

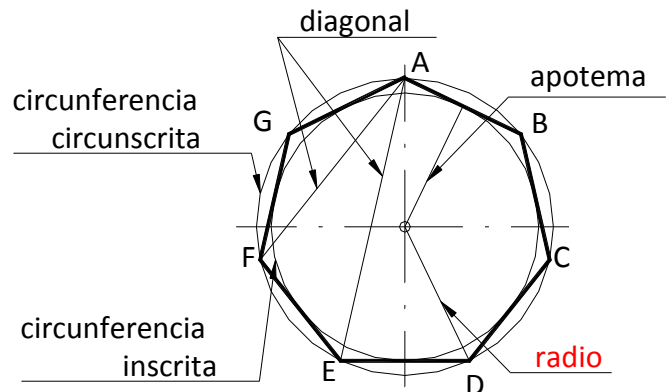
OS POLÍGONOS REGULARES

Chámanse **polígono** a unha figura plana limitada por rectas que se cortan dous a dous.

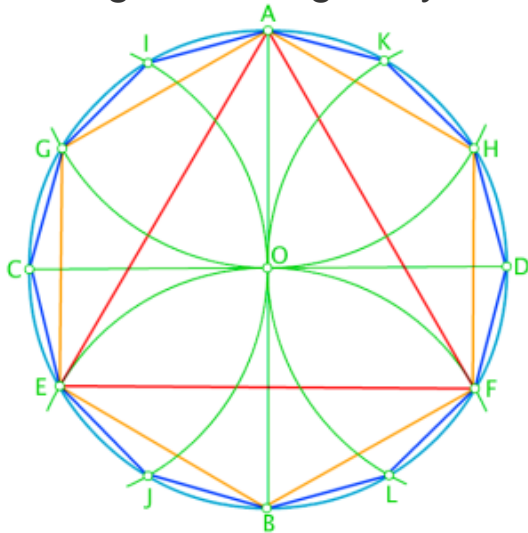
Chámase **polígono regular** ao que teñes os lados iguais e os ángulos iguais.

Nun polígono regular sempre existen unha circunferencia inscrita e outra circunscrita.

- **Vértices:** A,B...
- **Diagonal:** recta que une vértices no consecutivos. Las diagonales de igual tamaño definen un polígono estrellado.
- **Apotema:** es la distancia que va perpendicular desde el centro a un lado. Es el radio de la circunferencia inscrita.
- **Radio:** es la distancia desde el centro a los vértices. Es el radio de la circunferencia circunscrita.



Triángulo, hexágono y dodecágono (construcción exacta)



Comenzaremos trazando dos diámetros perpendiculares entre sí, que nos determinarán, sobre la circunferencia dada, los puntos A-B y C-D respectivamente.

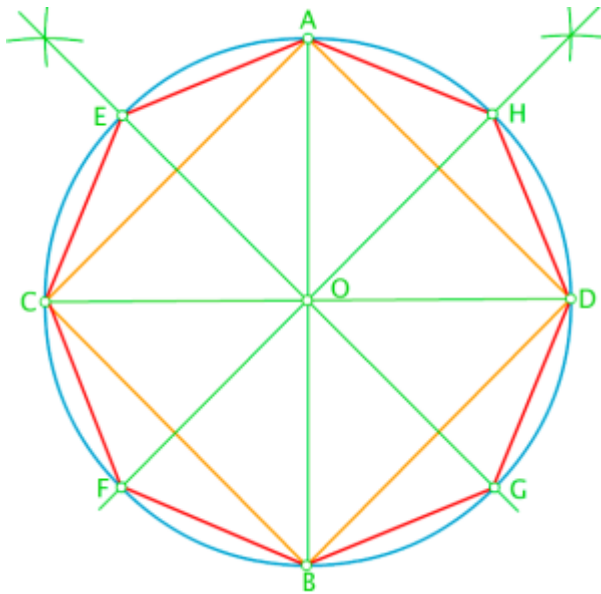
A continuación, con centro en B y 4 trazaremos dos arcos, de radio igual al de la circunferencia dada, que nos determinarán, sobre ella, los puntos 2, 6, 3 y 5. Por último con centro en B trazaremos un arco del mismo radio, que nos determinará el punto C sobre la circunferencia dada.

Uniéndolos puntos 2, 4 y 6, obtendremos el triángulo inscrito. Uniéndolos puntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6, obtendremos el hexágono inscrito. Y uniéndolos puntos 3 y C, obtendremos el lado del dodecágono inscrito; para su total construcción solo tendríamos que llevar este lado, 12 veces sobre la circunferencia.

De los tres polígonos, solo el dodecágono admite la construcción de estrellados, concretamente del estrellado de 5. El hexágono admite la construcción de un falso estrellado, formado por dos triángulos girados entre sí 60° .

NOTA: Todas las construcciones de este ejercicio se realizan con una misma abertura del compás, igual al radio de la circunferencia dada.

Cuadrado y octógono (construcción exacta)



Comenzaremos trazando dos diámetros perpendiculares entre sí, que nos determinarán, sobre la circunferencia dada, los puntos A-B y C-D respectivamente.

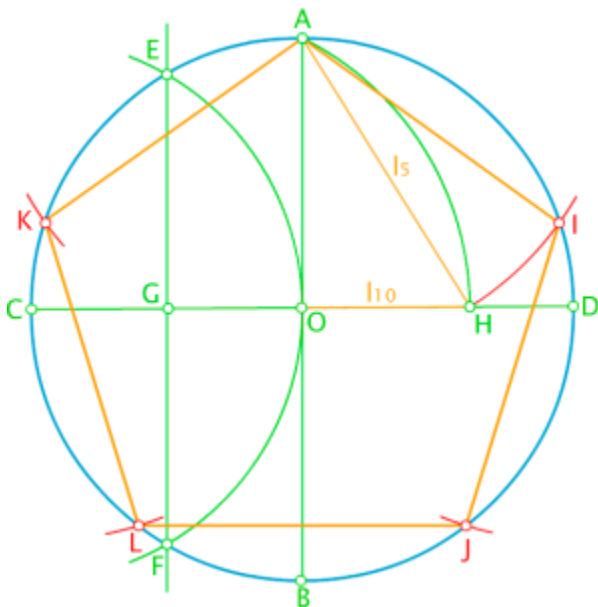
A continuación, trazaremos las bisectrices de los cuatro ángulos de 90° , formados por las diagonales trazadas, dichas bisectrices nos determinarán sobre la circunferencia los puntos E, F, G y H.

Uniendo los puntos A, C, B y D, obtendremos el cuadrado inscrito. Y uniendo los puntos A; E, C, F, B, G, D y H, obtendremos el octógono inscrito.

El cuadrado no admite estrellados. El octógono sí, concretamente el estrellado de 3. El octógono también admite la construcción de un falso estrellado, compuesto por dos cuadrados girados entre sí 45° .

NOTA: De esta construcción podemos deducir, la forma de construir un polígono de doble número de lados que uno dado. Solo tendremos que trazar las bisectrices de los ángulos centrales del polígono dado, y estas nos determinarán, sobre la circunferencia circunscrita, los vértices necesarios para la construcción.

Pentágono y decágono (construcción exacta)



Comenzaremos trazando dos diámetros perpendiculares entre sí, que nos determinarán sobre la circunferencia dada los puntos A- B y C- D respectivamente. Con el mismo radio de la circunferencia dada trazaremos un arco de centro en C, que nos determinará los puntos E y F sobre la circunferencia, uniendo dichos puntos obtendremos el punto G, punto medio del radio O-C.

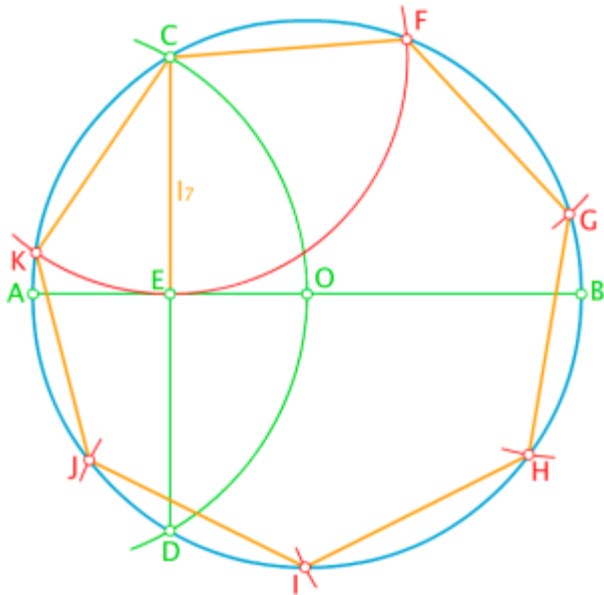
Con centro en G trazaremos un arco de radio G-A, que determinará el punto H sobre la diagonal C-D. La distancia A-H es el lado de pentágono inscrito, mientras que la distancia O-H es el lado del decágono inscrito.

Para la construcción del pentágono y el decágono, solo resta llevar dichos lados, 5 y 10 veces respectivamente, a lo largo de la circunferencia.

El pentágono tiene estrellado de 2. El decágono

tiene estrellado de 3, y un falso estrellado, formado por dos pentágonos estrellados girados entre sí 36° .

Heptágono (construcción aproximada)



construcción, el lado del heptágono inscrito en una circunferencia, es igual a la mitad del lado del triángulo inscrito.

Comenzaremos trazando una diagonal de la circunferencia dada de centro O, que nos determinará sobre ella puntos A y B.

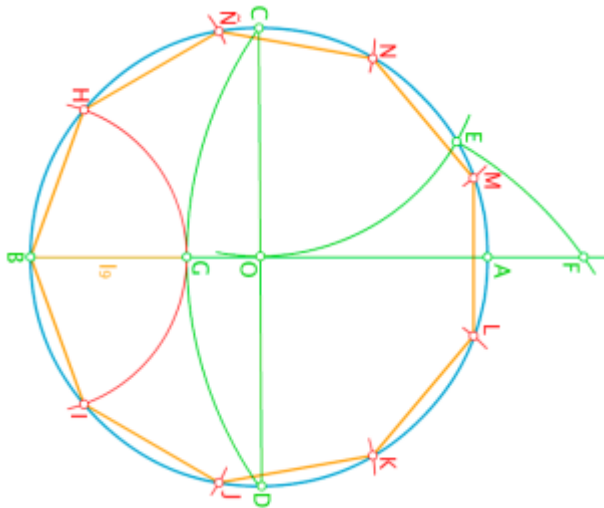
A continuación, con centro en A, trazaremos el arco de radio A-O, que nos determinará, sobre la circunferencia, los puntos C y D, uniendo dichos puntos obtendremos el punto E, punto medio del radio A-O. En C-E habremos obtenido el lado del heptágono inscrito.

Solo resta llevar dicho lado, 7 veces sobre la circunferencia, para obtener el heptágono buscado. Como se indicaba al principio de este tema, partiendo del punto C, se ha llevado dicho lado, tres veces en cada sentido de la circunferencia, para minimizar los errores de construcción.

El heptágono tiene estrellado de 3 y de 2.

NOTA: Como puede apreciarse en la

Eneágono (construcción aproximada)



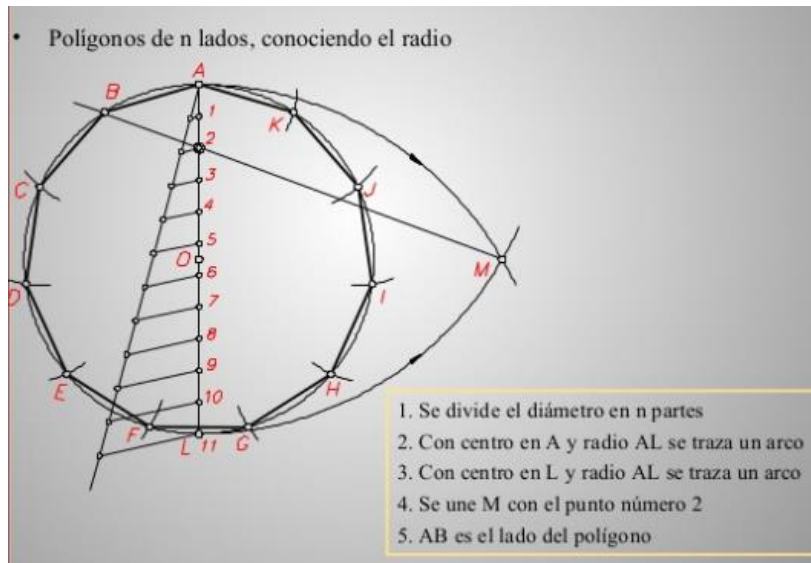
Procediendo como en el caso del heptágono, llevaremos dicho lado, 9 veces sobre la circunferencia, para obtener el eneágono buscado.

El eneágono tiene estrellado de 4 y de 2. También presenta un falso estrellado, formado por 3 triángulos girados entre sí 40° .

Comenzaremos trazando dos diámetros perpendiculares, que nos determinarán, sobre la circunferencia dada, los puntos A-B y C-D respectivamente.

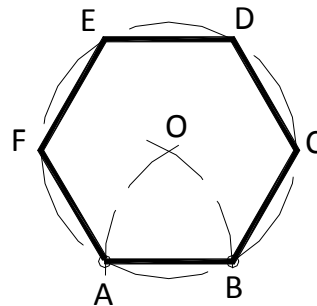
Con centro en C, trazaremos un arco de radio C-O, que nos determinará, sobre la circunferencia dada, el punto E. Con centro en D y radio D-E, trazaremos un arco de circunferencia, que nos determinará el punto F, sobre la prolongación de la diagonal A-B. Por último con centro en F y radio F-D=F-C, trazaremos un arco de circunferencia que nos determinará el punto G sobre la diagonal A-B. En G-B habremos obtenido el lado del eneágono inscrito en la circunferencia.

METODO GENERAL

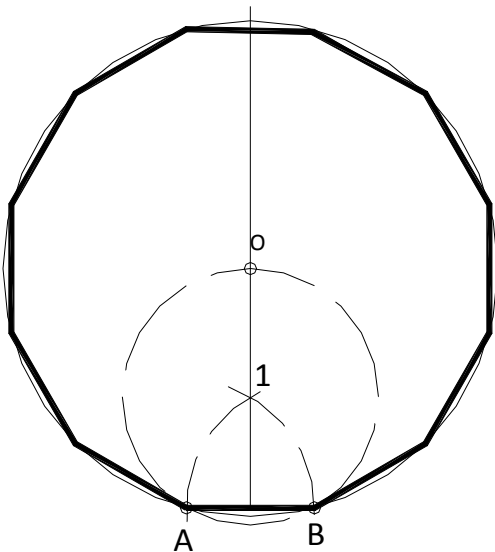


CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS REGULARES COÑECENDO O LADO

EXAGONO regular dado o lado= 15 mm

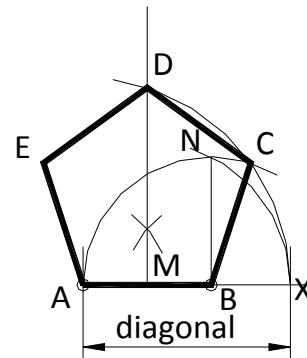


DODECÁGONO lado=15mm

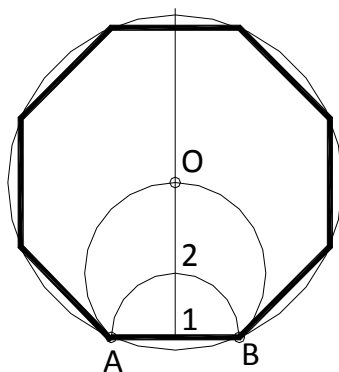
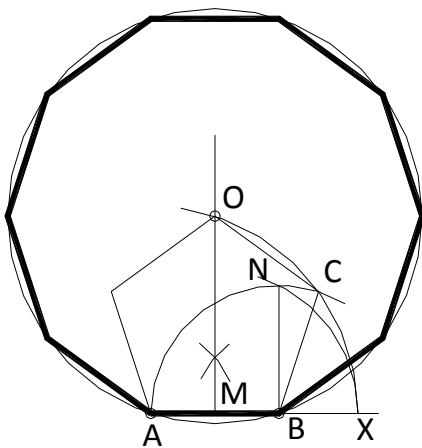


PENTÁGONO lado=15mm

- Dado **AB** trazar a mediatriz dá M. Trazamos unha perpendicular por **B**. Con centro en **B** e **radio AB** arco que corta á Perpendicular en **N** e prolongámolo.
- Con centro en **M** e **radio MN** arco que corta á prolongación en **X**. **AX** é a diagonal do pentágono. Con centro en **A** e **radio AX** arco que dá **C** e **D**.



DECÁGONO l=15mm

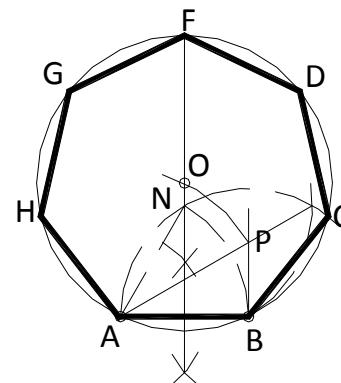


OCTÓGONO l=15

- Mediatriz de AB.
- Con centro en 1 e radio 1A arco que corta en 2.
- Con centro en 2 e radio A2, arco que curta en O.
- Con centro en O e radio OA circunferencia circunscrita

HEPTÁGONO lado=15mm

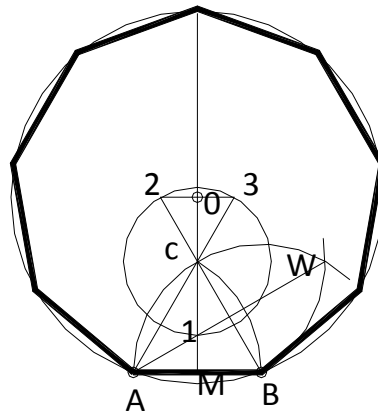
- Dado **AB** trazar a mediatriz.
- Trázase un ángulo de 60° e trázase a súa bisectriz.



- Por **B** trázase unha recta que curta á recta bisectora en P.
- Con centro en **A** e **radio AP** trázase un arco que curta á mediatriz en **O**. Este é o centro da circunferencia circunscrita.

Eneágono

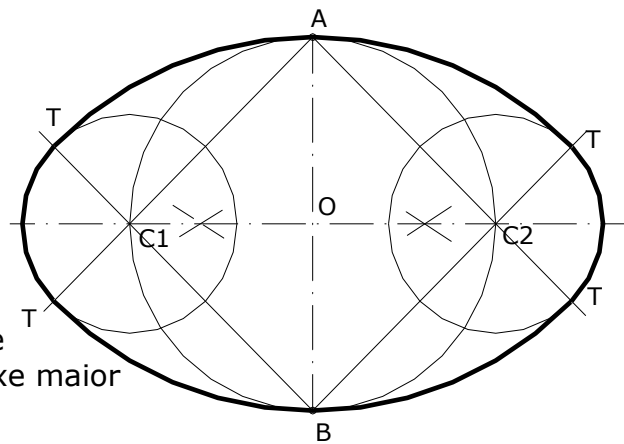
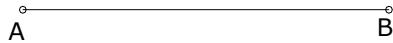
- Dado **AB** trázase un triángulo equilátero e áchase a súa bisectriz.
- Áchase a mediatriz de **AB** que corta á bisectriz no punto **nº 1**.
- Con centro en **C** e **radio C1** trazamos unha circunferencia que corta ás prolongacións do triángulo en 2 e 3
- Unimos 23 e o punto de corte coa mediatriz é O centro da circunferencia circunscrita.



ÓVALO

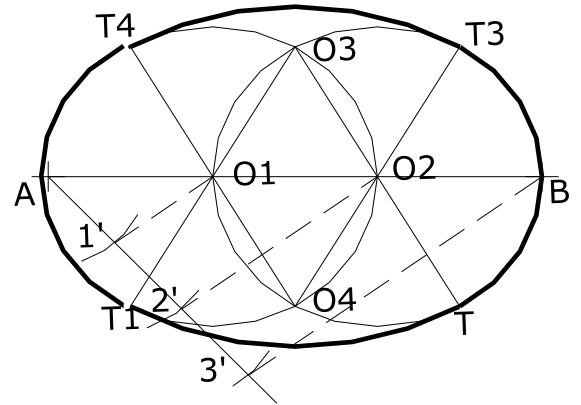
É unha curva pechada e plana, composta por catro arcos de circunferencias iguais dous a dous. Posúe dous eixes de simetría perpendiculares.

• **Construción dun óvalo dado o eixe menor.**



- Trázase a mediatriz do eixe **AB nos** dará a dirección do outro eixe.
- Con centro en **O** e **radio OA**, trázase unha circunferencia que corta ao eixe maior en C1 e C2.
- Únense AC1, AC2, BC1, e BC2 prolongándose cada un dos segmentos.
- Con centro en **A** e **radio AB** trázase un arco que corta ás prolongacións nos **T**.
- Con centro en **B** e **radio AB** trázase un arco que corta ás prolongacións nos outros **T**.
- Con centro en C1 e **radio C1T** váise pechando a curva.
- Con centro en C2 e **radio C2T** péchase a curva.

• **Construción dun óvalo dado o eixe maior.**

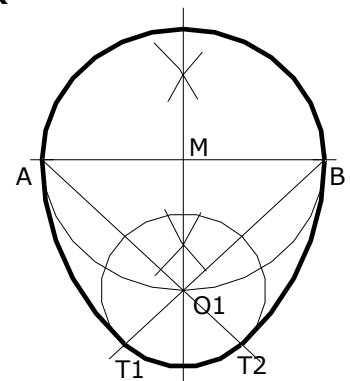
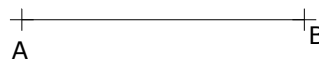


- Divídese o eixe maior en tres partes iguais.
- As devanditas divisións dános os puntos O1 e O2.
- Con centro en O1 e **radio** O1A trázase unha circunferencia.
- Con centro en O2 e **radio** O2B trázase unha circunferencia.
- Ditas circunferencia córtanse en O3 e O4.
- Únense e prolónganse O1O3, O1O4, O2O3, O2O4.
- As prolongacións cortan á circunferencia nos **T**.
- Con centro en O3 e **radio** O3T1 trázase un arco.
- con centro en O4 e **radio** O4 T3 péchase o óvalo.

OVOIDE

É unha curva pechada e plana, composta por dous arcos de circunferencia iguais e outros dous desiguais, ten un só eixe de simetría.

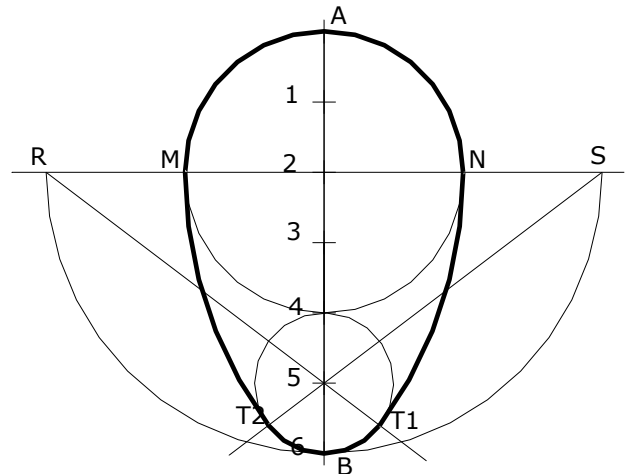
• **Construción dun ovoide dado o eixe menor. (ou o diámetro da semicircunferencia).**



- Trázase a mediatriz do eixe menor que nos dá o punto M.
- Con centro en M e **radio** MA trázase unha circunferencia que corta á mediatriz en O1.

- Unimos AO1 e prolongamos.
- Unimos BO1 e prolongamos.
- Con centro en **A** e **radio AB** trázase un arco ata que corte á prolongación en T2.
- Con centro en **B** e **radio BA** trázase outro arco que corta á prolongación T1.
- Con centro en O1 e **radio O1T1** péchase o Ovoide.

• **Construción dun ovoide dado o eixe maior.**



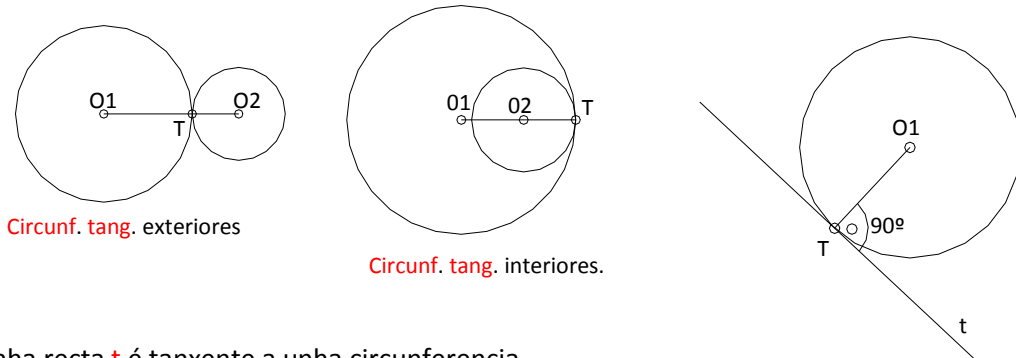
- Divídese o eixe maior en 6 partes iguais.
- Dende a segunda parte, trázase unha recta perpendicular ao eixe maior.
- Con centro en 2 e **radio 2 A**, trázase unha circunferencia que corta á recta perpendicular por 2 en M e N.
- Dende o punto 5 trázase unha circunferencia con **radio 5B**.
- Con centro en 2 e **radio 2B** trázase outra circunferencia que corta á recta perpendicular por 2 en R e S.
- Únese 5R e prolóngase.
- Únese 5 S e prolóngase.
- Con centro en R e **radio RN** trázase un arco ata a prolongación de 5R.
- Con centro en S e **radio SM** trázase un arco ata a prolongación de 5 S.

TANXENCIAS

Dúas figuras son tanxentes cando ten un Punto común, chamado **punto de tanxencia "T"**.
Existen tanxencias entre dúas circunferencias ou entre unha circunferencia e unha recta.

Propiedades das tanxencias.

1. Dúas circunferencias de centros O_1 e O_2 , son tanxentes no punto de tanxencia T , cando os seus centros están aliñados co punto de tanxencia T . Cando son circunferencias tanxentes exteriores o punto está entre os dous centro. Cando son circunferencias tanxentes interiores o punto de tanxencia está nun extremo da unión dos centros.

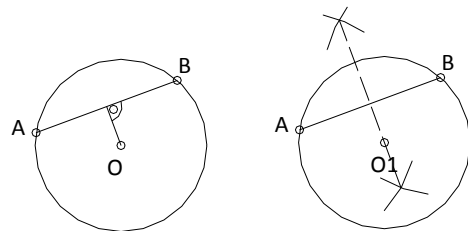


2. Unha recta t é tanxente a unha circunferencia, cando o **radio** é perpendicular coa recta t no punto de tanxencia
3. O centro dunha circunferencia tanxente a dúas rectas que se cortan estará sempre en a recta bisectora do ángulo das dúas rectas
4. O centro dunha circunferencia tanxente a dúas rectas equidistantes está nunha recta que equidista a metade das outras dúas.



5. Todo **radio** perpendicular a unha corda, divide esta en dúas partes iguais e ao arco que abarca á devandita corda. De onde **se**

deduce que a mediatriz dunha corda de unha circunferencia sempre pasa polo centro.

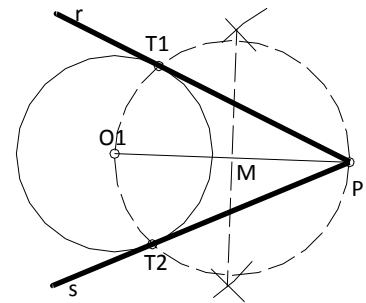
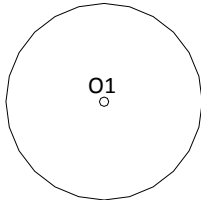


1. Recta tanxente a unha circunferencia por un punto "T" da circunferencia.



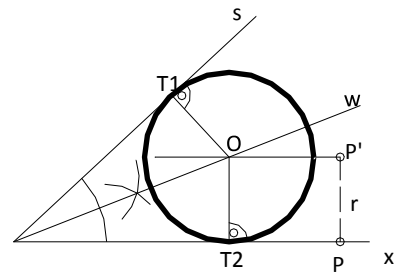
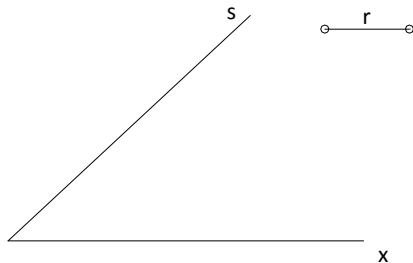
- Dada a circunferencia co punto "T" de tanxencia por onde ten que pasar a recta.
- Unimos O1T e prolongamos.
- Con centro en T e radio O1T trazamos unha semicircunferencia que corta á prolongación en A.
- Trázase a mediatriz do segmento O1A, a **mediatriz** é a recta tanxente á circunferencia que estamos a buscar.

2. Rectas tanxentes a unha circunferencia dada, dende un punto "P" exterior.



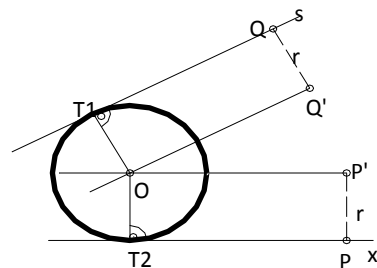
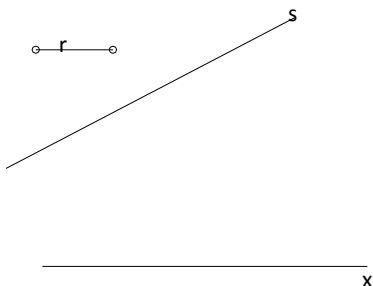
- Datos: a circunferencia de centro O1 e o punto P.
- Únense O1P e trázase a mediatriz, dándonos o punto M.
- Con centro en M e radio MP trázase unha circunferencia que corta á circunferencia de centro O1 en T1 e T2 (Serán os puntos de tanxencia).
- Únense e prolongáanse PT1 e PT2 que serán as rectas tanxentes buscadas.

3. Trazado dunha circunferencia tanxente a dúas rectas que se cortan, coñecendo o radio "r" da circunferencia tanxente.



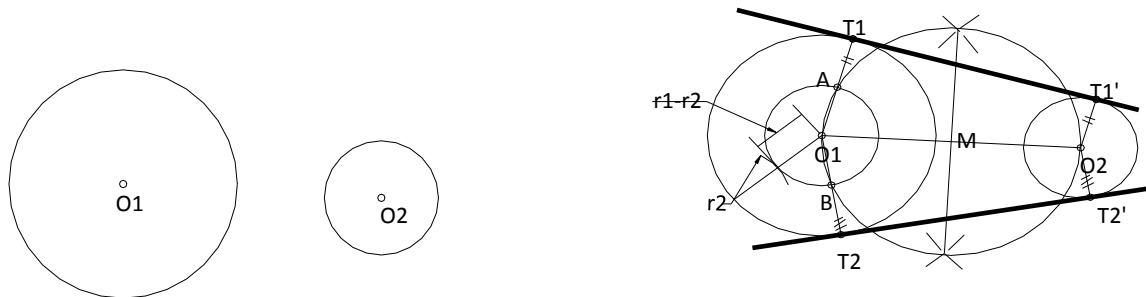
- Trázase a bisectriz das rectas "s" e "X".
- Por un punto "P" calquera da recta x, trázase unha recta perpendicular coa lonxitude do radio "r". Trázase unha recta paralela á recta "x" por P', que corta á bisectriz en O (centro da circunferencia buscada).

4. Trazado dunha circunferencia tanxente a dúas rectas converxentes, coñecendo o radio "r" da circunferencia tanxente.



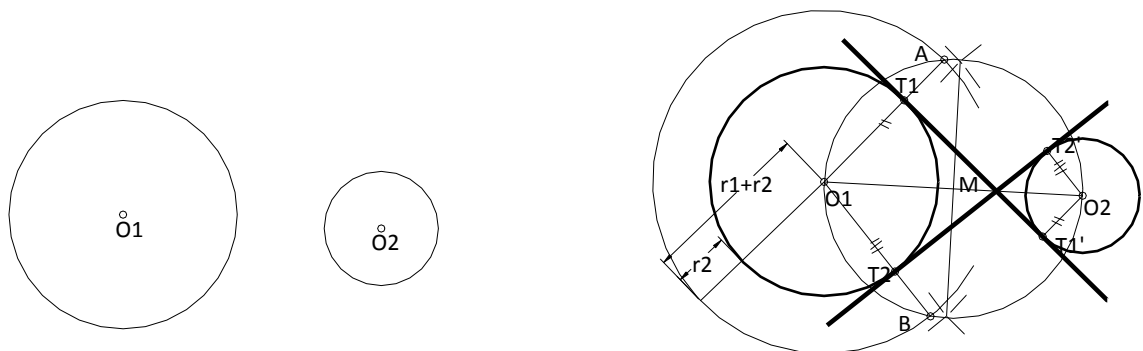
- Buscamos dous puntos calquera "P" e "Q" das rectas dadas "s" e "x".
- Polos devanditos puntos trázanse senllas perpendiculares e traslada o radio dado "r". Obteremos P' e Q'.
- Dende P' e Q' trázanse rectas paralelas a "s" e "x", as cales se cortarán no punto O (centro da circunferencia buscada).
- Búscanse os puntos T1 e T2, trazando perpendiculares a "s" e "x".
- Con centro en O e radio "r" trázase a circunferencia buscada.

5. Trazado das rectas tanxentes exteriores a dúas circunferencias dadas.



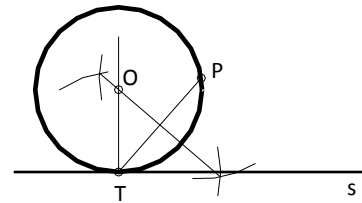
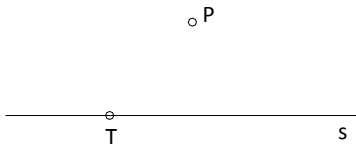
- Únense os centros da circunferencia e trazamos a súa mediatriz e a circunferencia de centro M e radio O1M.
- Con centro en O1 e radio r_1-r_2 trazamos unha circunferencia, que corta á circunferencia de centro M en A e B.
- Unimos O1A, O1B e prolongamos ata que corta á circunferencia O1, en T1 e T2 (son por onde ten que pasar as rectas tanxentes).
- Trazamos rectas paralelas a O1A, O1B por O2 e darannos T1' e T2' (son por onde ten que pasar as rectas tanxentes).
- Unimos T1 T1' e T2 T2' e prolongamos, estas son as rectas tanxentes exteriores buscadas.

6. Trazado das rectas tanxentes interiores a dúas circunferencias dadas.



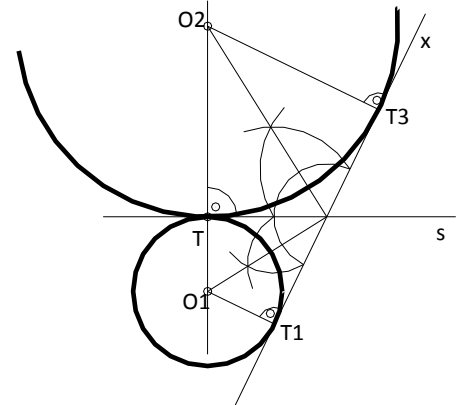
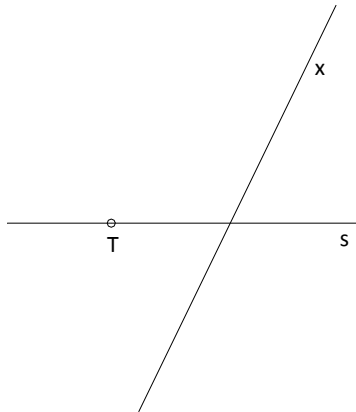
- Únense os centros da circunferencia e trazamos a súa mediatriz e a circunferencia de centro M e radio O1M.
- Con centro en O1 e radio r_1+r_2 trazamos unha circunferencia, que corta á circunferencia de centro M en A e B.
- Unimos O1A, O1B que corta á circunferencia O1, en T1 e T2 (son por onde ten que pasar as rectas tanxentes).
- Trazamos rectas paralelas a O1A, O1B por O2 e darannos T1' e T2' (son por onde ten que pasar as rectas tanxentes).
- Unimos T1 T1' e T2 T2' e prolongamos, estas son as rectas tanxentes interiores buscadas.

7. Trazado dunha circunferencia tanxente a unha recta polo punto "T" de tanxencia e por un punto P.



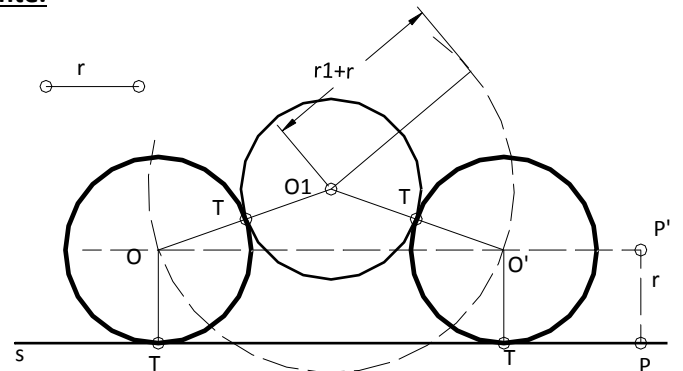
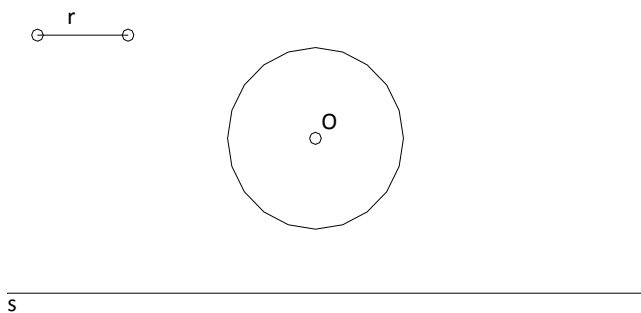
- Trázase por T unha recta perpendicular (xa que ten que formar 90° o radio da circunferencia coa recta, por ser tanxente. E por esa recta ten que pasar o centro da circunferencia).
- Únense PT e trázase a mediatriz (xa que a mediatriz ten que pasar polo centro da circunferencia)
- A mediatriz e a recta perpendicular córtanse en O centro da circunferencia buscada.

8. Trazado das circunferencias tanxentes a dúas rectas dadas coñecendo un punto de tanxencia "T".



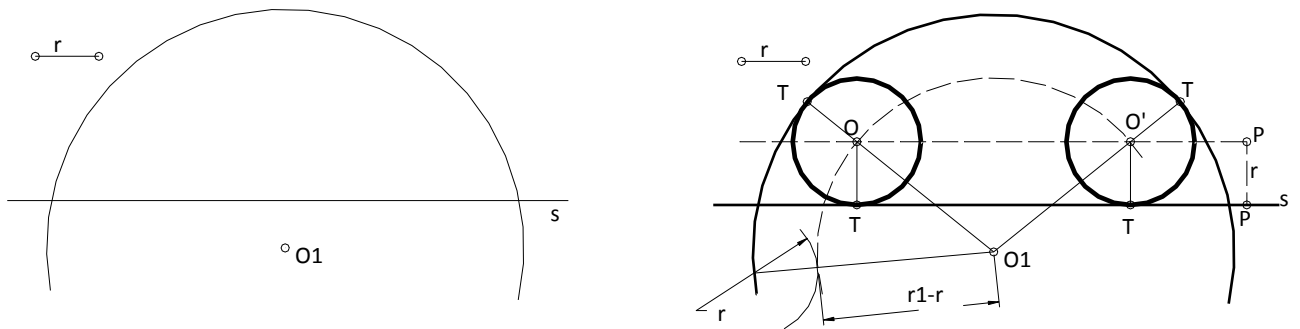
- Polo punto T trázase unha recta perpendicular á recta "s".
- Trázase a bisectriz dos ángulos que forman as dúas rectas "s" e "x" (polas bisectrices teñen que estar os centros das dúas circunferencias buscadas).
- As bisectrices cortan á recta perpendicular por T en O1 e O2.
- Búscanse os puntos de tanxencia T2 e T3, que son perpendiculares a "x".

9. Trazado das circunferencias tanxentes a unha circunferencia e a unha recta dadas, coñecendo o radio "r" da circunferencia tanxente.



- Por un punto P calquera da recta " s " levántase unha recta perpendicular, onde traslada o radio dado " r ". Dende P' trázase unha recta paralela á recta " s ".
- Con centro en O_1 trázase un arco de radio do cal é a suma de r_1+r . O devandito arco corta en dous puntos á recta paralela, son O e O' (centro das circunferencias buscadas).
- Buscamos os puntos de tanxencia coas circunferencias (unindo os centros O_1O e O_1O') e coa circunferencia e recta (trazando perpendiculares á recta dende os centros O e O').

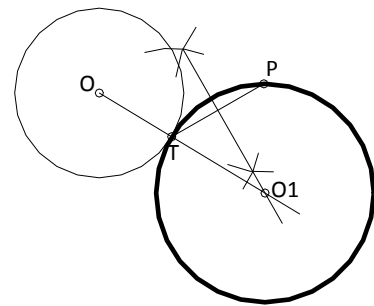
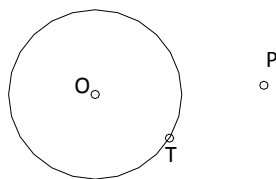
10. Trazado das circunferencias tanxentes a unha circunferencia e a unha recta dadas, coñecendo o radio " r " da circunferencia tanxente (2º caso).



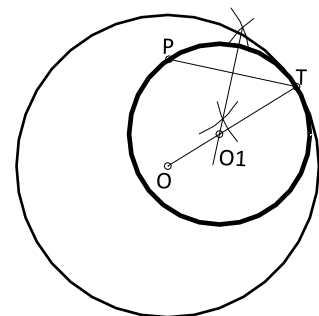
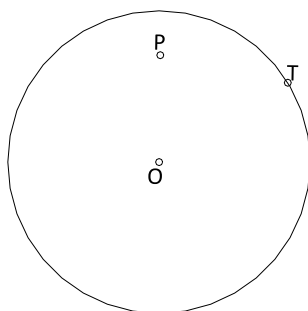
- Buscamos un punto P calquera da recta " s " e trazamos unha recta perpendicular para poñer o radio dado r . Trazamos dende P' unha paralela.
- Con centro en O_1 e radio r_1-r trázase un arco que corta á paralela en O e O' .
- Búscanse os puntos de tanxencia coa circunferencia e coa recta.

11. Trazado dunha circunferencia tanxente a outra circunferencia que pase por " T " e por " P ".

- 1º CASO.



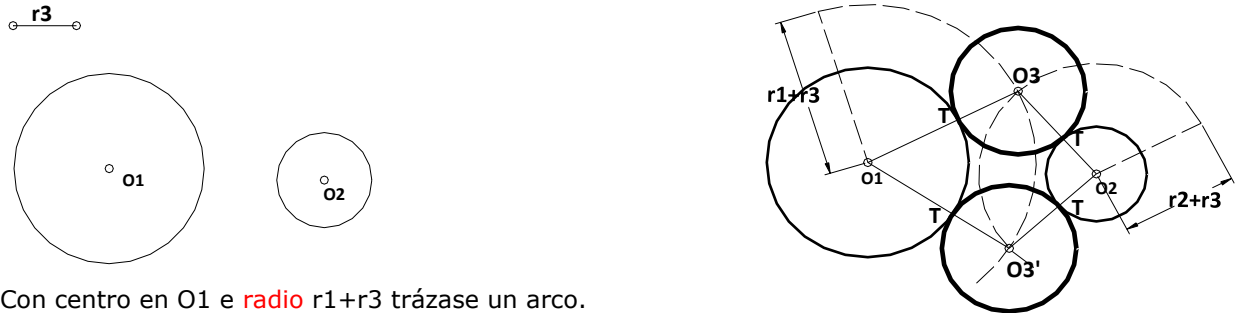
- 2º CASO.



- Unimos OT (no 1º caso, teremos que prolongar xa que serán circunferencias tanxentes exteriores).

- Unimos **PT** e trazamos a mediatriz (xa que **PT** é unha corda da circunferencia e a súa mediatriz pasa polo centro).
- A mediatriz e a unión de **OT** córtanse no Punto **O1** centro buscado. Trazamos a circunferencia con **radio** **O1T**.

12. Trazado das circunferencias tanxentes exteriores a dúas circunferencias dadas, coñecendo o **radio "r" de as circunferencias buscadas.**



- Con centro en **O1** e **radio** r_1+r_3 trázase un arco.
- Con centro en **O2** e **radio** r_2+r_3 trázase un arco.
- Os devanditos arcos córtanse en **O3** e **O3'**.
- Búscanse os puntos de tanxencia, **uniedo** os centros das circunferencias.
- Trázanse as circunferencias buscadas con centro en **O3** e **radio** r_3 .

IMPORTANTE:

- **1º CONTROL- 1º EVALUACIÓN:**
Las vistas , el profesor pondrá tres piezas de las dadas.
- **2º CONTROL- 2º EVALUACIÓN:**
Polígonos conociendo el radio de la circunferencia circunscrita y el lado.
- **3º CONTROL – 3º EVALUACIÓN:**
Tangencias, óvalos y ovoides.
AQUELLOS ALUMNOS QUE NO HUBIERAN SUPERADO ALGÚN CONTROL DE LOS ANTERIORES, PODRÁN RECUPERARLOS EN ESTE EXAMEN (con preguntas relacionadas de las otras partes)