



**Programa de Refuerzo**  
**Recuperación Matemáticas 3º ESO**  
**(Cuadernillo I)**



## Tema 1. Números enteros.

1. Realiza las operaciones.

- |                                 |                                       |
|---------------------------------|---------------------------------------|
| a. $7 \cdot (8 - 1) - (4 - 1)$  | f. $(15 - 10) \cdot 8 - (18 - 2) : 4$ |
| b. $22 - (14 - 5 + 11 \cdot 2)$ | g. $[(-15) \cdot 4] : 6$              |
| c. $(5 - 3) \cdot [2 - (-5)]$   | h. $(-15) : 3 + (25 - 15) \cdot 2$    |
| d. $(35 - 8) : 3 - (12 - 5)$    | i. $(15 - 7) : 4 + 7 - 3$             |
| e. $(-2 - 6) \cdot (-5 + 1)$    | j. $[(-4) \cdot (-4) + 48] : 2$       |

2. Realiza las operaciones.

- |   |   |
|---|---|
| a. $3 - 5 + 2 - 8 - 11 + 8 - 17$                  | d. $(-2) \cdot 4 \cdot (-5) \cdot (-1)$ |
| b. $5 - (-3) + 5 - (3 - 8 - 11) - 4$              | e. $60 : [(-12) : 3]$                   |
| c. $(15 - 11) - [(4 - 13 + 21) - (11 - 13 + 43)]$ | f. $[-100 : (-4)] : (-25)$              |

## Tema 2. Fracciones.

1. Realiza las siguientes operaciones con fracciones.

- |   |   |
|---|---|
| a. $\frac{5}{6} - \left(\frac{4}{45} + \frac{1}{9}\right) + \frac{9}{10} - \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{15}\right)$ | e. $\left(3 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(2 - \frac{5}{6}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)$           |
| b. $\frac{21}{26} + \frac{40}{39} - \frac{7}{130}$  | f. $\left(4 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(5 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)$ |
| c. $\frac{51}{25} \cdot \frac{15}{27}$  | g. $\left(32 : \frac{8}{5}\right) + \left(\frac{9}{2} : 6\right)$   |
| d. $\frac{2}{15} \cdot \frac{12}{7} \cdot \frac{10}{9}$   | h. $\left(-\frac{8}{3} - 1\right) : \left(-\frac{7}{4} - 1\right)$  |

2. Realiza las operaciones con fracciones.

- |   |  |
|---|--|
| a. $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) : 5$ | d. $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{12}{5}\right)$   |
| b. $\frac{2/7}{9/4} + \frac{1/6}{7/5}$                            | e. $\left(2 \cdot \frac{1}{3} - 3\right) : \left(1 + \frac{1}{3}\right)$       |
| c. $\frac{20}{8/3} - \frac{6}{4/5}$                               | f. $\left(3 - \frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right)$ |

3. A lo largo del día un alumno pasa  $\frac{1}{3}$  del tiempo durmiendo y los  $\frac{3}{8}$  en el colegio. Las clases le ocupan los  $\frac{2}{3}$  del tiempo que pasa en el colegio. ¿Qué fracción del día le ocupan las clases?  
¿Cuántas horas?



4. Un alumno compra un paquete de folios para su trabajo. Utiliza la décima parte en un trabajo de Sociales; la tercera parte de lo que le queda en un trabajo de Ciencias. Se sabe que ha dedicado a Matemáticas tantos folios como a Sociales y Ciencias. Le sobraron 150 folios ¿Cuántos folios tenía el paquete?
5. Una sangría tiene la composición siguiente:  $\frac{1}{4}$  de vino tinto,  $\frac{2}{5}$  de gaseosa y el resto de zumos naturales.  
Pedro se bebió medio vaso de combinado, lo rellenó con gaseosa y se lo dio a su amigo Juan. Compara las proporciones del vino, gaseosa y zumos naturales que tenían las sangrías que se tomaron cada uno de ellos. Si el contenido del vaso era de  $\frac{1}{3}$  de litro. ¿Qué cantidades de gaseosa, vino y zumos se bebió cada uno?
6. Si a la cantidad de dinero que tengo le añadiese la mitad más su quinta parte más un euro podría comprar una televisión que cuesta 324€. ¿Cuánto dinero tengo?



7. Un escritor escribe una novela en cuatro meses. El primer mes escribe  $\frac{2}{5}$  del total, el segundo  $\frac{1}{6}$ , el tercero  $\frac{2}{15}$  y el cuarto mes 54 páginas. ¿Cuántas páginas tiene la novela?
8. Me gasto  $\frac{3}{7}$  de mi dinero en un comic y  $\frac{1}{3}$  del resto en un bocadillo. Si aún me quedan 8€, ¿Cuánto tenía?
9. Un camión cubre la distancia entre dos ciudades en tres horas, la primera hora hace  $\frac{3}{8}$  del trayecto, en la segunda hora hace los  $\frac{2}{3}$  de lo que queda y en la tercera, los 80 *km* restantes. ¿Cuál es la distancia total recorrida?
10. Un tractor avanza cuatro metros y dos quintos de metro por cada vuelta que da la rueda grande. Si el tractor recorre 30 *km* en una hora, ¿Cuántas vueltas da la rueda en un minuto?
11. En un frasco de jarabe caben  $\frac{3}{8}$  de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con cuatro litros y medio de jarabe?



### Tema 3. Potencias

1. Calcula el valor de las siguientes expresiones.

a.  $3^{-4} \cdot 3^{-2}$

b.  $5^{-2} \cdot 5^0$

c.  $3^{-5} \cdot 3^2$

d.  $5^{-4} \cdot 5^{-2}$

d.  $[(-3)^{-4}]^{-2}$

e.  $[(-2)^4]^{-2}$

f.  $(-3)^{-4} \cdot (-3)^{-1}$

g.  $(-2)^{-3} \cdot (-2)^4$

2. Efectúa las siguientes operaciones.

a.  $\frac{4^3 \cdot 16^2}{8^3}$

b.  $8^{-2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

c.  $\frac{a^3 \cdot a^{-2}}{a^3}$

d.  $x^5 \frac{x^2 \cdot x^{-5}}{x^6}$

e.  $2^{-3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

f.  $\frac{1}{8^3} \left(\frac{2^5}{8^4}\right)^2$

g.  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right)^3$

h.  $\left(\frac{5}{4}\right)^2 : \left(\frac{5}{4}\right)^{-1}$

i.  $\frac{1}{4^{-1}} \cdot \left(\frac{2^2}{4^2}\right)^2$

j.  $\left(1 - \frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{3}{2}\right)^{-1}$

3. Efectúa y simplifica las siguientes potencias.

a.  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2$

b.  $\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{-2}$

c.  $\left(\frac{2}{3}\right)^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^4$

d.  $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3$

4. Opera y simplifica las siguientes potencias.

a.  $a^3 \cdot (a^2)^2 \cdot (a^3)^2$

b.  $\frac{(x^2)^3 \cdot (x^4)^2}{(x^3)^3}$

c.  $(a^3)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{a^2}\right)^{-2}$

d.  $a^{-3} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{-2}$

e.  $\frac{1}{(a^2)^3} \cdot \left(\frac{a^5}{(a^3)^4}\right)^2$

f.  $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2a}\right)^3$

g.  $\left(\frac{b}{a}\right)^2 : \left(\frac{b}{a}\right)^{-1}$

h.  $x^{-3} \cdot (x^3)^{-2}$

i.  $\frac{1}{a^{-1}} \cdot \left(\frac{a^2}{(a^2)^2}\right)^2$

j.  $(x^{-2} \cdot \frac{x}{y})^2 \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^{-1}$

5. Efectúa y simplifica las siguientes potencias.

a.  $\left(\frac{1}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{a}\right)^2$

b.  $\left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}$

c.  $\left(\frac{2}{x}\right)^4 : \left(\frac{1}{x}\right)^4$

d.  $\left[\left(\frac{1}{a}\right)^2\right]^3$

6. Ordena de menor a mayor los siguientes números.

$(-2)^{-1}$

$(-2)^2$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

$\left(\frac{-1}{2}\right)^2$









## Tema 5. Progresiones.

1. Determina si las siguientes sucesiones son aritméticas o geométricas. Calcula la diferencia o la razón según corresponda en cada una de ellas.

a.  $2, 7, 12, 17, 22 \dots$

c.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32} \dots$

b.  $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2} \dots$

d.  $2, -10, 50, -250, 1250 \dots$

2. Halla los términos  $a_2$ ,  $a_7$  y  $a_{10}$  de las siguientes sucesiones.

a.  $a_n = n^2 + 1$

b.  $a_n = \frac{2n-1}{n}$

3. Halla el primer término y el término general de la siguiente progresión aritmética:  $d = 5$  y  $a_8 = 37$ .

4. El primer término de una progresión aritmética es 7 y la diferencia es 3. Calcula la suma de los 50 primeros términos de la progresión.

5. Halla la suma de los quince primeros términos de la progresión geométrica:  $3, 6, 12, 24 \dots$



6. En un edificio, el primer piso se encuentra a  $7,40\text{ m}$  de altura, y la distancia entre dos pisos consecutivos es de  $3,80\text{m}$ .
- a. ¿Á que altura está el 9º piso?
- b. Obtén una fórmula que nos indique la altura a la que se encuentra el piso  $n$ .
7. El padre de Juan decide guardar un euro el día que Juan cumple un año. Irá guardando la cantidad en todos los cumpleaños de su hijo. ¿Cuánto dinero habrá ahorrado el día que cumpla 10 años?
8. ¿Cuántos términos hay que sumar de la progresión aritmética  $4, 8, 12 \dots$  para obtener como resultado 220?
9. En una progresión geométrica  $a_1 = 3$  y la razón es  $r = 2$ , halla el lugar que ocupa el término que vale 1536.
10. ¿Cuánto es la suma de los infinitos términos de la sucesión  $6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4} \dots$ ?



## Tema 6. Polinomios.

1. Sean los polinomios siguientes.

$$P(x) = 2x - 3$$

$$Q(x) = x^2 - x + 2$$

$$R(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

- a.  $P(x) + Q(x)$   
b.  $P(x) - 2 \cdot Q(x) + R(x)$   
c.  $P(x) \cdot R(x)$   
d.  $P(x) \cdot Q(x) + R(x)$   
e.  $2(P(x) - Q(x)) - 3R(x)$
2. Efectuar los productos notables siguientes.

a.  $(3x - 1)^2$

f.  $(5a - b^2)^2$

b.  $(x^2 + 2)^2$

g.  $(t - ab)^2$

c.  $(x^3 + y)(x^3 - y)$

h.  $(\sqrt{2} + 3a)^2$

d.  $(3x^2 + x)^2$

i.  $(\frac{1}{2}xy - y^3)^2$

e.  $(2x - x^2)^2$

j.  $(x - \frac{5}{2}x^3)^2$

3. Sean los polinomios siguientes:  $P(x) = x + 3$  ;  $Q(x) = x^3 + x + 2$  ;  $R(x) = 2x^2 - 3x + 1$ . Halla el cociente y resto de:

a.  $Q(x) : P(x)$

b.  $[Q(x) + R(x)] : P(x)$

4. Dados  $A(x) = 5 - \frac{2}{3}x + 4x^2 - x^3$  ;  $B(x) = 2 + \frac{4}{5}x - 8x^3$  y  $C(x) = 3 - x^2 + x^4$ . Calcular:

a.  $A(x) - B(x) - C(x)$

b.  $C(x) \cdot (A(x) - B(x))$

c.  $B(x) \cdot C(x)$

5. Efectuar las operaciones siguientes.

a.  $(3x + 5y)^2$

b.  $(3a - 5ab)^2$

c.  $(2xy - 5x) \cdot (2xy + 5x)$

d.  $(3 + t^2)^2$

e.  $(p^2 - q) \cdot (p^2 + q)$

6. Sabiendo que  $A(x) = (x^2 - 2) \cdot (x^4 + m)$  y  $B(x) = x^6 - 2x^4 - 6x^2 + ax + b$  son iguales, hallar  $a, b$  y  $c$ .



7. Sabiendo que los polinomios  $A(x) = (x - 3)(x + 2)(x + a)$  y  $B(x) = bx^3 - 3x^2 + cx + 12$  son iguales, hallar  $a$ ,  $b$  y  $c$ .
8. Hallar el cociente y el resto de las divisiones:
- $(3x^3 + x^2 - 3x - 1) : (x - 1)$
  - $(3x^3 - 2x^2 + x - 2) : (x - 1)$
  - $(x^4 - 3x^2 + 6x - 1) : (x^2 - x + 3)$
  - $(8x^6 - 6x^4 + 6) : (2x^2 - 1)$
  - $(x^4 - 16) : (x + 2)$
9. Halla  $m$  para que  $d(x) = x - \frac{1}{2}$  sea divisor de  $D(x) = mx^4 - x^3 + mx^2 - x + m$ .
10. Calcular el valor numérico de  $P(x) = 3x^3 - 2x + 1$  para  $x = -2$ . ¿Qué resto resultaría de dividir dicho polinomio entre  $x + 2$ ?
11. Expresa en forma de producto.
- $4x^2 - 12xy + 9y^2$
  - $x^2 + 4xy + 4y^2$
  - $4x^2 - 4x + 1$
  - $9a^2 - 30ab + 25b^2$
  - $100x^2 - 4y^6$





## Tema 7. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a.  $-2x - 6 = 7(4x + 14)$

b.  $3x - 2 = 1 - 4x + 5$

c.  $2x - 3 = 5(2 - x)$

d.  $\frac{x}{2} + 3 = 2x - 5$

e.  $2(1 - 2x) = -3(3 + x)$

f.  $x - 2(x + 1) = -2(3 + 2x)$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a.  $\frac{3-2x}{2} = 2(1 + x)$

b.  $\frac{3x}{2} + \frac{5x}{3} = \frac{3x}{4} - 1$

c.  $\frac{x+4}{5} - \frac{x+3}{4} = 1 - \frac{x+1}{2}$

d.  $\frac{3-x}{6} - \frac{x}{2} = \frac{1-x}{5} + \frac{2-x}{3}$

e.  $\frac{x+1}{8} - \frac{x+1}{3} + \frac{3+x}{5} = 0$

f.  $\frac{1-x}{6} - \frac{2-x}{2} = \frac{1-2x}{3} + \frac{2-x}{3}$

g.  $\frac{1+x}{2} - \frac{1-2x}{5} = \frac{1+2x}{10} + \frac{2-x}{5}$

h.  $\frac{3x}{4} - 3\frac{(1-x)}{2} = \frac{1-3x}{6} + \frac{1}{3}$



3. Resolver por reducción los siguientes sistemas.

a. 
$$\begin{cases} 4x + 4y = -4 \\ 2x - 5y = 12 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} 7x + 5y = -20 \\ 5x + 7y = 20 \end{cases}$$

c. 
$$\begin{cases} 3(x + 2) - 5y = 11 \\ x - 7(y - 1) = 14 \end{cases}$$

d. 
$$\begin{cases} 2x - 7y = -22 \\ x + y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

4. Resolver por sustitución los siguientes sistemas.

a. 
$$\begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{y}{3} = 4 \\ 2x - \frac{y}{6} = \frac{15}{2} \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} x + 2y = 20 \\ 3x - \frac{y}{4} = 10 \end{cases}$$

c. 
$$\begin{cases} 2x = 3y \\ \frac{2}{3}x - \frac{4y}{3} = 2 \end{cases}$$

d. 
$$\begin{cases} \frac{1}{6}x - \frac{y+1}{3} = \frac{5}{6} \\ 5x + \frac{y}{4} = \frac{29}{2} \end{cases}$$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas.

a.  $x^2 - 6x = 0$

b.  $x^2 - 11x = 0$

c.  $1 - 4x^2 = -8$

d.  $23 = 9x^2 - 2$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a.  $x^2 - 7x - 18 = 0$

b.  $3x^2 + 15x + 18 = 0$

c.  $7x^2 + 21x - 28 = 0$

d.  $3x^2 - 8x - 3 = 0$



7. Resolver las siguientes ecuaciones sacando factor común.

a.  $x^3 - 7x^2 - 18x = 0$

b.  $x^4 + 5x^3 - 6x^2 = 0$

c.  $x^3 - 6x^2 + 9x = 0$

d.  $x^3 - 26x^2 + 25x = 0$

e.  $x^4 - 8x^3 + 16x^2 = 0$

8. Resolver las siguientes ecuaciones bicuadradas.

a.  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

b.  $x^4 - 16x^2 - 225 = 0$

c.  $x^4 - 81 = 0$

d.  $4x^4 - x^2 = 0$

e.  $3x^4 + 2x^2 = 0$

f.  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$