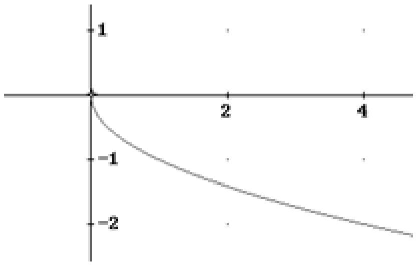
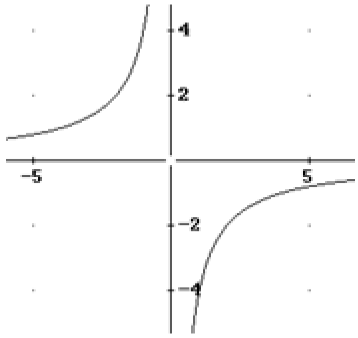
1. Ejercicio. Indica cuál es el dominio y el recorrido de las siguientes funciones:

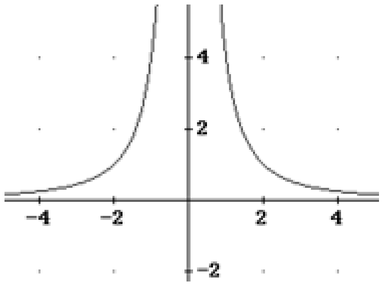
a)



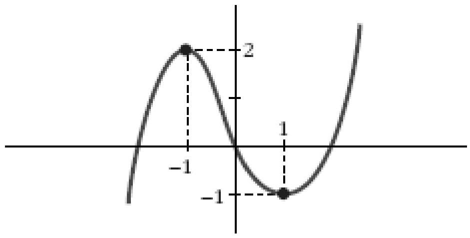
b)



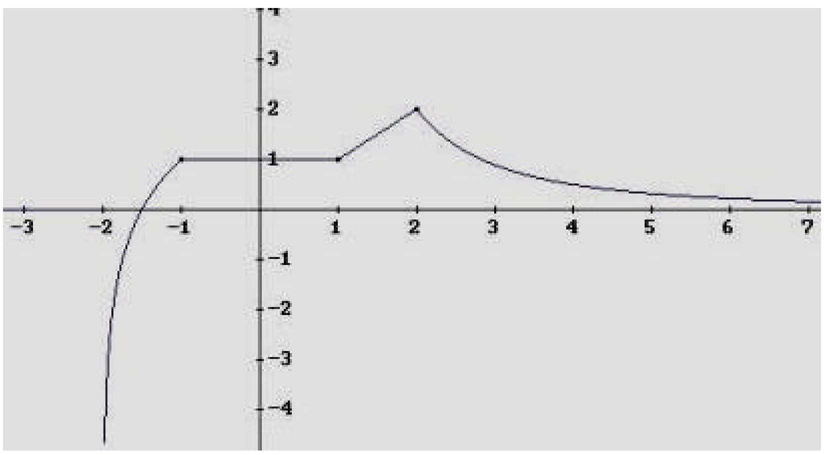
c)



d)



e)



2. Ejercicio: Calcula el dominio de definición de las siguientes funciones

$b(x)=\sqrt{x^2-4x+4}$

$c(x)=\ln(x^2-4)$

$z(x)=e^{\frac{1}{x-3}}$

$f(x)=x^4-2x^2$

$k(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-5x+6}$

$r(x)=\sqrt{x^2-9}$

$h(x)=\sqrt{\dfrac{x-2}{x+3}}$

$g(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x+3}}$

$j(x)=\ln(3x-5)$

$s(x)=\dfrac{-1}{1-x}$

$p(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-1}$

$t(x)=\sqrt[3]{x^2+5}$

$u(x)=\dfrac{\sqrt{3x}}{\sqrt{x-4}}$

$v(x)=\sqrt[6]{x+2}$

$w(x)=\dfrac{x^2-5}{\sqrt{x^2-1}}$

5.3 ***ALGUNAS PROPIEDADES LOCALES DE LAS FUNCIONES***

- **SIMETRÍAS**

Una función f es **simétrica respecto del eje de ordenadas** si verifica:

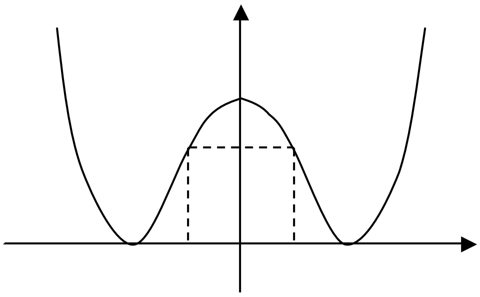
$$f(x) = f(-x),\ \forall\ x \in \text{Dom}(f)$$

Las funciones simétricas respecto del eje de ordenadas se llaman **funciones pares**.

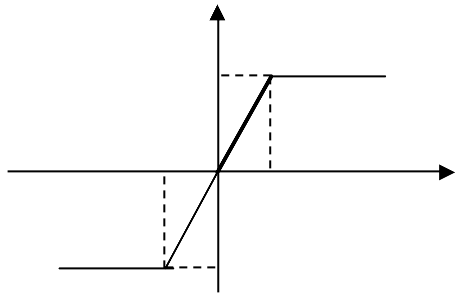
Una función f es **simétrica respecto del origen de coordenadas** si verifica:

$$f(x) = -f(-x),\ \forall\ x \in \text{Dom}(f)$$

Las funciones simétricas respecto del origen de coordenadas se llaman **funciones impares.**



Función par



Función impar

- **ACOTACIÓN. MONOTONÍA Y EXTREMOS.**

Una función f está **acotada superiormente** por un número real k si todos los valores que toma la función son menores o iguales que k.

$$f(x) \leq k,\ \forall\ x \in \text{Dom}(f)$$

El valor k recibe el nombre de cota superior de la función.

Una función f está **acotada inferiormente** por un número real p si todos los valores que toma la función son mayores o iguales que p.

$$f(x) \geq p,\ \forall\ x \in \text{Dom}(f)$$

A p se le llama **cota inferior** de la función.

Una función f se dice **acotada** si lo está superior e inferiormente.

$$p \leq f(x) \leq k,\ \forall\ x \in \text{Dom}(f)$$

Se dice que una función f es **creciente** en un punto x_0 si existe un intervalo abierto I que contiene a x_0 en el que se cumple:

$$\forall x \in I \begin{cases} x < x_0 \Rightarrow f(x) \leq f(x_0) \\ x > x_0 \Rightarrow f(x) \geq f(x_0) \end{cases}$$

Se dice que una función f es **estrictamente creciente** en un punto x_0 si existe un intervalo abierto I que contiene a x_0 en el que se cumple:

$$\forall x \in I \begin{cases} x < x_0 \Rightarrow f(x) < f(x_0) \\ x > x_0 \Rightarrow f(x) > f(x_0) \end{cases}$$