

NOTA: Estas colecciones de ejercicios sirven para orientar al alumnado en la preparación de los exámenes durante el curso, pero no se deben tener en cuenta únicamente estos ejercicios como material para el estudio y el aprendizaje. En el examen pueden necesitarse estrategias distintas a las que se necesitan en los ejercicios de este boletín, por lo que es imprescindible realizar una preparación global de todos los contenidos trabajados en en aula. Se recomienda realizar, además de todos los ejercicios propuestos en clase y de los presentes en este boletín, otros ejercicios del libro de texto (como los resueltos) o de cualquier otra fuente, relacionados con los temas tratados.

1. Resuelve las siguientes operaciones con números complejos:

a1)

$$\sqrt[4]{\frac{(1 - \sqrt{3}i) \cdot i^{2017} - (\sqrt{3} - 31i)}{i^{31} \cdot 2_{330^\circ}}$$

a2)

$$\sqrt[3]{\frac{(1 - \sqrt{3}i) \cdot i^9 - (\sqrt{3} - 15i)}{i^{29} \cdot 2_{150^\circ}}$$

a3)

$$\sqrt[3]{\left(\frac{\sqrt{3} + i}{i^4 \cdot (-1 + i)}\right)^2}$$

a4)

$$\sqrt[4]{\left(\frac{-4 + 4\sqrt{3}i}{i^5 \cdot 2_{270^\circ}}\right)^3}$$

b) Pasa a forma binómica 2_{330° y 2_{150° .

c) Calcula el módulo y el conjugado de 2_{330° y de 2_{150° .

d) Calcula: d1) $(\sqrt{3} - i)^6$, $(-\sqrt{3} + i)^4$

e) Resuelve las siguientes ecuaciones sabiendo que z es un número complejo:

e1) $z^3 - 8 = 0$

e2) $\frac{2 + 3i}{2} - zi = 3 - z$

e3) $z^5 + 32 = 0$

e4) $z^2 + z + 4 = 0$

e5) $z^2 + 3z + 7 = 0$

e6) $z^2 - z + 1 = 0$

e7) $z^4 - 1 = 0$

e8) $z^4 + 16 = 0$

e9) $z^4 - 8z = 0$

e10) $z^3 + 8i = 0$

e11) $iz^4 + 4 = 0$

2.

a) Obtén la expresión de $\sin 2\alpha$ y $\cos 2\alpha$ ayudándote de la Fórmula de Moivre.

b) Obtén la expresión de $\sin 3\alpha$ y $\cos 3\alpha$ ayudándote de la Fórmula de Moivre.

c) Obtén la expresión de $\sin 4\alpha$ y $\cos 4\alpha$ ayudándote de la Fórmula de Moivre.

3.1. Las coordenadas de los vectores \vec{u} y \vec{v} en una base ortonormal son:
 $\vec{u}(1,3)$ y $\vec{v}(-6,k)$

- Obtén valor de k para que \vec{u} y \vec{v} sean perpendiculares.
- Obtén k para que los vectores \vec{v} y $\vec{w}(-2,0)$ formen un ángulo de 45° .
- Un vector unitario y perpendicular (a la vez ambas condiciones) a \vec{u} .
- Dados los vectores $\vec{a}(1, 2)$, $\vec{b}(3, -1)$ y $\vec{c}(11, 1)$, expresa \vec{c} como combinación lineal de \vec{a} y \vec{b} .

3.2. a) Dados $\vec{u}(\frac{1}{2}, k)$ y $\vec{v}(\frac{1}{2}, 0)$, calcula k para que los vectores \vec{u} y \vec{v} formen un ángulo de 60° .

- Dados $\vec{m}(-5, k)$ y $\vec{n}(4, -2)$, calcula k para que sean ortogonales
- Obtén un vector unitario y perpendicular a $\vec{w}(-3, 4)$
- Dados los vectores $\vec{a}(3, -2)$, $\vec{b}(-1, 2)$ y $\vec{c}(0, -5)$, calcula m y n de modo que: $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$

4. Dados los siguientes triángulos, responde a los apartados para cada combinación de vértices:

4.1. A(-2, 3), B(1, -1), C(4, 5).

4.2. A(-4, 2), B(0, 0), C(5, 5).

4.3. A(3, 4), B(9, -3), C(-1, 3).

- Calcula su baricentro.
- Calcula su ortocentro.
- Calcula su circuncentro.
- Calcula su área utilizando la fórmula usual (base·altura/2).
- Calcula su área utilizando la fórmula de Herón:

(s semiperímetro, a, b, c lados: $A = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$)

NOTA: Adjunto algunas definiciones. Esta información no estará disponible en el examen:

- Las **medianas** son las rectas que pasan por un vértice y el punto medio del lado opuesto. Se cortan en el **baricentro (G)** (es el centro de gravedad, y está situado a $2/3$ partes del vértice y a $1/3$ del lado opuesto).
- Las **alturas** son las rectas que pasan por un vértice y son ortogonales al lado opuesto. Se cortan en el **ortocentro (O)**.
- Las **mediatrices** son las rectas que pasan por el punto medio de un lado y son ortogonales a ese lado. Se cortan en el **circuncentro (C)** (centro de la circunferencia circunscrita).
- Las **bisectrices** son las rectas que pasan por un vértice y dividen en dos partes iguales al ángulo presente en ese vértice. Se cortan en el **incentro (I)** (centro de la circunferencia inscrita).