

5 EL LENGUAJE ALGEBRAICO

Página 107

Con lo que ya sabes, resuelve

- 1 Si a 16 veces la cosa le sumamos 35, obtenemos el mismo resultado que si multiplicamos 3 por la cosa y por la cosa.

Expresa algebraicamente (al estilo actual) este enunciado y averigua, tanteando, cuánto vale «la cosa».

$$16x + 35 = 3x^2$$

Por tanteo, una de las soluciones que es $x = 7$.

- 2 Haz lo mismo con el enunciado egipcio de la página de la izquierda:

Si saco la tercera parte de trigo que hay en el montón y cinco medidas más, quedará medio montón.

¿Cuántas medidas tiene el montón?

$$x - \frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{2}$$

$$x = 30$$

- 3 Asigna a cada enunciado una de las expresiones analíticas de abajo:

I. Un número entero, el anterior y el siguiente.

II. Dos números pares consecutivos.

III. La suma de tres enteros consecutivos es 90.

IV. Las edades de dos hermanos difieren en 5 años. El año próximo, el mayor tendrá el doble de años que el menor.

a) $n + (n + 1) + (n + 2) = 90$

b) $n, n - 1, n + 1$

c) $x - y = 5; x + 1 = 2(y + 1)$

d) $2n, 2n + 2$

Cuando hayas acabado, vuelve a poner las expresiones algebraicas correspondientes a los enunciados, pero tapando, previamente, los apartados a), b), c) y d).

I → b)

II → d)

III → a)

IV → c)

- 4 Traduce al lenguaje algebraico los siguientes enunciados:

a) La mitad de un número.

b) El triple de un número.

c) La cuarta parte de un número.

d) El 35 % de una cantidad.

e) El triple de un número más dos unidades.

f) La mitad del resultado de sumarle al triple de un número dos unidades.

a) $\frac{x}{2}$

b) $3x$

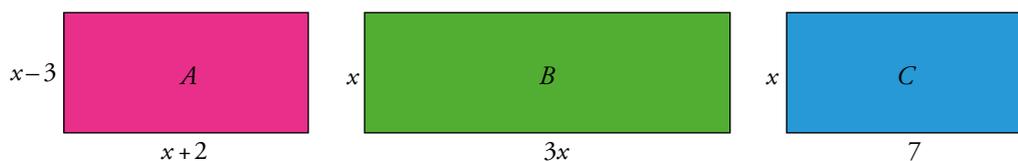
c) $\frac{x}{4}$

d) $0,35x$

e) $3x + 2$

f) $\frac{3x+2}{2}$

5 Expresa algebraicamente el perímetro y el área de estos rectángulos:



Rectángulo A

Área : $(x + 2)(x - 3)$

Perímetro: $2(x - 3) + 2(x + 2)$

Rectángulo B

Área: $3x^2$

Perímetro: $8x$

Rectángulo C

Área: $7x$

Perímetro: $2x + 14$

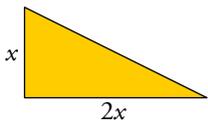
1 EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Página 108

1 Describe mediante una expresión algebraica o una ecuación cada uno de los enunciados siguientes:

a) El doble de un número menos su tercera parte.

b) El doble del resultado de sumarle tres unidades a un número.

c)  El área de este triángulo es 36 cm^2 .

x

2x

d) Gasté en un traje $\frac{3}{5}$ de lo que tenía y 60 € en dos camisas. Me queda la mitad de lo que tenía.

a) $2x - \frac{1}{3}x$

b) $2(x + 3)$

c) $x^2 = 36$

d) $x - \left(\frac{3}{5}x + 60\right) = \frac{x}{2}$

2 ▶ MONOMIOS

Página 109

1 ¿Cuál es el grado de cada uno de los siguientes monomios?

a) $-5xy^2z^3$

b) $11xy^2$

c) -12

a) Su grado es 6.

b) Su grado es 3.

c) Su grado es 0.

2 Efectúa las siguientes sumas de monomios:

a) $5x + 3x^2 - 11x + 8x - x^2 + 7x$

b) $6x^2y - 13x^2y + 3x^2y - x^2y$

c) $2x - 5x^2 + 3x + 11y + 2x^3$

d) $3yz^3 + y^3z - 2z^3y + 5zy^3$

a) $9x + 2x^2$

b) $-5x^2y$

c) $5x - 5x^2 + 2x^3 + 11y$

d) $yz^3 + 6y^3z$

3 Efectúa los siguientes productos de monomios:

a) $\left(\frac{2}{3}x^3\right) \cdot (-6x)$

b) $\left(\frac{2}{9}x^2\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}x^3\right)$

c) $(7xy^2) \cdot (2y)$

d) $(5xyz) \cdot (-3x^2z)$

a) $-4x^4$

b) $\frac{-2}{15}x^5$

c) $14xy^3$

d) $-15x^3yz^2$

4 Simplifica cada uno de los siguientes cocientes. ¿Cuál de ellos es monomio?

a) $\frac{5x^4y}{3xy^2}$

b) $\frac{5x^4y^2}{3x^3y}$

c) $\frac{\sqrt{3}x^2}{5x^4}$

a) $\frac{5x^4y}{3xy^2} = \frac{5x^3}{3y}$

b) $\frac{5x^4y^2}{3x^3y} = \frac{5xy}{3}$

c) $\frac{\sqrt{3}x^2}{5x^4} = \frac{\sqrt{3}}{5x^2}$

b) Es un monomio.

3 ► POLINOMIOS

Página 110

1 Simplifica, cuando sea posible, cada uno de estos polinomios e indica su grado:

a) $x^6 - 3x^4 + 2x^2 + 3$

b) $5x^2 + x^4 - 3x^2 - 2x^4 + x^3$

c) $x^3 + 3x^2 - 2x^3 + x + x^3 - 2$

d) $x - 1 + 3x^2 - 4$

e) $x + x^3 + x^5 - x^3$

a) Su grado es 6.

b) $-x^4 + x^3 + 2x^2$. Su grado es 4.

c) $3x^2 + x - 2$. Su grado es 2.

d) $3x^2 + x - 5$. Su grado es 2.

e) $x^5 + x$. Su grado es 5.

2 Sean $A = 5x^3 - 2x + 1$, $B = x^4 - 2x^2 + 2x - 2$, $C = x^3 - 1$ y $D = x^4 - x^3 + x^2$.

Realiza las siguientes operaciones:

a) Colocándolos uno encima de otro:

i) $A + B$

ii) $A - B$

iii) $A + C$

iv) $C - D$

b) Agrupando los monomios semejantes:

i) $A + B - C$

ii) $A + B + C + D$

iii) $A - C + D$

a)

$$\begin{array}{r} \text{i)} \quad 5x^3 \quad - 2x + 1 \\ x^4 \quad - 2x^2 + 2x - 2 \\ \hline x^4 + 5x^3 - 2x^2 \quad - 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ii)} \quad 5x^3 \quad - 2x + 1 \\ - x^4 \quad + 2x^2 - 2x + 2 \\ \hline - x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 4x + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{iii)} \quad 5x^3 - 2x + 1 \\ x^3 \quad - 1 \\ \hline 6x^3 - 2x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{iv)} \quad x^3 \quad - 1 \\ - x^4 + x^3 - x^2 \\ \hline - x^4 + 2x^3 - x^2 - 1 \end{array}$$

b)

i) $5x^3 - 2x + 1 + x^4 - 2x^2 + 2x - 2 - x^3 + 1 = x^4 + 4x^3 - 2x^2$

ii) $5x^3 - 2x + 1 + x^4 - 2x^2 + 2x - 2 + x^3 - 1 + x^4 - x^3 + x^2 = 2x^4 + 5x^3 - x^2 - 2$

iii) $5x^3 - 2x + 1 - x^3 + 1 + x^4 - x^3 + x^2 = x^4 + 3x^3 + x^2 - 2x + 2$

3 Siendo $P = 4x^2 + 3$, $Q = 5x^2 - 3x + 7$ y $R = 5x - 8$, calcula:

a) $P \cdot Q$

$$\begin{array}{r} 4x^2 \quad + \quad 3 \\ 5x^2 - 3x + 7 \\ \hline 28x^2 \quad + \quad 21 \\ - 12x^3 \quad - 9x \\ 20x^4 \quad + \quad 15x^2 \\ \hline 20x^4 - 12x^3 + 43x^2 - 9x + 21 \end{array}$$

b) $P \cdot R$

$$\begin{array}{r} 4x^2 \quad + \quad 3 \\ 5x - 8 \\ \hline - 32x^2 \quad - 24 \\ 20x^3 \quad + \quad 15x \\ \hline 20x^3 - 32x^2 + 15x - 24 \end{array}$$

c) $Q \cdot R$

$$\begin{array}{r} 5x^2 - 3x + 7 \\ 5x - 8 \\ \hline - 40x^2 + 24x - 56 \\ 25x^3 - 15x^2 + 35x \\ \hline 25x^3 - 55x^2 + 59x - 56 \end{array}$$

4 Opera y simplifica la expresión resultante.

a) $x(5x^2 + 3x - 1) - 2x^2(x - 2) + 12x^2$

b) $5(x - 3) + 2(y + 4) - \frac{7}{3}(y - 2x + 3) - 8$

c) $15 \cdot \left[\frac{2(x - 3)}{3} - \frac{4(y - x)}{5} + \frac{x + 2}{15} - 7 \right]$

d) $(x^2 - 2x + 7)(5x^3 + 3) - (2x^5 - 3x^3 - 2x + 1)$

a) $5x^3 + 3x^2 - x - 2x^3 + 4x^2 + 12x^2 = 3x^3 + 19x^2 - x$

b) $5x - 15 + 2y + 8 - \frac{7}{3}y + \frac{14}{3}x - 7 - 8 = \frac{29}{3}x - \frac{1}{3}y - 22$

c) $10(x - 3) - 12(y - x) + (x + 2) - 105 = 10x - 30 - 12y + 12x + x + 2 - 105 = 23x - 12y - 133$

d) $5x^5 + 3x^2 - 10x^4 - 6x + 35x^3 + 21 - 2x^5 + 3x^3 + 2x - 1 = 3x^5 - 10x^4 + 38x^3 + 3x^2 - 4x + 20$

5 Desarrolla los siguientes cuadrados:

a) $(x + 4)^2$

b) $(2x - 5)^2$

c) $(1 - 6x)^2$

d) $\left(\frac{x}{2} + \frac{3}{4}\right)^2$

e) $\left(2x^2 - \frac{1}{2}\right)^2$

f) $(ax + b)^2$

a) $x^2 + 16 + 8x$

b) $4x^2 + 25 - 20x$

c) $1 + 36x^2 - 12x$

d) $\frac{x^2}{4} + \frac{9}{16} + \frac{3x}{4} = \frac{1}{16}(4x^2 + 9 + 12x)$

e) $4x^4 + \frac{1}{4} - 2x^2 = \frac{1}{4}(16x^4 + 1 - 8x^2)$

f) $a^2x^2 + b^2 + 2abx$

6 Efectúa los siguientes productos:

a) $(x + 1)(x - 1)$

b) $(2x + 3)(2x - 3)$

c) $\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{2}\right)$

d) $(ax + b)(ax - b)$

a) $x^2 - 1$

b) $4x^2 - 9$

c) $\frac{x^2}{9} - \frac{1}{4}$

d) $a^2x^2 - b^2$

4 ► IDENTIDADES

Página 112

1 De estas igualdades, ¿cuáles son identidades?

a) $a + a + a = 3a$

b) $3a + 15 = 3 \cdot (a + 5)$

c) $x^2 \cdot x = 27$

d) $a + a + a = 15$

e) $x \cdot x \cdot x = x^3$

f) $a + 5 + a = 2a + 5$

g) $(2x - 3) \cdot (2x + 3) = 4x - 9$

h) $m^2 - m - 6 = (m + 2) \cdot (m - 3)$

Son identidades a), b), e), f) y h).

2 Completa, de la forma más breve posible, el segundo término de estas igualdades para que resulten identidades:

a) $\frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = [?]$

b) $5a - 4 + a - \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = [?]$

c) $a \cdot b + a \cdot c + a \cdot b = [?]$

d) $(1 - b) \cdot (1 + b) + b^2 + a - 1 = [?]$

a) a^3

b) $5a - 4 + a - a = 5a - 4$

c) $2ab + ac$

d) $1 - b^2 + b^2 + a - 1 = a$

3 Partiendo de cada una de las siguientes expresiones, llega mediante identidades a los resultados que se indican:

a) $(x + 3)^2 - (x^2 + x + 6) \rightarrow 5x + 3$

b) $(x + 2) \cdot (x + 6) - (x + 2) \cdot (x + 5) \rightarrow x + 2$

c) $(x^2 + 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) \rightarrow x^4 - 1$

d) $(x^2 - 1) - (x - 1)^2 \rightarrow 2(x - 1)$

e) $(a + b)^2 - (a - b)^2 \rightarrow 4ab$

a) $(x + 3)^2 - (x^2 + x + 6) = x^2 + 6x + 9 - x^2 - x - 6 = 5x + 3$

b) $(x + 2) \cdot (x + 6) - (x + 2) \cdot (x + 5) = (x^2 + 6x + 2x + 12) - (x^2 + 5x + 2x + 10) = x + 2$

c) $(x^2 + 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) = (x^3 + x^2 + x + 1) \cdot (x - 1) = x^4 - x^3 + x^3 - x^2 + x^2 - x + x - 1 = x^4 - 1$

d) $(x^2 - 1) - (x - 1)^2 = (x^2 - 1) - (x^2 - 2x + 1) = 2x - 2 = 2(x - 1)$

e) $(a + b)^2 - (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2) = 4ab$

4 Extrae factor común en cada expresión:

a) $5x^2 - 15x^3 + 25x^4$

b) $\frac{x^4}{3} - \frac{x}{9} - \frac{1}{15}$

c) $2x^3y^5 - 3x^2y^4 + 2x^7y^2 + 7x^3y^3$

d) $2x^2y - 5x^3y(2y - 3)$

e) $2(x - 3) + 3(x - 3) - 5(x - 3)$

f) $2xy^2 - 6x^2y^3 + 4xy^3$

g) $\frac{(x^2 - 3)}{2}(y - 1) - \frac{7}{2}(y - 1)$

h) $\frac{(2x^2 + 1)^2}{3} - \frac{4}{3}(2x^2 + 1)$

a) $5x^2(1 - 3x + 5x^2)$

b) $\frac{1}{3}\left(x^4 - \frac{x}{3} - \frac{1}{5}\right)$

c) $x^2y^2(2xy^3 - 3y^2 + 2x^5 + 7xy)$

d) $x^2y(2 - 10xy + 15x)$

e) $(x - 3)(2 + 3 - 5) = (x - 3) \cdot 0 = 0$

f) $2xy^2(1 - 3xy + 2y)$

g) $(y - 1)\left(\frac{x^2 - 3 - 7}{2}\right) = (y - 1)\left(\frac{x^2}{2} - 5\right)$

h) $\frac{1}{3}(2x^2 + 1)[(2x^2 + 1) - 4] = \frac{1}{3}(2x^2 + 1)(2x^2 - 3)$

5 Expresa en forma de cuadrado de una expresión algebraica o de producto de dos expresiones.

a) $4x^2 - 25$

b) $x^2 + 16 + 8x$

c) $x^2 + 2x + 1$

d) $9x^2 + 6x + 1$

e) $4x^2 + 25 - 20x$

f) $\frac{x^2}{4} + x + 1$

g) $144(x^2)^2 - x^2$

h) $\frac{(x^3)^2}{25} + \frac{x^3}{5} + \frac{1}{4}$

i) $16x^4 - 9$

j) $\frac{x^6}{100} + \frac{8x^3}{5} + 64$

a) $(2x + 5)(2x - 5)$

b) $(x + 4)^2$

c) $(x + 1)^2$

d) $(3x + 1)^2$

e) $(2x - 5)^2$

f) $\left(\frac{x}{2} + 1\right)^2$

g) $(12x^2 - x) \cdot (12x^2 + x)$

h) $\left(\frac{x^3}{5} + \frac{1}{2}\right)^2$

i) $(4x^2 - 3) \cdot (4x^2 + 3)$

j) $\left(\frac{x^3}{10} + 8\right)^2$

6 Completa estas igualdades para que sean identidades:

a) $x^2 - \dots + 1 = (x - \dots)^2$

b) $4x^2 + \dots + 36 = (\dots + 6)^2$

c) $9x^2 - \dots = (3x + \dots)(\dots - 5)$

d) $\frac{1}{4}x^2 + x + \dots = (\dots x + \dots)^2$

a) $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

b) $4x^2 + 24x + 36 = (2x + 6)^2$

c) $9x^2 - 25 = (3x + 5) \cdot (3x - 5)$

d) $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$

7 Simplifica las expresiones siguientes:

a) $(x - 2)(x + 2) - (x^2 + 4)$

b) $(3x - 1)^2 - (3x + 1)^2$

c) $(x + 3)^2 - [x^2 + (x - 3)^2]$

a) $x^2 - 4 - x^2 - 4 = -8$

b) $(9x^2 - 6x + 1) - (9x^2 + 6x + 1) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x - 1 = -12x$

c) $(x^2 + 6x + 9) - [x^2 + (x^2 - 6x + 9)] = x^2 + 6x + 9 - x^2 - x^2 + 6x - 9 = -x^2 + 12x$

8 Asocia cada expresión algebraica de la izquierda con el factor común que se puede extraer de ella en la derecha:

$12x^3 - 8x^5 + 4x^2y^2 - \frac{4}{3}x^2$

$2(x - 2)$

$(x^2 - 1) + (x^2 - 2x + 1) - (4x - 4)$

$3x$

$6(x^2 - 4x + 4) - (2x^2 - 8) + (30x - 60)$

$x - 1$

$9x^2 - 18xy^2 - 6xyz + 6x$

$4x^2$

Obtén las expresiones simplificadas después de extraer los factores.

$$12x^3 - 8x^5 + 4x^2y^2 - \frac{4}{3}x^2 = 4x^2 \left(3x - 2x^3 + y^2 - \frac{1}{3} \right)$$

$$(x^2 - 1) + (x^2 - 2x + 1) - (4x - 4) = (x - 1) [(x + 1) + (x - 1) - 4] = (x - 1)(2x - 4)$$

$$6(x^2 - 4x + 4) - (2x^2 - 8) + (30x - 60) = 2(x - 2) [3(x - 2) - (x + 2) + 15] = 2(x - 2)(2x + 7)$$

$$9x^2 - 18xy^2 - 6xyz + 6x = 3x(3x - 6y^2 - 2yz + 2)$$

9 Multiplica y simplifica el resultado.

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{x}{8} - \frac{3x}{4} - \frac{1}{4}$ por 8

b) $x + \frac{2x - 3}{9} + \frac{x - 1}{3} - \frac{12x + 4}{9}$ por 9

c) $\frac{(2x - 4)^2}{8} - \frac{x(x + 1)}{2} - 5$ por 8

d) $\frac{3(x + 2)}{4} + \frac{3x + 5}{2} - \frac{5(4x + 1)}{6} + \frac{25}{12}$ por 12

a) $4x + 2x - x - 6x - 2 = -x - 2$

b) $9x + 2x - 3 + 3(x - 1) - (12x + 4) = 9x + 2x - 3 + 3x - 3 - 12x - 4 = 2x - 10$

c) $(2x - 4)^2 - 4x(x + 1) - 40 = (4x^2 - 16x + 16) - 4x^2 - 4x - 40 =$

$$= 4x^2 - 16x + 16 - 4x^2 - 4x - 40 = -20x - 24$$

d) $9(x + 2) + 6(3x + 5) - 10(4x + 1) + 25 = 9x + 18 + 18x + 30 - 40x - 10 + 25 = -13x + 63$

5 ► DIVISIÓN DE POLINOMIOS

Página 116

1 Halla el cociente y el resto de estas divisiones:

a) $(x^5 - 7x^4 + 3x^2 - 8) : (x^2 - 3x + 1)$ b) $(6x^4 + 3x^3 - 2x) : (3x^2 + 2)$

c) $(3x^5 - 2x^4 + 4x - 5) : (x^3 - 2x + 1)$ d) $(x^4 + 3x^3 + 2) : (x^4 + 3x)$

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } x^5 - 7x^4 \quad + 3x^2 \quad - 8 \quad \left| x^2 - 3x + 1 \right. \\
 \underline{-x^5 + 3x^4 - x^3} \\
 -4x^4 - x^3 + 3x^2 - 8 \\
 \underline{+4x^4 - 12x^3 + 4x^2} \\
 -13x^3 + 7x^2 - 8 \\
 \underline{+13x^3 - 39x^2 + 13x} \\
 -32x^2 + 13x - 8 \\
 \underline{+32x^2 - 96x + 32} \\
 -83x + 24
 \end{array}$$

Cociente: $x^3 - 4x^2 - 13x - 32$; Resto: $-83x + 24$

$$\begin{array}{r}
 \text{b) } 6x^4 + 3x^3 \quad - 2x \quad \left| 3x^2 + 2 \right. \\
 \underline{-6x^4 - 4x^2} \\
 3x^3 - 4x^2 - 2x \\
 \underline{-3x^3 - 2x} \\
 -4x^2 - 4x \\
 \underline{+4x^2 + 8/3} \\
 -4x + 8/3
 \end{array}$$

Cociente: $2x^2 + x - \frac{4}{3}$; Resto: $-4x + \frac{8}{3}$

$$\begin{array}{r}
 \text{c) } 3x^5 - 2x^4 \quad + 4x - 5 \quad \left| x^3 - 2x + 1 \right. \\
 \underline{-3x^5 + 6x^3 - 3x^2} \\
 -2x^4 + 6x^3 - 3x^2 + 4x - 5 \\
 \underline{2x^4 - 4x^2 + 2x} \\
 6x^3 - 7x^2 + 6x - 5 \\
 \underline{-6x^3 + 12x - 6} \\
 -7x^2 + 18x - 11
 \end{array}$$

Cociente: $3x^2 - 2x + 6$; Resto: $-7x^2 + 18x - 11$

$$\begin{array}{r}
 \text{d) } x^4 + 3x^3 \quad + 2 \quad \left| x^4 + 3x \right. \\
 \underline{-x^4 - 3x} \\
 3x^3 - 3x + 2
 \end{array}$$

Cociente: 1; Resto: $3x^3 - 3x + 2$

2 Calcula por Ruffini el cociente y el resto de cada una de las siguientes divisiones:

a) $(3x^4 + 2x^3 - x^2 + 5x - 3) : (x + 1)$

b) $(x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6) : (x - 2)$

c) $(5x^4 + 6x^2 - 11x + 13) : (x - 2)$

d) $(x^3 - x^2 + 2x - 8) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{a)} & & 3 & 2 & -1 & 5 & -3 \\ & -1 & & -3 & 1 & 0 & -5 \\ \hline & & 3 & -1 & 0 & 5 & -8 \end{array}$$

Cociente: $3x^3 - x^2 + 5$; Resto: -8

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{b)} & & 1 & -2 & 2 & -1 & -6 \\ & 2 & & 2 & 0 & 4 & 6 \\ \hline & & 1 & 0 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

Cociente: $x^3 + 2x + 3$; Resto: 0

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{c)} & & 5 & 0 & 6 & -11 & 13 \\ & 2 & & 10 & 20 & 52 & 82 \\ \hline & & 5 & 10 & 26 & 41 & 95 \end{array}$$

Cociente: $5x^3 + 10x^2 + 26x + 41$; Resto: 95

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{d)} & & 1 & -1 & 2 & -8 \\ & -2 & & -2 & 6 & -16 \\ \hline & & 1 & -3 & 8 & -24 \end{array}$$

Cociente: $x^2 - 3x + 8$; Resto: -24

3 Indica si alguno de los polinomios siguientes es divisible por $(x + 1)$ o por $(x - 2)$:

a) $P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

b) $Q(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

c) $R(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 6x - 4$

d) $S(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$

a)
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & & -1 & 0 & -1 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \rightarrow \text{El resto no es cero, luego no es divisible entre } (x + 1).$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & & 2 & 6 & 14 & 30 \\ \hline & 1 & 3 & 7 & 15 & 31 \end{array} \rightarrow \text{El resto no es cero, luego no es divisible entre } (x - 2).$$

b)
$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 4 & 1 & -6 \\ -1 & & -1 & -3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & -2 & 4 \end{array} \rightarrow \text{El resto no es cero, luego no es divisible entre } (x + 1).$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 4 & 1 & -6 \\ 2 & & 2 & 12 & 26 \\ \hline & 1 & 6 & 13 & 20 \end{array} \rightarrow \text{El resto no es cero, luego no es divisible entre } (x - 2).$$

c)
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -2 & 6 & -4 \\ -1 & & -1 & 3 & -1 & -5 \\ \hline & 1 & -3 & 1 & 5 & -9 \end{array} \rightarrow \text{El resto no es cero, luego no es divisible entre } (x + 1).$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -2 & 6 & -4 \\ 2 & & 2 & 0 & -4 & 4 \\ \hline & 1 & 0 & -2 & 2 & 0 \end{array} \rightarrow \text{Es divisible entre } (x - 2).$$

d)
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -1 & -1 & -1 & -2 \\ -1 & & -1 & 2 & -1 & 2 \\ \hline & 1 & -2 & 1 & -2 & 0 \end{array} \rightarrow \text{Es divisible entre } (x + 1).$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & & 2 & 0 & 2 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \rightarrow \text{Es divisible entre } (x - 2).$$

4 En estos apartados se ha aplicado la regla de Ruffini para realizar divisiones. Indica en cada caso el dividendo, el divisor, el cociente y el resto, y exprésalos de esta forma:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{a)} & & 1 & -1 & -2 & 9 & 3 \\ & -2 & & -2 & 6 & -8 & -2 \\ \hline & & 1 & -3 & 4 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{b)} & & 2 & 0 & 0 & -2 & 1 \\ & 1 & & 2 & 2 & 2 & 0 \\ \hline & & 2 & 2 & 2 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{c)} & & 1 & -2 & 0 & -9 \\ & 3 & & 3 & 3 & 9 \\ \hline & & 1 & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

a) $P(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 9x + 3$

$Q(x) = x + 2$

$C(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 1$

$R(x) = 1$

$$\frac{x^4 - x^3 - 2x^2 + 9x + 3}{x + 2} = (x^3 - 3x^2 + 4x + 1) + \frac{1}{x + 2}$$

b) $P(x) = 2x^4 - 2x + 1$

$Q(x) = x - 1$

$C(x) = 2x^3 + 2x^2 + 2x$

$R(x) = 1$

$$\frac{2x^4 - 2x + 1}{x - 1} = (2x^3 + 2x^2 + 2x) + \frac{1}{x - 1}$$

c) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 9$

$Q(x) = x - 3$

$C(x) = x^2 + x + 3$

$R(x) = 0$

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 9}{x - 3} = x^2 + x + 3$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

Página 117

1. Expresiones algebraicas

Hazlo tú

- **Expresa en lenguaje algebraico: Si a un número de dos cifras le sumamos 9 unidades, obtenemos el número con las cifras invertidas.**

$$10a + b + 9 = 10b + a$$

3. Demostrar una propiedad

Hazlo tú

- **Demuestra que la suma de los k primeros números impares, $1, 3, 5, \dots, 2k - 1$, es igual a k^2 (mira la página 89 de la unidad 4).**

Mirando la página 89, la fórmula de la suma de una sucesión aritmética nos da la suma de los k primeros números impares, con término general $a_k = 2k - 1$:

$$S_k = \frac{(a_1 + a_k) \cdot k}{2} \rightarrow S_k = \frac{(1 + 2k - 1) \cdot k}{2} = \frac{2k^2}{2} = k^2$$

4. Variación en el área de un rectángulo

Hazlo tú

- **Si en un rectángulo aumentamos la base en 4 cm y la altura en 5 cm, ¿en cuánto aumenta el área?**

Tomamos un rectángulo inicial de lados x e y . Su área es $A = xy$. El área del rectángulo con los lados aumentados será:

$$A' = (x + 4)(y + 5) = xy + 4y + 5x + 20$$

$$A' - A = 4y + 5x + 20$$

El área aumenta en $4y + 5x + 20$ cm.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 118

¿Dominas lo básico?

Expresiones algebraicas

1 Expresa en lenguaje algebraico utilizando una sola incógnita.

- El doble de un número más su cuadrado.
- El producto de dos números consecutivos.
- La mitad de un número aumentado en 3.
- Un múltiplo de 3 menos 7.
- El precio de una raqueta después de aplicarle una rebaja del 20 %.

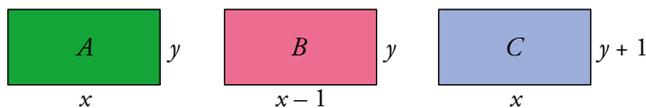
- a) $2x + x^2$ b) $x(x + 1)$ c) $\frac{(x + 3)}{2}$
d) $3x - 7$ e) $0,80x$

2 Utiliza dos incógnitas para expresar en lenguaje algebraico estos enunciados:

- Un número más la mitad del cuadrado de otro.
- El cuadrado de la diferencia de dos números.
- La suma de las edades de una madre y su hijo hace 5 años.
- En una empresa se han envasado 1 500 litros de aceite en garrafas de dos tamaños: unas de 2,5 litros y otras de 5 litros.

- a) $x + \frac{y^2}{2}$
b) $(x - y)^2$
c) $(x - 5) + (y - 5)$
d) $2,5x + 5y = 1\,500$

3 Expresa algebraicamente el perímetro y el área de estos rectángulos:



$$A \begin{cases} \text{Perímetro} = 2(x + y) = 2x + 2y \\ \text{Área} = xy \end{cases}$$

$$B \begin{cases} \text{Perímetro} = 2(x - 1 + y) = 2x + 2y - 2 \\ \text{Área} = (x - 1)y = xy - y \end{cases}$$

$$C \begin{cases} \text{Perímetro} = 2(x + y + 1) = 2x + 2y + 2 \\ \text{Área} = x(y + 1) = xy + x \end{cases}$$

Monomios

4 Indica el grado de los siguientes monomios y di cuáles son semejantes:

- | | | | |
|------------------|---------------------|---------------------|-------------------|
| a) $-5xy$ | b) $(-7x)^3$ | c) $8x$ | d) $(xy)^2$ |
| e) $\frac{2}{3}$ | f) $\frac{4}{5}x^3$ | g) $\frac{-3xy}{5}$ | h) $\frac{1}{2}x$ |
| a) Grado 2. | b) Grado 3. | c) Grado 1. | d) Grado 4. |
| e) Grado 0. | f) Grado 3. | g) Grado 2. | h) Grado 1. |

Son semejantes: a) y g); b) y f); c) y h)

5 Calcula el valor numérico de los monomios del ejercicio anterior para $x = -1$ e $y = 3$.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| a) $-5 \cdot (-1) \cdot (3) = 15$ | b) $(-7 \cdot (-1))^3 = 343$ |
| c) $8 \cdot (-1) = -8$ | d) $((-1) \cdot (3))^2 = 9$ |
| e) $\frac{2}{3}$ | f) $\frac{4}{5}(-1)^3 = -\frac{4}{5}$ |
| g) $\frac{-3 \cdot (-1) \cdot (3)}{5} = \frac{9}{5}$ | h) $\frac{1}{2}(-1) = -\frac{1}{2}$ |

6 Reduce.

- | | |
|--|--------------------------------------|
| a) $5x - x^2 + 7x^2 - 9x + 2$ | b) $2a + 7b - 3a + b - 2b$ |
| c) $6x^2y - 3x^2y - 5xy^2 + x^2y + xy^2$ | |
| a) $5x - x^2 + 7x^2 - 9x + 2 = 6x^2 - 4x + 2$ | b) $2a + 7b - 3a + b - 2b = -a + 6b$ |
| c) $6x^2y - 3x^2y - 5xy^2 + x^2y + xy^2 = 4x^2y - 4xy^2$ | |

7 Efectúa los siguientes productos de monomios:

- | | |
|--|---|
| a) $(6x^2) \cdot (-3x)$ | b) $(2xy^2) \cdot (4x^2y)$ |
| c) $\left(\frac{3}{4}x^3\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x^3\right)$ | d) $\left(\frac{1}{4}xy\right) \cdot \left(\frac{3xz}{2}\right)$ |
| a) $6x^2(-3x) = -18x^3$ | b) $(2xy^2)(4x^2y) = 8x^3y^3$ |
| c) $\left(\frac{3}{4}x^3\right)\left(\frac{1}{2}x^3\right) = \frac{3}{8}x^6$ | d) $\left(\frac{1}{4}xy\right) \cdot \left(\frac{3xz}{2}\right) = \frac{3}{8}x^2yz$ |

Polinomios

8 Considera estos polinomios:

$$A = x^4 - 3x^2 + 5x - 1 \quad B = 2x^2 - 6x + 3 \quad C = 2x^4 + x^3 - x - 4$$

Calcula: $A + B$ $A + C$ $A + B + C$ $A - B$ $C - B$

$$A + B = (x^4 - 3x^2 + 5x - 1) + (2x^2 - 6x + 3) = x^4 - x^2 - x + 2$$

$$A + C = (x^4 - 3x^2 + 5x - 1) + (2x^4 + x^3 - x - 4) = 3x^4 + x^3 - 3x^2 + 4x - 5$$

$$A + B + C = (x^4 - 3x^2 + 5x - 1) + (2x^2 - 6x + 3) + (2x^4 + x^3 - x - 4) = 3x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2$$

$$A - B = (x^4 - 3x^2 + 5x - 1) - (2x^2 - 6x + 3) = x^4 - 3x^2 + 5x - 1 - 2x^2 + 6x - 3 = x^4 - 5x^2 + 11x - 4$$

$$C - B = (2x^4 + x^3 - x - 4) - (2x^2 - 6x + 3) = 2x^4 + x^3 - x - 4 - 2x^2 + 6x - 3 = 2x^4 + x^3 - 2x^2 + 5x - 7$$

9 Simplifica estas expresiones:

a) $2x^3 - 5x + 3 - 1 - 2x^3 + x^2$

b) $(2x^2 + 5x - 7) - (x^2 - 6x + 1)$

c) $3x - (2x + 8) - (x^2 - 3x)$

a) $2x^3 - 5x + 3 - 1 - 2x^3 + x^2 = x^2 - 5x + 2$

b) $(2x^2 + 5x - 7) - (x^2 - 6x + 1) = 2x^2 + 5x - 7 - x^2 + 6x - 1 = x^2 + 11x - 8$

c) $3x - (2x + 8) - (x^2 - 3x) = 3x - 2x - 8 - x^2 + 3x = -x^2 + 4x - 8$

10 Efectúa, reduce y di cuál es el grado del polinomio resultante en cada caso:

a) $x(x^2 - 5) - 3x^2(x + 2) - 7(x^2 + 1)$

b) $5x^2(-3x + 1) - x(2x - 3x^2) - 2 \cdot 3x$

a) $x(x^2 - 5) - 3x^2(x + 2) - 7(x^2 + 1) = x^3 - 5x - 3x^3 - 6x^2 - 7x^2 - 7 =$

$= -2x^3 - 13x^2 - 5x - 7 \rightarrow$ Grado 3.

b) $5x^2(-3x + 1) - x(2x - 3x^2) - 2 \cdot 3x = -15x^3 + 5x^2 - 2x^2 + 3x^3 - 6x =$

$= -12x^3 + 3x^2 - 6x \rightarrow$ Grado 3.

11 Multiplica.

a) $(x + 1) \cdot (x + 3)$

b) $(x - 2) \cdot (2x - 1)$

c) $(3x + 1) \cdot (5x - 3)$

d) $3(x + 2) \cdot (x - 4)$

a) $(x + 1) \cdot (x + 3) = x^2 + 3x + x + 3 = x^2 + 4x + 3$

b) $(x - 2) \cdot (2x - 1) = 2x^2 - x - 4x + 2 = 2x^2 - 5x + 2$

c) $(3x + 1) \cdot (5x - 3) = 15x^2 - 9x + 5x - 3 = 15x^2 - 4x - 3$

d) $3(x + 2) \cdot (x - 4) = 3(x^2 - 4x + 2x - 8) = 3(x^2 - 2x - 8) = 3x^2 - 6x - 24$

12 Opera y simplifica.

a) $(2x^2 - x + 3) \cdot (x - 3)$

b) $(3x^3 - 5x^2 + 6) \cdot (2x + 1)$

c) $(2x^2 + x - 3) \cdot (x^2 - 2)$

a) $(2x^2 - x + 3) \cdot (x - 3) = 2x^3 - 6x^2 - x^2 + 3x + 3x - 9 = 2x^3 - 7x^2 + 6x - 9$

b) $(3x^3 - 5x^2 + 6) \cdot (2x + 1) = 6x^4 + 3x^3 - 10x^3 - 5x^2 + 12x + 6 = 6x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 12x + 6$

c) $(2x^2 + x - 3) \cdot (x^2 - 2) = 2x^4 - 4x^2 + x^3 - 2x - 3x^2 + 6 = 2x^4 + x^3 - 7x^2 - 2x + 6$

Identidades

13 Desarrolla estas expresiones:

a) $(x + 6)^2$

b) $(7 - x)^2$

c) $(3x - 2)^2$

d) $(5x + 9)^2$

e) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

f) $(x - 2y)^2$

a) $x^2 + 12x + 36$

b) $x^2 - 14x + 49$

c) $9x^2 - 12x + 4$

d) $5x^2 + 90x + 81$

e) $x^2 + x + \frac{1}{4}$

f) $x^2 - 4xy + 4y^2$

14 Expresa como diferencia de cuadrados.

a) $(x + 7)(x - 7)$

b) $(3 + x)(3 - x)$

c) $(3 - 4x)(3 + 4x)$

d) $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$

a) $(x + 7)(x - 7) = x^2 + 49$

b) $(3 + x)(3 - x) = 9 - x^2$

c) $(3 - 4x)(3 + 4x) = 9 - 16x^2$

d) $(x^2 + 1)(x^2 - 1) = x^4 - 1$

15 Extrae factor común y comprueba que obtienes una identidad.

a) $5x^3 + 3x^2$

b) $2x^4 - 6x^2$

c) $2x^2 + 3x^2 + 5x$

d) $x^6 + x^4 + x$

e) $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{2}x$

f) $2x^2y - 2xy$

a) $x^2(5x + 3)$

b) $2x^2(x^2 - 3)$

c) $5x(x + 1)$

d) $x(x^5 + x^3 + 1)$

e) $\frac{1}{2}x(x^3 - 1)$

f) $2xy(x - 1)$

16 ¿Cuáles de estas expresiones son identidades?

a) $10xy^2 - 15x^2y = 10xy(y - 3x)$

b) $(2x + 1) \cdot (x - 3) - x^2 = x^2 - 5x - 3$

c) $3x^2 - 4x + 1 = 2x \cdot (x - 2) + (x^2 - 3)$

d) $4 - (7 - x^2) = 4(x^2 - 1) - (3x^2 - 1)$

Solamente d) es identidad.

División de polinomios. Regla de Ruffini

17 Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(12x^2 - 9x) : 3x$

b) $(25x^3 + 15x^2 - 5x) : 5x$

c) $(18x^5 - 12x^3 + 3x^2) : 6x^2$

a) $4x - 3$

b) $5x^2 + 3x - 1$

c) $3x^3 - 2x + \frac{1}{2}$

18 Aplica la regla de Ruffini para hallar el cociente y el resto de estas divisiones:

a) $(x^2 - 5x + 6) : (x - 2)$

b) $(x^3 - 3x^2 + 5) : (x + 1)$

c) $(2x^3 - 4x + 7) : (x - 1)$

a)

	1	-5	6	
2		2	-6	
	1	-3	0	

C: $x - 3$; R: 0

b)

	1	-3	0	5	
1		-1	4	-4	
	1	-4	4	1	

C: $x^2 - 4x + 4$; R: 1

c)

	2	0	-4	7	
1		2	2	-2	
	2	2	-2	5	

C: $2x^2 + 2x - 2$; R: 5

ENTRÉNATE Y PRACTICA

19 Asocia cada una de las siguientes expresiones al perímetro y al área de los rectángulos *A*, *B* y *C* que tienes debajo:

a) $12x$

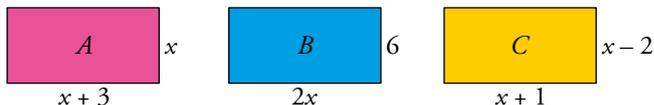
b) $4x - 2$

c) $4x + 6$

d) $4x + 12$

e) $x^2 + 3x$

f) $x^2 - x - 2$



a) $12x$ es el área de *B*

b) $4x - 2$ es el perímetro de *C*.

c) $4x + 6$ es el perímetro de *A*.

d) $4x + 12$ es el perímetro de *B*.

e) $x^2 + 3x$ es el área de *A*.

f) $x^2 - x - 2$ es el área de *C*.

20 Escribe como una igualdad entre dos expresiones algebraicas.

a) La edad de Andrea, dentro de 7 años, será el doble que la que tenga Lucía.

b) Si el precio de un ordenador subió un 20% y después bajó un 25%, el precio inicial del ordenador disminuyó en 50 €.

a) $x \rightarrow$ años de Andrea hoy

$y \rightarrow$ años de Lucía hoy

$$x + 7 = 2(y + 7)$$

b) $1,20 \cdot 0,75 \cdot x = x - 50$

21 Opera y simplifica.

a) $(2x^2 + 3)(x - 1) - x(x - 2)$

b) $(x^2 - 5x + 3)(x^2 - x) - x(x^3 - 3)$

c) $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}\right)(6x - 12)$

d) $(x^3 - 13x + 2) \cdot (x^2 - 1)$

a) $2x^3 - 3x^2 + 5x - 3$

b) $-6x^3 + 8x^2$

c) $3x^3 + 4x^2 - 19x - 2$

d) $x^5 - 14x^3 + 2x^2 + 13x - 2$

22 Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia, como en el ejemplo.

• $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \cdot 5x + 5^2 = (x + 5)^2$

a) $x^2 + 4x + 4$

b) $x^2 - 10x + 25$

c) $x^2 + 9 + 6x$

d) $x^2 + 49 - 14x$

e) $4x^2 + 4x + 1$

f) $4x^2 + 9 - 12x$

a) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$

b) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

c) $x^2 + 9 + 6x = (x + 3)^2$

d) $x^2 + 49 - 14x = (x - 7)^2$

e) $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

f) $4x^2 + 9 - 12x = (2x - 3)^2$

23 Expresa como producto de una suma por una diferencia, como en el ejemplo.

• $4x^2 - 25 = 2^2 \cdot x^2 - 5^2 = (2x + 5)(2x - 5)$

a) $9x^2 - 25$

b) $1 - x^2$

c) $4x^2 - 9$

d) $16x^2 - 1$

e) $x^4 - 16$

f) $49 - 4x^2$

a) $(3x + 5)(3x - 5)$

b) $(1 + x)(1 - x)$

c) $(2x + 3)(2x - 3)$

d) $(4x + 1)(4x - 1)$

e) $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$

f) $(7 + 2x)(7 - 2x)$

24 Expresa como identidades notables.

a) $49x^2 - 16$

b) $36x^2 - 1$

c) $x^2 - 18x + 81$

d) $121 - 100x^2$

e) $9x^2 + 12x + 4$

f) $9x^2 - 24x + 16$

g) $25 - 100y^2$

h) $4x^2 + 16x + 16$

a) $(7x - 4)(7x + 4)$

b) $(6x + 1)(6x + 1)$

c) $(x - 9)^2$

d) $(11 + 10x)(11 + 10x)$

e) $(3x + 2)^2$

f) $(3x - 4)^2$

g) $(5 - 10y)(5 + 10y)$

h) $(2x + 4)^2$

25 Calcula el cociente y el resto de estas divisiones:

a) $(2x^2 - 2x + 5) : (x^2 - 3)$

b) $(3x^2 - 7x - 4) : (x^2 + 2x - 3)$

c) $(5x^3 + 3x^2 - 2x + 4) : (x^2 + x + 1)$

d) $(-x^4 + 4x^2 + 10) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 2x + 5 \quad | \quad x^2 - 3 \\ - 2x^2 \\ \hline - 2x + 11 \end{array}$$

Cociente $\rightarrow 2$; Resto $\rightarrow -2x + 11$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 7x + 4 \quad | \quad x^2 + 2x - 3 \\ - 3x^2 - 6x + 9 \quad 3 \\ \hline - 13x + 5 \end{array}$$

Cociente $\rightarrow 3$; Resto $\rightarrow -13x + 5$

$$\begin{array}{r} 5x^3 + 3x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x^2 + x + 1 \\ - 5x^3 - 5x^2 - 5x \quad 5x - 2 \\ \hline - 2x^2 - 7x + 4 \\ + 2x^2 + 2x + 2 \\ \hline - 5x + 6 \end{array}$$

Cociente $\rightarrow 5x - 2$; Resto $\rightarrow -5x + 6$

$$\begin{array}{r} -x^4 \quad | \quad x + 2 \\ x^4 + 2x^3 \\ \hline + 2x^3 + 4x^2 + 10 \\ - 2x^3 - 4x^2 \\ \hline 10 \end{array}$$

Cociente $\rightarrow -x^3 + 2x^2$; Resto $\rightarrow 10$

26 Comprueba si los siguientes polinomios son divisibles por $(x - 2)$ o por $(x + 1)$:

a) $x^2 - x - 2$

b) $4x^3 + x^2 - 2x + 1$

c) $x^4 - 5x^2 + x + 2$

d) $x^4 - 2x^3 + 5x - 4$

a)
$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -1 & -2 \\ 2 & & 2 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & 0 \end{array} \rightarrow \text{Es divisible por } (x - 2).$$

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -1 & -2 \\ -1 & & -1 & 2 \\ \hline & 1 & -2 & 0 \end{array} \rightarrow \text{Es divisible por } (x + 1).$$

b)
$$\begin{array}{r|rrrr} & 4 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & & 8 & 18 & 32 \\ \hline & 4 & 9 & 16 & 33 \end{array} \rightarrow \text{No es divisible por } (x - 2).$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 4 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & & -4 & 3 & -1 \\ \hline & 4 & -3 & 1 & 0 \end{array} \rightarrow \text{Es divisible por } (x + 1).$$

c)
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -5 & 1 & 2 \\ 2 & & 2 & 4 & -2 & -2 \\ \hline & 1 & 2 & -1 & -1 & 0 \end{array} \rightarrow \text{Es divisible por } (x - 2).$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -5 & 1 & 2 \\ -1 & & -1 & 1 & 4 & -5 \\ \hline & 1 & -1 & -4 & 5 & -3 \end{array} \rightarrow \text{No es divisible por } (x + 1).$$

d)
$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & 0 & 5 & -4 \\ 2 & & 2 & 0 & 0 & 10 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 5 & 6 \end{array} \rightarrow \text{No es divisible por } (x - 2).$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & 0 & 5 & -4 \\ -1 & & -1 & 3 & -3 & -2 \\ \hline & 1 & -3 & 3 & 2 & -6 \end{array} \rightarrow \text{No es divisible por } (x + 1).$$

Resuelve problemas sencillos

27 Expresa en lenguaje algebraico:

- a) La cantidad de agua que queda en un depósito del que se sacan $\frac{1}{3}$ y después los $\frac{2}{5}$ de lo que queda.
 b) Lo que pagué por un bocadillo, un refresco y una chocolatina, si el bocadillo cuesta el triple que el refresco y el refresco 1 € más que la chocolatina.
 c) En un test dan 4 puntos por cada acierto y restan 1 punto por cada error. Luis obtuvo 60 puntos.

a) Se sacan $\frac{1}{3} \rightarrow 1 - \frac{1}{3}$

Se sacan de lo que queda $\frac{2}{5} \rightarrow -\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$

Luego: $1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$

Sea $x \rightarrow$ La cantidad de agua del depósito $\rightarrow x - \frac{x}{3} - \frac{4x}{15} \rightarrow \frac{2x}{5}$

b) Sea x lo que cuesta la chocolatina.

El refresco cuesta $\rightarrow x + 1$

El bocadillo $\rightarrow 3(x + 1)$

Luego en total $\rightarrow x + (x + 1) + 3(x + 1) = 5x + 4$

c) $x \rightarrow$ Aciertos $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 4 \cdot x - 1 \cdot y = 60$
 $y \rightarrow$ Errores

28 En el triángulo ABC , sabemos que $\overline{AB} = 6x + 3$; $\overline{BC} = 8x + 4$; $\overline{AC} = 10x + 5$.

a) Da a x un valor cualquiera y prueba que el triángulo que obtienes es rectángulo.

b) Demuestra que el triángulo ABC es rectángulo para cualquier valor de x .

a) $x = 0 \rightarrow \overline{AB} = 3$; $\overline{BC} = 4$; $\overline{AC} = 5$, que es una terna pitagórica.

b) $\overline{AB} = 3(2x + 1)$; $\overline{BC} = 4(2x + 1)$; $\overline{AC} = 5(2x + 1)$

Tenemos que comprobar que $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AB}^2$:

$$25(2x + 1)^2 = 16(2x + 1)^2 + 9(2x + 1)^2$$

$$25(2x + 1)^2 = 25(2x + 1)^2$$

Es una identidad, siempre se cumple. Por tanto, el triángulo ABC siempre es rectángulo.

29 a) Busca, en cada caso, el número que está en el medio de los números dados:

- i) 5 y 12 ii) 3,4 y 7 iii) -4 y -9,5

b) Escribe la expresión que da el número que está en medio de los números x e y .

a) i) 8,5 ii) 5,2 iii) -6,75

b) $\frac{x + y}{2}$

Página 120

30 La mitad de un número es 20 unidades menor que su triple. Elige la expresión de este enunciado.

a) $\frac{x-20}{2} = 3x$ b) $\frac{x}{2} - 20 = 3x$ c) $\frac{x}{2} + 20 = 3x$

La respuesta correcta es la c).

31 Un grupo de amigos quiere comprar un regalo para María y les toca a 12 € cada uno. Si fueran tres amigos más, les tocaría a 4 € menos cada uno. ¿Cuál de estas igualdades representa este enunciado?

a) $12(x-4) = 8(x+3)$ b) $12x = 8(x+3)$ c) $12x = 9(x+4)$

La igualdad b).

32 Jorge tiene 12 años, y su madre, 38. ¿Cuántos años, x , tienen que pasar para que la edad de su madre sea el doble de la de Jorge? Indica la igualdad que representa esta situación.

a) $2(x+38) = x+12$ b) $38 = 2(x+12)$ c) $38+x = 2(12+x)$

La respuesta correcta es la c).

33 Las páginas de un libro miden 6 cm menos de ancho que de largo. Escribe la expresión del área de cada página. Si el ancho y el largo aumentan en 3 cm, ¿cuál será la expresión que da la diferencia de áreas entre la página original y la nueva?

Página original: $A = x(x-6) = x^2 - 6x$

Página aumentada: $A' = (x+3)(x-3) = x^2 - 9$

Diferencia entre el área original y la aumentada: $A - A' = x^2 - 6x - (x^2 - 9) = -6x + 9$

34 Con el dinero que tiene Laura, puede comprar tres cómics del mismo precio y le sobran 8 €. Al día siguiente ve que los cómics han bajado 2 € y piensa que con el dinero que tenía ayer podría comprar 5 cómics a este precio. Escribe de forma algebraica este enunciado.

Llamamos x al precio original de cada cómic.

$$5(x-2) = 3x + 8$$

35 La factura bimensual de consumo de agua en una ciudad tiene la siguiente tarifa: 1,15 €/m³ por agua consumida y 1,25 €/m³ por servicios de depuración. A esto hay que añadir 15 € por servicio, todo ello grabado con un 10 % de IVA. Además, hay que pagar un fijo de 10 € por alcantarillado, este exento de IVA. Escribe la expresión algebraica de lo que tenemos que pagar según los metros cúbicos consumidos.

Llamamos x al volumen de agua consumida.

$$(1,15x + 1,25x + 15) \cdot 1,10 + 10 = (2,4x + 15) \cdot 1,10 = 2,64x + 16,5$$

36 La expresión $10a + b$ representa un número de dos cifras. Escribe en forma algebraica:

a) Un número de tres cifras.

b) La diferencia entre un número de tres cifras y el que resulta de invertir sus cifras.

a) $100a + 10b + c$

b) $100a + 10b + c - (100c + 10b + a) = 99a - 99c$

37 Si a un número de dos cifras le sumamos 10, se obtiene el doble del número obtenido al invertir sus cifras. Escribe este enunciado de forma algebraica.

$$10a + b + 10 = 2(10b + a)$$

38 Dos ciclistas salen a la misma hora, una de A hacia B a 22 km/h y la otra de B hacia A a 18 km/h. La distancia entre A y B es 30 km. Si llamamos x al tiempo que tardan en encontrarse, ¿cuál es la expresión que representa este enunciado?

a) $22x = 18(30 - x)$

b) $40x = 30$

c) $\frac{x}{22} + \frac{30 - x}{18} = x$

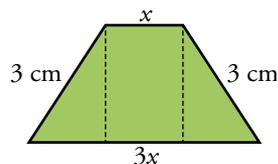
$x \rightarrow$ Tiempo que tardarán en encontrarse $\rightarrow 22x + 18x = 30 \rightarrow (22 + 18)x = 30 \rightarrow$

$\rightarrow 40x = 30 \rightarrow$ La b)

39 En este trapecio isósceles, la base mayor mide el triple que la menor y los lados oblicuos miden 3 cm. Expresa algebraicamente su altura y su área.

Altura: $h = \sqrt{9 - x^2}$

Área del trapecio: $\frac{4x\sqrt{9 - x^2}}{2}$



40 Escribe tres números impares consecutivos. Suma 3 al menor y elévalo al cuadrado. Réstale el producto de los otros dos. ¿Obtienes siempre el mismo resultado? Demuéstralo con lenguaje algebraico.

Tres números impares consecutivos: $2x - 1, 2x + 1, 2x + 3$

$$(2x - 1 + 3)^2 - (2x + 1)(2x + 3) = (2x + 2)^2 - (2x + 1)(2x + 3) = 4x^2 + 8x + 4 - 4x^2 - 8x - 3 = 1$$

Siempre se obtiene 1.

- 41** Estas son las tarifas del agua en una ciudad. Observa que se paga una cuota fija de 9 € más el precio por m^3 consumido, que es variable y aumenta en los que consumen mucho. Además, hay que añadir un 10 % de IVA.

	CONSUMO	PRECIO
BLOQUE I	Hasta 8 m^3	$9 + 0,75 \text{ €/m}^3$
BLOQUE II	En adelante	3 €/m^3

- a) ¿Cuánto tenemos que pagar si consumimos 6 m^3 ? ¿Y si el consumo es 13 m^3 ?
 b) Escribe una fórmula que dé lo que pagaremos por $x \text{ m}^3$ de consumo cuando sea mayor que 8 m^3 .

a) Si consumimos 6 metros cúbicos de agua tenemos que contar:

$$\text{El consumo básico} \rightarrow 9 + 0,75 \cdot 6$$

$$\text{El 10 \% de IVA} \rightarrow 0,10(9 + 0,75 \cdot 6)$$

$$\text{Total: } 9 + 0,75 \cdot 6 + 0,10(9 + 0,75 \cdot 6) = 14,85 \text{ €}$$

Si consumimos 13 metros cúbicos de agua tenemos que contar:

$$\text{El consumo básico} \rightarrow 9 + 0,7 \cdot 8$$

$$\text{El 10 \% de IVA} \rightarrow 0,10(9 + 0,7 \cdot 8)$$

El consumo del bloque II

$$\text{Total: } 9 + 0,7 \cdot 8 + 0,10(9 + 0,7 \cdot 8) + 3(13 - 8) = 31,06 \text{ €}$$

$$\text{b) } 1,10(9 + 0,7 \cdot 8) + 3 \cdot (x - 8) = 16,06 + 3x - 24 = 3x - 7,94$$

- 42** Piensa en tres números consecutivos. Resta al cuadrado del mayor el cuadrado del menor. Divide el resultado por el del medio. ¡Obtienes siempre 4!

Justificalo utilizando el lenguaje algebraico.

Llamamos x , $x + 1$ y $x + 2$ a los números consecutivos.

$$\frac{(x+2)^2 - x^2}{x+1} = \frac{x^2 + 4x + 4 - x^2}{x+1} = \frac{4(x+1)}{x+1} = 4$$

- 43** Piensa un número cualquiera, multiplícalo por 2, réstale 10, réstale el número pensado, súmale 3 y dime el resultado. Razona por qué obtengo el número inicial sumando 7 al resultado que me des.

Llamamos x al número pensado.

$$2x - 10 - x + 3 = x - 7$$

Si sumo 7 al resultado, me queda x , que es el número que pensaste, ya que $x - 7 + 7 = x$.

- 44** Piensa un número, súmale 7, multiplica el resultado por 2, resta 4, divide por 2 y dime el resultado.

¿Cómo puedo saber el número que has pensado?

$$\frac{2(x+7) - 4}{2} = \frac{2x + 14 - 4}{2} = \frac{2(x+5)}{2} = x + 5$$

Si le restas 5 al resultado, sabrás el número que he pensado.

PARA PENSAR UN POCO MÁS

45 En la figura $ABCD$, $EFGD$ y $PQRD$ son cuadrados.

a) Expresa en función de x las longitudes de DG y RG , y el área de $EFGD$.

b) ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al área de la parte rayada?

$$A_1 = 16 - (4 - x)^2 \quad A_2 = (4 - x)(3 - x)$$

$$A_3 = (4 - x)^2 - 1$$

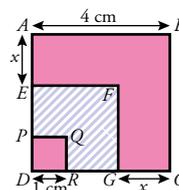
c) Copia el dibujo en tu cuaderno y señala en él qué representan las otras dos expresiones.

a) $DG = AB - GC \rightarrow DG = 4 - x$

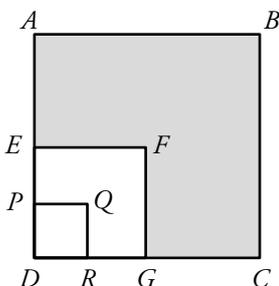
$$RG = AB - DR - GC \rightarrow RG = 4 - 1 - x \rightarrow RG = 3 - x$$

$$\text{Área } EFGD = (DG)^2 \rightarrow \text{Área } EFGD = (4 - x)^2$$

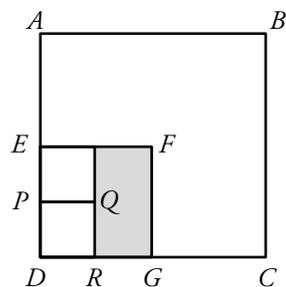
b) El área de la parte rayada es el Área $EFGD$ menos Área $PQRD \rightarrow (4 - x)^2 - 1^2 \rightarrow A_3$



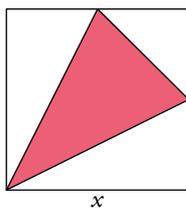
c) $A_1 = 16 - (4 - x)^2 \rightarrow$



$A_2 = (4 - x)(3 - x) \rightarrow$



46 Expresa algebraicamente el área y el perímetro de la parte coloreada.



 *Dos de los vértices del triángulo coinciden con puntos medios de los lados del cuadrado.*

Calculamos el lado mayor del triángulo, L :

$$L^2 = x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \rightarrow L = \sqrt{x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}x^2} = \frac{\sqrt{5}x}{2}$$

Calculamos el lado menor del triángulo, l :

$$l = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{x^2}{2}} = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

Calculamos la altura que corresponde al lado menor del triángulo, h :

$$h^2 = L^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}x^2 - \left(\frac{x}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{5x^2}{4} - \frac{x^2}{8} = \frac{10x^2 - x^2}{8} = \frac{9x^2}{8} \rightarrow h = \frac{3x}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{Perímetro} = 2L + l = \sqrt{5}x + \frac{x}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}x + \frac{\sqrt{2}x}{2} = \frac{2\sqrt{5}x + \sqrt{2}x}{2} = \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{2}}{2}x$$

$$\text{Área} = \frac{l \cdot h}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3x}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{8}x^2$$

47 Compara los resultados que obtienes con estas dos secuencias de cálculo:

a) Piensa un número.

Elévalo al cuadrado.

Súmale el triple del número que has pensado.

Suma 2 al resultado.

b) Elige un número.

Súmale 1.

Suma 3 al número elegido.

Multiplícalos los dos resultados anteriores.

Estudia los resultados obtenidos. ¿Son iguales en algún caso? Estudia cuál de los resultados es mayor según el número elegido.

a) $x^2 + 3x + 2$

b) $(x + 1)(x + 3) = x^2 + 4x + 3$

$$x^2 + 3x + 2 = x^2 + 4x + 3x \rightarrow x = -1$$

Son iguales cuando $x = -1$.

Veamos cuál de ellos es mayor según el número elegido. Como son iguales cuando $x = -1$:

$$x^2 + 3x + 2 < x^2 + 4x + 3x \rightarrow -1 < x$$

$$x^2 + 3x + 2 > x^2 + 4x + 3x \rightarrow -1 > x$$

48 Piensa y completa en tu cuaderno sin hacer operaciones.

a) $x^4 - 16 = (x^2 + \square)(x + \square)(x - \square)$

b) $(2x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (\square x - 1)(x + \square)$

c) $4x^3 - 12x^2 + 9x = x \cdot (2x - \square)^2$

a) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$

b) $(3x - 1)(x + 3)$

c) $x(2x - 3)^2$

49 ¿Cuántos números de dos cifras verifican que sumando sus dos cifras más el producto de estas nos da el número inicial?

Suponemos que el número es ab .

$$a + b + a \cdot b = 10a + b \rightarrow ab = 9a \rightarrow b = 9$$

Los números que acaben en 9 cumplirán esta regla.

50 Si $a \cdot b = 9$, $b \cdot c = 16$ y $a \cdot c = 25$, ¿cuánto vale $a \cdot b \cdot c$?

$$a \cdot b = 9$$

$$b \cdot c = 16$$

$$a \cdot c = 25$$

$$\rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = 9 \cdot 16 \cdot 25 \rightarrow a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = (3)^2 \cdot (4)^2 \cdot (5)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow a \cdot b \cdot c = 3 \cdot 4 \cdot 5$$

También puedes hacer esto

51 Observa:

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

¿Cuál será el valor de $1 + 3 + 5 + \dots + 19$?

¿Y de $1 + 3 + 5 + \dots + n$?

Expresa con palabras esta propiedad e intenta demostrarla.

$1 + 3 + 5 + \dots + 19$ es la suma de los 10 primeros términos de la progresión 1, 3, 5, 7...

$$a_n = 2n - 1$$

$$S_{10} = \frac{1+19}{2} \cdot 10 = 100 = 10^2$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + n \rightarrow S_n = \frac{1 + (2n - 1)}{2} \cdot n = n^2$$

La suma de los n primeros números impares es igual a n^2 .

$$n = 2: 1 + 3 = 4 = 2^2$$

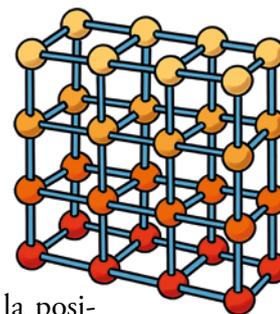
$$n = 3: 1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$n = 4: 1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

$$n = 5: 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$$

Parece que se cumple siempre.

52 Expresa algebraicamente cuántos palos y cuántas bolas son necesarios para hacer una figura como esta pero de n pisos.



Si el dibujo representa un piso de dimensiones $4 \times 4 \times 2$.

Cada panel de dimensiones 4×4 tiene 16 bolas.

Para construir la figura necesitamos dos paneles \rightarrow necesitamos 32 bolas.

Si añadimos un panel, tendremos 3 paneles = 48 bolas.

La progresión aritmética siguiente representa el número de bolas, donde la posición de cada término indica el número de paneles que tomamos:

$$a_1 = 16; a_2 = 32; a_3 = 48, \dots, a_n = 16 + (n - 1)16 = 16n$$

Hacemos algo parecido con el número de palos, cada panel tiene 24 palos. Al unir dos paneles tendremos $24 + 24 + 16$ palos.

$$b_1 = 24; b_2 = 24 \cdot 2 + 16; b_3 = 24 \cdot 3 + 16 \cdot 2, \dots, b_n = 24n + 16(n - 1) = 40n - 16$$

¿Lo has entendido? Reflexiona

53 ¿Verdadero o falso? Justifica tus respuestas.

a) El grado de la suma de dos polinomios de grados 2 y 3 es siempre 3.

b) Al multiplicar dos polinomios de grados 2 y 3 se obtiene otro de grado 5.

c) El producto de un binomio por un monomio es un binomio.

d) Si multiplicamos dos monomios, obtenemos un binomio.

e) Si la suma de dos monomios es positiva, también lo es su producto.

a) $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$$Q(x) = ex^2 + fx + g$$

$$P(x) + Q(x) = ax^3 + (b + e)x^2 + (c + f)x + (d + g) \rightarrow \text{Grado 3.}$$

Verdadero.

b) $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$$Q(x) = ex^2 + fx + g$$

$$P(x) \cdot Q(x) = (a \cdot e)ax^{3+2} + (a \cdot f + b \cdot e)x^4 + ((a \cdot g) + (b \cdot f) + (c \cdot e))x^3 + ((d \cdot e) + (c \cdot f) + (b \cdot g))x^2 + ((c \cdot g) + (d \cdot f))x + d \cdot g \rightarrow \text{Grado 5.}$$

Verdadero.

c) ax^n

$$(by^m + cz^p)$$

$$ax^n(by^m + cz^p) = abx^ny^m + acx^nz^p \rightarrow \text{Binomio.}$$

Verdadero.

d) $2x^2 \cdot 3x^2 = 6x^4 \rightarrow \text{Monomio.}$

Falso.

e) $-2x^2$

$$3x^2$$

$$\text{Suma} \rightarrow -2x^2 + 3x^2 = x^2 \rightarrow \text{Falso.}$$

$$\text{Producto} \rightarrow -2x^2 \cdot 3x^2 = -6x^4$$

54 Verdadero o falso? Justifica y pon ejemplos.

a) $(x + a)^2 = (-x - a)^2$ b) $(x - a)^2 = (a - x)^2$ c) $-(x)^2 = x^2$

a) Verdadero. Por ejemplo: $(3 + 2)^2 = 5^2 = 25 = (-3 - 2)^2 = (-5)^2 = 25$

$$(-x - a)^2 = [-(x + a)]^2 = (x + a)^2$$

b) Verdadero. Por ejemplo: $(8 - 5)^2 = 3^2 = 9 = (5 - 8)^2 = (-3)^2$

$$(x - a)^2 = [-(x + a)]^2 = (-x + a)^2 = x^2 + a^2 - 2ax$$

c) Falso. Por ejemplo: $-(2)^2 = -4 \neq 2^2$

55 a) Simplifica la expresión $(a + 1)^2 - (a - 1)^2$.

b) Halla, sin utilizar la calculadora, el valor de:

$$2501^2 - 2499^2$$

a) $a^2 + 2a + 1 - (a^2 - 2a + 1) = 4a$

b) Como se puede observar:

$$a + 1 = 2501; a = 2500$$

$$a - 1 = 2499; a = 2500$$

Como consecuencia del apartado a), el resultado es $4a = 4 \cdot 2500 = 10000$.

56 Averigua cuál debe ser el valor de a , en cada caso, para que las dos expresiones sean idénticas:

a) $(3x + a)(3x - a) + 7$ y $9x^2 - 18$

b) $(x - a)^2 + 2xa - 46$ y $x^2 + 18$

a) $-a^2 + 7 = -18 \rightarrow a = 5$

b) $a^2 - 46 = 18 \rightarrow a = 8$

AUTOEVALUACIÓN

1 Describe, mediante una expresión algebraica, los enunciados siguientes:

- a) El precio de la pintura que se obtiene al mezclar 5 kg de una de 3 €/kg con 7 kg de otra de x €/kg.
- b) Lo que tenemos que pagar por un helado, un refresco y un café, si el helado cuesta el triple que el café y el refresco la mitad que el helado.
- c) El área total y el volumen de un prisma de base cuadrada de lado x y de 5 cm de altura.

a) El precio es $\frac{3 \cdot 5 + 7 \cdot x}{5 + 7} = \frac{15 + 7x}{12}$.

b) Si x es el precio de un café, $x + 3x + \frac{3}{2}x = \frac{2x + 6x + 3x}{2} = \frac{11}{2}x$

c) Área total = $2x^2 + 4 \cdot 5x = 2x^2 + 20x$
Volumen = $x^2 \cdot 5 = 5x^2$

2 Efectúa y reduce.

a) $x(3x - 2)^2 - (x - 3)(2x - 1)x$

b) $4\left[(x - 2)^2 - \frac{3}{4}x^2 - 4\right]$

a) $x(3x - 2)^2 - (x - 3)(2x - 1)x = 9x^3 - 12x^2 + 4x - 2x^3 + 7x^2 - 3x = 7x^3 - 5x^2 + x$

b) $4\left[(x - 2)^2 - \frac{3}{4}x^2 - 4\right] = 4\left[x^2 - 4x + 4 - \frac{3}{4}x^2 - 4\right] = 4x^2 - 16x + 16 - 3x^2 - 16 = x^2 - 16x$

3 Multiplica por el mín. c. m. de los denominadores y simplifica.

$$\frac{5(x-1)}{9} + \frac{7x-2}{12} - \frac{x(x-1)}{2}$$

$$36\left(\frac{5(x-1)}{9} + \frac{7x-2}{12} - \frac{x(x-1)}{2}\right) = 20(x-1) + 3(7x-2) - 18x(x-1) =$$

$$= 20x - 20 + 21x - 6 - 18x^2 + 18x = -18x^2 + 59x - 26$$

4 ¿Cuáles de las siguientes expresiones son identidades? Justifícalo.

a) $\frac{x-1}{4} - \frac{3x-1}{6} = \frac{-3x-1}{12}$

b) $x(x-1)^2 = (x^2+x)^2$

c) $3(x-5)(x+5) = 3x^2 - 75$

a) Multiplicando por 12 toda la expresión, que es el mínimo común múltiplo de los denominadores:

$$3(x-1) - (6x-2) = -3x-1 \rightarrow 3x-3-6x+2 = -3x-1 \rightarrow -3x-1 = -3x-1 \rightarrow -1 = -1$$

Sí, es una identidad, siempre se cumple la igualdad para cualquier valor de x .

b) $x(x^2-2x+1) = x^4+2x^3+x^2 \rightarrow x^3-2x^2+x = x^4+2x^3+x^2 \rightarrow x^4-x^3+3x^2-x = 0$

No es una identidad.

c) $3(x^2-25) = 3x^2-75 \rightarrow 3x^2-75 = 3x^2-75 \rightarrow -75 = -75$

Sí, es una identidad. Se cumple para cualquier valor de x .

5 Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia.

a) $9x^2 - 12x + 4$ b) $x^4 + 4x^2 + 4$

a) $(3x-2)^2$ b) $(x^2+2)^2$

6 Transforma en producto.

a) $4x^2 - 9y^2$ b) $x^4 - 25$

a) $(2x-3y)(2x+3y)$ b) $(x^2-5)(x^2+5)$

7 Calcula el cociente y el resto en cada caso:

a) $(3x^4 - x^3 + 2x^2 + 4) : (x^2 + x)$

b) $(x^3 + 3x^2 - 2x + 2) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r} 3x^4 - x^3 + 2x^2 + 4 \\ - 3x^4 - 3x^3 \\ \hline - 4x^3 + 2x^2 + 4 \\ + 4x^3 + 4x^2 \\ \hline 6x^2 + 4 \\ - 6x^2 - 6x \\ \hline - 6x + 4 \end{array}$$

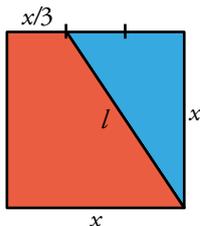
Cociente: $3x^2 - 4x + 6$; Resto: $-6x + 4$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & -2 & 2 \\ -2 & & -2 & -2 & 8 \\ \hline & 1 & 1 & -4 & 10 \end{array}$$

Cociente: $x^2 + x - 4$; Resto: 10

8 Expresa algebraicamente:

- a) El área del triángulo azul.
b) El área del trapecio rojo.
c) La longitud l .



$$a) A = \frac{\left(\frac{2x}{3}\right) \cdot x}{2} = \frac{2x^2}{6} = \frac{x^2}{3}$$

$$b) A = \frac{x\left(\frac{x}{3} + x\right)}{2} = \frac{x^2}{6} + \frac{x^2}{2} = \frac{4x^2}{6} = \frac{2x^2}{3}$$

$$c) l = \sqrt{\left(\frac{2x}{3}\right)^2 + x^2} = \sqrt{\frac{4x^2}{9} + x^2} = \frac{x}{3}\sqrt{13}$$

9 Un autobús que va a 90 km/h ha recorrido x km cuando sale un coche a 120 km/h en la misma dirección. Expresa en función de x el tiempo que tardará en alcanzarlo.

Calculamos cuánto tardará el coche en recorrer los x kilómetros que los separan.

La diferencia de sus velocidades es de 30 km/h a favor del coche.

Así, nos piden expresar en cuánto tiempo el coche recorre x kilómetros a 30 km/h:

$$t = \frac{x}{30} \text{ h}$$

10 Escribe de forma algebraica el área y el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son tres números naturales consecutivos.

$$\text{Área: } 2(x(x+1) + x(x+2) + (x+1)(x+2)) = 2(x^2 + x + x^2 + 2x + x^2 + 3x + 2) = 6x^2 + 12x + 4$$

$$\text{Volumen: } x(x+1)(x+2) = x^3 + 3x^2 + 2x$$

11 Vendo $1/5$ de mi colección de minerales y luego compro 54 más. Ahora tengo el doble que al principio. Expresa algebraicamente este enunciado.

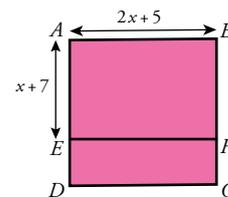
$$\text{Llamamos } x \text{ al n.º de minerales que tengo en mi colección } \rightarrow \frac{x}{5} + 54 = 2x$$

12 Expresa algebraicamente el área de la parte coloreada.



$$A = xy - (x-4)(y-4) = xy - (xy - 4x - 4y + 16) = 4x + 4y - 16$$

13 $ABCD$ es un cuadrado de lado $2x + 5$ m. Al trazar una paralela a AB (que llamamos EF) a una distancia $x + 7$ m de AB , obtenemos dos rectángulos $EFCD$ y $ABFE$.



a) Expresa en función de x las áreas del cuadrado y del rectángulo $EFCD$.

b) Indica qué representa en la figura esta expresión: $(2x + 5)^2 - (2x + 5) \cdot (x - 2)$

a) Área del cuadrado $\rightarrow A_{ABCD} = l^2 \rightarrow A_{ABCD} = (2x + 5)^2$

Área del rectángulo $\rightarrow b \cdot h$

Base de $EFCD \rightarrow 2x + 5$

Altura de $EFCD \rightarrow (2x + 5) - (x + 7)$

$$A_{EFCD} = (2x + 5)[(2x + 5) - (x + 7)] = (2x + 5)(x - 2) = 2x^2 - 4x + 5x - 10 = \\ = (2x^2 + x - 10) \text{ m}^2$$

b) $(2x - 5)^2 \rightarrow$ Área del cuadrado $ABCD$.

$(2x + 5)(x - 2) \rightarrow$ Área del rectángulo $EFCD$.

Luego $(2x + 5)^2 - (2x + 5)(x - 2) \rightarrow$ Área del rectángulo $ABFE$.

c) $6x + 6 = (2x + 4x) + (10 - 4) = (2x - 4) + (4x + 10) = 2(x - 2) + 2(2x + 5) \rightarrow$ Perímetro de $EFCD$.