CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAAU (LOXSE) **Código: 61**

XUÑO 2008

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Exercicio 1. Un autobús transporta en certa viaxe 60 viaxeiros de tres tipos: viaxeiros que pagan o billete enteiro que custa 1 €; estudantes que teñen un 25% de desconto e xubilados cun desconto do 50% do prezo do billete. A recadación do autobús nesta viaxe foi de 48 euros. Calcular o número de viaxeiros de cada clase sabendo que o número de estudantes era o dobre que o número do resto de viaxeiros.

Exercicio 2. Un proxecto de xardinaría pode levarse a cabo por dous grupos diferentes dunha mesma empresa: G_1 e G_2. Trátase de axardinar tres zonas: A, B e C. Na seguinte táboa recóllese o número de unidades que pode axardinar cada grupo en cada zona durante unha semana:

	Zona A	*Zona B*	*Zona C*
Grupo G_1	4	10	7
Grupo G_2	10	5	7

Necesítase axardinar un mínimo de 40 unidades na zona A, 50 unidades na zona B e 49 unidades na zona C, estimándose o custo semanal en 3300 euros para o grupo G_1 e en 4000 euros para o grupo G_2.
¿Cantas semanas deberá traballar cada grupo para finalizar o proxecto co mínimo custo? Expresar a función obxectivo e as restricións do problema. Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Supoñamos que o valor V, en euros, dun produto diminúe ou se deprecia co tempo t, en meses, onde

$$V(t) = 50 - \frac{25t^2}{(t+2)^2},\quad t \geq 0$$

(*a*) Calcular o valor inicial do produto, $V(0)$. ¿A partir de que mes o valor do produto é inferior a 34 euros?

(*b*) Determinar a velocidade de depreciación do produto, é dicir, $V'(t)$.

(*c*) Achar o $\lim_{t\to+\infty} V(t)$. ¿Hai algún valor por debaixo do cal nunca caerá V? Xustificar a resposta.

Exercicio 2. O número de prazas ocupadas dun aparcamento ao longo das 24 horas dun día, vén expresado pola función

$$N(t) = \begin{cases} 1680 + 20t & \text{se } 0 \leq t < 8 \\ -10t^2 + 260t + 400 & \text{se } 8 \leq t < 16 \\ -10t^2 + 360t + 1200 & \text{se } 16 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

(*a*) ¿A que hora do día presenta o aparcamento unha ocupación máxima?, ¿cantos coches hai a esa hora?

(*b*) ¿Entre que horas a ocupación do aparcamento é igual ou superior a 2000 prazas?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nun mercado de valores cotizan un total de 60 empresas, das que 15 son do sector bancario, 35 son industriais e 10 son do sector tecnolóxico. A probabilidade de que un banco dos que cotizan no mercado se declare en creba é 0,01, a probabilidade de que se declare en creba unha empresa industrial é 0,02 e de que o faga unha empresa tecnolóxica é 0,1.

(*a*) ¿Cal é a probabilidade de que se produza unha creba nunha empresa do citado mercado de valores?

(*b*) Téndose producido unha creba, ¿cal é a probabilidade de que se trate dunha empresa tecnolóxica?

Exercicio 2. Nunha determinada poboación sábese que o valor da taxa diaria de consumo de calorías segue unha distribución normal con desviación típica σ =400 calorías.

(*a*) Se a media poboacional é μ =1600 calorías e se elixe ao chou unha mostra aleatoria de 100 persoas desa poboación, determinar a probabilidade de que o consumo medio diario de calorías nesa mostra estea comprendido entre 1550 e 1660 calorías.

(*b*) Se descoñecemos a media μ e co mesmo tamaño de mostra se afirma que "o consumo medio diario nesa poboación toma valores entre 1530 e 1670 calorías", ¿con que nivel de confianza se fai esta afirmación?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Exercicio 1. Considerar a ecuación matricial $X + X \cdot A + B^t = 2C$, onde as matrices A, B e C veñen dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

e onde B^t denota a matriz trasposta de B.

(a) Despexar a matriz X na ecuación matricial, ¿que orde ten?

(b) Calcular a matriz $2C - B^t$ e a inversa da matriz $I + A$, sendo I a matriz identidade de orde 3.

(c) Resolver a ecuación matricial obtendo o valor da matriz X.

Exercicio 2. Un fabricante produce dous modelos diferentes M_1 e M_2 dun mesmo artigo e sabe que pode vender tantos como produza. O modelo M_1 require diariamente 25 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 68 minutos de rematado, xerando un beneficio de 30 euros por modelo. O modelo M_2 precisa diariamente 75 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 34 minutos de rematado, xerando un beneficio de 40 euros por modelo. Cada día disponse dun máximo de 450 minutos de corte, 480 minutos de ensamblaxe e 476 minutos de rematado.

(a) Formular o sistema de inecuacións asociado ao enunciado. (b) Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices. (c) ¿Cantos artigos de cada modelo debe fabricar diariamente para maximizar o beneficio? ¿a canto ascende o devandito beneficio?

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. A distancia (en millas) entre un barco pesqueiro que saíu a faenar durante un período de 10 días e o seu porto base vén dada pola función:

$$M(t) = \begin{cases} 36 - (2t - 6)^2, & 0 \le t \le 5 \\ 4\,(10 - t), & 5 < t \le 10 \end{cases}$$

onde t é o tempo transcorrido (en días) dende a súa saída do porto base.

(a) ¿Despois de cantos días é máxima a distancia do pesqueiro ao seu porto base?, ¿a cantas millas se atopaba?

(b) ¿Durante que períodos aumentaba a distancia ao seu porto base? ¿en que períodos diminuía?

(c) ¿A partir de que día, despois de alcanzar a distancia máxima, se atopaba a menos de 12 millas do porto base?

Exercicio 2. Unha institución de beneficencia estatal quere determinar cantos analistas debe contratar para o procesamento de solicitudes da seguridade social. Estímase que o custo (en euros) $C(x)$ de procesar unha solicitude é unha función do número de analistas x dada por: $C(x) = 0{,}003x^2 - 0{,}216 \ln x + 5$, sendo $x > 0$ (ln = logaritmo neperiano).

(a) Se o obxectivo é minimizar o custo por solicitude $C(x)$, determinar o número de analistas que deberían contratarse.

(b) ¿Cal é o custo mínimo que se espera para procesar unha solicitude?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nunha determinada poboación, o 40% dos seus habitantes son inmigrantes dos que o 65% traballa no campo, mentres que só o 20% da poboación non inmigrante traballa no campo.

(a) ¿Que porcentaxe da poboación traballa no campo?

(b) ¿Que porcentaxe dos que non traballan no campo son inmigrantes?

(c) ¿Que porcentaxe da poboación traballa no campo ou non é inmigrante?

Exercicio 2. Sábese que o tempo de reacción fronte a certo estímulo dos individuos dun grupo a estudo segue unha distribución normal con desviación típica $\sigma = 0'1$ segundos.

(a) Para unha mostra de 36 individuos dese grupo obtense un tempo medio de reacción de 2 segundos. Determinar, cun nivel de confianza do 99%, o intervalo para o tempo medio de reacción fronte ao estímulo dos individuos do grupo.

(b) Quérese estimar o tempo medio de reacción cun erro máximo de $0'02$ segundos e tomando unha mostra de 100 individuos, ¿cal será entón o nivel de confianza co que se fai a estimación?

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE XUÑO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responder os dous, será cualificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).

Exercicio 1.

Sexan x = número de viaxeiros que pagan o billete enteiro, y = número de viaxeiros que son estudantes e z = número de viaxeiros que son xubilados.

– *Formular o sistema pedido* $\begin{cases} x+y+z=60 \\ x+0.75y+0.5z=48 \\ y=2(x+z) \end{cases}$

1.5 puntos (**0.5 puntos** por cada unha das ecuacións ben formulada).

– *Resolver o sistema,* por calquera método, obtendo a solución $x = 16$, $y = 40$, $z = 4$, **1.5 puntos** (**0.5 puntos** por cada incógnita). Se algún dos resultados das incógnitas non é coherente (números negativos ou non enteiros) puntúase con **0 puntos** a resolución.

Exercicio 2.

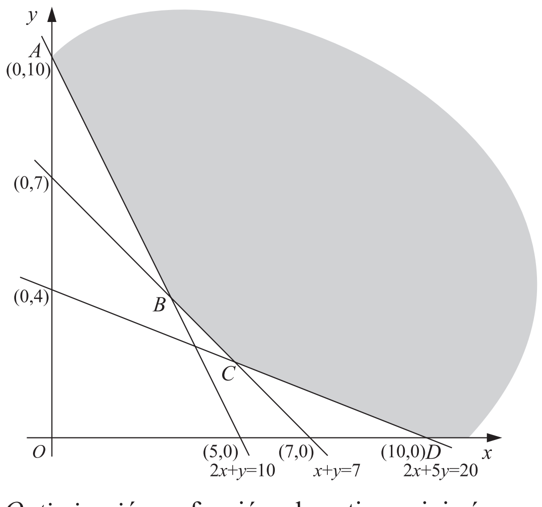
Sexan "x" e "y" o número de semanas que traballan os grupos G_1 e G_2, respectivamente.

– *Formular o sistema de inecuacións:* $4x + 10y \geq 40$; $10x + 5y \geq 50$; $7x + 7y \geq 49$; $x \geq 0$, $y \geq 0$; **0.75 puntos**

– *Función obxectivo* $f(x,y) = 3300x + 4000y$ **0.25 puntos**

– *Vértices da rexión factible* **1 punto**, obter os catro vértices: A (0, 10); B (3, 4); C (5, 2); D (10, 0) (**0.25 puntos** por cada un deles).

– *Representación gráfica da rexión factible* **0.5 puntos**:



– *Optimización*: a función obxectivo minimízase no vértice C (5, 2) **0.25 puntos**, entón deberían traballar cinco semanas o grupo G_1 e dúas semanas o grupo G_2 para finalizar o proxecto co mínimo custo **0.25 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Supoñamos que o valor V dun produto (en euros) depréciase co paso do tempo t (en meses) segundo a función

$$V(t) = 50 - \frac{25\,t^2}{(t+2)^2},\quad t \geq 0$$

(a) **1 punto**: – Para calcular o valor inicial do produto, substituíndo $t = 0$ na función resulta $V(0) = 50$ euros **0.25 puntos**. – Para sabermos a partir de que mes o valor do produto é inferior a 34 euros formulamos a inecuación:

$$50 - \frac{25\,t^2}{(t+2)^2} < 34 \Rightarrow 9t^2 - 64t - 64 > 0$$

Resolvendo resulta $t > -8/9$ (solución non válida) e $t > 8$ **0.5 puntos**. Responder á pregunta pedida: *"A partir do oitavo mes o valor do produto é inferior a 34 euros"* **0.25 puntos**.

(b) **1.25 puntos**: A velocidade de depreciación do produto é $V'(t) = -\frac{50t(t+2)^2 - 25t^2\cdot 2(t+2)}{(t+2)^4}$ **1 punto**.

Operando e simplificando resulta $V'(t) = -\frac{100t}{(t+2)^3}$ €/mes **0.25 puntos**.

(c) **1.25 puntos**: $\lim\limits_{t\to+\infty} V(t) = \lim\limits_{t\to+\infty}\left(50 - \frac{25\,t^2}{(t+2)^2}\right) =$

$\lim\limits_{t\to+\infty} 50 - \lim\limits_{t\to+\infty}\frac{25\,t^2}{(t+2)^2} = 50 - 25 = 25$ **0.75 puntos**

(**0.25 puntos** por resolver o primeiro límite e **0.5 puntos** polo segundo).

– O produto nunca valerá menos de 25 euros **0.25 puntos**. Xustificación: a función $V(t)$ é decrecente para $t \geq 0$ e $V(t) = 25$ é unha asíntota horizontal. (Tamén se pode xustificar co esbozo da gráfica da función) **0.25 puntos**

Exercicio 2.

A función $N(t)$ expresa o número de prazas ocupadas dun aparcamento ao longo das 24 horas dun día

(a) **2 puntos**: – Determinar a derivada da función:

$$N'(t) = \begin{cases} 20 & se\ \ 0 < t < 8 \\ -20t + 260 & se\ \ 8 < t < 16 \\ -20t + 360 & se\ \ 16 < t < 24 \end{cases}$$

0.75 puntos (**0.25 puntos** por cada unha das tres derivadas).

– Calcular os puntos críticos, $t=13$ e $t=18$ **0.5 puntos** (**0.25 puntos** por cada un deles)

– Xustificar que en $t=13$ hai un máximo absoluto **0.25 puntos** e que en $t=18$ hai un máximo relativo **0.25 puntos** (esta xustificación pódese facer co estudo do signo da derivada segunda e calculando o valor da función nos puntos extremos dos intervalos e nos puntos 13 e 18, ou ben representando a gráfica da función *"tendo en conta que os dous anacos definidos mediante parábolas non poden ser representadas utilizando un conxunto finito de valores obtidos a partir dunha táboa"*

– O número máximo de coches ás 13 horas é 2090 coches **0.25 puntos**

(b) **1.5 puntos**.*¿Entre que horas a ocupación do aparcamento é igual ou superior a 2000 prazas?*, teremos que

– Formular a inecuación $-10t^2 + 260t + 400 \geq 2000 \Rightarrow t^2 - 26t + 160 \leq 0$. Obter $10 \leq t \leq 16$ **0.75 puntos**.

(**0.5 puntos** no caso de que resolvan ben a ecuación + **0.25 puntos** por especificar o intervalo solución).

– Formular a inecuación $-10t^2 + 360t - 1200 \geq 2000 \Rightarrow t^2 - 36t + 320 \leq 0$. Obter $16 \leq t \leq 20$ **0.75 puntos**.

(**0.5 puntos** no caso de que resolvan ben a ecuación + **0.25 puntos** por especificar o intervalo solución).

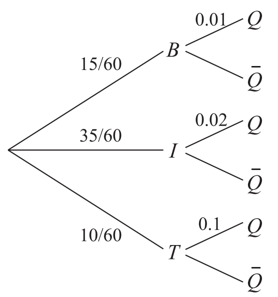
Por tanto, *entre as 10 horas e as 20 horas a ocupación foi igual ou superior a 2000 prazas.*

ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"B: unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector bancario", "I: unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector industrial ", "T : unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector tecnolóxico" e "Q: unha empresa que cotiza nese mercado de valores creba"*

(a) – Especificar e interpretar as seis probabilidades do enunciado: **1.5 puntos** (**0.25 puntos** por cada unha delas, sendo válido tamén se fai o diagrama en árbore e as especifica no diagrama)



$$\begin{cases} P(B) = 15/60 & P(Q/B) = 0.01 \\ P(I) = 35/60 & P(Q/I) = 0.02 \\ P(T) = 10/60 & P(Q/T) = 0.1 \end{cases}$$

– Por teorema das probabilidades totais: $P(Q) = P(B)P(Q/B) + P(I)P(Q/I) + P(T)P(Q/T)$ **0.5 puntos**.

– Substituíndo $P(Q) = \frac{15}{60}0.01 + \frac{35}{60}0.02 + \frac{10}{60}0.1$ **0.25 puntos**. – Chegar ao resultado final $P(Q) = 0.0308$ **0.25 puntos**.

(b) – Formulación do enunciado: $P(T/Q)$ **0.25 puntos**.

– Definición da probabilidade condicionada $P(T/Q) = \frac{P(T \cap Q)}{P(Q)}$ **0.25 puntos**.– Substituír os valores das probabilidades $\frac{(10/60)\,0.1}{0.0308}$ **0.25 puntos**.

– Obter o resultado pedido: 0.5411 **0.25 puntos**.

Exercicio 2.

Sexa *"X = valor da taxa diaria de calorías que consome un individuo desa poboación"*. $X : N(\mu, \sigma=400)$

(a) Se nos dan a media de poboación $\mu = 1600$ calorías e para unha mostra aleatoria de 100 persoas desa poboación, pregunta a probabilidade de que o consumo medio diario de calorías nesa mostra, $\bar{X}$, estea comprendido entre 1550 e 1660 calorías. Entón faremos o seguinte:

– Determinar a distribución de $\bar{X}$,

$\bar{X} : N\left(\mu = 1600, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 40\right)$ **0.5 puntos**. – Formular a probabilidade pedida: $P(1550 \leq \bar{X} \leq 1660)$ **0.25 puntos**.

– Tipificación: $P\left(1550 \leq \bar{X} \leq 1660\right) =$

$$P\left(\frac{1550-1600}{40} \leq Z \leq \frac{1660-1600}{40}\right) = P\left(-1.25 \leq Z \leq 1.5\right)$$

0.5 puntos.

– Paso a táboas: $P(-1.25 \leq Z \leq 1.5) = P(Z \leq 1.5) + P(Z \leq 1.25) - 1$ **0.25 puntos**.– Uso das táboas e resultado final: $P(1550 \leq \bar{X} \leq 1660) = 0.9332 + 0.8944 - 1 = 0.8276$ **0.25 puntos**.

(b) Se descoñecemos a media μ e co mesmo tamaño de mostra se afirma que: *"o consumo medio diario nesa poboación toma valores entre 1530 e 1670 calorías"*, ¿con que nivel de confianza se fai esa afirmación?

– Formular $P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$

e obter a ecuación $z_{\alpha/2}\frac{400}{\sqrt{100}} = 70$ **0.75 puntos**.

– Resolver a ecuación anterior e obter $z_{\alpha/2} = 1.75$ **0.25 puntos**. – Usar as táboas, $1 - \alpha/2 = 0.9599$ **0.25 puntos**.

– Calcular o nivel de confianza $1 - \alpha = 0.9198 \cong 0.92$ e concluír que: *"a afirmación dada sobre o consumo medio diario de calorías se fai cun, aproximadamente, 92% de confianza"* **0.5 puntos**.

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responder os dous, será cualificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos**).**

Exercicio 1.

– Despexar a matriz X e obter: $X = (2C - B^t)(I + A)^{-1}$ **0´5 puntos**.– Orde da matriz X : 2×3 **0´25 puntos**.

– Cálculo da matriz $2C - B^t = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ **0´5 puntos**. – Cálculo da matriz $I + A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

0.25 puntos.

– Cálculo da matriz inversa de $I + A$ por calquera método: $(I + A)^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

– Resolver a ecuación matricial, obtendo: $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

0´5 puntos.

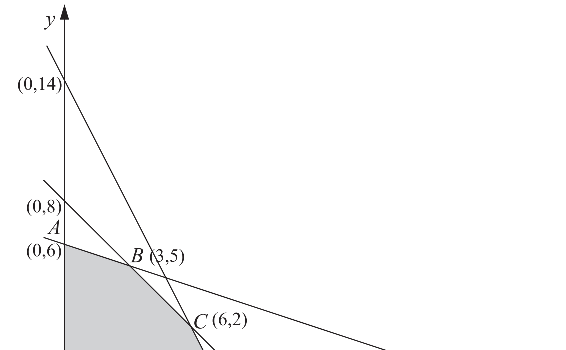
Exercicio 2.

Sexan "x" e "y" o número de artigos que produce a diario un fabricante dos modelos M_1 e M_2, respectivamente.

(*a*) Restricións: $25x + 75y \leq 450$; $60x + 60y \leq 480$; $68x + 34y \leq 476$; $x \geq 0$, $y \geq 0$. **1 punto** (**0.75 puntos** polas tres primeiras + **0.25 puntos** polas dúas últimas).

(*b*) Vértices da rexión factible **1 punto**, (**0.5 puntos** polos tres puntos de corte cos eixes: *0* (0, 0), *A* (0, 6) e *D* (7,0) + **0.5 puntos** polos dous que resultan das interseccións das rectas correspondentes: *B* (3, 5) e *C* (6, 2)).

– Representación gráfica da rexión factible **0.5 puntos**:



– Optimización: A función obxectivo $f(x,y) = 30x + 40y$ maximízase no vértice *B* (3, 5) **0.25 puntos**, entón *"se fabrica diariamente 3 artigos do modelo M_1 e 5 artigos do modelo M_2 acada un beneficio máximo de 290 euros diarios"* **0.25 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

A función $M(t)$ expresa a distancia (en millas) entre un barco pesqueiro que saíu a pescar durante un período de 10 días e o seu porto base,

$$M(t) = \begin{cases} 36 - (2t - 6)^2, & 0 \leq t \leq 5 \\ 4(10 - t), & 5 < t \leq 10 \end{cases}$$

onde t é o tempo transcorrido (en días) dende a súa saída do porto base.

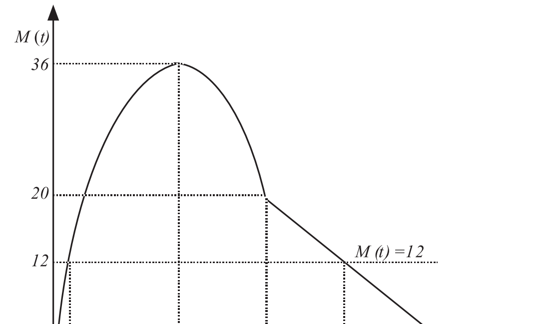
(*a*) Para sabermos despois de cantos días é máxima a distancia do pesqueiro ao seu porto, estudamos a derivada da función: • no intervalo (0,5) $M'(t) = -4(2t - 6)$ **0.25 puntos**, buscamos o punto crítico $M'(t) = 0 \Rightarrow t = 3$ **0.25 puntos**, xustificamos se é un posible máximo co signo da derivada segunda $M''(t) = -8 < 0$ para todo t e en particular para $t = 3$, logo no punto $t = 3$ a función ten un máximo **0.5 puntos** (podemos facer a xustificación debuxando a gráfica da función $M(t)$ *"tendo en conta que o anaco definido mediante a parábola non pode ser representado utilizando un conxunto finito de valores obtidos a partir dunha táboa"*)

• no intervalo (5, 10) $M'(t) = -4$ logo $M(t)$ é decrecente **0.25 puntos**.

– Calculamos a distancia máxima $M(3) = 36$. Polo tanto concluímos que: *"Ao terceiro día a distancia do pesqueiro ao seu porto é máxima, e esta distancia é de 36 millas"* **0.25 puntos**.

(*b*) ¿En que períodos aumentaba a distancia? e ¿en que períodos diminuía?

Pódese responder co estudo do signo da derivada primeira, ou ben coa gráfica da función:



– No intervalo (0, 3) $M(t)$ é crecente **0.25 puntos**.– No intervalo (3, 5) $M(t)$ é decrecente **0.25 puntos**.– Por último no (5, 10) $M(t)$ é decrecente **0.25 puntos**.

Respondemos agora a pregunta: *"A distancia entre o pesqueiro e o porto base aumentou dende o momento da súa saída do porto ata o terceiro día. A partir do terceiro día ata que chega ao porto o décimo día, diminuíu"* **0.25 puntos**.

(c) Pregúntannos a partir de que día, despois de alcanzar a distancia máxima, se atopaba a menos de 12 millas do porto base, é dicir: para que valor de t, $t > 3$, se verifica que $M(t) < 12$. O feito de ter representada a gráfica da función xa nos permite determinar o anaco da función que corresponde, que será $M(t) = 4(10 - t)$ **0.5 puntos**.

Resolvemos agora a inecuación $4(10 - t) < 12 \Rightarrow 10 - t < 3 \Rightarrow t > 7$ **0.25 puntos**. Concluímos respondendo a pregunta: *"A partir do sétimo día a distancia é inferior a 12 millas"*

Exercicio 2.

Estímase que o custo (en euros) $C(x)$ de procesar unha solicitude é unha función do número de analistas x dada por $C(x) = 0.003x^2 - 0{,}216 \ln x + 5$, sendo $x > 0$.

(a) Se o obxectivo é minimizar o custo por solicitude, determinar o número de analistas que deberían contratarse.

– Calculamos a derivada $C'(x) = 0.006x - \dfrac{0.216}{x}$, $x > 0$ **1 punto**.

– Obtemos os puntos críticos $C'(x) = 0 \Rightarrow 0.006x^2 - 0.216 = 0 \Rightarrow x = 6$ *e* $x = -6$ (solución non válida) **1 punto**.

– Comprobar se é mínimo, $C''(x) = 0.006 + \dfrac{0.216}{x^2}$, e $C''(6) > 0$ polo tanto en $x = 6$ a función $C(x)$ presenta un mínimo, entón deberíanse contratar 6 analistas para minimizar o custo **0.5 puntos**.

(b) Calcular o custo mínimo: $C_{min} = C(6) \cong 4.72$. Polo tanto, se se contratan 6 analistas minimízase o custo por solicitude, sendo este de 4.72 euros **1 punto**.

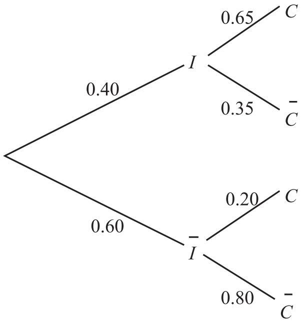
ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"I: un habitante desa poboación é inmigrante", "C: un habitante da poboación traballa no campo"*

(a) – Especificar e interpretar as probabilidades do enunciado: **0.75 puntos (0.25 puntos** por cada unha delas, sendo válido tamén se fai o diagrama en árbore e as especifica no diagrama)

$$\begin{cases} P(I) = 0.40 \\ P(C/I) = 0.65 \\ P(C/\bar{I}) = 0.20 \end{cases}$$



– Preguntan a porcentaxe da poboación que traballa no campo, formulamos a pregunta: $P(C)$ **0.25 puntos**.

– Por teorema das probabilidades totais: $P(C) = P(I)P(C/I) + P(\bar{I})P(C/\bar{I})$ **0.25 puntos**.

– Substituíndo as probabilidades xa formuladas e puntuadas na primeira parte, resulta: $P(C) = 0.40 \cdot 0.65 + 0.60 \cdot 0.20 = 0.38$, e concluír que *"o 38% da poboación traballa no campo"* **0.25 puntos**.

(b) – Formulación do enunciado: $P(I/\bar{C})$ **0.25 puntos**.

– Definición da probabilidade condicionada $P(I/\bar{C}) = \dfrac{P(I \cap \bar{C})}{P(\bar{C})}$ **0.25 puntos**. – Substituír os valores das probabilidades $\dfrac{0.40 \cdot 0.35}{1 - 0.38}$ **0.25 puntos**. – Obter o resultado 0.2258 e responder ao que nos piden: *"aproximadamente, o 22.6% dos que traballan no campo son inmigrantes"* **0.25 puntos**.

(c) – Formular a probabilidade pedida: $P(C \cup \bar{I})$ **0.25 puntos**.

–Expresión da probabilidade da unión: $P(C \cup \bar{I}) = P(C) + P(\bar{I}) - P(C \cap \bar{I})$ **0.25 puntos**.– Cálculos nesa expresión: $P(C \cup \bar{I}) = 0.38 + 0.60 - 0{,}60 \cdot 0{,}20 = 0.86$ **0.25 puntos**.– Conclusión: *"O 86% da poboación traballa no campo ou non é inmigrante"* **0.25 puntos**.

"Este exercicio penalízase cun total de 0.5 puntos se se dan resultados de probabilidades negativas ou maiores que 1"

Exercicio 2.

Sexa "X = tempo de reacción, en segundos, fronte a certo estímulo, dun individuo dun grupo a estudo". $X : N(\mu, \sigma = 0.1)$

(a) Para unha mostra de n =36 individuos dese grupo, obtense un tempo medio de reacción de 2 segundos, logo se $\bar{X}$ é o tempo medio de reacción mostral, $\bar{X}$ toma o valor de $\bar{x} = 2$. Determinar, cun nivel de confianza do 99%, o intervalo para o tempo medio de reacción fronte ao estímulo dos individuos do grupo:

– Formulación do intervalo:

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

1 punto.– Calcular $z_{\alpha/2} = 2'575$ **0´25 puntos**. – Calcular numericamente os extremos do intervalo: (1.957, 2.043) e concluír: *"Espérase, cunha confianza do 99% , que o tempo medio de reacción ao estímulo para o grupo a estudo, estea comprendido entre 1.957 segundos e 2.043 segundos."* **0.5 puntos**.

(b) Quérese estimar o tempo medio de reacción cun erro máximo de 0.02 segundos e tomando unha mostra de 100 individuos, ¿cal será entón o nivel de confianza co que se fai a estimación?

– Formular a ecuación que corresponde ao raio do intervalo: $z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.02$ **0.5 puntos**.

– Resolver a ecuación anterior e obter $z_{\alpha/2} = 2$ **0.25 puntos**.

– Usar as táboas, $1 - \alpha/2 = 0.9772$ **0.25 puntos**.

– Calcular $\alpha = 0.0456$ **0.25 puntos** e o nivel de confianza $1 - \alpha = 0.9544$ concluíndo que: *"a estimación do tempo medio de reacción se fai cun, aproximadamente, 95.4% de confianza"* **0.5 puntos**.