Exercicios Autoavaliables " Sistemas e Inecuacións"

Repaso

1. Resolve polo método máis axeitado o seguinte sistema:

$$\left.\begin{array}{r}\frac{x-y}{2}+\frac{x+y}{3}=1\\ \frac{5x+2}{3}-\frac{3y}{4}=1\end{array}\right\}$$

2. A superficie dunha habitación é 30 metros cadrados e o seu perímetro é 22m. Calcula as súas dimensións.

3. Resolve por Gauss os seguintes sistemas:

$$a)\left.\begin{array}{c}x+y+z=1\\ 2x+3y-4z=9\\ x-y+z=-1\end{array}\right\} \qquad b)\left.\begin{array}{c}x-9y+5z=33\\ x+3y-z=-9\\ x-y+z=5\end{array}\right\}$$

4. Resolve as seguintes inecuacións:
   $a) -2x-3>5$
   b)$x^2+2x<-1$
   c)$x^2-5x+6\geq 0$
   d)$2x-\frac{5x}{6}>\frac{x}{4}+\frac{11}{4}$
   e) $3(x-3)\leq 2-7x$
   f) $\frac{x-1}{2}>x-1$
   g) $\frac{x}{4}+\frac{x}{6}-1\leq\frac{2x}{3}+\frac{1}{2}$
   h) $x^2-1<0$

5. Resolve os seguintes sistemas de inecuacións:

a)$\left.\begin{array}{c}2x+y\leq 2\\ x-2y>1\end{array}\right\}$ b)$\left.\begin{array}{c}x^2-9\leq 0\\ x-1>1\end{array}\right\}$ c)$\left.\begin{array}{c}\frac{x}{5}<\frac{y}{4}\\ y\geq x\end{array}\right\}$

6. A unha exposición asisten menos de 100 persoas e recadan máis de 260€ con entradas de 2 € e 4 €. Cantas entradas de cada tipo poderán ser vendidas?

7. Mandar un paquete por unha empresa de transporte custa 3€ máis 0,10€ por cada 100g; polo servizo de urxencia custa 4,50€ máis 0,06€ por cada 100g. Calcula os pesos dos paquetes que interesa enviar por urxencias.

8. Resolve os seguintes sistemas non lineais:

$$a)\left.\begin{array}{c}x^2+y^2=25\\ x+y\ =\ 7\end{array}\right\} \quad b)\left.\begin{array}{l}y^2-2y+1=x\\ \sqrt{x}\ +y\qquad =5\end{array}\right\}$$

Solucións

1. Resolve polo método máis axeitado o seguinte sistema:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{x-y}{2}+\dfrac{x+y}{3}=1\\ \dfrac{5x+2}{3}-\dfrac{3y}{4}=1\end{array}\right\}$$

Solución

Eliminamos os denominadores $\left.\begin{array}{r}5x-y=6\\20x-9y=4\end{array}\right\} Resolvemos\ e\ obtemos\ x=2\ e\ y=4.$

2. A superficie dunha habitación é 30 metros cadrados e o seu perímetro é 22m. Calcula as súas dimensións.

Solución

Chamamos x a un lado e y o outro construímos o sistema, tendo en conta que se o perímetro é 22m o semiperímetro é 11m $\left.\begin{array}{r}x\cdot y=30\\x+y=11\end{array}\right\}$

resolvemos e por substitución despexamos y=11-x da segunda ecuación x(11-x)=30 x=$\begin{cases}6\\5\end{cases}$

Calculamos:
Para x=6 obtemos y=5
Para x=5 obtemos y=6

Solución 6m por 5m .

3. Resolve por Gauss os seguintes sistemas:

$$a)\left.\begin{array}{r}x+y+z=1\\2x+3y-4z=9\\x-y+z=-1\end{array}\right\} \qquad b)\left.\begin{array}{r}x-9y+5z=33\\x+3y-z=-9\\x-y+z=5\end{array}\right\}$$

Solución

$a)\left.\begin{array}{r}x+y+z=1\\2x+3y-4z=9\\x-y+z=-1\end{array}\right\}$ Eliminamos x da 2ª e da 3ª (2ª-2· $1^a\ e\ 3^a-1^a$) $\left.\begin{array}{r}x+y+z=1\\y-6z=7\\-2y=-2\end{array}\right\}$

Da terceira ecuación obtemos y=1, da segundo z=-1 e da primeira x=1

$b)\left.\begin{array}{r}x-9y+5z=33\\x+3y-z=-9\\x-y+z=5\end{array}\right\}$ Eliminamos x da 2ª e da 3ª(2ª-1ª e 3ª-1ª) $\left.\begin{array}{r}x-9y+5z=33\\12y-6z=-42\\8y-4z=-28\end{array}\right\}$

Eliminamos y da 3ª (12· $3^a-8\cdot 2^a$) $\left.\begin{array}{r}x-9y+5z=33\\12y-4z=42\\0=0\end{array}\right\}$

chamamos z=λ, y=$\frac{-7}{2}+\frac{1}{2}\lambda$, $x=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\lambda$ λ€ℝ Atopámonos nun sistema incompatible indeterminado.

4. Resolve as seguintes inecuacións:

$a) -2x-3>5$

$$-2x>5+3 \Rightarrow -2x>8 \Rightarrow x<-4\ Solución=(-\infty,-4)$$

b)$x^2+2x<-1$

$Resolvemos\ a\ ecuacion\ x^2+2x+1=0\ \ x=-1\ doble\ represetamos\ na\ recta\ e\ estudamos\ o\ signo$

\+ -1 +

Solución=∅

c)$x^2-5x+6\geq 0$

$Resolvemos\ a\ ecuación x^2-5x+6=0\ obtemo\ x=2\ e\ x=3\ representamos\ e\ estudamos\ o\ signo$

\+ 2 - 3 +

Solución=(-∞, 2) ∪ (3, ∞)

d)$2x-\frac{5x}{6}>\frac{x}{4}+\frac{11}{4}$

m.c.m(6,4)=12

$24x-10x>3x+33 \Rightarrow 24x-10x-3x>33 \Rightarrow 11x>33 \Rightarrow x>3\ Solución=(3,\infty)$

e) $3(x-3)\leq 2-7x$

$$3x-9\leq 2-7x \Rightarrow 10x\leq 11 \Rightarrow x\leq\frac{11}{10} \Rightarrow Solución=\left(-\infty,\frac{11}{10}\right]$$

f) $\frac{x-1}{2}>x-1$

$x-1>2x-2 \Rightarrow -1+2>2x-x \Rightarrow x<1 \Rightarrow Solución=(-\infty,1)$

g) $\frac{x}{4}+\frac{x}{6}-1\leq\frac{2x}{3}+\frac{1}{2}$

$3x+2x-12\leq 8x+6 \Rightarrow 5x-12\leq 8x+6 \Rightarrow -12-6\leq 8x-5x \Rightarrow -18\leq 3x \Rightarrow$

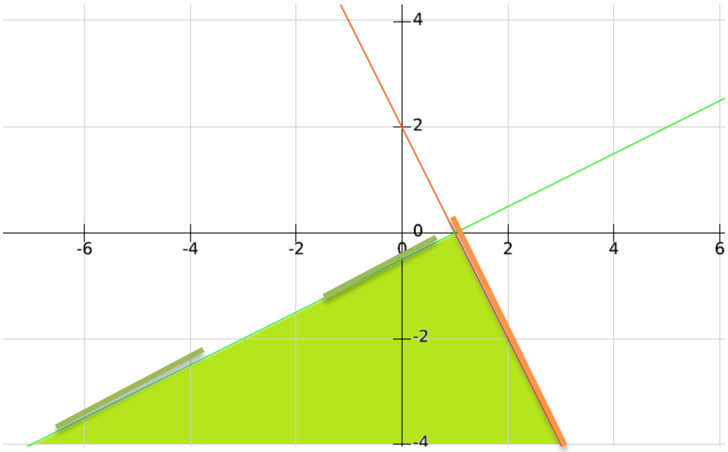
$$x\geq\frac{-18}{3} \Rightarrow x\geq -6\ \Rightarrow Solución=[-6,\infty)$$

h) $x^2-1<0$

$x^2-1=0 \Rightarrow x=\mp 1 \Rightarrow Estudamos\ osigno\ nos\ distintos\ intervalos\ e\ obtemos\ a\ Solución=(-1,1)$

5. Resolve os seguintes sistemas de inecuacións:

a) $\left.\begin{array}{l} 2x + y \leq 2 \\ x - 2y > 1 \end{array}\right\}$ Represetamos ambas rectas $\left.\begin{array}{r} y = 2 - 2x \\ y = \frac{x-1}{2} \end{array}\right\}$ e estudamos cal dos semiplanos e válida para atopar a rexión común.



b) $\left.\begin{array}{l} x^2 - 9 \leq 0 \\ x - 1 > 1 \end{array}\right\}$

Resolvemos a ecuación $x^2 - 9 = 0 \quad x = \pm 3$

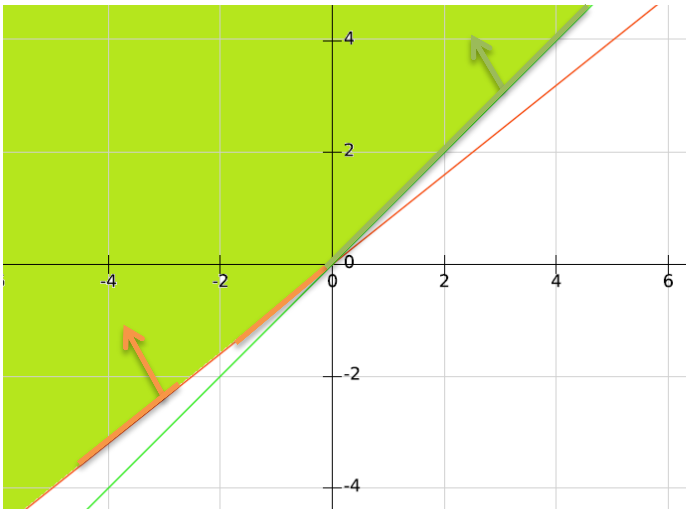
$represetamos\ e\ estudamos\ o\ signo\ Solución\ =$(-3,3)

Resolvemos $x - 1 > 1 \quad x > 2$

Solución en común (2,3)

c) $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{5} < \frac{y}{4} \\ y \geq x \end{array}\right\}$

Representamos ambas rectas $\left.\begin{array}{l} y = \frac{4x}{5} \\ y = x \end{array}\right\}$ estudamos os semiplanos e buscamos a solución común



6. A unha exposición asisten menos de 100 persoas e recadan máis de 260€ con entradas de 2 € e 4 €. Cantas entradas de cada tipo poderán ser vendidas?

   Solución

   Definimos dúas variables x= entradas de 2€ vendidas e y=entradas de 4 € vendidas.
   Plantexamos dúas inecuacións
   $x + y < 100$
   2x+4y>260
   Representamos as dúas rectas e obtemos a rexión solución, calquera punto de coordenadas enteiras da zona "común" é unha solución

7. Mandar un paquete por unha empresa de transporte custa 3€ máis 0,10€ por cada 100g; polo servizo de urxencia custa 4,50€ máis 0,06€ por cada 100g. Calcula os pesos dos paquetes que interesa enviar por urxencias.

   Solución
   Sexa x o peso do paquete.
   Custo por envío normal: 3+$\frac{0,10}{100}x$
   Custo do envío por urxencias: $4,5 + \frac{0,06}{100}x$
   Interesa enviar por urxencias sempre que o custo sexa menor ou igual que o envío normal: $4,5 + \frac{0,06}{100}x \leq$ 3+$\frac{0,10}{100}x \Rightarrow x \geq 3750$
   Polo tanto, interesa enviar por urxencias os paquetes a partires de 3750gramos.

8. Resolve os seguinte sistema non lineal:
   $a) \left.\begin{matrix} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y \ = \ 7 \end{matrix}\right\} \quad b) \left.\begin{matrix} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} \ + y \quad = 5 \end{matrix}\right\}$

   Solución

   $a) \left.\begin{matrix} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y \ = \ 7 \end{matrix}\right\}$

   Por substitución despexamos y=7-x $\Rightarrow x^2 + (7 - x)^2 = 25 \Rightarrow 2x^2 - 14x + 24 = 0$

$resolvemos\ a\ ecuación\ x = 4\ e\ x = 3$ calculamos a y, para x=4 y=3 e x=3 y=4.

$b)\ \left.\begin{array}{l} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x}\ \ + y \qquad = 5 \end{array}\right\}$

Despexamos a x da segunda ecuación e a substituímos na primeira $\sqrt{x}\ \ + y \qquad = 5 \Rightarrow$
$\sqrt{x}\ \ = 5 - y \Rightarrow x = (5-y)^2 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = (5-y)^2 \Rightarrow y = 3\ e\ x = 4$