

39º) En una caja hay billetes de 5, 10 y 20 por un valor de 400 €. Se sabe que el n.º de billetes de 20 € es la tercera parte del total y que el n.º de billetes de 5 € es inferior en 4 unidades al del resto.

a) Escribe un sistema de ecuaciones que represente el problema.

b) Escríbelo en forma matricial.

c) Calcula la matriz inversa de la matriz de coeficientes y resuelve el sistema.

a) Sean $x = \text{n.º billetes de } 5 \text{ €}$, $y = \text{n.º billetes de } 10 \text{ €}$, $z = \text{n.º billetes de } 20 \text{ €}$

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 10y + 20z = 400 \\ z = \frac{x + y + z}{3} \\ x + y = z + 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 5x + 10y + 20z = 400 \\ x + y - 2z = 0 \\ x - y - z = -4 \end{array} \quad \text{0,75 pts}$$

b) El sist. E. lineal en forma matricial $A \cdot X = B$

$$\begin{pmatrix} 5 & 10 & 20 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{0,75 pts}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 5 & 10 & 20 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -65$$

$$= -5 - 20 - 20 - 20 + 10 + 10 = -65$$

c) Calculamos $A^{-1} \Rightarrow$

$$\text{Adj}(A) \rightarrow \begin{array}{l} A_{11} = +(-3) = -3 \\ A_{12} = -1 \\ A_{13} = +(-2) = -2 \\ A_{21} = -10 \\ A_{22} = +(-25) \\ A_{23} = +15 \\ A_{31} = +(-40) \\ A_{32} = +30 \\ A_{33} = +(-5) \end{array} \quad \text{0,75 pts}$$

$$\text{Resolvemos: } A \cdot X = B$$

$$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = \frac{1}{-65} \begin{pmatrix} -3 & -10 & -40 \\ -1 & -25 & 30 \\ -2 & 15 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$X = 16 \text{ billetes de } 5 \text{ €}$
 $Y = 8 \text{ " de } 10 \text{ €}$
 $Z = 12 \text{ " de } 20 \text{ €}$