Física 2º BACH

RESUMO de CAMPO GRAVITATORIO+ CAMPO ELÉCTRICO

CONCEPTO de CAMPO en Física

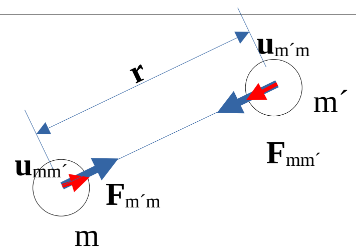
Natureza do espazo tal que todo corpo colocado no seu seo queda sometido a unha forza. Dita forza depende da posición que ocupa o corpo e dalgunha das súas propiedades (por exemplo a carga eléctrica, masa gravitatoria, etc.). O concepto de campo inventouse co estudo dos fenómenos eléctricos e magnéticos. Usouno Faraday para interpretar a indución electromagnética e consolidouno Maxwell cando realizou a síntese da electricidade e o magnetismo. Anteriormente a teoría de Newton establecera que os corpos están formados por corpúsculos os cales exercen forzas a distancia e instantaneamente, como, por exemplo, forzas de atracción gravitatoria, forzas de atracción ou repulsión electrostática, etc. O concepto de campo introduciuse no século XIX e foise madurando no século XX. Foi concibido como unha entidade física que resolvería un problema que podemos expresar mediante a seguinte pregunta: Como é posible que dous corpos alonxados exerzan forzas entre si? É dicir, cal é o mecanismo da interacción? En resposta a este problema dáse por suposto que toda a masa m produce un campo gravitatorio que se manifesta en todo o espazo que circunda á masa m. Do mesmo xeito admítese que toda a carga eléctrica q «en repouso» produce un campo electrostático, que tamén ocupa o espazo circundante da carga.
O establecemento do campo no espazo non se produce inmediatamente tal e como podería malintrepretarse dende o punto de vista clásico. Concíbese que ten lugar mediante un proceso de propagación ondulatoria iniciado na masa (ou na carga produtora) e que avanza á velocidade c da luz. Unha vez establecido o campo no espazo, calquera outra masa testigo do campo m´, ou calquera outra carga testigo q´, que se coloque nun punto sofre a acción da forza que lle exerce dito campo.

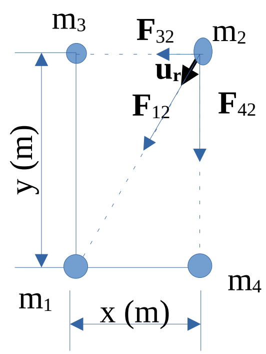
Magnitudes que caracterizan un campo

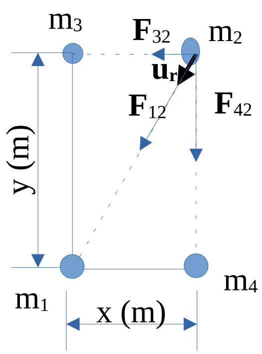
INTENSIDADE do campo	**POTENCIAL do campo**	**COMENTARIOS**
Magnitude vectorial que se define como a Forza por unidade de masa ou carga que actúa en cada un dos puntos que rodean á masa ou carga causante do campo gravitatorio ou eléctrico. Intensidade de campo gravitatorio (**g**) **g** = $\frac{\textit{Forza gravitatoria}}{\textit{unidade de masa}}$	Magnitude escalar que representa a Enerxía por unidade de masa, no caso da interacción gravitatoria; ou carga eléctrica, no caso da interacción electrostática, que hai en cada un dos puntos do campo creado pola masa ou carga eléctrica considerada. V = $\frac{\textit{Enerxía potencial gravitatoria}}{\textit{unidade de masa}}$	No caso dun campo gravitatorio unha masa m crea no espazo circundante unha zona de influenza que ven caracterizada pola forza por unidade de masa que actuaría en cada punto do espazo, e por un potencial gravitatorio que representa a enerxía potencial gravitatoria que habería nun punto dado entre a masa m que crea o campo e unha masa unidade de proba m´colocada noutro punto do espazo onde se

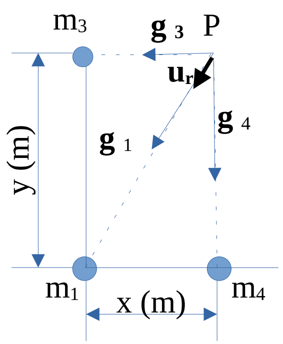
Intensidade de campo eléctrico (**E**) **E** = $\dfrac{\textit{Forza electrostática}}{\textit{unidade de carga}}$	V = $\dfrac{\textit{Enerxía potencial electrostática}}{\textit{unidade de carga}}$	quere considerar a interacción entre m e m´. Os razoamentos son similares no caso da carga, coa diferenza de que no campo gravitatorio a interacción é sempre atractiva, e no campo eléctrico pode ser atractiva ou repulsiva, pois as cargas de signo contrario atráense e as do mesmo signo repélense.

FORZA GRAVITATORIA (Cálculo vectorial)

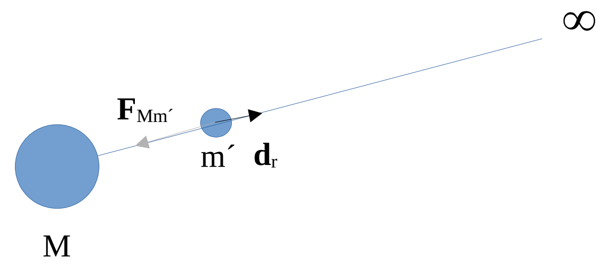
INTERACCIÓN GRAVITATORIA	LEI de GRAVITACIÓN UNIVERSAL	COMENTARIOS
Unha interacción é a influenza mútua de dous sistemas un sobre o outro. Para seren máis específicos e centrándonos na interacción gravitatoria cando dúas masas m e m´ separadas unha distancia r interaccionan. A acción mútua consiste en que hai unha forza que exerce a masa m que está aplicada sobre m´ e que denotaremos como $\mathbf{F}_{mm´}$. A forza que fai m´ sobre m, e que está aplicada en m denótase como $\mathbf{F}_{m´m}$ A interacción gravitatoria represéntase mediante unha magnitude vectorial e como tal debe tratarse á hora de resolver problemas.	A forza que se exercen mutuamente dous obxectos con masas m e m´ situados a unha distancia r, é directamente proporcional ao produto das súas masas e inversamente proporcional ao cadrado da distancia que as separa. $F=-G\dfrac{m\cdot m´}{r^2}u_r$ O signo menos indícanos que é unha forza atractiva que sempre ten o sentido contrario ao vector unitario $\mathbf{u}_r$.	 $F_{mm´}=-G\frac{m\cdot m´}{r^2}\cdot u_{mm´}$ $F_{m´m}=-G\frac{m\cdot m´}{r^2}\cdot u_{m´m}$.- A propiedade dos sistemas materiais chamada masa é responsable da interacción ou acción mútua. .- $\mathbf{F}_{mm´}$ é a forza que a masa puntual m exerce sobre m´, e está aplicada en m´. .- $\mathbf{F}_{m´m}$ é a forza que a masa puntual m´exerce sobre m, e está aplicada en m. .- O vector unitario $\mathbf{u}_{mm´}$ ten de módulo a unidade e sentido de m a m´.

		.- O vector unitario $\mathbf{u}_{m'm}$ ten de módulo a unidade e sentido de m´ a m.
PROBLEMAS	**DEBUXO**	**CÁLCULO VECTORIAL**
Nos problemas nos que dean masas puntuais situadas a distancias concretas x e y, e haxa que realizar un tratamento vectorial o máis práctico é: **1º** Facer un debuxo da situación indicando as forzas que actúan en cada masa. Se me piden a forza total que actúa sobre unha das masas só debuxo as forzas que actúan sobre a masa problema, neste exemplo a masa 2. Aplícase o principio de superposición polo cal poden sumarse vectorialmente as forzas atractivas que as masas 1, 3 e 4 provocan sobre a masa 2 . 2º Escribir os módulos dos vectores e multiplicar por un vector unitario u_r que teña a mesma dirección e sentido que a forza debuxada. O debuxo realizado marca claramente o sentido dos vectores. Para non confundirse cos signos – das fórmulas unha posible estratexia é traballar con módulos e logo multiplicar polo vector unitario, que pode ter signo + ou – nas súas compoñentes en función da súa dirección e sentido. No exemplo $\mathbf{u}_r$ para a $\mathbf{F}_{12}$ ten as dúas compoñentes negativas. 3º Sumar os vectores analiticamente o cal	 $\mathbf{F}_{12}$ é a forza que fai a masa 1 sobre a masa 2, e está aplicada na masa 2. O vector $\mathbf{F}_{12}$ pode expresarse como o produto do seu módulo F_{12} (lonxitude, nº positivo) por un vector unitario que teña a mesma dirección e sentido que $\mathbf{F}_{12}$. $\mathbf{F}_{12} = F_{12} \cdot \mathbf{u}_r$ Ese vector unitario $\mathbf{u}_r$ constrúese a partir do vector $\mathbf{r}_{21} = -x\,\mathbf{i} - y\,\mathbf{j}$. O vector $\mathbf{r}_{12}$ ten o seu punto de aplicación na masa 2 e o seu extremo na masa 1. Se dividimos o vector $\mathbf{r}_{12}$ entre o seu módulo r_{12} obteño un vector unitario $\mathbf{u}_r$ coa mesma	$\mathbf{F}_{12} = F_{12}\cdot \mathbf{u}_r$, $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_{r\,21}$ (comeza en 2 e remata en 1) $\mathbf{F}_{12} = \dfrac{G\cdot m_1\cdot m_2}{x^2+y^2}\cdot\left[\dfrac{-x}{\sqrt{(-x)^2+(-y)^2}}\,\mathbf{i}+\dfrac{-y}{\sqrt{(-x)^2+(-y)^2}}\,\mathbf{j}\right]$ N $F_{12} = \dfrac{G\cdot m_1\cdot m_2}{x^2+y^2}$ N (F_{12} é o módulo, número +) $\mathbf{F}_{32} = F_{32}\cdot(-\mathbf{i}) = -F_{13}\,\mathbf{i} = \dfrac{-G\cdot m_2\cdot m_3}{x^2}\,\mathbf{i}$ N $\mathbf{F}_{42} = F_{42}\cdot(-\mathbf{j}) = -F_{14}\,\mathbf{j} = \dfrac{-G\cdot m_2\cdot m_4}{y^2}\,\mathbf{j}$ N $\mathbf{F}_{12}$, $\mathbf{F}_{32}$ e $\mathbf{F}_{42}$ son vectores (indicado en **negriña**). O sentido e dirección ven determinado polos vectores unitarios $\mathbf{u}_{r\,21}$, $\mathbf{u}_{r\,23}$ e $\mathbf{u}_{r\,24}$. Os tres vectores comezan en 2 e rematan en 1, 3, e 4 respectivamente. F_{12}, F_{13} e F_{14} son módulos, e por tanto + e con unidades. O último paso consistiría en achar $\mathbf{F}_T = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{32} + \mathbf{F}_{42}$

implica sumar todos os valores numéricos con signo que acompañan ao vector unitario **i**, e logo facer o mesmo cos que acompañan ao vector unitario **j**.	dirección e sentido que $\mathbf{F}_{12}$.	
PROBLEMAS	**DEBUXO**	**CÁLCULO VECTORIAL** (alternativa)
Pode realizarse un enfoque trigonométrico da suma vectorial das tres forzas implicadas neste exemplo. Neste caso sitúase un sistema de referencia cartesiano sobre a masa 2 e descompóñense as tres forzas sobre os eixes. Para descompoñer as forzas sobre os eixes precísase coñecer o ángulo que forman con estes, o cal non é difícil de calcular se se coñece o valor numérico de x e y, que son as distancias que separan as masas.		Como $\mathbf{F}_{32}$ e $\mathbf{F}_{42}$ están sobre os eixes pódense escribir directamente como: $\mathbf{F}_{32} = F_{32} \cdot (-\mathbf{i}) = -F_{13}\,\mathbf{i} = \frac{-G\cdot m_2\cdot m_3}{x^2}\;\mathbf{i}$ N $\mathbf{F}_{42} = F_{42} \cdot (-\mathbf{j}) = -F_{14}\,\mathbf{j} = \frac{-G\cdot m_2\cdot m_4}{y^2}\;\mathbf{j}$ N No caso de $\mathbf{F}_{12} = \mathbf{F}_{12\,x} + \mathbf{F}_{12\,y} = F_{12\,x}\,(-\mathbf{i}) + F_{12\,y}\,(-\mathbf{j}) = -F_{12}\cdot \cos\alpha\,\mathbf{i} - F_{12}\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathbf{j}$ N Unha vez calculado F_{12}, e substituído o seu valor numérico na expresión anterior súmanse as tres forzas expresadas en función dos vectores unitarios. Se piden a forza e non especifican nada calcula tanto $\mathbf{F}_T = \mathbf{F}_T = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{32} + \mathbf{F}_{42}$ e F_T (módulo)

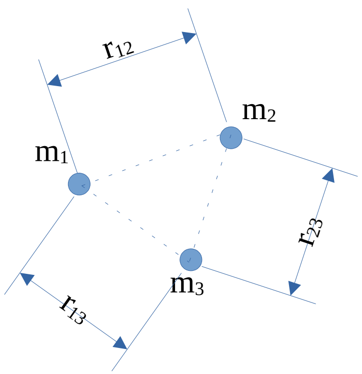
INTERACCIÓN GRAVITATORIA		
CÁLCULO de g	**DEBUXO**	**CÁLCULO VECTORIAL**
A intensidade gravitatoria **g** que hai nun punto P, e que é creada por unha masa puntual m, calcúlase mediante a seguinte expresión. $\mathbf{g} = -G\frac{m}{r^2}\,\mathbf{u}_r \quad \frac{N}{kg}$ m é a masa que "crea" o campo e r a distancia que hai entre a masa que "crea" o campo e o punto onde queremos avaliar a intensidade de campo gravitatorio. O signo menos débese a que a interacción gravitatoria é atractiva e a intensidade creada por unha masa m nun punto P a unha distancia r vai dirixirse na recta que une m e o punto P e con sentido cara á masa m que crea o campo no punto P. No punto P agora non hai masa ningunha. Podemos comprobar a existencia do campo creado por m colocando no punto P unha masa unidade de proba chamada m´. $g = \frac{F_{mm'}}{m'}$ por tanto $F_{mm'} = g\cdot m'$ Se se coñece o campo nun punto P pódese calcular o valor da forza que actuaría sobre unha masa m´colocada en P multiplicando g nese punto por m´.	 $\mathbf{g}_1$ é a intensidade que crea a masa 1 en P. O vector $\mathbf{g}_1$ pode expresarse como o produto do seu módulo g_1 (lonxitude, nº positivo) por un vector unitario que teña a mesma dirección e sentido que $\mathbf{g}_1$. $\mathbf{g}_1 = g_1 \cdot \mathbf{u}_r$ Ese vector unitario $\mathbf{u}_r$ constrúese a partir do vector $\mathbf{r}_{P1} = -x\,\mathbf{i} - y\,\mathbf{j}$. O vector $\mathbf{r}_{P1}$ ten o seu punto de aplicación no punto P e o seu extremo na masa 1. Se dividimos o vector $\mathbf{r}_{P1}$ entre o seu módulo r_{P1} obteño un vector unitario $\mathbf{u}_r$ coa mesma dirección e sentido que $\mathbf{g}_1$.	$\mathbf{g}_1 = g_1 \cdot \mathbf{u}_r$, $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_{r\,P1}$ (comeza en P e remata en 1) $\mathbf{g}_1 = \frac{G\cdot m_1}{x^2+y^2}\cdot[\frac{-x}{\sqrt{(-x)^2+(-y)^2}}\mathbf{i}+\frac{-y}{\sqrt{(-x)^2+(-y)^2}}\mathbf{j}]\ \frac{N}{kg}$ $g_1 = \frac{G\cdot m_1}{x^2}\ \frac{N}{kg}$ (g_1 é o módulo, número +) $\mathbf{g}_3 = g_3 \cdot (-\mathbf{i}) = -g_3\,\mathbf{i} = \frac{-G\cdot m_3}{x^2}\,\mathbf{i}\ \frac{N}{kg}$ $\mathbf{g}_4 = g_4 \cdot (-\mathbf{j}) = -g_4 \cdot \mathbf{j} = \frac{-G\cdot m_4}{y^2}\,\mathbf{j}\ \frac{N}{kg}$ $\mathbf{g}_{TOTAL} = \mathbf{g}_1 + \mathbf{g}_3 + \mathbf{g}_4$ No punto P agora non hai masa ningunha. Podemos comprobar a existencia do campo creado pola distribución puntual das tres masas m_1, m_3 e m_4 colocando no punto P unha masa unidade de proba chamada m´. A F_{TOTAL} por unidade de masa m´ sería g_T $g_{TOTAL} = \frac{F_{TOTAL}}{m'}$ por tanto $F_{TOTAL} = g_T \cdot m'$ Se se coñece o campo nun punto P pódese calcular o valor da forza que actuaría sobre unha masa m´colocada en P multiplicando g nese punto por m´.

P

INTERACCIÓN GRAVITATORIA		
ENERXÍA POTENCIAL GRAVITATORIA	**POTENCIAL GRAVITATORIO**	**COMENTARIOS**
O campo gravitatorio é un **campo conservativo** polo que baixo a acción da forza gravitatoria sobre un corpo consérvase a enerxía mecánica do sistema. Como consecuencia de que a forza gravitatoria sexa conservativa defínese unha enerxía asociada á posición do sistema material dentro do campo gravitatorio que se chama **enerxía potencial gravitatoria**. Trátase dunha **magnitude escalar**, definida por un número seguido de unidades. Defínese a enerxía potencial gravitatoria dun sistema formado por dúas masas m e m´como o traballo realizado pola forza gravitatoria cando se traslada a masa m´dende o punto no que estea situada até o infinito. O seu valor é negativo, pois o sentido da forza o e desprazamento realizado teñen sentidos contrarios. O máximo valor da enerxía potencial de m´ en presenza dunha masa m é cero e acádase no infinito. $E_p = \frac{-G \cdot m \cdot m'}{r}$ J Canto máis perto estea m´ da masa m menor enerxía potencial terá (máis negativa será) e menor capacidade terá para realizar un traballo. Canto máis lonxe estea m´ menos negativa será	É a enerxía potencial gravitatoria por unidade de masa no punto considerado. Trátase dunha **magnitude escalar**. $V = \frac{Ep}{m'} = \frac{-G \cdot m}{r} \quad \frac{J}{kg}$ Ao igual que no caso do campo gravitatorio unha masa m crea no espazo circundante un campo escalar definido polo seu potencial gravitatorio. As masas móvense espontaneamente de puntos de potencial elevado a puntos de menor potencial. Ten en conta de que se trata dunha interación atractiva. O potencial eléctrico podería definirse como o traballo por unidade de masa realizado pola forza gravitatoria cando se traslada esta dende o punto P até o infinito. Ao igual que no caso do campo eléctrico cando se avalía o valor do potencial nun punto hai que ter en conta que en dito punto non ten que haber unha masa m´. Se o sistema está formado por varias masas súmase o potencial creado por cada masa no punto P, tendo en conta	O signo da enerxía potencial gravitatoria e do potencial gravitatorio é negativo por ser a forza gravitatoria unha interacción atractiva. Simplificando e considerandoInde da traxectoria unha traxectoria rectilínea para chegar ao infinito o vector diferencial do desprazamento ten sentido contrario ao vector $\mathbf{F}_{Mm'}$, que é forza gravitatoria que fai M sobre m´ , polo que ao calcular o traballo diferencial hai que multiplicar polo cos 180º dando un resultado negativo.  Como o campo gravitatorio é conservativo dá igual a traxectoria seguida pola masa m´ entre o punto inicial e o punto final. Se se quere avaliar o traballo entre dous puntos entre os que se traslada unha masa, só precisamos utilizar a expresión vista no tema 14. $W_{FC} = W_{forza\ grav} = -\Delta E_p = -(E_{p\ grav\ punto\ final} - E_{p\ grav\ punto\ inicial})$ Se usamos os valores do potencial gravitatorio $W_{FC} = W_{forza\ grav} = -m' \cdot \Delta V_p = -(E_{p\ grav\ punto\ final} - E_{p\ grav\ punto\ inicial})$

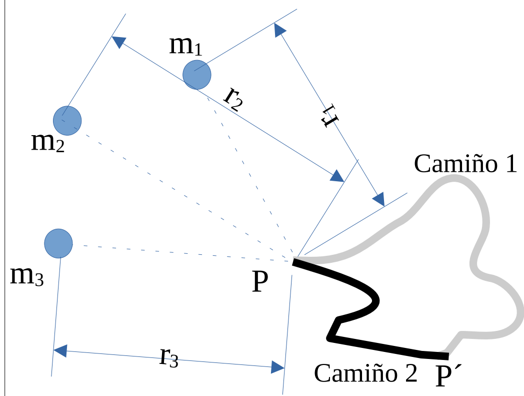
INTERACCIÓN GRAVITATORIA

(máis próxima a cero) e maior será a súa capacidade para realizar un traballo.
Se o sistema está formado por máis de dúas partículas hai que sumar a enerxía potencial gravitatoria de todos os pares posibles diferentes de partícula. Exemplo: se hai tres partículas. $E_{p\,T} = Ep_{12} + Ep_{13} + Ep_{23}$



que o cálculo é máis sinxelo por tratarse dun escalar.
Cun sistema de masas m_1, m_2, m_3, etc.

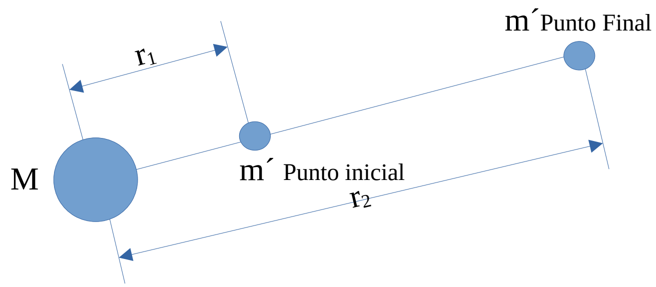
$$V = -G\cdot\left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \frac{m}{r_3} + \cdots\right)\ \frac{J}{kg}$$



Nos puntos P e P´non hai m´.
Se trasladásemos unha masa dende P até P´poderiamos calcular o traballo coa seguinte expresión.

$W = -\Delta E_p = -m´\,(V_{T\ en\ P´} - V_{T\ en\ P})$

m´é a masa que se traslada entre o punto inicial e final.



Tal e como vimos no tema 14 de 1ª de BACH se a forza é conservativa, e a interacción gravitatoria o é, a variación da enerxía mecánica é cero o cal significa que a suma da enerxía cinética e potencial permanece constante en calquera punto da traxectoria na que se traslada m´dende o punto incial ao final.

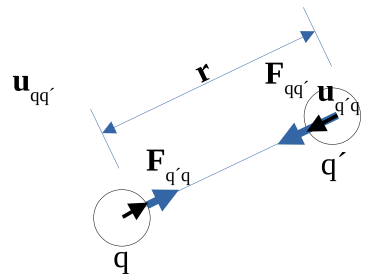
$W = \Delta E_c = (E_{cinética\ final} - E_{cinética\ inicial})$ Teorema das forzas vivas

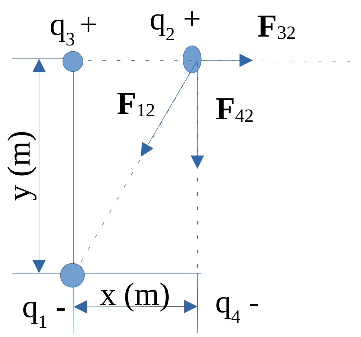
$W = -\Delta E_p$ Traballo realizado por forzas conservativas

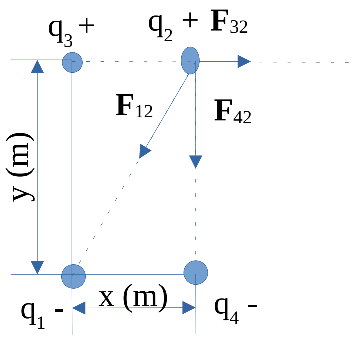
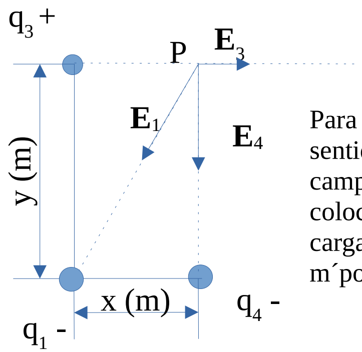
$$\Delta E_p + \Delta E_c = 0\ ;\ \Delta E_M = 0$$

$$E_{p\ inicial} + E_{c\ inicial} = E_{p\ final} + E_{c\ final}$$

CAMPO ELÉCTRICO

INTERACCIÓN ELECTROSTÁTICA	LEI de COULOMB	COMENTARIOS
Na interacción electrostática consideremos a acción entre dúas ou máis cargas puntuais separadas a unha certa distancia r. A principal e importante diferenza con respecto á interacción gravitatoria é que na interacción electrostática, ao haber dous tipos de cargas (+ e -) e cumprirse que as cargas do mesmo signo se atraen e as de signo contrrio se repelen, podemos considerar **interaccións atractivas e repulsivas**. Cando dúas cargas q e q´ separadas unha distancia r interaccionan a acción mútua consiste en que hai unha forza que exerce a carga q sobre q´, e que está aplicada sobre q´, que denotaremos como $\mathbf{F}_{qq´}$. A forza que fai q´ sobre q, está aplicada en q e denótase como $\mathbf{F}_{q´q}$ A interacción electrostática representáse mediante unha magnitude vectorial e como tal debe tratarse á hora de resolver problemas.	A forza que se exercen mutuamente dúas cargas eléctricas puntuais é directamente proporcional ao produto das súas cargas e inversamente proporcional ao cadrado da distancia que as separa. $$F=k\frac{q\cdot q´}{r^2}u_r$$ k depende do medio e non ten o mesmo valor para o baleiro, auga ou outro medio diferente. En función do signo das cargas a interacción será atractiva ou repulsiva. Se as cargas son do mesmo signo (as dúas positivas, ou as dúas negtivas) as forzas son repulsivas. Se as cargas son de signo contrario as forzas son atractivas. O máis práctico á hora de resolver problemas é facer un debuxo no que se representen as forzas, logo calcular o módulo destas, e posteriormente multiplicar por un vector unitario que teña a mesma dirección e sentido que o vector debuxado no esquema.	 $F_{mm´}=k\frac{q\cdot q´}{r^2}\cdot u_{qq´}$ $F_{q´q}=k\frac{m\cdot m´}{r^2}\cdot u_{q´q}$.- A propiedade dos sistemas materiais chamada carga é responsable da interacción ou acción mútua. .- $\mathbf{F}_{qq´}$ é a forza que a carga puntual q exerce sobre q´, está aplicada en q´ , e trátase neste exemplo dunha interacción atractiva, polo que o signo de q e q´é diferente. .- $\mathbf{F}_{q´q}$ é a forza que a carga puntual q´exerce sobre q, e está aplicada en q. .- O vector unitario $\mathbf{u}_{qq´}$ ten de módulo a unidade e sentido de q a q´. Fórmase a partir do vector que comeza en q e remata en q´divindo polo seu módulo. .- O vector unitario $\mathbf{u}_{q´q}$ ten de módulo a unidade e sentido de q´ a q. **IMPORTANTE**: Pode darse tamén a interacción repulsiva por iso non se lle pon signo á lei de Coulomb, a diferenza de como se facía coa lei de gravitación.

PROBLEMAS	DEBUXO	CÁLCULO VECTORIAL
Nos problemas nos que dean cargas puntuais situadas a distancias concretas x e y, e haxa que realizar un tratamento vectorial o máis práctico é: **1º** Facer un debuxo da situación indicando as forzas que actúan en cada carga. Se me piden a forza total que actúa sobre unha das cargas só debuxo as forzas que actúan sobre a carga problema, neste exemplo a carga 2. Aplícase o principio de superposición polo cal poden sumarse vectorialmente as forzas atractivas que as cargas 1, 3 e 4 provocan sobre a carga 2 . 2º Escribir os módulos dos vectores e multiplicar por un vector unitario $\mathbf{u_r}$ que teña a mesma dirección e sentido que a forza debuxada. O debuxo realizado marca claramente o sentido dos vectores. O vector unitario pode ter signo + ou – nas súas compoñentes en función da súa dirección e sentido. No exemplo $\mathbf{u}_r$ para a $\mathbf{F}_{12}$ ten as dúas compoñentes negativas. 3º Sumar os vectores analiticamente o cal implica sumar todos os valores numéricos con signo que acompañan ao vector unitario **i**, e logo facer o mesmo cos que acompañan ao vector unitario **j**.	 $\mathbf{F}_{12}$ é a forza que fai a carga 1 sobre a carga 2, e está aplicada na carga 2. O vector $\mathbf{F}_{12}$ pode expresarse como o produto do seu módulo F_{12} (lonxitude, nº positivo) por un vector unitario que teña a mesma dirección e sentido que $\mathbf{F}_{12}$. $\mathbf{F}_{12} = F_{12}\cdot \mathbf{u}_r$ Ese vector unitario $\mathbf{u}_r$ constrúese a partir do vector $\mathbf{r}_{21} = -x\ \mathbf{i} - y\ \mathbf{j}$. O vector $\mathbf{r_{12}}$ ten o seu punto de aplicación na carga 2 e o seu extremo na carga 1. Se dividimos o vector $\mathbf{r_{12}}$ entre o seu módulo r_{12} obteño un vector unitario $\mathbf{u_r}$ coa mesma dirección e sentido que $\mathbf{F_{12}}$.	$\mathbf{F}_{12} = F_{12}\cdot \mathbf{u}_r$, $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_{r\ 21}$ (comeza en 2 e remata en 1) $\mathbf{F}_{12} = \frac{k\cdot q_1\cdot q_2}{x^2+y^2}\cdot[\frac{-x}{\sqrt{(-x)^2+(-y)^2}}\mathbf{i}+\frac{-y}{\sqrt{(-x)^2+(-y)^2}}\mathbf{j}]$ N $F_{12} = \frac{k\cdot q_1\cdot q_2}{x^2+y^2}$ N (F_{12} é o módulo, número +) $\mathbf{F}_{32} = F_{32}\cdot \mathbf{i} = F_{13}\ \mathbf{i} = \frac{k\cdot q_2\cdot q_3}{x^2}\ \mathbf{i}$ N $\mathbf{F_{42}} = F_{42}\cdot(-\mathbf{j}) = -F_{42}\ \mathbf{j} = \frac{-k\cdot q_2\cdot q_4}{y^2}\ \mathbf{j}$ N $\mathbf{F_{12}}$, $\mathbf{F_{32}}$ e $\mathbf{F_{42}}$ son vectores (indicado en **negriña**). O sentido e dirección ven determinado polos vectores unitarios $\mathbf{u}_{r\ 21}$, $\mathbf{u}_{r\ 23}$ e $\mathbf{u}_{r\ 24}$. Os tres vectores comezan en 2 e rematan en 1, 3, e 4 respectivamente. F_{12}, F_{13} e F_{14} son módulos, e por tanto + e con unidades. O último paso consistiría en achar $\mathbf{F}_T = \mathbf{F_{12}} + \mathbf{F}_{32} + \mathbf{F}_{42}$

PROBLEMAS	**DEBUXO**	**CÁLCULO VECTORIAL** (alternativa)
Pode realizarse un enfoque trigonométrico da suma vectorial das tres forzas implicadas neste exemplo. Neste caso sitúase un sistema de referencia cartesiano sobre a masa 2 e descompóñense as tres forzas sobre os eixes. Para descompoñer as forzas sobre os eixes precísase coñecer o ángulo que forman con estes, o cal non é difícil de calcular se se coñece o valor numérico de x e y, que son as distancias que separan as masas.		Como $\mathbf{F}_{32}$ e $\mathbf{F}_{42}$ están sobre os eixes pódense escribir directamente como: $\mathbf{F}_{32} = F_{32}\cdot\mathbf{i} = F_{13}\,\mathbf{i} = \frac{k\cdot q_2\cdot q_3}{x^2}\,\mathbf{i}$ N $\mathbf{F}_{42} = F_{42}\cdot(-\mathbf{j}) = -F_{14}\,\mathbf{j} = \frac{k\cdot q_2\cdot q_4}{y^2}\,\mathbf{j}$ N No caso de $\mathbf{F}_{12} = \mathbf{F}_{12\,x} + \mathbf{F}_{12\,y} = F_{12\,x}\,(-\mathbf{i}) + F_{12\,y}\,(-\mathbf{j}) = -F_{12}\cdot\cos\alpha\,\mathbf{i} - F_{12}\,\text{sen}\,\alpha\,\mathbf{j}$ N Unha vez calculado F_{12}, e substituído o seu valor numérico na expresión anterior súmanse as tres forzas expresadas en función dos vectores unitarios. Se piden a forza e non especifican nada calcula tanto $\mathbf{F}_T = \mathbf{F}_T = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{32} + \mathbf{F}_{42}$ e F_T (módulo)
CÁLCULO de E	**DEBUXO**	**CÁLCULO VECTORIAL**
Ao igual que no caso do campo gravitatorio o campo eléctrico sería aquela perturbación do espazo provocada pola presenza dunha carga. Consideraremos polo tanto nos problemas un conxunto de cargas puntuais e deberemos achar o valor da magnitude vectorial campo eléctrico nun punto do espazo. No punto P no que se quere calcular o valor do campo eléctrico deberemos colocar imaxinariamente unha carga de proba de signo positivo para determinar o sentido de **E**.	Para saber o sentido do vector campo debo colocar unha carga de proba m´positiva en P	$\mathbf{E}_1 = E_1\cdot\mathbf{u}_r$, $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_{r\,1}$ (comeza en P e remata en 1) $\mathbf{E}_{12} = \frac{k\cdot q_1}{x^2+y^2}\cdot[\frac{-x}{\sqrt{(-x)^2+(-y)^2}}\,\mathbf{i} + \frac{-y}{\sqrt{(-x)^2+(-y)^2}}\,\mathbf{j}]$ N/C $E_1 = \frac{k\cdot q_1}{x^2+y^2}$ N (E_1 é o módulo, número +)

O campo eléctrico ten as seguintes unidades no SI (N/C).
Poderiamos definir o campo eléctrico tamén como a forza por unidade de carga que o conxunto de cargas puntuais crea nun punto P. Tendo en conta a definición anterior é moi importante prestar atención á seguinte expresión.

$$E(vector)=\frac{Fvector}{q´}=k\frac{q}{r^2}u_r(vector) \quad \text{N/C}$$

Como se aprecia na expresión aparece só a carga que "crea" o campo, e non a que experimenta a acción del no punto P.

Expresión importante

F = q´· **E**

Se quero coñecer a forza que actúa sobre unha carga colocada en P debo multiplicar o valor do campo pola carga q´que coloco no punto P.

IMPORTANTE
.- Úsanse os subíndices 1, 3 e 4 para as cargas que crean o campo eléctrico en P.

.- As cargas que crean o campo (1, 3 e 4) poden ser + ou – , e para saber o sentido do vector **E** hai que colocar unha carga de proba + (q´)en P .

.- O máis práctico é debuxar o esquema para saber o sentido de **E** e logo calcular os módulos den ter en conta o signo das cargas. Posteriormente multiplicaremos o módulo por un **vector unitario** que teña o mesmo sentido que o $\mathbf{E}_i$ considerado.

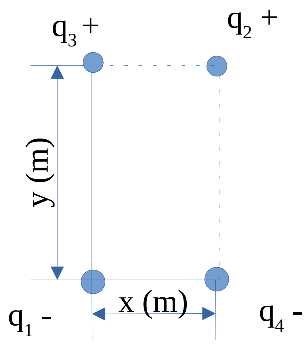
$\mathbf{E}_3 = E_3 \cdot \mathbf{i} = \dfrac{k \cdot q_3}{x^2}\ \mathbf{i}$ N/C

$\mathbf{E}_4 = E_4 \cdot (-\mathbf{j}) = \dfrac{-k \cdot q_4}{y^2}\ \mathbf{j}$ N/C

$\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_3$ e $\mathbf{E}_4$ son vectores (indicado en **negriña**). O sentido e dirección ven determinado polos vectores unitarios $\mathbf{u}_{r\ P1}$, $\mathbf{u}_{r\ P3}$ e $\mathbf{u}_{r\ P4}$. Os tres vectores comezan en P e rematan en 1, 3, e 4 respectivamente.

E_1, E_3 e E_4 son módulos, e por tanto + e con unidades (N/C).

O último paso consistiría en achar $\mathbf{E}_T = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4$

ENERXÍA POTENCIAL ELÉCTRICA	POTENCIAL ELÉCTRICO	CÁLCULO ESCALAR de Ep_T e V_T
O campo electrostático é un campo conservativo, o cal significa que se pode definir unha magnitude escalar chamada Enerxía Potencial que me permite calcular directamente o traballo realizado polo campo cando traslado unha carga dende un punto inicial a outro final sen ter en conta a traxectoria realizada para ese traslado. Baixo a acción da forza electrostática sobre unha carga tamén se conserva a enerxía mecánica do sistema. Trátase dunha **magnitude escalar**, definida por un número seguido de unidades (J no SI). Calcúlase mediante a seguinte expresión. IMPORTANTE: colocar o signo das cargas. $E_p = \frac{k\cdot q(con\ signo)\cdot q´(con\ signo)}{r}$ J Defínese a enerxía potencial electrostática dun sistema formado por dúas cargas q e q´como o traballo realizado pola forza electrostática cando se traslada a carga q´dende o punto no que estea situada até o infinito. O seu valor pode ser tanto positivo como negativo en función de se as cargas se atraen ou repelen. Ep electrostática pode tomar valores dende – ∞ até + ∞, a diferenza da Ep gravitatoria que só acadaba valores entre -∞ e 0, sendo 0 o máximo valor.	É a enerxía potencial eléctrica por unidade de carga no punto considerado. Trátase dunha **magnitude escalar**. Mídese en J/C no SI, e tamén recibe o nome de V (voltio) $V = \frac{Ep}{q´} = \frac{-k\cdot q}{r} \quad \frac{J}{C}$ ou V Ao igual que no caso do campo eléctrico unha carga q crea no espazo circundante un campo escalar definido polo seu potencial eléctrico. Cando as cargas eléctricas están sometidas a forzas atractivas móvense espontaneamente de puntos de potencial elevado a puntos de menor potencial. Se as cargas son do mesmo signo o razoamento é diferente pois teñen máis capacidade para realizar traballo canto máis perto estean. O potencial eléctrico podería definirse como o traballo por unidade de masa realizado pola forza gravitatoria cando se traslada esta dende o punto P até o infinito. Ao igual que no caso do campo eléctrico cando se avalía o valor do potencial nun punto hai que ter en conta que en dito	**Enerxía potencial total dun sistema de cargas**  $E_{p\,T} = Ep_{12} + Ep_{13} + Ep_{14} + Ep_{23} + Ep_{24} + Ep_{34} =$ $\frac{k\cdot q_1\cdot q_2}{\sqrt{(x)^2+(y)^2}} + \frac{k\cdot q_1\cdot q_3}{y} + \frac{k\cdot q_1\cdot q_4}{x} + \frac{k\cdot q_2\cdot q_3}{x} +$ $\frac{k\cdot q_2\cdot q_4}{y} + \frac{k\cdot q_3\cdot q_4}{\sqrt{(x)^2+(y)^2}}$ J. **Importante**: .- Cargas con signo. .- Distancias r positivas independente de se a coordenada é + o -

Se o signo das dúas cargas é distinto a forza é atractiva e non é espontáneo o proceso de trasladar unha das cargas dende o punto no que estea ao infinito, por esa razón dá negativo o valor da enerxía potencial electrostática. No caso anterior a forza electrostática oponse ao desprazamento da carga dende o punto até o infinito nunha traxectoria recta.

Se as cargas teñen o mesmo signo a forza é repulsiva e o propio campo "axuda" no traslado da carga dende o punto até o infinito.

Se o sistema está formado por máis de dúas cargas hai que sumar a enerxía potencial electrostática de todos os pares posibles diferentes. Exemplo: se hai tres cargas. $E_{p\,T} = Ep_{12} + Ep_{13} + Ep_{23}$

punto non hai unha carga q´.

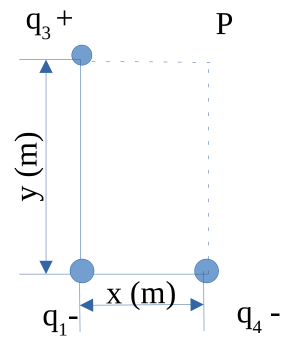
Se o sistema está formado por varias cargas súmase escalarmente o potencial creado por cada carga no punto P.

Cun sistema de cargas q_1, q_2, q_3, etc.

$$V = k\cdot\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q}{r_3} + \cdots\right)\ \frac{J}{kg}$$

ou V (voltios).

Potencial total dun sistema de cargas



$V_{T\,en\,P} = V_1 + V_3 + V_4 =$

$$\frac{k\cdot q_1}{\sqrt{(x)^2+(y)^2}} + \frac{k\cdot q_3}{y} + \frac{k\cdot q_4}{x}$$ J/C ou V (voltios).

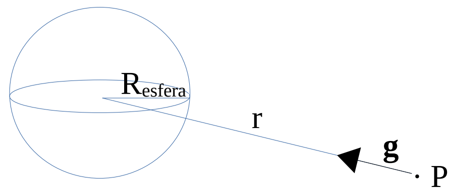
Importante:

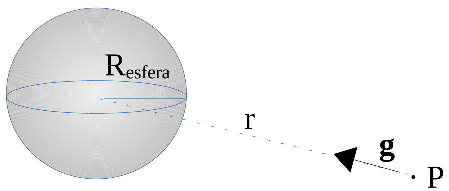
.- Cargas con signo.

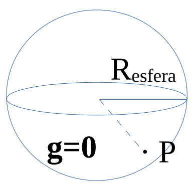
.- Distancias r positivas independente de se a coordenada x e y son + ou -

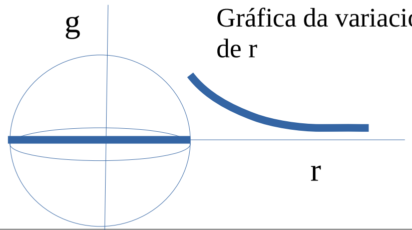
MAGNITUDES VECTORIAIS	
FORZA (sinónimo de interacción debida a masas ou cargas) Acción instantánea a distancia infinita.	**CAMPO** Perturbación nun punto do espazo circundante creado por unha masa, carga, etc . A propagación non é instantánea. Non pode superar a velocidade da luz.
FORZA GRAVITATORIA (Lei de gravitación universal)	**CAMPO GRAVITATORIO**
F= $-G\frac{m \cdot m´}{r^2}$ **u**$_r$ N **F**= m´·**g** m´é a masa que se coloca no punto no que se coñece o valor de **g**	**g** = $-G\frac{m}{r^2}$ **u**$_r$ $\frac{N}{kg}$ m é a masa que crea o campo
FORZA ELECTROSTÁTICA (Lei de Coulomb)	**CAMPO ELÉCTRICO**
F= $k\frac{q \cdot q´}{r^2}$ **u**$_r$ N **F**= q´·**E** **q**´é a carga que se coloca no punto onde se coñece o valor do campo eléctrico **E**	**E**= $\frac{Fvector}{q´}=k\frac{q}{r^2}$ **u**$_r$ N q é a carga que crea o campo
MAGNITUDES ESCALARES	
ENERXÍA POTENCIAL GRAVITATORIA	**POTENCIAL GRAVITATORIO**
E_p = $\frac{-G \cdot m \cdot m´}{r}$ J Expresión válida para dúas masas Se o sistema está formado por máis de dúas partículas hai que sumar a enerxía potencial gravitatoria de **todos os pares posibles diferentes** de partículas. Exemplo: se hai tres partículas. $E_{p\,T} = Ep_{12} + Ep_{13} + Ep_{23}$	V = $\frac{Ep}{m´}$ = $\frac{-G \cdot m}{r}$ $\frac{J}{kg}$ m é a masa que crea o campo **IMPORTANTE**: O traballo realizado polo campo gravitatorio ao trasladar unha masa dende un punto inicial a outro final calcúlase con W= -m´(V_{final}-$V_{inicial}$)

ENERXÍA POTENCIAL ELECTROSTÁTICA	POTENCIAL ELECTROSTÁTICO
$E_p = \dfrac{k \cdot q(con\,signo) \cdot q´(con\,signo)}{r(positiva)}$ J Se o sistema está formado por máis de dúas cargas hai que sumar a enerxía potencial electrostática de **todos os pares posibles diferentes** de cargas. Exemplo: se hai tres cargas. $E_{p\,T} = Ep_{12} + Ep_{13} + Ep_{23}$	$V = \dfrac{Ep}{q´} = \dfrac{k \cdot q(con\,signo)}{r(positiva)}$ $\dfrac{J}{C}$ ou V Cun sistema de cargas q_1, q_2, q_3, etc. $V = k \cdot \left(\dfrac{q_1}{r_1} + \dfrac{q_2}{r_2} + \dfrac{q}{r_3} + \cdots \right)$ $\dfrac{J}{C}$ ou V (voltios). **IMPORTANTE**: O traballo realizado polo campo eléctrico ao trasladar unha carga dende un punto inicial a outro final calcúlase con $W = -q´(V_{final} - V_{inicial})$

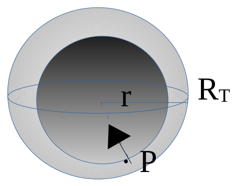
<table>
<tr><th colspan="2">CAMPO GRAVITATORIO (Ampliación)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Intensidade de campo gravitatorio g producido por esferas</td></tr>
<tr><td>g producido por esferas non macizas (Códea esférica) nun punto exterior P</td><td>Comentarios</td></tr>
<tr><td>
</td><td>O valor do campo gravitatorio g nun punto P exterior á códea esférica de masa m sería o mesmo que se toda a masa da códea se concentrase no centro da esfera non maciza

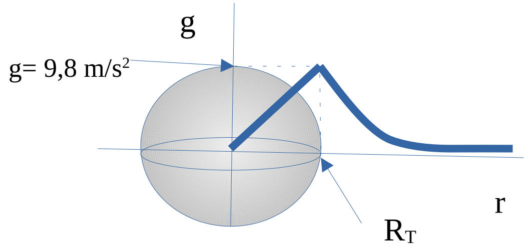
$$\mathbf{g} = \quad -G\frac{m}{r^2} \quad \mathbf{u_r} \quad \frac{N}{kg}$$</td></tr>
<tr><td>g producido por esferas macizas nun punto exterior P</td><td>Comentarios</td></tr>
<tr><td>
</td><td>O valor do campo gravitatorio g nun punto P exterior á esfera maciza de masa m sería o mesmo que se toda a masa da códea se concentrase no centro da esfera maciza. A expresión que permite calcular g pódese aplicar a planetas e estrelas que teñan densidade homoxénea.

$$\mathbf{g} = \quad -G\frac{m}{r^2} \quad \mathbf{u_r} \quad \frac{N}{kg}$$</td></tr>
<tr><td>Campo gravitatorio g no interior dunha códea esférica</td><td>Comentarios</td></tr>
<tr><td>



Gráfica da variación de g en función de r</td><td>O campo g no interior dunha esfera non maciza de masa m é cero en calquera punto interior da códea.</td></tr>
<tr><td>Campo gravitatorio g no interior dunha esfera maciza</td><td>Comentarios</td></tr>
</table>





Gráfica da variación de g en función de r.
g varía linealmente no interior da esfera maciza e logo coa dependencia $1/r^2$ en puntos exteriores á superficie terrestre

O campo no interior dunha esfera maciza **varía linealmente** dende 0 até o valor de g na superficie. Ao valor do campo só contribúe a masa m´da esfera interna que envolve ao punto P (en gris máis escuro no debuxo) Para calquera outro planeta de densidade homoxénea os razoamentos serían os mesmos que para a Terra.

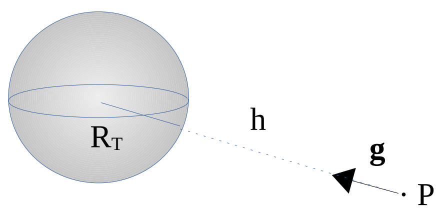
$d_T = \frac{m}{V} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\cdot pi\cdot R_T^3}$; $d_{esfera\ interna} = \frac{m´}{V´} = \frac{m´}{\frac{4}{3}\cdot pi\cdot r^3_{esferainterna}}$;

como $d_T = d_{esfera\ interna}$ entón $m´= m_T \cdot \frac{r^3_{esferainterna}}{R_T^3}$

Como $\mathbf{g}´ = -G\frac{m´}{r^2}\,\mathbf{u_r}$ $\mathbf{g}´= -G\frac{M_T}{R_T^2}\cdot r_{esferainterna}\cdot\mathbf{u_r}$

Outros factores dos que depende o valor de g

.- O valor de g depende da altura e non é a mesma a nivel de mar que no Everest.
.- Asemade o valor tamén ven determinado pola latitude e non é o mesmo no Ecuador que nos Polos.
.- **IMPORTANTE**: Nos enunciados de problemas poden pedir o cálculo de g dentro dun satélite que orbita con respecto á Terra ou outro planeta. É frecuente que dean o dato da a h á que se atopa o satélite, pero hai que darse conta de que $r = R_T+h$



$$\boxed{\mathbf{g} = -G\frac{m}{(R_T+h)^2}\,\mathbf{u_r}\quad\frac{N}{kg}}$$