Nombre:			
Curso: 2º Bach - A	Fecha: 27 – 4 – 2023	Nº	

Examen 09 (Probabilidad)

1.- Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0'8$, $P(B) = 0'6$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0'52$, entendiendo que $\overline{A}$ y $\overline{B}$ son respectivamente los sucesos complementarios de A y B

Calcula $P(A \cap B)$. Indica si A y B son independientes. Calcula $P(A|B)$ y $P(B|\overline{A})$

Aplicado las leyes de Morgan: $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B})$Por tanto $\boxed{P(A \cap B) = 1 - 0'52 = 0'48}$

Por otro lado, para que sean independientes debe cumplirse que $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$: En este caso $0'8 \cdot 0'6 = 0'48$ por tanto $\boxed{\text{SI SON INDEPENDIENTES}}$

$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0'48}{0'6} = 0'8. \text{ Y } P(B|\overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{0'12}{0.2} = 0.6}$ (Podríamos haber utilizado la independencia)

2.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

a. Calcula las matrices A^{-1} y C^{-1}, respectivamente inversas de A y C

$A^{-1} \to |A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1$, $A^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; $(A^t)^{adj} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$C^{-1} \to |C| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -5$, $C^t = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $(A^t)^{adj} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$; $C^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{-3}{5} \end{pmatrix}$

b. Despeja la matriz X en la ecuación $A^t + B \cdot X = 5C^{-1}$, donde A^t es la matriz traspuesta de A. Calcula X

$B \cdot X = 5C^{-1} - A^t \to \boxed{X = B^{-1}(5C^{-1} - A^t)}$

$B^{-1} \to |B| = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1$, $C^t = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; $(B^t)^{adj} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$;

$5C^{-1} - A^t \to \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$; $\boxed{X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}}$

3.- En un concurso de televisión cada concursante debe elegir, al azar, entre 3 cajas A, B ó C. En la caja A hay un dado, en la B una moneda y en la C una baraja española de 40 cartas. El concursante gana en los siguientes casos: si obtiene un 6 en el dado ó le sale cara en la moneda ó saca una carta de oros (10 cartas).

Llamamos a los sucesos: $A = \{Elige\ caja\ A\}$; $B = \{Elige\ caja\ B\}$; $C = \{Elige\ caja\ C\}$; $G = \{Gana\}$

a. Calcula la probabilidad de que el concursante gane

$\boxed{P(G)} = P(G \cap A) + P(G \cap B) + P(G \cap C) = P(G|A) \cdot P(A) + P(G|B) \cdot P(B) + P(G|C) \cdot P(C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \boxed{\frac{11}{36}}$

b. Sabiendo que ha elegido la caja de la moneda, calcula la probabilidad de que pierda

$\boxed{P(\overline{G}|B) = \frac{1}{2}}$

c. Sabiendo que ha ganado, calcula la probabilidad de que le tocase la caja de la baraja

$\boxed{P(C|G) = \frac{P(C \cap G)}{P(G)} = \frac{1/12}{11/36} = \frac{3}{11}}$

Nombre:		
Curso: 2º Bach - A	Fecha: 27 – 4 – 2023	Nº

4.- En Oleiros la mitad de la población tiene coche, un 35% tiene moto y un 22% tiene coche y moto.
Llamamos a los sucesos: $C = \{Tiene\ Coche\}; M = \{Tiene\ Moto\}$

	C	$\overline{C}$	
M	0'22	0'13	0'35
$\overline{M}$	0'28	0'37	0'65
	0'5	0'5	1

a. Calcula la probabilidad de que, al tomar un vecino al azar, tenga algún vehículo

$P(\{Tiene\ algún\ vehículo\}) = 1 - P(\overline{C} \cap \overline{M}) = 1 - 0'37 = 0'63$

b. Calcula la probabilidad de que un vecino elegido al azar no tenga ni coche ni moto

$P(\overline{C} \cap \overline{M}) = 0'37$

c. Si sabemos que el vecino tiene coche, calcula la probabilidad de que no tenga moto

$P(\overline{M}|C) = \frac{P(\overline{M} \cap C)}{P(C)} = \frac{0'28}{0'5} = 0'56$

d. Si sabemos que tiene moto, calcula la probabilidad de que tenga coche

$P(C|M) = \frac{P(M \cap C)}{P(M)} = \frac{0'22}{0'35} = \frac{22}{35} \approx 0'629$

e. ¿Son independientes los sucesos tener moto y tener coche?

No son independientes: $P(M) \cdot P(C) = 0'35 \cdot 0'5 = 0'175 \neq 0'22 = P(M \cap C)$.

f. Si en Oleiros hay 54000 vecinos, calcula cuantos tienen únicamente un vehículo

$P(M \cap \overline{C}) + P(\overline{M} \cap C) = 0'13 + 0'28 = 0'41$.

Por tanto $54000'0'41 = 22140$ habitantes de Oleiros tienen únicamente 1 vehículo

5.- Sea la función $F(x, y) = x + 2y$ sujeta a las restricciones $y \leq x + 2$; $x + y \leq 10$; x≥ -1; $y \geq -2$

a. Representa la región factible y calcula sus vértices

b. Calcula el punto en el que la función $F(x, y)$alcanza el máximo y el mínimo

c. Si añadimos la restricción $y \leq 3$, calcula el punto donde se alcanza el máximo

d.