

2.- LOS NÚMEROS ENTEROS

2.1.- EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

2.1.1.- Situaciones en las que aparecen números negativos.

- Temperaturas negativas: -5°C (5 grados bajo cero)
- Numeración de pisos en ascensores: *Piso -2, Piso -1.*
- Saldos negativos en cuentas bancarias: -200 € (tenemos una deuda de 200 €)



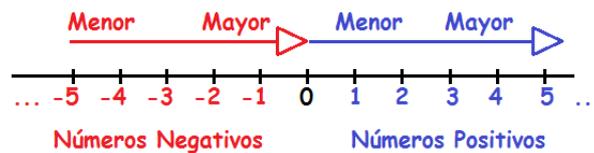
2.1.2.- El conjunto de los números enteros (\mathbb{Z})

El conjunto de los números enteros está formado por:

- Los números positivos (naturales): $+1, +2, +3, +4, \dots$
- Los números negativos: $-1, -2, -3, -4, \dots$
- El número cero: 0

2.1.3.- Representación y ordenación de los números enteros.

Los números enteros se representan sobre una recta. Se sitúa el 0; a la derecha del 0 se colocan los números positivos y a la izquierda los números negativos.



Ejercicio 24.- Ordenar de menor a mayor los siguientes conjuntos de números enteros:

-3 , +5 , 8 , -12 , -20 , +7	
4 , -6 , +5 , -8 , 10	
+65 , + 50 , -10 , -4 , -1 , 0	
21 , 2 , -23 , +5 , -8 , -7	
0 , 2 , -3 , -4 , -13 , +1 , -14	
21 , 0 , -6 , +6 , -7 , +7 , 8	

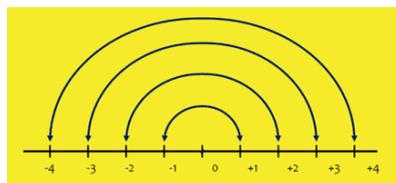
2.1.4.- Opuesto de un número entero.

El **opuesto** de un número entero se obtiene cambiándole el signo.

Ejemplos.- El opuesto de +5 es -5. $-(+5) = -5$

El opuesto de -3 es +3. $-(-3) = +3$

Un número entero y su opuesto están a la misma distancia del 0.



2.1.5- Valor absoluto de un número entero.

El **valor absoluto** de un número entero mide la distancia de ese número al 0. A nivel práctico, el valor absoluto de un número entero es el número sin signo.

Ejemplos.- El valor absoluto de -5 es 5. $|-5| = 5$

El valor absoluto de +3 es 3. $|+3| = 3$

Ejercicio 25.- Completar la siguiente tabla, calculando el opuesto y el valor absoluto de los números enteros:

Número	Opuesto	Valor Abs.	Número	Opuesto	Valor Abso
5			-133		
-23			-54		
+12			+1		
36			75		
-15			+29		
+6			-3		

2.2.- OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS.

2.2.1.- Suma y resta de dos números enteros.

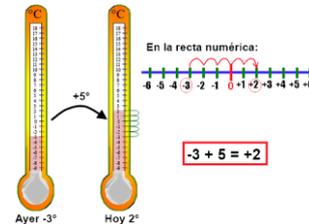
Caso 1.- Los dos números van precedidos del mismo signo

$$\begin{array}{l} 3 + 4 = 7 \qquad -2 - 3 = -5 \\ 5 + 9 = 14 \qquad -4 - 2 = -6 \\ 2 + 6 = 8 \qquad -5 - 1 = -6 \end{array}$$

- Se suman los valores absolutos.
- Se mantiene el signo común.

Caso 2.- Los número van precedidos de signos diferentes.

$$\begin{array}{l} 4 - 3 = 1 \qquad -2 + 4 = 2 \\ 5 - 2 = 3 \qquad -3 + 1 = -2 \\ 4 - 5 = -1 \qquad -3 + 4 = 1 \end{array}$$



- Se restan los valores absolutos.
- El resultado lleva el signo que precede al número de mayor valor absoluto.

Ejercicio 26.- Calcular:

- | | |
|-------------|--------------|
| a) $3+9=$ | i) $-10+20=$ |
| b) $6+3=$ | j) $-8+3=$ |
| c) $12+10=$ | k) $5-1=$ |
| d) $-4+3=$ | l) $5-12=$ |
| e) $-6+9=$ | m) $50-20=$ |
| f) $-15+8=$ | n) $50-60=$ |
| g) $-9+5=$ | o) $12-9=$ |
| h) $-6+15=$ | p) $9-10=$ |

q) $-3 - 5 =$
 r) $-5 - 15 =$
 s) $-7 - 8 =$

t) $-3 - 62 =$
 u) $-90 - 10 =$
 v) $12 - 70 =$

2.2.2 Suma y resta de más de dos números enteros.

Método 1.- Realizar las operaciones en orden de izquierda a derecha.

Ejemplo 1.- $4 + 5 - 7 = 9 - 7 = 2$

Ejemplo 2.- $3 - 6 + 8 - 2 = -3 + 8 - 2 = 5 - 2 = 3$

Ejemplo 3.- $-2 - 4 + 10 = -6 + 10 = 4$

Método 2.- Sumar, por un lado, los números positivos y, por otro los negativos.

Ejemplo 1.- $4 + 7 - 6 - 5 + 1 = (4 + 7 + 1) - (6 + 5) = 12 - 11 = 1$

Ejemplo 2.- $6 - 3 - 5 + 4 - 9 = (6 + 4) - (3 + 5 + 9) = 10 - 17 = -7$

Ejemplo 3.- $-4 + 6 + 2 - 8 = (6 + 2) - (4 + 8) = 8 - 12 = -4$

Ejercicio 27.- Realizar las siguientes sumas y restas de números enteros.

- a) $3 - 5 + 6 + 3 - 5 + 10 =$
- b) $-10 + 6 - 3 + 8 + 5 + 4 - 12 =$
- c) $20 + 10 - 5 - 14 + 6 - 8 =$
- d) $2 - 3 - 5 + 6 + 8 - 10 =$
- e) $-4 + 10 + 2 + 18 - 21 =$
- f) $-5 + 6 - 7 + 4 - 1 - 3 =$
- g) $8 + 5 - 3 - 7 - 8 + 15 =$
- h) $7 + 4 - 6 + 8 - 12 =$
- i) $23 - 12 - 15 + 6 - 4 - 3 =$
- j) $-30 - 20 + 15 + 25 - 8 =$

2.2.2.- Multiplicación de números enteros.

Para multiplicar números enteros:

- Se multiplican los valores absolutos.
- Se aplica la regla de los signos de la multiplicación.

$(+) \times (+) = +$ $(-) \times (-) = +$ $(+) \times (-) = -$ $(-) \times (+) = -$	$(+) \div (+) = +$ $(-) \div (-) = +$ $(-) \div (+) = -$ $(+) \div (-) = -$
Multiplicación	División

$$\begin{array}{lll}
4 \cdot 3 = 12 & (-6) \cdot (-4) = 24 & 6 \cdot (-2) = -12 \\
5 \cdot 6 = 30 & 4 \cdot (-9) = -36 & 3 \cdot 4 \cdot (-1) = -12 \\
(+3) \cdot 5 = 15 & (-5) \cdot 5 = -25 & (-2) \cdot (-1) \cdot 5 = 10 \\
(-3) \cdot (-10) = 30 & (-1) \cdot 8 = -8 & (-2) \cdot (-2) \cdot (-3) = -12
\end{array}$$

Ejercicio 28.- Realizar las siguientes multiplicaciones de números enteros:

- | | |
|------------------------|-----------------------------------|
| a) $3 \cdot 6 =$ | k) $(+6) \cdot (-5) =$ |
| b) $5 \cdot 9 =$ | l) $1 \cdot (-57) =$ |
| c) $(+3) \cdot 7 =$ | m) $(-5) \cdot (-5) =$ |
| d) $(+8) \cdot (+6) =$ | n) $(-6) \cdot (-4) =$ |
| e) $(-7) \cdot (+7) =$ | o) $(-8) \cdot (-3) =$ |
| f) $(-9) \cdot 10 =$ | p) $(-7) \cdot (-2) =$ |
| g) $(-4) \cdot 2 =$ | q) $(-3) \cdot 5 \cdot 2 =$ |
| h) $(-10) \cdot 18 =$ | r) $(-2) \cdot (-6) \cdot (-5) =$ |
| i) $6 \cdot (-7) =$ | s) $5 \cdot (-6) \cdot 4 =$ |
| j) $12 \cdot (-2) =$ | |

2.2.3.- División de números enteros.

Para dividir números enteros:

- Se dividen los valores absolutos.
- Se aplica la regla de los signos de la división.

Ejemplos.-

$$\begin{array}{lll}
4 : 2 = 2 & (-12) : (-4) = 3 & 6 : (-2) = -3 \\
30 : 6 = 5 & 18 : (-9) = -2 & 14 : 2 : (-1) = -7 \\
(+15) : 5 = 3 & (-5) : 5 = -1 & (-20) : (-1) : 5 = 4 \\
(-30) : (-10) = 3 & (-24) : 8 = -3 & (-16) : (-2) : (-2) = -4
\end{array}$$

Ejercicio 28.- Realizar las siguientes divisiones de números enteros:

- | | |
|-------------------|----------------------------|
| a) $12 : 6 =$ | j) $(-35) : 7 =$ |
| b) $36 : 9 =$ | k) $(-650) : 10 =$ |
| c) $(+45) : 5 =$ | l) $(-25) : (-5) =$ |
| d) $24 : (-3) =$ | m) $(-8) : (-4) =$ |
| e) $28 : (-7) =$ | n) $(-16) : (-4) =$ |
| f) $63 : (-9) =$ | o) $(-105) : (-1) =$ |
| g) $90 : (-10) =$ | p) $100 : 10 : 5 =$ |
| h) $(-12) : 6 =$ | q) $54 : (-9) : (-2) =$ |
| i) $(-54) : 1 =$ | r) $(-36) : (-3) : (-4) =$ |

2.2.4.- Potencias de números enteros.

$$\begin{array}{l}
3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 \\
(-1)^2 = (-1) \cdot (-1) = 1
\end{array}$$

Ejemplos.-

$$\begin{array}{l}
(-1)^3 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1 \\
(-1)^4 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1 \\
(-1)^5 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1
\end{array}$$

$$(+)^{\text{par}} = +$$

$$(+)^{\text{impar}} = +$$

$$(-)^{\text{par}} = +$$

$$(-)^{\text{impar}} = -$$

Ejercicio 29.- Calcular las siguientes potencias de números enteros:

a) $5^2 =$

b) $2^4 =$

c) $2^3 =$

d) $3^3 =$

e) $(-2)^4 =$

f) $(-5)^2 =$

g) $(-4)^2 =$

h) $(-10)^4 =$

i) $(-3)^4 =$

j) $(-1)^5 =$

k) $(-2)^3 =$

l) $(-3)^3 =$

m) $(-10)^5 =$

2.2.5.- Raíces cuadradas de números enteros.

La raíz cuadrada de un número positivo tiene dos soluciones, una positiva y otra negativa.

Ejemplos.- $\sqrt{25} = \pm 5$, porque $5^2 = 25$ y también $(-5)^2 = 25$

$\sqrt{16} = \pm 4$, porque $4^2 = 16$ y también $(-4)^2 = 16$

No existen raíces cuadradas de números negativos, porque el cuadrado de cualquier número siempre es un número positivo.

Ejemplos.- $\sqrt{-25} = \text{No existe } (\nexists)$

$\sqrt{-14} = \text{No existe } (\nexists)$

Ejercicio 30.- Calcular las siguientes raíces cuadradas de números enteros:

a) $\sqrt{25} = \pm 5$

b) $\sqrt{49} =$

c) $\sqrt{-1} =$

d) $\sqrt{64} =$

e) $\sqrt{-25} =$

f) $\sqrt{1} =$

g) $\sqrt{100} =$

h) $\sqrt{-100} =$

i) $\sqrt{81} =$

j) $\sqrt{10000} =$

k) $\sqrt{9} =$

l) $\sqrt{-64} =$

m) $\sqrt{36} =$

n) $\sqrt{-8} =$

o) $\sqrt{0} =$

Ejercicio 31.- Realizar, paso a paso, las siguientes operaciones combinadas, respetando el orden de realización de las operaciones:

a) $2 + 5 - 3 + 8 - 12 + 10 =$

b) $5 \cdot 6 : 10 + 5 - 15 =$

c) $3 \cdot 4 - 2 \cdot (7 - 10) + 4$

d) $10 - 5 : 5 + 4^2 =$

e) $6 - 2 \cdot 3 + 4(2 + 5) =$

f) $6 - 3 + (4 + 5 - 11) \cdot 6 + 20 =$

g) $-3 + 6 : 2 \cdot 4 + 3(6 - 2 \cdot 5) =$

h) $(5 - 1)^2 - 10 - 15 + 3 \cdot 5 =$

i) $(12 - 10) \cdot (7 - 10) + 5 - 12 =$

j) $3 \cdot 2^3 - 10 + 6 \cdot (-3) =$

k) $6 + 2(3 - 5) + 5^2 =$

l) $2 \cdot (-3)^2 : 6 - 3(6 - 9) =$

2.3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Ejercicio 32.- Un ascensor se encuentra en el piso 5º piso. A continuación, baja 7 pisos, sube 10, baja 4, sube 1, baja 3, baja 6, sube 2 y baja 1. ¿En qué piso se encuentra ahora? Indicar la solución mediante una expresión de números enteros.

Ejercicio 33.- Un avión despegue de un aeropuerto que se encuentra a 780 m de altura sobre el nivel del mar. Al cabo de 5 minutos ha conseguido ascender otros 1200 m. Después desciende 350 m para evitar una corriente de aire. Pasada la corriente de aire, asciende otros 450 m. ¿Cuántos metros tendrá que descender para aterrizar en un aeropuerto que se encuentra a 120 m sobre el nivel del mar?

Ejercicio 34.- Calcular la edad a la que murió una persona que nació en el año 37 antes de Cristo y murió en el año 18 después de Cristo.

Ejercicio 35.- El día 12 de diciembre en Moscú se registró una temperatura de 12º bajo cero. A esa misma hora, en Buenos Aires, hacía una temperatura de 24 grados sobre cero. ¿Qué diferencia térmica existía en ese momento entre las dos ciudades?

Enlace a vídeos con explicaciones para poder hacer los ejercicios:

https://www.edu.xunta.gal/espazoAbalar/sites/espazoAbalar/files/datos/1491483050/contido/u4_nmeros_enteros.html