  $x = 135^\circ + 180^\circ n$

$$2.15) \begin{cases} x = \frac{5\pi}{42} + \frac{2\pi n}{7} \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{7} \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases} n \in \mathbb{Z} \begin{cases} x = 21.43^\circ + 102.86^\circ n \\ x = 30^\circ + 102.86^\circ n \\ x = 90^\circ + 180^\circ n \end{cases}$$

2.16)  $x = n\pi$  and  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$        $x = 0^\circ + 180^\circ n$  and  $x = 90^\circ + 180^\circ n$

2.21)  $x = \frac{\pi}{3} + \pi n, y = 0 + \pi m, n, m \in \mathbb{Z}$        $x = 60^\circ + 180^\circ n, y = 0^\circ + 180^\circ m$

2.22)  $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, y = \frac{\pi}{3} + 2\pi m, n, m \in \mathbb{Z}$        $x = 150^\circ + 360^\circ n, y = 60^\circ + 360^\circ m$

2.23)  $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, y = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$        $x = 150^\circ + 360^\circ n, y = 90^\circ + 360^\circ n$

**Ejercicio 4. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS E IDENTIDADES**

4.1) Sabiendo  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  y que  $\cos \alpha = -\frac{3}{4}$ , calcula, sin calculadora,  $\tan(2\alpha)$ .

4.2) Sabiendo que:  $\sin \alpha = 0,2$  con  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ , y  $\tan \beta = 2$  con  $180^\circ < \beta < 270^\circ$ ;  
calcula:  $\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right)$ ,  $\tan\left(2\beta - \frac{\pi}{3}\right)$

4.3) Sabiendo que:  $\sin \alpha = 0,5$  con  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ , y utilizando las razones trigonométricas necesarias, calcula  $\tan\left(\frac{\alpha}{2} + \pi\right)$

4.4) Sabiendo que:  $\sin x = \frac{1}{2}$  donde  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ , calcula:

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right), \quad \tan(\pi + x), \quad \sin(2\pi - x)$$

4.5) Si  $\sin \alpha = 0,2$  con  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ , calcula:  $\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\tan(\pi - \alpha)$

Sols: 4.1)  $\tan(2\alpha) = 3\sqrt{7}$

4.2)  $\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right) = -0,5349$ ;  $\tan\left(2\beta - \frac{\pi}{3}\right) = 2,3411$

4.3)  $\tan\left(\frac{\alpha}{2} + \pi\right) = 2 + \sqrt{3} = 3,7321$

4.4)  $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = 0,2588$ ;  $\tan(\pi + x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ;  $\sin(2\pi - x) = -\frac{1}{2}$

4.5)  $\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}{\sqrt{10}} = 0,1005$ ;  $\tan(\pi - \alpha) = \frac{\sqrt{6}}{12} = 0,2041$