XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA
Dirección Xeral de Educación, Formación
Profesional e Innovación Educativa

Educación secundaria
para personas adultas

Ámbito científico tecnológico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 1

Unidad didáctica 1

Números y álgebra

Índice

1. Introducción

1.1 Descripción de la unidad didáctica

En esta unidad podemos distinguir cuatro bloques. En el primer y segundo bloque estudiaremos los números naturales N y los números enteros Z. Su escritura y representación en la recta numérica. Las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación, división de potencias y la raíz cuadrada. Las operaciones combinadas, su jerarquía y uso de los paréntesis. Con los números naturales podemos sumar y multiplicar sin salir de ese conjunto pero no siempre podemos restar y dividir. Al ampliar el conjunto de los números con los enteros, la podemos sumar, restar y multiplicar pero no siempre dividir. Para poder realizar las cuatro operaciones básicas: suma, resta, multiplicación, división y representar partes de algo que tomaremos como unidad, precisaremos de un nuevo tipo de números. Los números racionales Q, que estudiaremos en el cuarto bloque.

En el tercer bloque estudiaremos la divisibilidad para poder deducir: si un número natural es o no divisible entre otro número natural, también aprenderemos a obtener múltiplos y a buscar divisores de cualquier número natural aplicando los criterios de divisibilidad. Podremos calcular el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de dos o más números naturales.

Por último, en el cuarto bloque estudiaremos los números racionales Q: reconoceremos los términos de una fracción, aprenderemos a leerlas y a representarlas gráficamente. Identificaremos y calcularemos fracciones equivalentes a una dada. Compararemos fracciones con el mismo numerador, con el mismo denominador y con distinto numerador y denominador. Seguiremos con el estudio de las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división de fracciones. También de la relación entre números decimales y fracciones. Conoceremos finalmente el uso de la notación científica para representar grandes números.

1.2 Conocimientos previos

Para trabajar con esta unidad es necesario recordar los conceptos y operaciones con

los que se trabajó en cursos anteriores, estudiados en la educación primaria:

- Las operaciones básicas con los números naturales: suma, resta, multiplicación y división.

- Las potencias y raíces cuadradas exactas de un número entero.
- Operaciones con fracciones: suma, resta, multiplicación y división.
- La resolución de algunos problemas aplicando las operaciones básicas con los números enteros y decimales.

1.3 Criterios de evaluación

- Utilizar números naturales y enteros, sus operaciones y sus propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.
- Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de número.
- Utilizar números fraccionarios y decimales, sus operaciones y sus propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.
- Desenvolver, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas de números racionales como la síntesis de secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.

2. Secuencia de contenidos y actividades

2.1 Números naturales

2.1.1 Los números naturales. Escritura y representación

Los números naturales surgieron debido a la necesidad que siente el hombre de contar todo lo que lo rodea.

El conjunto de los números naturales se designa con la letra mayúscula N, y está compuesto por los siguientes elementos: N = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,?}. Observe que este conjunto de números es ilimitado, ya que, dado un número cualquiera siempre nos es posible obtener el siguiente solo con sumarle una unidad al anterior.

Los números naturales los utilizamos de dos formas:

- Como **cardinales**: para indicar el número de elementos de un conjunto.
- Como **ordinales**: para indicar la posición o el lugar que ocupa un elemento determinado dentro de un conjunto.

Sistema de numeración decimal

Nuestro sistema de numeración utiliza diez símbolos. A estos símbolos los llamamos cifras. Son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. **Cada cifra puede ocupar distintos lugares. Estos lugares son los distintos órdenes de unidades.**

El sistema de numeración se caracteriza por:

- **Ser decimal**: cada diez unidades de una serie forman una unidad de la serie siguiente. Así las unidades están representadas por la primera cifra de la derecha de un número; las decenas vienen indicadas por la segunda cifra; las centenas por la tercera; a continuación vendrían las unidades de millar; decenas de millar; centenas de millar; unidades de millón, decenas de millón etc.
- **Ser posicional**: el valor que va a tener cada cifra depende de la posición que ocupe en el número.
- Cualquier número natural se puede descomponer en las distintas series de unidades. Para eso es muy útil representar los números en una tabla:

Actividades resueltas

Descomponga los siguientes números: 42.635 - 463 - 2.035.678 – 2.087

Primero hacemos uso de la siguiente tabla:

Números	Unidades de millón			Unidades de mil			Unidades simples		
	CM	DM	UM	Cm	Dm	Um	C	D	U
42.635					4	2	6	3	5
463							4	6	3
2.035.678			2	0	3	5	6	7	8
2.087						2	0	8	7

Ayudándonos de la tabla ya nos sale la descomposición de los números en las distintas series de unidades:

42635 = 4Dm + 2Um + 6C + 3D + 5U = 40.000 + 2.000 + 600 + 30 + 5
463 = 4C + 6D + 3U = 400 + 60 + 3
2035678 = 2UM + 3Dm + 5Um + 6C + 7D + 8U = 2.000.000 + 30.000 + 5.000 + 600 + 70 + 8
2087 = 2Um + 8D + 7U = 2.000 + 80 + 7

Indique el valor que tiene la cifra 5 en los siguientes números: 1.975 - 567- 5.047 - 52.378

1.975	Este 5 ocupa el lugar de las unidades. Su valor por lo tanto es 5 unidades.
567	Este 5 ocupa el lugar de las centenas. Su valor por lo tanto es 500 unidades.
5.047	Este 5 ocupa el lugar de las unidades de mil. Su valor por lo tanto es 5.000 unidades.
52.378	Este 5 ocupa el lugar de las decenas de mil. Su valor por lo tanto es 50.000 unidades.

Actividades propuestas

S1. Descomponga los siguientes números en las distintas series de unidades:

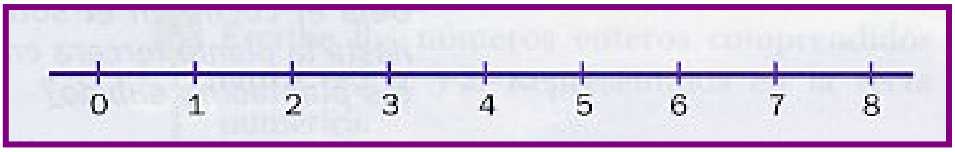
63.542 =
325 =
4.102.453 =
7.436 =

S2. Indique el valor que tiene la cifra 3 en los siguientes números:

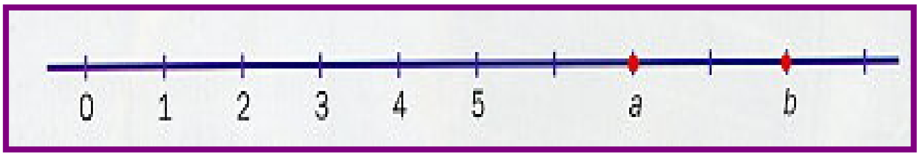
543 =
2.304 =
34.672 =

Representación gráfica y ordenación

Los números naturales los representaremos en una recta. En un punto cualquiera de la recta se sitúa la cifra **0,** representando el origen o punto de referencia. A partir de ahí dividimos la recta en segmentos de igual medida y representando el 1, 2, 3…



Diremos que ***a es menor que b*** si el punto *a* está a la izquierda de *b*, y **escribiremos** ***a<b***



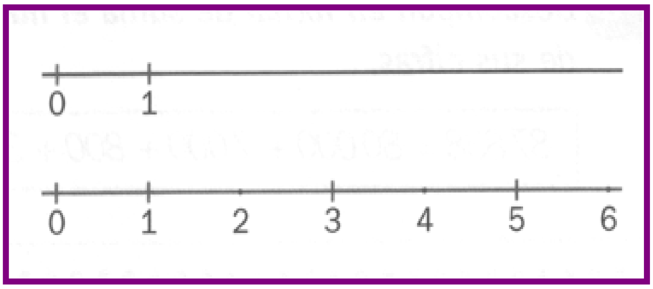
Diremos que ***b es mayor que a*** si el punto *b* está a la derecha de *a*, y **escribiremos** ***b>a***

Actividad resuelta

Represente los números: 2,4 e 6 en la recta numérica.

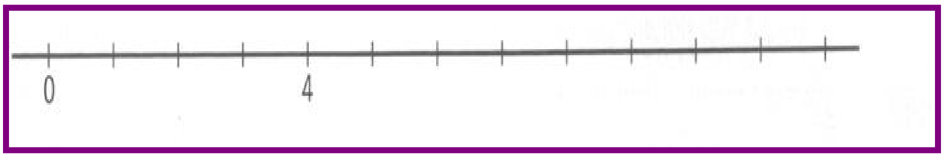
1º Escogemos como origen un punto de la recta que representará el número 0, y como unidad una distancia del 0 al 1.

2º Llevaremos la referida distancia a la derecha del cero tantas veces como indique el número que queramos representar.



Actividades propuestas

S3. Represente en la siguiente recta los siguientes números naturales: 7, 2, 9, 11, 13.



2.1.2 Operaciones con los números naturales

Con los números naturales se pueden realizar las cuatro operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división.

Aunque ya debemos saber cómo realizar el cálculo con los números naturales, conviene darle un repaso a los conceptos y a las propiedades relacionadas con ellos.

Recuerde que sumar es reunir varias cantidades o cosas homogéneas en una sola. Los términos de la suma se llaman sumandos. El resultado se llama suma o total.

La suma cumple las siguientes propiedades:

- **Propiedad conmutativa: l**a suma no varía al cambiar el orden de los sumandos**.**

  a+b = b+a Ejemplo: 5+8 = 8+5

  13 = 13

- **Propiedad asociativa**: la suma no varía aunque cambiemos la forma de agrupar los sumandos.

  a+(b+c) = (a+b)+c Ejemplo: 4+ (7+9) = (4+7)+9

  4+16 = 11+9

  20 = 20

- **Elemento neutro**: es el cero. Cualquier número que sumemos al cero es igual al mismo número.

  a+0 = a Ejemplo: 78 + 0 = 78

La resta

La resta consiste en quitarle a una cantidad llamada minuendo, otra cantidad menor llamada substraendo. El resultado se llama resta o diferencia.

Si el minuendo es menor que el substraendo, la resta o diferencia no tiene solución en el conjunto de los números naturales. Tendrá solución cuando conozcamos los números enteros. 5 - 8 =? En $\mathbb{N}$, no tiene solución.

La multiplicación o producto y sus propiedades

A multiplicación es una forma abreviada de realizar la suma repetida de sumandos iguales.

Los términos de la multiplicación se denominan **factores**. E el resultado se llama **producto.**

Así por ejemplo: 7+7+7+7+7+7+7+7+7 = 7 x 9 = 63

La multiplicación puede estar representada o bien por (**x**) o también por (**·**).

7 x 9 = 63 o bien 7 · 9 = 63

La multiplicación cumple las siguientes propiedades:

- Propiedad **conmutativa**: la multiplicación no varía al cambiar el orden de los factores.

  axb = bxa Ejemplo: 5x8 = 8x5

  40 = 40

- Propiedad **asociativa**: el producto no varía aunque cambiemos la forma de agrupar los factores.

  ax(bxc) = (axb)xc Ejemplo: 4x (7x9) = (4x7)x9

  4x63 = 28x9

  252 = 252

- Elemento **neutro**: es el uno. Cualquier número que multipliquemos por uno es igual al mismo número.

  ax1 = a Ejemplo: 78 x1 = 78

- Propiedad **distributiva**: el producto de un número por una suma (o una resta) es igual a la suma (o resta) de los productos del número por cada sumando.

  ax(b+c) = (axb)+(axc) Ejemplo: 4x (5+2) = (4x5)+(4x2)

  4x7 = 20+8

  28 = 28

  ax(b-c) = (axb)-(axc) Ejemplo: 4x (5-2) = (4x5)-(4x2)

  4x3 = 20-8

  12 = 12

La división o cociente

La división entre dos números naturales a los que les llamamos dividendo (D) y divisor (d), consiste en repartir en partes iguales una cantidad. El resto (R) en una división debe ser siempre menor que el divisor (d).

Las divisiones atendiendo al resto (R) pueden ser:

- **Exacta**: cuando el resto es cero. Eso significa que el dividendo es un número exacto de veces el divisor.
- **Entera**: cuando el resto es distinto de cero. Lo que significa que el dividendo no es un número exacto de veces el divisor.
- **No se puede dividir por cero**: no existe ningún número que nos dé algún resultado si lo pretendemos dividir entre cero. $\rightarrow \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{0}} =$ **no existe.**
- **Cero dividido por cualquier número, siempre nos da cero.** Esto es lógico ya que si no tenemos nada para repartir, no podemos obtener nada. $\rightarrow \frac{\mathbf{0}}{\mathbf{a}} = \mathbf{0}.$

<table>
<tr><td colspan="2">División entera.   R=1
Dividendo
529   4 divisor
12   132 Cociente
09
1Resto
Prueba de la división D= (Cxd)+R
529=(132x4)+1</td><td colspan="2">División exacta.   R=0
Dividendo
1964   4 divisor
36   491 Cociente
04
0Resto
Prueba de la división D= Cxd
1964=491x4</td></tr>
<tr><td>División entera</td><td>Dividendo = divisor x cociente + resto</td><td>División exacta</td><td>Dividendo = divisor x cociente</td></tr>
</table>

Actividades propuestas

S4. Coloque y efectúe las siguientes operaciones:

1234+36+875 =	56437-7689 =
56+8874+1008 =	8765 - 7895 =

S5. Coloque y efectúe las siguientes multiplicaciones:

364 x 75 =	56437 x 689 =
1008 x 63 =	8765 x 241 =

S6. Efectúe las siguientes divisiones y compruebe que los resultados están bien al hacer la prueba de la división. Indique en cada caso si las divisiones son exactas o enteras.

3552 : 9	31833 : 67
359817 : 53	111031: 123

2.1.3 Operaciones combinadas. Jerarquía de las operaciones y uso de paréntesis

En las operaciones combinadas el orden que hay que seguir es el siguiente:

- 1º) Se resuelven los corchetes e paréntesis.
- 2º) Se resuelven las potencias y raíces.
- 3º) Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones en el orden en que aparezcan de izquierda a derecha.
- 4º) Se resuelven las sumas y las restas en el orden en que aparezcan de izquierda a derecha.

En caso de existir solamente operaciones de un mismo orden, deben efectuarse de izquierda a derecha según vayan apareciendo.

Actividades resueltas

Calcule las siguientes operaciones:

4 + 5 x 2 = 4+10 = 14	(4+5) x 2= 9 x 2 = 18
3+5x2-7 = 3+10-7 =13-7 = 6	(3+5)x2-7 = 8x2-7=16-7 = 9

Actividades propuestas

S7. Realice las siguientes operaciones:

▪ a) 3·5 + 2·4 – 2·6 =	
▪ b) 3·(5+2)·4 – 2·6 =	
▪ c) 3·5 + (2·4-2)·6=	
▪ d) 4 ·6 + 2·8 – 3·4 =	
▪ e) 4·(6+2)·8 – 3·4=	
▪ f) 4·6+2·(8-3)·4=	
▪ g) 4.6+ (2·8-3)·4=	
▪ h) 4·(6+2·8-3)·4=	
▪ i) 4+7·3-10:5+7=	
▪ l) (4+7)·3-10:5+7=	
▪ m) 30-20:5+7-5=	
▪ n) (30-20):5+7-5=	

S8. Complete la siguiente tabla:

a	b	c	a – b + c	a – (b + c)	a x (b + c)	(a + b) : c
17	5	2				
60	21	3				
28	20	4				

S9. Realice las siguientes operaciones combinadas:

- a) (15 − 4) + 3 − (12 − 5 x 2) + (5 + 16 : 4) − 5 + (10 − 2) =
- b) [15 − (8 − 10 : 2)] x [5 + (3 x 2 − 4)] − 3 + (8 − 2 x 3) =
- c) [(15 – 3) x 4)]– 1 x [(5 + 3) x 4] =
- d) [8-2)x12:6] - 20 :[(8+7) :3 + 5] =

S10. Realice las siguientes operaciones combinadas:

- a) 453 –15 · 9 -246 : 3 -12 · 3 + 7 · (2 + 12 · 4) =
- b) 9 · (11 · 5 + 14 · 4 - 18 · 6) - (9 · 6 - 6 · 5 + 4 · 5) : 4 –2 · 8 =
- c) (69: 3+ 4) :9 + 5 · (15 :5 + 36 :12 + 12 · 5) - 21 =
- d) (116 - 60) : 8+ 20 · (78 :3 –112 : 7) =
- e) 50 · (5 - 4 + 9 - 8 + 2) –(1 + 5 + 6) · 15 =
- f) [(5 · 3 –2 · 4) + (24 :3 –21 :3)] · [(16 ·3 –3 · 8) · (20 - 18)]

2.1.4 Potencias y operaciones con potencias

Potencia

Una potencia es la forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

$$\underbrace{a \times a \times a \times a \times a \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times a}_{\text{n veces}} = a^n$$

expoñente

base

En la potencia $\mathbf{a^n}$, **a** es la **base** que es el factor que se repite. Y **n**, es el exponente que nos indica el número de veces que se repite la base.

Dos potencias especiales: el cuadrado y el cubo

Las potencias de exponente 2 se llaman cuadradas y las de exponente 3 cubos. Entonces, si tenemos 5^2 diremos 5 elevado al cuadrado, y si tenemos 7^3, diremos 7 elevado al cubo. Si el exponente es 4 diremos elevada a cuatro o la cuarta, si es 5 diremos elevado a 5 o a la quinta, si fuese 6 diremos elevado a seis o a la sexta…

Actividad resuelta

Complete la tabla.

Producto de factores iguales	Potencia	Escriba como se lee
▪ $6 \cdot 6$	▪ 6^2	▪ Seis al cuadrado
▪ $7 \cdot 7 \cdot 7$	▪ 7^3	▪ Siete al cubo
▪ $12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12$	▪ 12^5	▪ Doce elevado a cinco o doce a la quinta

Potencias de base 10

Una potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indica el exponente.

$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$

$10^6 = 10{\cdot}10{\cdot}10{\cdot}10{\cdot}10{\cdot}10 = 1.000.000$

Las potencias de base 10, son muy fáciles de calcular, y con ellas podemos:

- Escribir de forma reducida números muy grandes.

Ejemplo: segundo estimaciones más recientes de Naciones Unidas, la población mundial en este siglo alcanzará los diez mil millones de personas. Esta cantidad la podemos escribir 10.000.000.000 o bien de una forma más reducida utilizando las potencias de 10 y quedaría → 10.000.000.000 habitantes $= 10^{10}$ habitantes

- Para expresar de forma polinómica la descomposición de un número.

Ejemplo $23.542 = 20.000+ 3.000+500+40+2 = 2{\cdot}10^4 + 3{\cdot} 10^3 + 5 \cdot 10^2 +4 \cdot 10 +2$

Actividades propuestas

S11. Exprese las siguientes cantidades de forma numérica y a continuación simplifique su expresión utilizando las potencias de 10.

- a) Un año luz es aproximadamente nueve billones de quilómetros.
- b) El universo contiene unas cien mil millones de galaxias.
- c) Actualmente la población mundial supera los siete mil millones de personas.
- d) La distancia de la Tierra al Sol es ciento cuarenta y nueve millones quinientos mil km.

S12. Escriba de forma numérica las siguientes expresiones.

▪ a) Seis a cuadrado ▪ b) Sete al cubo ▪ c) Trece a la sexta	▪ d) Veinticuatro a la novena ▪ e) Dos a la décima ▪ f) Nueve al cuadrado

S13. Complete la siguiente tabla:

Número	1	2	3	4	5	20
Cuadrado						
Cubo						
Doble						
Triple						

Operaciones con potencias de exponente natural

- **Producto potencias de la misma base**. El producto de potencias de la misma base es otra potencia que tiene la misma base y el exponente es la suma de los exponentes.

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Ex: $7^3 \times 7^2 = 7^{3+2} = 7^5$

- **Cociente de potencias de la misma base**. El cociente de dos potencias de la misma base es otra potencia que tiene la misma base y su exponente es la diferencia de los exponentes.

$a^m : a^n = a^{m-n}$ También se puede escribir $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ Ex: $5^6 : 5^4 = 5^{6-4} = 5^2$

- **Potencia de una potencia**. La potencia de otra potencia es una potencia que tiene la misma base y su exponente es el producto de los exponentes.

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Ex: $[3^4]^3 = 3^{12}$

Las potencias de exponente 1 tienen como valor la base.

$a^1 = a$

Ex: $3^1 = 3$

Las potencias de exponente 0 tienen como valor 1.

$a^0 = 1$

Ex: $6^0 = 1$

Actividad resuelta

Calcule el producto de las siguientes potencias. Exprese el resultado en forma de potencia.

▪ a) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3 \cdot 3^5 = 3^{2+4+1+5} = 3^{12}$	(Recuerde: el exponente 1 no se pone, ya que $3 = 3^1$)
▪ b) $2^5 \cdot 2^6 \cdot 2^4 \cdot 2 = 2^{5+6+4+1} = 2^{16}$	(Recuerde: el exponente 1 no se pone, ya que $2 = 2^1$)
▪ c) $4^2 \cdot 4^3 \cdot 4 = {}^{4\,2+3+1} = 4^6$	(Recuerde: el exponente 1 no se pone, ya que $4 = 4^1$)

Calcule el cociente de las siguientes potencias. Exprese el resultado en forma de potencia:

▪ a) $3^5 : 3 = 3^{4-1} = 3^4$	(Recuerde: el exponente 1 no se escribe, pues $3 = 3^1$)
▪ b) $2^5: 2 = 2^{5-1} = 2^4$	(Recuerde: el exponente 1 no se escribe, pues $2 = 2^1$)
▪ c) $\frac{6^4}{6^3} = 6^{4-3} = 6^1 = 6$	(Recuerde: el exponente 1 no se escribe, pues $6 = 6^1$)
▪ d) $\frac{7^{12}}{7^8} = 7^{12-8} = 7^4$	
▪ e) $\frac{6^5}{6^5} = 6^{5-5} = 6^0 = 1$	(Recuerde: cualquier número con exponente 0 es igual a 1)
▪ f) $\frac{9^5}{9^4} = 9^{5-4} = 9^1 = 9$	(Recuerde: el exponente 1 no se escribe, pues $9 = 9^1$)

Exprese el resultado en forma de potencia.

▪ a) $(8^3)^4 = {}^{8\,3\cdot 4} = 8^{12}$	
▪ b) $(5^4)^5 = 5^{4\cdot 5} = 5^{20}$	
▪ c) $(100^2)^3 = 100^{2\cdot 3} = 100^6$	
▪ d) $(9^3)^0 = 9^{3\cdot 0} = 9^0 = 1$	(Recuerde: cualquier número con exponente 0 es igual a 1)
▪ e) $(20^2)^5 = 20^{2\cdot 5} = 20^{10}$	

Actividades propuestas

S14. Exprese el resultado en forma de potencia.

▪ a) $3^9 : 3 =$
▪ b) $2^{15} : 2^8 =$
▪ c) $\frac{6^7}{6^5} =$
▪ d) $\frac{7^9}{7^8} =$
▪ e) $\frac{6^4}{6^4} =$
▪ f) $\frac{9^5}{9^5} =$

S15. Expresse el resultado en forma de potencia.

▪	a) $(5^3)^6 =$
▪	b) $(8^4)^3 =$
▪	c) $(100^3)^2 =$
▪	d) $(45^3)^0 =$
▪	e) $(1^2)^5 =$

S16. Expresse el resultado en forma de potencia.

▪	a) $7^2 \cdot 7^4 \cdot 7 \cdot 7^5 =$
▪	b) $9^5 \cdot 9^6 \cdot 9^4 \cdot 9 =$
▪	c) $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5 =$
▪	d) $8^2 \cdot 8^0 \cdot 8^7 . 8^2 =$

S17. Calcule el resultado de :

a) $15^0 =$	b) $21^6 : 21^6 =$

2.1.5 Cuadrados perfectos y raíces cuadradas

Raíz cuadrada exacta y raíz cuadrada entera

Diremos que un número es cuadrado perfecto si es el resultado de una potencia que tiene como exponente el 2. Así tenemos por ejemplo los cuadrados perfectos **1, 4, 9**… ya que son el resultado y las potencias: 1^2=**1**; 2^2 = **4**; 3^2 = **9**…

Una buena manera de calcular raíces cuadradas es reconocer los cuadrados perfectos. De esta forma podremos hacer un cálculo aproximado del resultado en caso de no ser exacto. Recordemos que el resultado de una raíz cuadrada puede ser **exacto** o **entero.**

Será **exacto** si existe un número que, al elevarlo al cuadrado, nos da el número del que queremos calcular su raíz cuadrada. Ej: $\sqrt{36}$ = 6. Es exacta ya que existe 6^2, cuadrado perfecto que nos da 36.

Será **entero** si no existe un número que, al elevarlo al cuadrado, no nos da el número que buscamos.

Por eso será de gran ayuda recordar los primeros cuadrados perfectos.

Cuadrado perfecto	Raíz cuadrada	Cuadrado perfecto	Raíz cuadrada	Cuadrado perfecto	Raíz cuadrada
$1^2=1$	$\sqrt{1}=1 \Rightarrow 1^2=1$	$7^2=49$	$\sqrt{49}=7 \Rightarrow 7^2=49$	$13^2=169$	$\sqrt{169}=13 \Rightarrow 13^2=169$
$2^2=4$	$\sqrt{4}=2 \Rightarrow 2^2=4$	$8^2=64$	$\sqrt{64}=8 \Rightarrow 8^2=64$	$14^2=196$	$\sqrt{196}=14 \Rightarrow 14^2=196$
$3^2=9$	$\sqrt{9}=3 \Rightarrow 3^2=9$	$9^2=81$	$\sqrt{81}=9 \Rightarrow 9^2=81$	$15^2=225$	$\sqrt{225}=15 \Rightarrow 15^2=225$
$4^2=16$	$\sqrt{16}=4 \Rightarrow 4^2=16$	$10^2=100$	$\sqrt{100}=10 \Rightarrow 10^2=100$	$16^2=256$	$\sqrt{256}=16 \Rightarrow 16^2=256$
$5^2=25$	$\sqrt{25}=5 \Rightarrow 5^2=25$	$11^2=121$	$\sqrt{121}=11 \Rightarrow 11^2=121$	$17^2=289$	$\sqrt{289}=17 \Rightarrow 17^2=289$
$6^2=36$	$\sqrt{36}=6 \Rightarrow 6^2=36$	$12^2=144$	$\sqrt{144}=12 \Rightarrow 12^2=144$	$18^2=324$	$\sqrt{324}=18 \Rightarrow 18^2=324$

La raíz cuadrada exacta de un número **a** es otro número **b**, de tal forma que se cumpla que, al elevar **b** al cuadrado, obtenemos el número **a.**

Raíz cuadrada exacta	
$\sqrt{\mathbf{a}} = b \quad \Rightarrow \quad b^2 = a$	$\sqrt{\mathbf{64}} = 8 \quad \Rightarrow \quad 8^2 = 64$
Calcular la raíz cuadrada es la operación inversa de elevar al cuadrado.	Esta es una raíz cuadrada exacta. Ya que 64 es un cuadrado perfecto.

El número que está dentro de la raíz se llama radicando.

Cuando la raíz cuadrada no es exacta podremos utilizar la calculadora. Dependiendo del modelo, encontrará una tecla con el símbolo de la raíz cuadrada. Veamos un ejemplo de cómo se utiliza la calculadora:

$$40\sqrt{} = 6{,}325 \qquad 20\sqrt{} = 4{,}472$$

Si un número no tiene raíz entera, buscamos un número que, al elevarlo al cuadrado, se aproxime más por defecto (es decir, sin pasarse).

Ejemplo: $\sqrt{149} = ?$

Comenzamos por tanteo a buscar los cuadrados perfectos que se aproximen al número 149.

7·7 = 49 Es una cifra muy baja. La cifra será mayor que 7.

16·16 = 256 Es una cifra en la que me paso mucho. La cifra tiene que ser menor que 16.

12·12 = 144 Ya es una cifra en la que me acerco mucho. Pruebo con la siguiente cifra, el 13.

13.13 = 169 En esta me paso, por lo tanto ya sé que es mayor que 12 y menor que 13.

El resultado de la raíz estará comprendido entre el 12 y el 13.

$12 < \sqrt{149} < 13 \quad \begin{cases} 12^2 = 144 < 149 \\ e \\ 13^2 = 169 > 149 \end{cases}$	La raíz cuadrada de 149 estará entre 12 y 13. $\sqrt{149}$ = 12,... Diremos que 12 es la raíz cuadrada entera de 149.

La raíz cuadrada entera de un número natural **a** es el mayor número **b** que su cuadrado es menor que **a.**

El resto es la diferencia entre **a** y el **cuadrado de su raíz entera.**

Raíz cuadrada entera	Raíz cuadrada entera
$\sqrt{\mathbf{a}}$ = b ⇨ b^2<a Resto = a - b^2	$\sqrt{\mathbf{149}}$=12⇨12^2=144< 149 Resto = 149 - 12^2 = 149 -144 = 5 12 es el mayor número que, al elevarlo al cuadrado, es menor que 149.

Actividad resuelta

Calcule la raíz cuadrada por defecto y por exceso del número 30. Calcule también el resto.

$\sqrt{30}$ = El número 30 no es un cuadrado perfecto, por lo tanto tenemos que buscar un cuadrado perfecto que se aproxime lo más posible a 30.

5^2=25 Este es el que más se aproxima sin pasarse. Por lo tanto, el 5 será la raíz cuadrada por defecto.

6^2=36 Este es el cuadrado más próximo por exceso. Por lo tanto, el 6 será la raíz cuadrada por exceso.

(raíz cuadrada por defecto) = 5 $< \sqrt{\mathbf{30}} < 6$ = (raíz cuadrada por exceso)

Resto = 30 - 5^2 = 30 -25 = 5

Actividades propuestas

S18. Complete la siguiente tabla:

	Es la raíz cuadrada exacta de:	Porque	Se escribe:
10	100	10^2 = 100	$\sqrt{100}$ = 10
15	225		
	144		
		11^2= 121	
	196		

S19. Calcule la raíz cuadrada entera y el resto de los siguientes números:

La raíz entera es:	Pues se cumple que:	El resto R es:
$\sqrt{77} = \mathbf{8}$	$8^2 = 64 < 77 < 81 = 9^2$	$R = 77 - 8^2 = 77 - 64 = \mathbf{13}$
$\sqrt{54} =$		
$\sqrt{80} =$		
$\sqrt{112} =$		
$\sqrt{125} =$		

2.2 Números enteros

2.2.1 Números enteros: representación en la recta numérica

Los números naturales no son suficientes para dar respuesta a todas las situaciones que aparecen en la vida real. Hay cantidades que, para representarlas, es preciso saber el sentido que dichas cantidades tienen con respecto a un origen previamente conocido.

Algunos ejemplos:

MAGNITUD	← −	ORIGEN	+ →
Fechas	Antes de Cristo (a.d.C.)	Nacimiento de Cristo	Después de Cristo (d.d.C.)
Temperatura	Bajo cero	0º	Sobre cero
Capital	Pasivo	0 euros	Activo
Altitud	Bajo el nivel del mar	Nivel del mar	Sobre el nivel del mar

Así, si queremos expresar con cantidades las siguientes expresiones numéricas:

- Eratóstenes nació en el año 285 antes de Cristo. Escribiríamos la cantidad (- 285).
- La temperatura que marca el termómetro es de 4 grados bajo cero. Escribiríamos la cantidad (-4º).
- Debo ciento cincuenta euros. Escribiríamos la cantidad (-150 €).
- El submarino se sumergió hasta los 200 metros. Escribiríamos la cantidad (-200m).
- La avioneta vuela a mil metros de altura. Escribiríamos la cantidad (+ 1000 m).

Para representar estas cantidades que necesitan ese tipo de precisión utilizaremos **los números enteros.**

Los números enteros están formados por:

- Enteros negativos: …-6,-5, -4, -3, -2, -1
- Enteros positivos: +1, +2, +3, +4, +5,+6…
- Número 0

Los números negativos se escriben precedidos del signo menos:

$$-1\ ;\ -2; -3\ ;\ -4-5-6\ \ldots$$

En los números positivos podemos prescindir del signo. Cuando un número no lleva signo será considerado siempre positivo.

$$+1 = 1 \quad ; \quad +2 = 2 \ ; +3 = 3 \quad , +4 = 4 \quad , +5 = 5$$

Los números negativos en las operaciones se escriben entre paréntesis, para evitar que vayan dos signos pegados.

Así, para indicar que al número positivo diecisiete le vamos a sumar el número negativo menos nueve: $Escribiríamos$ → $17 + (-9)$

Los números enteros se representan por el símbolo $\mathbb{Z}$, que comprende los enteros negativos, el cero y los enteros positivos.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^{-} \cup 0 \cup \mathbb{Z}^{+}$$

$$\mathbb{Z} = \{\underbrace{\ldots, -4, -3, -2, -1}_{\mathbb{Z}^{-}}, \underbrace{0}_{cero}, \underbrace{+1, +2, +3, +4, \ldots}_{\mathbb{Z}^{+}}\}$$

Ahora bien, como os números enteros positivos son iguales que los naturales, podemos prescindir del signo positivo ya que $+1 = 1$; $+2 = 2$; $+3 = 3$, $+4 = 4$, $+5 = 5$

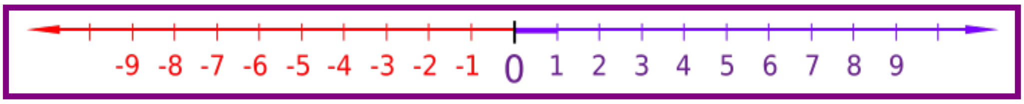
$$\mathbb{Z}^{+} = \mathbb{N}$$

Así, el conjunto de los números enteros podríamos representarlo:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Para poder ordenar enteros tenemos que compararlos, de la misma forma que hicimos con los números naturales *a* < *b* siempre que ***a*** esté a la izquierda de ***b*** en la recta numérica. Del mismo modo, a>b siempre que **a** esté a la derecha de **b** en la recta numérica.

Observe que el **0** es el origen. A partir de él colocamos las cantidades e indicamos el sentido. Esto sirve para separar los números positivos de los negativos. Los números posteriores al **0,** es decir, los mayores a él se indican con el signo (+) o, como quedan representados abajo, sin signo (*recuerde que los números sin ningún signo delante son considerados positivos 1= +1; 5 =+5).*



Fijémonos en los números de la recta −7 e −3.

Como − 7 está a la izquierda de − 3 ⇨ − 7 < −3 *(se lee: "Menos siete es menor que menos tres").*

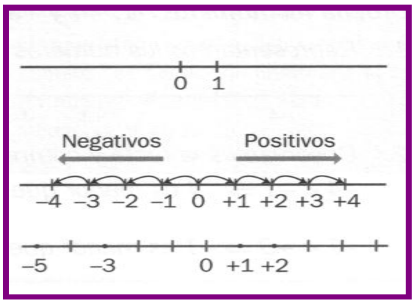
Como − 2 está a la derecha de − 6 ⇨ − 2 > − 6 *(se lee: "Menos dos es mayor que menos seis").*

Actividades resueltas

Ordene de menor a mayor los siguientes números: $+5, -3, -7, +1, -4, +12, -9$

$-9 < -7 < -4 < -3 < 1 < 5 < \ 12$ (*También podemos escribir los que son positivos poniéndoles el signo* $+$)
$-9 < -7 < -4 < -3 < +1 < +5 < \ +12$

Indique en la recta numérica los siguientes números: $-5, -3,$ 0, $+1, +2$

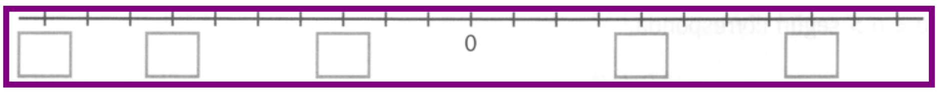
1º Tomamos como origen un punto que representa el cero y como unidad la distancia del 0 al 1. 2º A la izquierda del cero representamos los números negativos, y a la derecha, los positivos. 3º Llevamos la unidad a la derecha y a la izquierda tantas veces como el número que queremos representar.	

Actividades propuestas

S20. Ordene de mayor a menor los siguientes números enteros:

$15, -5, 0, -14, -6, 1, -3, -8, 7, -1{,}5, -7, 6, -15$

S21. Complete con el valor de los cuadros vacíos en la siguiente recta numérica:



2.2.2 Valor absoluto de un número entero

El valor absoluto de un número entero es la distancia (en unidades) que lo separa del cero en la recta numérica. Es, por lo tanto, un número positivo.

En la práctica se escribe entre dos barras $|\ |$ y resulta el mismo número sin su signo.

Valor absoluto de 6 = $|6|$ = 6 (*distancia en la recta numérica del 6 al 0 = 6*)

Valor absoluto de −6 = $|-6|$ = 6 (*distancia en la recta numérica del 6 al 0 = 6*)

En general: resulta el mismo número sin su signo.

$\|+b\|$ = b	$\|-a\| = a$

A partir del valor absoluto podemos comparar números enteros:

- Si comparamos dos enteros **positivos** será **mayor** el que tenga **mayor valor absoluto.**
- $\left.\begin{array}{l} |+6| = 6 \\ |+8| = 8 \end{array}\right\}$ Así 8 > 6
- Si comparamos dos enteros **negativos** será **mayor** el que tenga **menor valor absoluto.**
- $\left.\begin{array}{l} |-6| = 6 \\ |-8| = 8 \end{array}\right\}$ Así −6 > −8

2.2.3 Opuesto de un número entero

El opuesto de un número entero es su simétrico respecto del cero. Esto quiere decir que un número y su opuesto están a la misma distancia del cero. El opuesto de un número por lo tanto es el mismo número pero con distinto signo.

Op $(+b) = -b$	Op $(-a) = +a$

Actividades propuestas

S22. Calcule los valores absolutos: a) $|+7|$; b) $|-7|$; c) $|22|$; d) $|-22|$; e) $|-23|$; f) $|+23|$.

S23. Escriba el signo $>$ o el signo $<$ según corresponda en cada caso.

a) -6 , $+3$	b) -9 , -5	c) $+16$, $+13$
d) -6 , -3	e) $+9$, $+5$	f) -16 , -13

S24. Escriba el opuesto de:

a) Op ($+3$) =	b) Op (-13) =	c) Op (-9) =
d) Op (-3) =	e) Op ($+23$) =	f) Op ($+19$) =

2.2.4 Operaciones con números enteros

Sumar

- Sumar números enteros del mismo signo:

  1. **Se suman** sus valores absolutos.

  2. Ponemos el **mismo signo de los números.**

Ejemplo: $(+3) + (+7) = +10$; $(-3)+(-7) = -10$

$\left.\begin{array}{l} \lvert +3 \rvert = 3 \\ \lvert +7 \rvert = 7 \end{array}\right\}$ 3+7 = +10 = 10	$\left.\begin{array}{l} \lvert -3 \rvert = 3 \\ \lvert -7 \rvert = 7 \end{array}\right\}$ 3+7 = -10

- Sumar números enteros de distinto signo:

  1. **Se restan** sus valores absolutos.

  2. Ponemos el **signo** que tiene el número con **mayor valor absoluto.**

Ejemplo: $(+3) + (-7) = -4$; $(-3)+(+7) = +4$

$\left.\begin{array}{l} \lvert +3 \rvert = 3 \\ \lvert -7 \rvert = 7 \end{array}\right\}$ 7− 3= 4 Como el que es mayor en valor absoluto es el 7 y este tiene signo negativo, el resultado llevará el signo negativo. $(+3) + (-7) = -4$	$\left.\begin{array}{l} \lvert -3 \rvert = 3 \\ \lvert +7 \rvert = 7 \end{array}\right\}$ 7− 3= 4 Como el que es mayor en valor absoluto es el 7 y este tiene signo positivo, el resultado llevará el signo positivo. $(-3) + (+7) = +4$

Actividad resuelta

Realice las siguientes sumas de números enteros.

a) $(+4)+(-5) = -1$	b) $(-4)+(+5) = +1 = 1$	c) $(+4)+(+5) = +9 = 9$	d) $(-4)+(-5) = -9$
e) $(-7)+(-5) = -12$	f) $(+2)+(-7) = -5$	g) $(-5)+(+5) = 0$	h) $(+2)+(+9) = +11 = 11$
i) $(-4)+(-9) = -13$	l) $(-1)+(-8) = -9$	m) $(+3)+(-10) = -7$	n) $(-14)+(+15) = +1 = 1$
o) $(-8)+(-9) = -17$	p) $(-4)+(-12) = -16$	q) $(+1)+(+8) = +9 = 9$	r) $(+24)+(-10) = +14 = 14$

Cuando estamos sumando números enteros y hay paréntesis, podemos operar de dos formas: o bien hacemos primero las operaciones que hay dentro del paréntesis sustituyéndolas por su resultado o bien quitamos el paréntesis. Al quitar el paréntesis precedido del signo $+$, los signos de los sumandos que hay dentro no cambian y permanecen con el mismo signo.

▪ Ejemplo. Calcule el resultado de la operación siguiente: $-7 + (8-10+17)$	
▪ Sustituimos el paréntesis por su resultado.	▪ Quitamos el paréntesis fijándonos en el signo + que tiene delante.
▪ $(8-10+17) = (25-10) = 15$ ▪ $-7 + (8-10+17) = -7 + 15 = +8 = 8$	▪ $-7 + (8-10+17)$ Paréntesis con signo + delante. No cambia los signos al quitarlo. ▪ $-7 + (8-10+17) = -7 + 8 - 10 + 17 = -17 + 25 = +8 = 8$

Restar

- Para restar dos números enteros, convertimos la resta en una suma con los siguientes pasos:

  1. Al primero (minuendo) le sumamos el opuesto del segundo (sustraendo).
  2. Aplicamos la regla de la suma de números enteros.

Ejemplo:

La resta la convertimos en una suma: Minuendo $(+3) - (+7) = (+3) + (-7)$ Opuesto del sustraendo	▪ Resolvemos la suma: ▪ $\left.\begin{matrix} \lvert +3 \rvert = 3 \\ \lvert -7 \rvert = 7 \end{matrix}\right\}$ $7-3 = 4$ ▪ Como el que es mayor en valor absoluto es el 7 y este tiene signo negativo, el resultado llevará signo negativo. ▪ $(+3) + (-7) = -4$

Actividad resuelta

Realice las siguientes restas de números enteros:

a) (+4)−(−5) = (+4)+(+5)=+9=9	b) (−4)−(+5) =(−4)+(−5)=−9	c) (+4)−(+5) = (+4)+(−5)=−1
d) (−7)−(−5) = (−7)+(+5) =−2	e) (+2)−(−7) = (+2)+(+7)=+9=9	f) (−5)−(+5) = (−5)+(−5)=−10
g) (−4)−(−9) = (−4)+(+9) = +5=5	h) (−1)−(−8) = (−1)+(+8)=+7=7	i)(+3)−(−10)=(+3)+(+10)=+13=13
l) (−8)−(−9) = (−8)+(+9) =+1=1	m)(−4)−(−12) = (−4)+(+12)=+8=8	n) (+1)−(+8) = (+1)+(−8)=−7

Cuando existen operaciones de resta de números enteros y hay paréntesis, podemos operar de dos formas: o bien hacemos primero las operaciones que hay dentro del paréntesis y lo sustituimos por su resultado o bien quitamos el paréntesis. Al quitar el paréntesis precedido del signo −, los signos de los sumandos que hay dentro cambian de signo.

Ejemplo. Calcule el resultado de la operación siguiente: −7 − (8−10 +17)	
Substituimos el paréntesis por su resultado.	Quitamos el paréntesis fijándonos en el signo − que tiene delante.
(8−10 +17) = (25−10) = 15 −7 − (8−10 +17) = −7 −15 = −22	−7 − (8−10 +17) Paréntesis con signo − delante. Cambian los signos de los sumandos que hay dentro. −7 − (8−10 +17)=−7 − 8+10 −17=−32+ 10 = −22

Sumas y restas combinadas

- Cuando existe una combinación de sumas y restas de números enteros:

  1. Quitamos los paréntesis prestando mucha atención a si van precedidas del signo + o del signo −.

  2. Realizamos las sumas y restas, bien agrupando los negativos y los positivos, bien haciendo las operaciones en el orden en que aparecen.

Ejemplo. Calcule el resultado de la operación siguiente: (+17)+(− 8)−(+14−3−5)
1. Quitamos los paréntesis (si lleva el signo + delante no cambia nada pero si lleva el signo − delante tenemos que cambiar los signos.) (+17)+(− 8)−(+14−3−5) = 17−8−14+3+5 = −22+25 =+3=3

Actividades propuestas

S25. Calcule las siguientes sumas:

a) $(+14)+(-5) =$	b) $(-2)+(+5) =$	c) $(+1)+(+6) =$	d) $(-2)+(-8) =$
e) $(-7)+(-15) =$	f) $(+2)+(-10) =$	g) $(-25)+(+25) =$	h) $(+2)+(1) =$
i) $(-14)+(-9) =$	l) $(-11)+(-8) =$	m) $(+13)+(-10) =$	n) $(-1)+(+15) =$
o) $(+8)+(-9) =$	p) $(-14)+(-12) =$	q) $(+12)+(+8) =$	r) $(+14)+(-10) =$

S26. Calcule las siguientes restas:

a) $(+14)-(-5) =$	b) $(-9)-(+5) =$	c) $(+14)-(+5) =$
d) $(-7)-(-15) =$	e) $(+12)-(-7) =$	f) $(-15)-(+5) =$
g) $(-4)-(-19) =$	h) $(-10)-(-8) =$	i)$(+3)-(-10)=$
l) $(-18)-(-9) =$	m)$(-4)-(-12) =$	n) $(+10)-(+8) =$

S27. Calcule las siguientes sumas y restas combinadas:

a) $(+17)+(-8)-(+24-13-5)=$	b) $(+17)+(-8)+(+24-13-5)=$
c) $(-17)+(+8)-(-14-13+20)=$	d) $(-17)+(+8)+(-14-13+20)=$
e) $-(-14-13+20)-(+4+13-15)=$	f) $(-14-13+20)+(+4+13-15)=$
g) $(+10)-(+8)-(-4+5-2+7)$	h) $(+10)-(+8)+(-4+5-2+7)$

Multiplicación

El producto de dos números enteros se realiza en dos pasos:

- 1. Multiplicamos los signos. Al resultado hay que ponerle el **signo +** si ambos números tienen **igual signo**. O bien hay que ponerle el **signo −** si los números tienen **signos diferentes.**
- 2. Multiplicamos los valores absolutos de ambos números.

Ejemplo:

$(+9)\cdot(+5) = +45$	El resultado será +, ya que ambos números son de igual signo +.
	$9\cdot 5 = 45$ (multiplicamos sus valores absolutos)
$(-9)\cdot(-5) = +45$	O resultado será +, ya que ambos números son de igual signo −.
	$9\cdot 5 = 45$ (multiplicamos sus valores absolutos)

$(-9)\cdot(+5) = -45$	El resultado será **–**, ya que los dos números son de distinto signo.	
	$9\cdot 5 = 45$ (multiplicamos sus valores absolutos)	
$(+9)\cdot(-5) = -45$	O resultado será **–**, ya que los dos números son de distinto signo.	
	$9\cdot 5 = 45$ (multiplicamos sus valores absolutos)	

Regla de los signos

- Si dos factores tienen igual signo, el producto siempre es positivo.
- Si dos factores tienen diferente signo, el producto siempre es negativo.

$(+)\cdot(+) = +$	Igual signo, el producto será = +
$(-)\cdot(-) = +$	Igual signo, el producto será = +
$(+)\cdot(-) = -$	Distinto signo, el producto será = **–**
$(-)\cdot(+) = -$	Distinto signo el producto será= **–**

Propiedades de la multiplicación

La multiplicación cumple las siguientes propiedades:

- Propiedad **conmutativa**: la multiplicación no varía al cambiar el orden de los factores.

  a·b = b·a Ejemplo: $(-5)\cdot(+8) = -40$ $(+8)\cdot(-5) = -40$

- Propiedad **asociativa**: el producto no varía aunque cambiemos la forma de agrupar los factores.

  a·(b·c) = (a·b)·c Ejemplo: $-4\cdot[(-7)\cdot(+2)] = [-4\cdot(-7)]\cdot(+2)$

  $-4\cdot(-14) = (+28)\cdot(+2)$

  $+56 = +56$

- Elemento **neutro**: es el uno. Cualquier número que multipliquemos por uno es igual al mismo número.

  a·1 = a Ejemplo: $-78\cdot 1 = -78$

- Propiedad **distributiva**: el producto de un número por una suma (o una resta) e igual a la suma (o resta) de los productos del número por cada sumando.

  a·(b+c) = (a·b)+(a·c) Ejemplo: $-4\cdot[(-5)+(+2)] = [(-4)\cdot(-5)]+[(-4)\cdot(+2)]$

  $-4\cdot(-3) = [(+20]+[(-8)]$

  $(+12) = (+12)$

a·(b-c) = (a·b)-(a·c) Ejemplo: $-4\cdot[(-5)-(+2)] = [(-4)\cdot(-5)]-[(-4)\cdot(+2)]$

$$-4\cdot(-7) = [(+20]-[(-8)]$$

$$(+28) = (+28)$$

Factor común

Es el proceso inverso de la propiedad distributiva. También se denomina "***propiedad distributiva de la suma o de la resta con respecto al producto***".

Sean **a, b, c** números enteros:

$$a\cdot b + a\cdot c = a\cdot(b+c)$$

(Factor común: a)

Factor común: a	Se extrae el factor común "a" que divide a cada sumando y el resultado se coloca entre paréntesis.
a·b + a·c =	**a·(b+c)** $\frac{a\cdot b}{a} = b$; $\frac{a\cdot c}{a} = c$

Ejemplo. Sacar el factor común en la siguiente expresión:

$$[(-4)\cdot(-5)]+[(-4)\cdot(+2)]$$

Observamos que el factor que se repite en cada sumando, y por lo tanto es común, es el (−4).

$$[(-4)\cdot(-5)] + [(-4)\cdot(+2)] = -4\cdot[(-5)+(+2)]$$

Actividad resuelta

Calcule, sacando factor común, el resultado de las siguientes expresiones:

a) $[(-5)\cdot(-6)]+[(-5)\cdot(+12)]$ El factor común es : (−5) Las divisiones de los sumandos entre el factor común son: $\frac{(-5)\cdot(-6)}{-5}=(-6)$; $\frac{(-5)\cdot(+12)}{-5}=(+12)$ $[(-5)\cdot(-6)]+[(-5)\cdot(+12)]=(-5)\cdot[(-6)+(+12)]$ $(-5)\cdot[(-6)+(+12)]= (-5)\cdot(+6) = -30$	b) $[(-8)\cdot(+6)]-[(-8)\cdot(+5)]$ El factor común es : (−8) Las divisiones de los sumandos entre el factor común son: $\frac{(-8)\cdot(+6)}{-8}= (+6)$; $\frac{(-8)\cdot(+5)}{-8}= (+5)$ $[(-8)\cdot(+6)]-[(-8)\cdot(+5)]=(-8)\cdot[(+6)-(+5)]$ $(-8)\cdot[(+6)-(+5)]=(-8)\cdot[(+6)+(-5)]=$ $(-8)\cdot(+1)= -8$

Actividades propuestas

S28. Calcule las expresiones siguientes sacando el factor común.

a) $[(-5)\cdot(+2)]+[(-5)\cdot(-3)]$	b) $[(-6)\cdot(-3)]-[(-6)\cdot(-2)]$

S29. Calcule las siguientes multiplicaciones. **(Recuerde: en primer lugar multiplicamos los signos y después los valores absolutos).**

a) $(-3)\cdot(+5)\cdot(-2)\cdot(+4) =$	b) $(+3)\cdot(+5)\cdot(-5)\cdot(+4) =$
c) $(-4)\cdot(+5)\cdot(-2)\cdot(+6) =$	d) $(-3)\cdot(+5)\cdot(-2)\cdot(-6) =$
e) $(+7)\cdot(+5)\cdot(-2)\cdot(+3) =$	f) $(+8)\cdot(+5)\cdot(-2)\cdot(+4) =$
g) $(-3)\cdot(+5)\cdot(+6)\cdot(+4) =$	h) $(+1)\cdot(+5)\cdot(-2)\cdot(-3) =$

División

La división de dos números enteros se realiza en dos pasos:

- 1. Dividimos primero los signos. Al resultado hay que ponerle el **signo** $+$ si ambos números tienen **igual signo**, o bien hay que ponerle el **signo** $-$ si los números tienen **signos diferentes.**
- 2. Dividimos los valores absolutos de ambos números.

Ejemplo:

$(+45):(+5) = +9$	El resultado será +, ya que ambos números son de igual signo + .
	45:5 = 9 (dividimos sus valores absolutos)
$(-40):(-8) = +5$	El resultado será +, ya que ambos números son de igual signo **−** .
	40:8 = 5 (dividimos sus valores absolutos)
$(-45):(+5) = -9$	El resultado será **−**, ya que los dos números son de distinto signo.
	45:5 = 9 (dividimos sus valores absolutos)
$(+40):(-5) = -8$	El resultado será **−**, ya que los dos números son de distinto signo.
	40:5 = 8 (dividimos sus valores absolutos)

Regla de los signos

- Si dos factores tienen igual signo, el producto siempre es positivo.
- Si dos factores tienen diferente signo, el producto siempre es negativo.

$(+)\cdot(+) = +$	Igual signo, el producto será $= +$
$(-)\cdot(-) = +$	Igual signo, el producto será $= +$
$(+)\cdot(-) = -$	Distinto signo, el producto será $= -$
$(-)\cdot(+) = -$	Distinto signo, el producto será $= -$

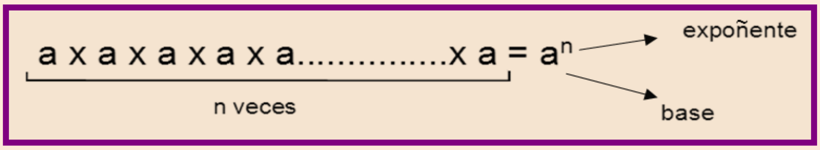
S30. Calcule las siguientes divisiones: (Recuerde que en primer lugar es necesario dividir los signos y después los valores absolutos).

a) $(-30):(+5):(-2)=$	b) $(-54):(+9) =$
c) $(-40):(+5):(-4) =$	d) $(-35):(+5)=$
e) $(+75):(+5): (+3) =$	f) $(+80):(+5):(-2):(+4) =$
g) $(-36):(+4) =$	h) $(+100):(+2):(-5):(-4) =$

2.2.5 Potencias y raíces de números enteros

Potencia

Una potencia es la forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.



En $\mathbf{a^n}$, a es la **base,** que es el factor que se repite. E **n**, es el exponente que nos indica el número de veces que se repite la base.

Recordemos que en los números naturales $\mathbb{N}$, una potencia es una forma abreviada de expresar una multiplicación de un mismo factor por sí mismo varias veces.

En los números enteros $\mathbb{Z}$, el concepto permanece exactamente igual que en los números naturales, pero hay que prestar mucha atención a los signos, sobre todo cuando haya que calcular potencias de números enteros negativos.

Si aparece un número negativo habrá que fijarse si el exponente afecta o no al dicho signo, ya que no es lo mismo $\mathbf{(-a)^n}$ que $\mathbf{-a^n}$.

Esto quiere decir que en una potencia si la base está cerrada entre paréntesis, el exponente afecta a todo el contenido del paréntesis y, por tanto, afecta también al signo:

Ejemplo: $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$$

Sin embargo, si tenemos una potencia de un número negativo que no está cerrada entre paréntesis, el signo negativo no afecta al valor de la base y sí al conjunto de la potencia.

Ejemplo: $-2^2 = -(2 \cdot 2) = -4$

$$-2^4 = -(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = -16$$

Actividad resuelta

Calcule las siguientes potencias y observe el resultado.

Calcule y observe el resultado. a) $(-3)^2$ b) -3^2 c) $(-3)^4$ d) -3^4	Obsérvese que el resultado cambia si el paréntesis encierra el número y el signo. a) $(-3)^2= (-3)\cdot (-3) = +9$ b) $-3^2= -(3\cdot 3) =-9$ c) $(-3)^4= (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)=+81$ d) $-3^4 = -(3\cdot 3\cdot 3\cdot 3) = -81$

Actividades propuestas

S31. Calcule las siguientes potencias y observe como cambia el resultado dependiendo de cómo coloquemos los paréntesis.

Potencias	Calculamos:
a) $(-4)^2$ b) -4^2 c) $(-4)^4$ d) -4^4	a) $(-4)^2=$ b) $-4^2 =$ c) $(-4)^4=$ d) $-4^4 =$

Potencias de números positivos

Cuando una potencia es de base positiva, el resultado es siempre un número positivo.

$$\mathbf{(+a)^n = (a)^n = \text{el resultado será} +}$$

Ejemplo: $(+4)^2 = (+4)\cdot (+4) = +16$

$$(+3)^3= (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) = + 27$$

Potencias de números negativos

Cuando una potencia es de base negativa, el signo que va a tener el resultado va a depender del exponente. Si el exponente es par, el resultado será +. Si el exponente es impar, el resultado será –.

Al elevar un número negativo a una potencia puede ocurrir:

a) $(-a)^{\text{número par}} \Longrightarrow$ **El resultado será +.**

b) $(-a)^{\text{número impar}} \Longrightarrow$ **El resultado será –.**

Ejemplo

Potencias de números negativos con exponente par	*Potencias de números negativos con exponente impar*
a) $(-2)^2=(-2)\,(-2)=+4$ b) $(-2)^4=(-2)\cdot (-2) \cdot(-2) \cdot(-2)=+16$ c) $(-2)^6=(-2)\cdot (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) \cdot(-2)=+64$	a) $(-2)^1=-2$ b) $(-2)^3=(-2)\cdot (-2) \cdot(-2) = -8$ c) $(-2)^5=(-2)\cdot (-2) \cdot(-2) \cdot(-2) \cdot(-2)=-32$

2.2.6 Operaciones con potencias de números enteros

- **Producto potencias de la misma base**. El producto de potencias de la misma base es otra potencia que tiene la misma base y el exponente es la suma de los exponentes.

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Ex : $(-7)^3 \cdot (-7)^2 = 7^{3+2} = 7^5$

- **Cociente de potencias de la misma base**. El cociente de dos potencias de la misma base es otra potencia que tiene la misma base y su exponente es la diferencia de los exponentes.

$a^m : a^n = a^{m-n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Ex: $(-5)^6 : (-5)^4 = (-5)^{6-4} = (-5)^2$

- **Potencia de una potencia**. La potencia de otra potencia es una potencia que tiene la misma base y su exponente es el producto de los exponentes.

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Ex: $[-3^4]^3 = -3^{12}$

- **Las potencias de exponente 1 tienen como valor la base.**

$a^1 = a$

Ex: $-3^1 = -3$

- **Las potencias de exponente 0, tienen como valor 1.**

Ex: $+6^0 = 1$

$a^0 = 1$

- Potencia que tiene de base un entero positivo y de exponente un número entero negativo.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Es igual al cociente de la unidad entre la misma potencia con el exponente positivo.

Ejemplo: $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

Actividad resuelta

Exprese como una única potencia y calcule el resultado.

a) $(-3)^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^0 = (-3)^{2+3+0} = (-3)^5 = -243$	b) $(-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^5 = (-1)^{2+3+5} = (-1)^{10} = +1 = 1$
c) $(+3) \cdot (+3)^3 \cdot (+3)^0 = (+3)^{1+3+0} = (+3)^4 = +81 = 81$	d) $(-4)^2 \cdot (-4)^3 \cdot (-4) = (-4)^{2+3+1} = (-4)^6 = +4096 = 4096$

Exprese como una única potencia y calcule el resultado.

a) $(-3)^7 : (-3)^5 = (-3)^{7-5} = (-3)^2 = +9 = 9$	b) $(-2)^9 : (-2)^6 = (-2)^{9-6} = (-2)^3 = -8$
c) $(-3)^7 : (-3)^4 = (-3)^{7-4} = (-3)^3 = -27$	d) $(-3)^3 : (-3) = (-3)^{3-1} = (-3)^2 = 9$

Exprese como una única potencia y calcule el resultado.

a) $[(-2)^2]^3 = [(-2)]^{2\cdot 3} = (-2)^6 = +64 = 64$	b) $[(-5)^2]^2 = (-5)^{2\cdot 2} = (-5)^4 = +625$
c) $[(-10)^4]^0 = (-10)^{4\cdot 0} = (-10)^0 = 1$	d) $[(-3)^2]^3 = (-3)^{2\cdot 3} = (-3)^6 = +729 = 729$

Actividades propuestas

S32. Exprese como una única potencia y calcule el resultado.

a) $(+3)^2 \cdot (+3)^3 =$	b) $(-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^4 =$
c) $(-3)^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^0 =$	d) $(-4)^2 \cdot (-4)^3 \cdot (-4)^0 =$

S33. Exprese como una única potencia y calcule el resultado.

a) $(-2)^8 : (-2)^5 =$	b) $(-2)^9 : (-2)^9 =$
c) $(-5)^7 : (-5)^3 =$	d) $(-4)^5 : (-4)^2 =$

S34. Exprese como una única potencia y calcule el resultado.

a) $[(-2)^2]^0 =$	b) $[(-1)^2]^2 =$
c) $[(-10)^2]^3 =$	d) $[[(-3)^2]^3]^0 =$

S35. Exprese como una única potencia y calcule el resultado.

a) $10^{-1} =$	b) $10^{-4} =$
c) $10^{-2} =$	d) $10^{-6} =$
e) $10^{-3} =$	f) $2^{-2} =$

Raíz cuadrada de un número entero

La raíz cuadrada exacta de un número **a** es otro número **b**, de tal forma que se cumpla que al elevar **b** al cuadrado, obtenemos el número **a.**

Raíz cuadrada exacta
$\sqrt{a} = b \quad \Rightarrow b^2 = a$
Calcular la raíz cuadrada es la operación inversa de elevar al cuadrado.

Así en los números $\mathbb{N}$, $\sqrt{36} = 6$ porque solamente el $6^2 = 36$.

No obstante, en los números enteros vemos que están definidos números negativos y positivos y si calculamos la misma raíz en $\mathbb{Z}$, $\sqrt{36} = +6$ porque $(+6)^2 = 36$; pero también existe $\sqrt{36} = -6$ porque $(-6)^2 = 36$.

Por lo tanto, en el conjunto $\mathbb{Z}$ de los números enteros, cuando calculemos la raíz cuadrada de un número, este tendrá siempre dos posibles resultados, uno positivo y otro negativo, aunque con el mismo valor absoluto.

Escribiremos, por lo tanto: $\sqrt{1} = \pm 1$; $\sqrt{4} = \pm 2$; $\sqrt{9} = \pm 3$; $\sqrt{16} = \pm 4$ ...

Actividades propuestas

S36. Calcule el resultado de las siguientes raíces cuadradas en $\mathbb{Z}$.

$a)\ \sqrt{64} =$	$b)\ \sqrt{121} =$
$c)\ \sqrt{81} =$	$d)\ \sqrt{49} =$

2.2.7 Operaciones combinadas. Jerarquía y uso de paréntesis

En ocasiones empleamos expresiones en las que acostumbran aparecer varios tipos de operaciones como: sumas, restas, productos, divisiones, potencias, raíces cuadradas... de forma sucesiva, y combinadas entre sí. No es raro que parte de las referidas operaciones puedan ir incluidas entre paréntesis ( ) o entre corchetes [ ]o entre { } .

Para realizar el cálculo del resultado de dichas expresiones que contienen operaciones combinadas es necesario seguir un orden o jerarquía que es el siguiente:

Jerarquía de las operaciones combinadas		
1º	$(\ \ ),[\ \ ],\{\ \ \}$ Primero es necesario resolver paréntesis, corchetes...	Habrá que calcular las expresiones que están encerradas dentro de los corchetes, teniendo en cuenta que si dentro de los corchetes hay uno o más paréntesis, estos se operan al principio. *(La prioridad dentro de los corchetes es el paréntesis y seguimos este orden: 1º potencias y raíces, 2º multiplicaciones y divisiones y 3º sumas y restas).*
2º	$a^b\ ,\ \sqrt{\ }$ A continuación, las potencias y raíces...	En el caso de que hubiese potencias y raíces, serían las siguientes operaciones en realizarse.
3º	$\cdot, \times, \div, -$ A continuación, las multiplicaciones y las divisiones en el orden en que aparezcan.	A continuación calcularíamos las multiplicaciones y las divisiones en el orden en que aparezcan.
4º	$+\ \ e\ \ -$ Finalmente las sumas y las restas en el orden en que aparezcan.	Finalizamos con las sumas y restas para llegar al resultado.

Las operaciones de igual preferencia se realizan según aparezcan de izquierda a derecha.

Actividad resuelta

Resuelva la siguiente expresión: $2\cdot[-9\cdot(10-8-4)-8]+4\cdot[-(-17+3+12)-6]$

Observamos que en esta expresión hay corchetes y dentro de los corchetes tenemos paréntesis. Comenzamos entonces resolviendo los paréntesis que hay dentro de los corchetes para a continuación resolver estos.

$2\cdot[-9\cdot(-2)-8]+4\cdot[-(-2)-6]$ Ahora ya podemos resolver los corchetes, en los cuales tiene la prioridad el producto y después las sumas y las restas.

$2\cdot[-9\cdot(-2)-8]+4\cdot[-(-2)-6]= 2\cdot[+18-8]+4\cdot[-4]$ =

= $2\cdot[10]+4\cdot[-4]$ = 20 − 16 = 4

Jerarquía y uso de los paréntesis

En las expresiones con paréntesis podemos operar de dos formas:

- 1ª Resolviendo los paréntesis como si fuesen cuentas independientes hasta que lleguemos a un único número.
- 2ª Suprimiendo los paréntesis.

Al quitar los paréntesis hay que tener en cuenta el signo que tiene delante:

- Si el paréntesis tiene delante un signo **+** o no tiene signo, los signos de los sumandos o restandos que hay dentro del paréntesis, al suprimirlo, quedan igual que estaban.
- Si el paréntesis tiene delante un signo **−**, los signos de los sumandos o restandos que hay dentro del paréntesis, al suprimirlo, van a cambiar por su opuesto. Es decir, los signos − pasan a **+** y los signos **+** pasan a **−.**

Actividad resuelta

Resuelva la siguiente expresión: $19-[16-(10-15)+(4-13)]$

1ª Forma: resolviendo los paréntesis como cuentas independientes.	*2ª Forma: quitando los paréntesis y a continuación quitando el corchete.*
$19-[16-(10-15)+(4-13)]=$ Primero resolvemos el paréntesis $(10-15)$ =−5 y sustituimos el paréntesis por su resultado. A continuación resolvemos el paréntesis $(4-13)$ =−9 y sustituimos el paréntesis por su resultado. $=19-[16-(-5)+(-9)]=$ Dentro del corchete tenemos una resta y una suma. La resta recordemos que se resuelve sumando al minuendo el opuesto del substraendo. $19-[16+(+5)+(-9)]=19-[(+21)+(-9)]=$ Finalmente resolvemos el corchete: $=19-[+12]=19+[-12]==+7=7$	$19-[16-(10-15)+(4-13)]=$ Comenzamos quitando los paréntesis que están en el interior del corchete: En los paréntesis que tiene delante el signo − al sacarlo, tenemos que cambiar el signo al 10 e al 15. En los paréntesis que tiene delante el signo + al sacarlo, no cambia nada. $19-[16-10+15+4-13]=$ Para finalizar, sacamos el corchete. Como tiene un signo − delante, al quitarlo tenemos que cambiar los signos de todos los sumandos y restandos que hay en su interior. $=19-16+10-15-4+13=$ Agrupamos los positivos por un lado y los negativos por otro. $=19-16+10-15-4+13=42-35=7$

Actividad resuelta

Resuelva la siguiente expresión: $6+\ [(-5+4)-(-8)-3]-[(-1+4)-(-8)-3]=$

1ª Forma : resolviendo los paréntesis como cuentas independientes.	*2ª Forma : quitando los paréntesis y a continuación quitando el corchete.*
$6+[(-5+4)-(-8)-3]-[(-1+4)-(-8)-3]=$ Primero resolvemos los paréntesis que hay dentro de los corchetes. $6+[(-1)-(-8)-3]-[(+3)-(-8)-3]=$ Ahora resolvemos las restas que hay dentro de los corchetes: Se resuelve sumando al minuendo el opuesto del substraendo. $6+[(-1)+(+8)-3]-[(+3)+(+8)-3]=$ Realizamos las operaciones dentro del corchete: $6+[+4]-[(+8]=6+[+4]+[(-8)]=10-8=2$	$6+[(-5+4)-(-8)-3]-[(-1+4)-(-8)-3]=$ Comenzamos quitando los paréntesis que están en el interior del corchete: En los paréntesis que tiene delante el signo −, para quitarlo hay que cambiar todos los signos de los sumandos y restas que hay dentro. En los paréntesis que no tienen delante el signo, al sacarlo no cambia nada. $6+[-5+4-(-8)-3]-[-1+4-(-8)-3]=$ $6+[-5+4+8-3]-[-1+4+8-3]=$ Ahora quitamos los corchetes e nos fijamos en los signos que tienen delante: 6−5+4+8−3+1−4−8+3= 22−20=2

Actividades propuestas

S37. Calcule el resultado de las siguientes expresiones:

a) $30-[28-(18-10)+(15-6)]=$
b) $6+[-5+4-(-8)-3]-[-1+4-(-8)-3]=$
c) $16-[5+4-(-8)-11]-[4-(-8)-5]=$
d) $-8\cdot(-9)-2^3\cdot 7-9\cdot 2+\sqrt{36}=$
e) $63:9+[2^2-(-2)\cdot(-3)+20:5]+[3-5\cdot 2+(-7)]=$
f) $2\cdot 1+[9-12:4+6\cdot(-5)]-[(-6):3-3\cdot 7]=$

2.2.8 Aprenda a usar la calculadora

Introduzca en su calculadora la secuencia ⇒ $2 + 3 \cdot 4 =$

Dependiendo de la calculadora que utilice, obtendrá 20 o 14, en función de si la calculadora hace las operaciones en el orden en que van entrando o respeta la prioridad de las mismas. Compruebe de qué tipo es la suya.

Potencias con la calculadora. Si tenemos una calculadora científica, para hacer 8^5 utilizaremos la tecla que se indica a continuación:

$$8^5 \longrightarrow 8 \ \boxed{x^y} \ 5 \ = \longrightarrow 32768$$

Actividades propuestas

S38. Calcule el resultado de las siguientes operaciones:

a) $3^6 =$
b) $8^5 =$
c) $\sqrt{256} =$
d) $(2^3)^2 =$

2.3 Divisibilidad

2.3.1 Múltiplos y divisores de un número

Múltiplo de un número

Un número entero "$\boldsymbol{a}$" decimos que es múltiplo de otro número entero "$\boldsymbol{b}$", si existe otro número entero "$\boldsymbol{n}$" de tal forma que se cumpla que $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{n}$.

También podemos decir que un número entero "$\boldsymbol{a}$" es múltiplo de otro número entero "$\boldsymbol{b}$", si al dividir $\boldsymbol{a} : \boldsymbol{b}$, la división es exacta.

En general, para indicar que $\boldsymbol{a}$ es múltiplo de $\boldsymbol{b}$, se escribe $\boldsymbol{a} = \dot{\boldsymbol{b}}$.

Ejemplo: El número 21 es múltiplo de 3 porque existe el número 7 tal que $21 = 3 \cdot 7$ o también porque la división $21 : 3 = 7$, y nos da exacta.

Dado un número "$\boldsymbol{a}$", los múltiplos de $\boldsymbol{a}$, escribiremos $\dot{\boldsymbol{a}}$, se forman multiplicando dicho número por el conjunto de los números naturales: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13…, entonces podemos decir que todo número tiene infinitos múltiplos.

Ejemplos:

Escriba los múltiplos de 3:

Los múltiplos de 3 son: 3·1=**3**; 3·2=**6**;3·3=**9**;3·4=**12**;3·5=**15**;3·6=**18** …

Podemos escribirlo de la siguiente forma:

$$\dot{3} = \{3,6,9,12,15,18,21,24 \dots ,96,99,102 \dots .\}$$

Escriba los múltiplos de 5:

Los múltiplos de 5 son: 5·1=**5**; 5·2=**10**; 5·3=**15** ;5·4=**20** ;5·5=**25**;5·6=**30** …

Podemos escribirlo de la siguiente manera:

$$\dot{5} = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 \dots 95, 100, 105, 110 \dots\}$$

Propiedades de los múltiplos:

- Todo número es múltiplo de él mismo y de su opuesto, (4 es múltiplo de 4 y también de –4 porque 4=4·1 y 4=–4·(–1)

- Todo número es múltiplo de 1 y también de −1, (9 es múltiplo de 1 y también de −1 porque 9 = 9·1 e 9 =−9·(−1)
- El cero es múltiplo de cualquier número, ya que cero por cualquier número siempre da cero, 0·**n** = 0, siendo **n** cualquier número.
- Todo número tiene infinitos múltiplos, ya que podemos multiplicar el número $\boldsymbol{a}$ por infinitos números.

Divisor de un número

Divisor de un número es aquel que divide a este de forma exacta.

Un número entero "$\boldsymbol{a}$" decimos que es divisor de otro número entero "$\boldsymbol{b}$" si la división $\boldsymbol{b} : \boldsymbol{a}$ es una división exacta.

En general, para indicar que $\boldsymbol{a}$ es divisor de $\boldsymbol{b}$, se escribe $\boldsymbol{a} \mid \boldsymbol{b}$.

Ejemplo:

$\mathbf{5} \mid \mathbf{45}$, (5 es divisor de 45), porque 45:5 = 9 y el resto da cero. División exacta.

$\mathbf{3} \mid \mathbf{243}$, (3 es divisor de 234), porque 234: 3 = 78 y el resto da cero. División exacta.

$\mathbf{7} \mid \mathbf{91}$, (7 es divisor de 91), porque 91:7 = 13 y el resto da cero. División exacta.

Para calcular los divisores de un número dividimos el número entre todos los números naturales menores e iguales que él. Si el resto de dicha división da cero diremos que es divisor. Si el resto es distinto de cero, entonces ese número no es divisor.

Ejemplo: Los divisores de 24 son: $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

Los divisores de 21 son: $\{1, 3, 7, 21\}$

Propiedades de los divisores:

- Todo número es divisor de sí mismo y de su opuesto, (4 es divisor de 4 y también de −4 porque 4 y: 4=1 : −4=(−1)
- El número 1 y también el −1, son divisores de cualquier número, (4 y: 1=4 4 : −1=−4)
- El cero no es divisor de ningún número. (No hay ningún número que multiplicado por cero nos dé dicho número, por lo tanto, la división entre cero no es posible $\frac{a}{0}$, no se puede realizar).
- Al contrario de lo que ocurría con los múltiplos de un número que era un conjunto infinito, los divisores de un número van a formar un conjunto finito. Divisores de 21 son: 1, 3, 7, 21.

Relación entre múltiplos y divisores

Si a *es múltiplo de* b

a $\quad\quad$ b

Podemos decir que b *es divisor de* a

En la práctica, para saber si un número a es múltiplo de otro b, lo que hacemos es realizar la división $a : b$. Si la división es exacta, podemos decir que a es múltiplo de b y que b es divisor de a.

Actividades resueltas

Calcule los doce primeros múltiplos de 12.

12 · 1 = 12 12 · 2 = 24 12 · 3 = 36 12 · 4 = 48	12 · 5 = 60 12 · 6 = 72 12 · 7 = 84 12 · 8 = 96	12 · 9 = 108 12 · 10 = 120 12 · 11 = 132 12 · 12 = 144

Compruebe si 32 y 660 son múltiplos de 6.

Para saber si son múltiplos de 6, lo que se hace es dividir los números entre 6. Si la división da exacta, los números son múltiplos de 6, y también podemos decir que 6 es divisor de dichos números.

Si realizamos la división 32 : 6 = 5; y de resto = 2. Por tanto, al no ser exacta la división, decimos que 32 no es múltiplo de 6.

Si realizamos la división 660 : 6 = 110; y de resto =0. Es una división exacta, por tanto podemos decir que 660 es múltiplo de 6 y que 6 es divisor de 660.

Escriba los diez primeros múltiplos de los números: 8 y 9.

Múltiplos de 8	8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80
Múltiplos de 9	9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90

Escriba todos los divisores de los números: 8, 12, 15, 28.

8	+1,-1,+2,-2,+4,-4,+8,-8
12	+1,-1,+2,-2,+3,-3,+4,-4,+6,-6,+12,-12

15	+1,-1,+3,-3,+5,-5,+15,-15
28	+1,-1,+2,-2,,+4,-4,+7,-7,+14,-14,+28,-28

Escriba de estos números los que son múltiplos de 5: 328, 255, 207, 735, 420, 553, 915, 35, 42,115, 305, 37.

Solución: Los múltiplos de 5 son los que acaban en cero o en cinco.	255,735,420,915,5,115,305

Actividades propuestas

S39. Investigue si los siguientes números son múltiplos de 3.

a) 123	b) 231	c) 321
d) 104	e) 726	f) 46

S40. Escriba los múltiplos de 8 que estén comprendidos entre 500 y 560.

S41. Razone si existe relación de divisibilidad entre las siguientes parejas de números.

a) 15 e 900 b) 14 e 120 c) 45 e 145 d) 25 e 675 e) 17 e 62 f) 142 e 994	

2.3.2 Criterios de divisibilidad

Los criterios de divisibilidad son unas reglas que nos permiten comprobar, sin tener que realizar ninguna división, si un número es divisible por otro. Es decir, si un número divide a otro.

Los criterios más importantes son:

- ***Número divisible por 2:*** Un número es divisible por 2 si acaba en cero o en cifra par. Es decir, si acaba en 0, 2, 4, 6, 8.
- ***Número divisible por 3***. Un número es divisible por 3 cuando la suma de sus cifras nos da 3 el múltiplo de 3. Es decir, si al sumar las cifras nos da: 3, 6, 9, 12, 15…
- ***Número divisible por 5***. Un número es divisible por 5 si el número acaba en 0 o en 5.

- ***Número divisible por 11***. Un número es divisible por 11 cuando la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan el lugar par y la suma de las cifras que ocupan el lugar impar nos da **0** o múltiplo de 11. Es decir, si la referida diferencia nos da: 0, 11, 22, 33, 44 …
- ***Si queremos saber si un número es divisible por 7, por 13, por 17 por 19 o por 23...*** , lo que tenemos que hacer es dividir ese número por 7, 13, 17,19 o 23 etc. Si nos da exacta la división, entonces será divisible.

Ejemplo: Aplicación de los criterios de divisibilidad al número 2310	
Es divisible por 2 ? Sí que es divisible por 2, ya que el número termina en 0.	2310 : 2 = 1.155
Es divisible por 3? Sí Comprobamos la suma de sus cifras: 2+3+1+0 = 6. Da 6 que es un múltiplo de 3. Por tanto, el número es divisible por 3.	2313 : 3 = 770
Es divisible por 5? Sí, por terminar en 0.	2310 : 5 = 462
Es divisible por 11? Cifras 2 3 1 0 Ocupa lugar I P I P $\left.\begin{array}{ll}\text{Suma cifras que ocupan lugar par (P)} & 3+0=3\\ \text{Suma cifras que ocupan lugar impar(I)} & 2+1=3\end{array}\right\}$ La diferencia 3-3 = 0 Polo tanto sí es divisible.	2310 : 11 = 210
Es divisible por 7? Hacemos la división 2310 : 7 Como nos da una división exacta, entonces **sí** que es divisible por 7.	2310 : 7 = 330
Es divisible por 13? Hacemos la división 2310 : 13 Como no nos da una división exacta, entonces **no** es divisible por 13.	2310 : 13 = 177 , 692

2.3.3 Números primos y compuestos

Número primo

Un número "$\boldsymbol{a}$" es primo si solo tiene dos divisores: a sí mismo y al 1. Divisores de a= $\{\mathbf{1}, \boldsymbol{a}\}$

Un número primo $\boldsymbol{a}$ no se puede descomponer en producto de otros factores. Solo se puede descomponer como producto del mismo por la unidad $\rightarrow$ $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a} \cdot \mathbf{1}$

Ejemplos de números primos:

$\mathbf{2} = 2 \cdot 1$	11=11·1	23=23·1
$\mathbf{3} = 3 \cdot 1$	13=13·1	29=29·1
$\mathbf{5} = 5 \cdot 1$	17=17·1	31=31·1
$\mathbf{7} = 7 \cdot 1$	19=19·1	···

Los números primos son infinitos.

Memorice los primeros:
2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 -17 -19...

Número compuesto

Un número "a", decimos que es compuesto si además de sí mismo y de la unidad tiene otros divisores. Podemos, por tanto, decir que un número compuesto tiene tres o más divisores.

Así, un número compuesto se puede descomponer en producto de otros factores.

Ejemplo: El número 6 tiene como divisores a: 1, 2, 3, 6.

El número 6 se puede descomponer en producto de otros factores $\Longrightarrow 6=1 \cdot 2 \cdot 3$

2.3.4 Descomponer un número en factores primos

Cualquier número entero se puede expresar como un producto de números primos o factores primos (2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 -17 -19…). Para eso se va dividendo el número entre los factores primos aplicando los criterios de divisibilidad hasta obtener finalmente como último cociente la unidad.

Número	divisor primo
$cociente_1$	divisor primo
$cociente_2$	divisor primo
$cociente_3$	divisor primo
…	divisor primo
1	

Para hacer la descomposición de un número, por ejemplo 180, en factores primos, el procedimiento es el siguiente: dibujamos una línea vertical, a la izquierda ponemos el número, en este caso el 180, y a la derecha vamos poniendo los divisores de los sucesivos cocientes.

180	5
36	3
12	3
4	2
2	2
1	

Como 180 tiene como divisor el 5 por acabar en cero hacemos la división. Ponemos el cociente debajo.

Como 36 es múltiplo de 3$\Longrightarrow$ 3 es divisor. Realizamos la división y ponemos el cociente debajo.

Como 12 es múltiplo de 3$\Longrightarrow$ 3 es divisor. Realizamos la división y ponemos el cociente debajo.

Como 4 es múltiplo de 2$\Longrightarrow$ 2 es divisor. Realizamos la división y ponemos el cociente debajo.

El número 2 es primo $\Longrightarrow$ Tiene como divisor a sí mismo. El cociente que nos da es el 1.

Ejemplo: descomponer en producto de factores primos el número 792.

Recordemos números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13... y también los criterios de divisibilidad:

792 Es divisible por 2 al terminar en cifra par, 792:2=396.
396 Es divisible por 2 al terminar en cifra par, 396:2=198.
198 Es divisible por 2 al terminar en cifra par, 198:2=99.
99 Es divisible por 3 ya que la suma 9+9=18 es múltiplo de 3.
El cociente de 99:3 = 33.
33 es múltiplo de 3 ya que si sumamos sus cifras nos da un múltiplo de 3, (3+3 =6)
El cociente de 33:3 = 11.
Como 11 es un número primo tiene por divisor a el mismo 11:11 = 1

Cocientes parciais	Factores primos
792	2
396	2
198	2
99	3
33	3
11	11
1	

$792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

Entonces, la descomposición factorial de $792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

Actividades resueltas

Descomponga en producto de factores primos el número 540.

540	2	540 por acabar en 0, tiene como divisor el 2 $\Longrightarrow$ 540 : 2 = 270
270	2	270 por acabar en 0, tiene como divisor el 2 $\Longrightarrow$ 270 : 2 = 135
135	3	135 Es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras 1+3+5 = 9; múltiplo de 3 $\Longrightarrow$135:3=45
45	3	45 Es divisible por 3 ya que la suma de sus cifras 4+5 = 9; múltiplo de 3 $\Longrightarrow$45:3=15
15	3	15 divisible por 3 ya que la suma de sus cifras 1+5 = 6 múltiplo de 3 $\Longrightarrow$15:3=5
5	5	s un número primo tiene como divisor a el mismo $\Longrightarrow$ 5: 5 = 1
1		El número $540 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$

Actividades propuestas

S42. Descomponga en producto de factores primos los siguientes números:

a) 36 =	b) 780=
c) 120=	d) 300 =
e) 840 =	f) 900 =

S43. Complete la siguiente tabla poniendo SÍ o NO.

Número	Divisible por 2	Divisible por 3	Divisible por 5	Divisible por 11
165	NO			
5412				
53130				
23518				

616				
204				
450				
715				

2.3.5 Máximo común divisor (m.c.d.)

El máximo común divisor de varios números es el mayor de sus divisores comunes. Seguiremos estos pasos para su cálculo.

- Factorizamos cada número, es decir, descomponemos cada número en factores primos.
- Expresamos cada número como producto de sus factores primos. Escribiendo los factores primos en forma de potencias si es posible.
- Escogemos los factores primos comunes, elevados al menor exponente.
- Multiplicamos estos factores escogidos y obtenemos el m.c.d.

Ejemplo: calcular el m.c.d. de 72 y 48
Una vez factorizados vemos que los factores comunes son = 2,3 Escogemos dos factores comunes, los elevados al menor exponente, que son = 2^3 e 3 $\begin{array}{r\|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{r\|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ $72 = \mathbf{2^3}\cdot 3^2$ $48 = 2^4\cdot \mathbf{3}$ mcd $(72,48) = 2^3\cdot 3 = 24$

2.3.6 Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

El mínimo común múltiplo de varios números es el menor de sus múltiplos comunes. Seguiremos estos pasos para su cálculo:

- Factorizamos cada número, es decir descomponemos cada número en factores primos.
- Expresamos cada número como producto de sus factores primos. Escribiendo los factores primos en forma de potencias si es posible.
- Escogemos los factores primos comunes y no comunes elevados al mayor exponente.
- Multiplicamos estos factores escogidos y obtenemos el m.c.m.

Ejemplo : Calcular el m.c.m.de 24,40					
24 12 6 3 1	2 2 2 3	40 20 10 5 1	2 2 2 5	Expresamos cada número como un producto de sus factores primos: 24=2·2·2·3 =expresados forma potencia = $2^3 \cdot 3$ 540=2·2·2·5 =expresados forma potencia = $2^3 \cdot 5$	Los factores comunes ⟶ 2 Factores no comunes ⟶ 3 e 5
Escojemos factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente. m.c.m. (24,40) = $2^3 \cdot 3 \cdot 5$=8·3·5=120					

Actividades resueltas

Calcule el m.c.m. (18,60)

Calcular el m.c.m.de (18,60)					
18 9 3 1	2 3 3	60 30 15 5 1	2 2 3 5	Expresamos cada número como un producto de sus factores primos: 18=2·3·3 →expresados forma potencia = $2 \cdot 3^2$ 60=2·2·3·5 →expresados forma potencia = $2^2 \cdot 3 \cdot$	Los factores comunes ⟶ 2 e 3 Los factores no comunes ⟶ 5
Escogemos los factores comunes y los no comunes elevados al mayor exponente. m.c.m. (18,60) = $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$=4·9·5=180					

Calcule el m.c.d. (18,60)

Calcular el m.c.d. (18,60)					
18 9 3 1	2 3 3	60 30 15 5 1	2 2 3 5	Expresamos cada número como un producto de sus factores primos: 18=2·3·3 → expresados forma potencia = $2 \cdot 3^2$ 60=2·2·3·5 → expresados forma potencia = $2^2 \cdot 3 \cdot 5$	Los factores comunes ⟶ 2 e 3 Los factores no comunes ⟶ 5
Escogemos los factores comunes elevados al menor exponente. m.c.d. (18,60) = 2·3=6					

Actividades propuestas

S44. Calcule el m.c.m de los siguientes números:

a) m.c.m (20,24) =	b) m.c.m. (18,60) =
c) m.c.m (4,6,10) =	d) m.c.m. (12,20) =

S45. Calcule el m.c.d de los siguientes números:

a) m.c.d. (30,105) =	b) m.c.d. (72,180,252) =
c) m.c.d. (60,90) =	d) m.c.d. (60,20) =

2.4 Números racionales

Con los números naturales $\mathbb{N}$, podemos sumar y multiplicar siempre sin salir del conjunto de los $\mathbb{N}$. Pero no siempre podemos restar y dividir. Para eso era necesario otro tipo de números, los enteros $\mathbb{Z}$. En el conjunto de los números enteros $\mathbb{Z}$, podemos sumar, restar y multiplicar sin salir del conjunto de $\mathbb{Z}$. Pero no siempre podíamos dividir.

Para poder realizar las cuatro operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división y representar partes de algo que tomaremos como unidad, precisaremos un nuevo tipo de números, los racionales. El conjunto de los números racionales se representan con la letra $\mathbb{Q}$. El término racional se refiere a una fracción o parte de un todo.

Un **número racional** es todo número que se puede representar como el cociente de dos números enteros. Es decir, **una fracción:** $\frac{a}{b}$, donde a **es el numerador** y b **que tiene que ser distinto de cero,** al que llamamos **denominador.**

2.4.1 Fracciones

Para expresar las partes de la unidad o cantidades incompletas utilizamos las fracciones.

Una fracción es una expresión de la forma : $\frac{a}{b}$ donde a , b son números enteros, $b \neq 0$

$a \longrightarrow$ numerador
$b \neq 0 \longrightarrow$ denominador

Lectura de las fracciones

El numerador se lee con el nombre del número. Es decir, con su cardinal.

El denominador se lee:

Si es 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, se lee: **medios, tercios, cuartos, quintos, sextos, séptimos, octavos, novenos y décimos.**

Si el denominador es mayor que 10, se lee el **número** añadiendo la terminación **-avos**

Fracciones	Numerador	Denominador	Se lee
$\frac{3}{2}$	3	2	tres medios
$\frac{2}{5}$	2	5	dos quintos

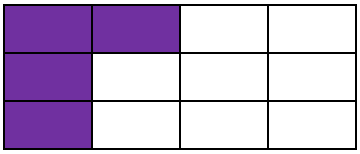
$\frac{4}{9}$	4	9	cuatro novenos
$\frac{8}{10}$	8	10	ocho décimos
$\frac{10}{12}$	10	12	diez doceavos
$\frac{13}{17}$	13	17	trece diecisieteavos

La fracción como parte de una unidad

Una fracción es una expresión de la forma: $\frac{a}{b}$, expresa un valor respecto a un total que llamamos unidad.

$a \longrightarrow$ numerador, expresa el número de partes que se toman de la unidad.

$b \neq 0 \longrightarrow$ denominador, expresa el número de partes iguales en que se divide o total o unidad.



La fracción $\frac{3}{8}$, expresa que la unidad o total, en este caso, el rectángulo, está dividido en 8 partes y se cogen 3 partes...

La fracción como un cociente o división

Una fracción: $\frac{a}{b}$, expresa el cociente de a:b .

Para calcular el valor decimal de una fracción dividimos el numerador entre el denominador.

La fracción $\frac{4}{5}$ si queremos expresarla con un valor numérico haríamos la división de 4:5=0,8

La fracción $\frac{4}{5}$ = 0,8

La fracción como un operador

Una fracción: $\frac{a}{b}$, también se puede interpretar como un operador que actúa de forma combinada sobre un número y lo transforma.

Para calcular la fracción de un número N, podemos hacerlo de dos formas:

1ª. Dividiendo el número entre el denominador y el resultado se multiplica por el numerador.

2ª. Multiplicando el numerador por el número y el resultado se divide por el denominador.

- $\frac{a}{b}$ de N $\Longrightarrow$ (N: b)· a Ex: $\frac{3}{4}$ de 20 $\Longrightarrow$ (20:4)·3 = 5·3=15
- $\frac{a}{b}$ de N $\Longrightarrow$ (a · N) : b Ex : $\frac{3}{4}$ de 20 $\Longrightarrow$ (3·20):4=60:4=15

Actividades resueltas

Exprese en forma decimal las siguientes fracciones.

Para resolverlo, tenemos que dividir el numerador entre el denominador.

a) $\frac{1}{5}$ = 0,2	b) $\frac{6}{12}$ = 0,5
c) $\frac{17}{20}$ = 0,85	d) $\frac{18}{15}$ = 1,2

Calcule las fracciones de los siguientes números.

a) $\frac{2}{5}$ de $30 = \frac{2 \cdot 30}{5} = \frac{60}{5} = 12$	b) $\frac{6}{12}$ de $84 = \frac{6 \cdot 84}{12} = \frac{504}{12} = 42$
c) $\frac{3}{4}$ de $48 = \left(\frac{48}{4}\right) \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36$	d) $\frac{3}{6}$ de $24 = \left(\frac{24}{6}\right) \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$

Actividades propuestas

S46. Exprese en forma decimal:

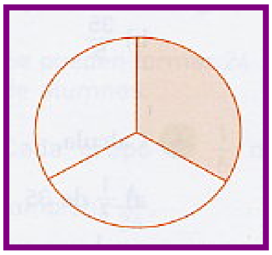
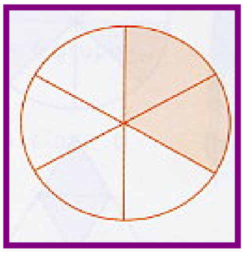
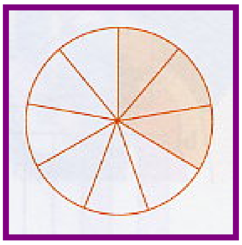
a) $\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{20}} =$	b) $\frac{3}{6} =$
c) $\frac{34}{40} =$	d) $\frac{6}{5} =$

S47. Calcule las fracciones dos siguientes números:

a) $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{10}}$ de $60 =$	b) $\frac{3}{6}$ de $84 =$
c) $\frac{6}{8}$ de $48 =$	d) $\frac{6}{12}$ de $24 =$

2.4.2 Fracciones equivalentes o fracciones iguales

Dos fracciones son equivalentes si representan la misma cantidad y cumplen que los productos cruzados de sus términos son iguales. Lo podemos comprobar con los gráficos siguientes:

		
Un tercio = $\frac{1}{3}$	Dos sextos = $\frac{2}{6}$	Tres novenos = $\frac{3}{9}$
Gráficamente ya vemos que la zona sombreada es la misma superficie $\Longrightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$		

Como $\frac{1}{3}$ representa lo mismo que $\frac{2}{6}$ y lo mismo que $\frac{3}{9}$, diremos que las tres fracciones son iguales o equivalentes.

En general, dos fracciones son equivalentes si:

- Representan la misma cantidad, es decir, tienen el mismo valor numérico si dividimos el numerador entre el denominador.
- Cumplen que los productos cruzados de los términos de las fracciones son iguales.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = b \cdot c$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} \iff 1 \cdot 6 = 3 \cdot 2$$

Productos cruzados $\iff$ Da la misma cantidad

$$\frac{3}{9} = \frac{2}{6} \iff 3 \cdot 6 = 9 \cdot 2$$

Actividades resueltas

Compruebe si son equivalentes los siguientes pares de fracciones.

a) $\frac{3}{4}$ e $\frac{15}{20}$ Calculamos los productos cruzados. Como dan lo mismo las fracciones son equivalentes. $\left.\begin{matrix} 3 \cdot 20 = 60 \\ 4 \cdot 15 = 60 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$	b) $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{3}$ Calculamos sus productos cruzados. Como no dan lo mismo las fracciones no son equivalentes. $\left.\begin{matrix} 3 \cdot 3 = 9 \\ 5 \cdot 2 = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{3}{5} \neq \frac{2}{3}$

Actividades propuestas

S48. Compruebe si son equivalentes los siguientes pares de fracciones:

a) $\frac{3}{5}$ e $\frac{9}{15}$	b) $\frac{5}{6}$ e $\frac{15}{18}$
c) $\frac{4}{14}$ e $\frac{2}{7}$	d) $\frac{7}{8}$ e $\frac{3}{4}$

2.4.3 Como obtener fracciones equivalentes

Existen dos formas:

1ª Por amplificación

Si **multiplicamos el numerador y el denominador** de la fracción por el mismo número obtenemos fracciones equivalentes a una dada.

Ex: Obtener fracciones equivalentes a $\frac{2}{3}$**,** por amplificación

$$\frac{2}{3}=\frac{2\cdot 2}{3\cdot 2}=\frac{2\cdot 3}{3\cdot 3}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{2\cdot 6}{3\cdot 6} \Longrightarrow \frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{8}{12}=\frac{10}{15}=\frac{12}{18}$$

2ª Por simplificación

Si **dividimos el numerador y el denominador** de la fracción por el mismo número obtenemos fracciones equivalentes a una dada.

Ex: Obtener fracciones equivalentes a $\frac{20}{30}$, por simplificación

$$\frac{20}{30}=\frac{20:2}{30:2}=\frac{10}{15}=\frac{10:5}{15:5}=\frac{2}{3}$$

Llegamos a una **fracción irreductible** $\frac{2}{3}$. Ya no se puede simplificar más.

Actividades resueltas

Encontrar las fracciones irreductibles de las siguientes fracciones:

$\frac{8}{32}$	$\frac{8:8}{32:8}=\frac{1}{4}$
$\frac{50}{30}$	$\frac{50:10}{30:10}=\frac{5}{3}$
$\frac{81}{243}$	$\frac{81:9}{243:9}=\frac{9}{27}=\frac{9:9}{27:9}=\frac{1}{3}$
$\frac{45}{75}$	$\frac{45:5}{75:5}=\frac{9}{15}=\frac{9:3}{15:3}=\frac{3}{5}$

Encontrar por amplificación tres fracciones equivalentes de las siguientes fracciones:

$\frac{4}{7}$	$\frac{4\cdot 2}{7\cdot 2}=\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{14}}$, $\frac{4\cdot 3}{7\cdot 3}=\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{21}}$, $\frac{4\cdot 4}{7\cdot 4}=\frac{\mathbf{16}}{\mathbf{28}}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{3\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{10}}$, $\frac{3\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{15}}$, $\frac{3\cdot 4}{5\cdot 4}=\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{20}}$
$\frac{5}{9}$	$\frac{5\cdot 2}{9\cdot 2}=\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{18}}$, $\frac{5\cdot 3}{9\cdot 3}=\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{27}}$, $\frac{5\cdot 4}{9\cdot 4}=\frac{\mathbf{20}}{\mathbf{36}}$

2.4.4 Reducción de fracciones a un común denominador

Para poder comparar fracciones que tengan distinto denominador y numerador, y también para poder sumar o restar fracciones que tengan distinto denominador es necesario reducir fracciones a un común denominador.

Reducir dos o más fracciones a un común denominador es encontrar otras fracciones equivalentes a las originales de tal forma que tengan todas el **mismo denominador.**

Pasos que debemos seguir para reducir dos o más fracciones a un común denominador
▪ ❶ Calculamos el m.c.m. de todos los denominadores. ▪ ❷ Como denominador de las nuevas fracciones ponemos el m.c.m. calculado. ▪ ❸ Para calcular el numerador de cada fracción nueva: ▪ Dividimos el m.c.m. o el nuevo denominador entre el denominador "antiguo" de cada fracción, y el resultado se multiplica por el "antiguo numerador" de cada fracción.

Actividades resueltas

Reducir las siguientes fracciones a un común denominador: $\frac{2}{3}, \frac{5}{12}, \frac{1}{9}$

- ❶ Calculamos el m.c.m. de todos los denominadores $\frac{2}{3}, \frac{5}{12}, \frac{1}{9}$

$$\left.\begin{array}{r} 3 = 3 \\ 9 = 3^2 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \end{array}\right\} \Longrightarrow$$ m.c.m. = $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$ (será el nuevo denominador)

- ❷ Como denominador de las nuevas fracciones ponemos el m.c.m. calculado.

$\frac{}{36}, \frac{}{36}, \frac{}{36}$ $\Longrightarrow$ (ahora tenemos que calcular los nuevos numeradores)

- ❸ Para calcular el numerador de cada fracción nueva:
- Dividimos el m.c.m. o nuevo denominador entre el denominador "antiguo" de cada fracción, y el resultado se multiplica por el "antiguo numerador" de cada fracción.

$$\left.\begin{array}{l} 36 : 3 = 12 \Longrightarrow 12 \cdot 2 = \mathbf{24} \\ 36 : 12 = 3 \Longrightarrow 3 \cdot 5 = \mathbf{15} \\ 36 : 9 = 4 \Longrightarrow 4 \cdot 1 = \mathbf{4} \end{array}\right\} \Longrightarrow$$ (son los nuevos numeradores)

$\frac{2}{3}, \frac{5}{12}, \frac{1}{9}$ (fracciones antiguas) $\Longrightarrow \frac{24}{36}, \frac{15}{36}, \frac{4}{36}$ (fracciones nuevas, equivalentes)

Actividades propuestas

S49. Reduzca las siguientes fracciones a un común denominador:

$\frac{3}{5}, \frac{2}{4}, \frac{13}{15}$	

2.4.5 Comparación de fracciones

- **Con el mismo denominador**. De varias fracciones con el mismo denominador es menor la que tiene menor numerador.

$$\frac{8}{12} < \frac{9}{12} < \frac{10}{12}$$

- **Con el mismo numerador**. De varias fracciones con el mismo numerador es menor la que tiene mayor denominador.

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$$

- **Con distintos numeradores y denominadores**. En cualquier caso, para comparar fracciones siempre podemos reducirlas a común denominador.

❶ Elegimos un múltiplo de los denominadores, por ejemplo el mínimo común múltiplo.

❷ Amplificamos todas las fracciones utilizando este denominador.

❸ Comparamos los resultados.

Ejemplo: En un test, Anxo acertó 10 de cada 12 preguntas y Paulo 7 de cada 9, ¿quién acertó más?

Tenemos que comparar: $\frac{10}{12}$ de Anxo y $\frac{7}{9}$ de Paulo

Para poder comparar estas fracciones tenemos que encontrar otras equivalentes a ellas y que tengan el mismo denominador. Este denominador común será el m.c.m. de los denominadores: (12,9)

$$\left.\begin{matrix}\frac{10}{12}\\ e\\ \frac{7}{9}\end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix}12 = 2^2 \cdot 3\\ \\ 9 = 3^2\end{matrix}\right\} \Rightarrow$$ **m.c.m.** = $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 =$ **36 (**será el nuevo denominador**)**

Como denominador de las nuevas fracciones ponemos el m.c.m. calculado.

$\frac{}{36}$, $\frac{}{36}$ $\Rightarrow$ (ahora tenemos que calcular los nuevos numeradores)

Para calcular el numerador de cada fracción nueva:

Dividimos el m.c.m., o el nuevo denominador entre el denominador “antiguo” de cada fracción y el resultado se multiplica por el “antiguo numerador” de cada fracción.

$$\left.\begin{array}{l} 36:12 = 3 \Longrightarrow 3\cdot 10 = \mathbf{30} \\ 36:9 \ = 4 \Longrightarrow 4\cdot 7 = \ \mathbf{28} \end{array}\right\} \Longrightarrow$$ (Son los nuevos numeradores)

$\mathbf{\frac{10}{12}}$ **,** $\mathbf{\frac{7}{9}}$ (Fracciones antiguas) $\Longrightarrow$ $\mathbf{\frac{30}{36}}$ **,** $\mathbf{\frac{28}{36}}$ **,** (Fracciones nuevas, equivalentes)

$$\left.\begin{array}{r} Anxo \ = \frac{10}{12} \ = \ \frac{30}{36} \\ e \qquad\qquad \\ Paulo = \frac{7}{9} \ = \ \frac{28}{36} \end{array}\right\}$$ Ahora ya podemos compararlas: $\frac{30}{36} > \frac{28}{36}$ (Acertó más Anxo)

Actividades resueltas

Ordene las siguientes fracciones de menor a mayor : $\frac{7}{9}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{3}{6}$

- ❶ Calculamos el m.c.m. de todos los denominadores $\frac{7}{9}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{3}{6}$

$$\left.\begin{array}{r} 6 = 2\cdot 3 \\ 9 \ = \ 3^2 \\ 12 = 2^2\cdot 3 \end{array}\right\} \Longrightarrow$$ m.c.m. $=2^2\cdot 3^2= 4\cdot 9= 36$ (será el nuevo denominador)

- ❷ Como denominador de las nuevas fracciones ponemos el m.c.m. calculado.

$\frac{\ }{36}$, $\frac{\ }{36}$, $\frac{\ }{36}$ $\Rightarrow$ (ahora tenemos que calcular los nuevos numeradores)

- ❸ Para calcular el numerador de cada fracción nueva:
- Dividimos el m.c.m. o nuevo denominador entre el denominador "antiguo" de cada fracción, y el resultado se multiplica por el "antiguo numerador" de cada fracción.

$$\left.\begin{array}{l} 36:9 \ = 4 \ \Longrightarrow \ 4\cdot 7 \ = 28 \\ 36:12 = 3 \ \ \Longrightarrow \ 3\cdot 10 = 30 \\ 36:6 = 6 \Longrightarrow \ 6\cdot 3 = \ 18 \end{array}\right\} \Longrightarrow$$ (Son los nuevos numeradores)

$\frac{7}{9}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{3}{6}$ (Fracciones antiguas) $\Rightarrow$ $\frac{28}{36}$, $\frac{30}{36}$, $\frac{18}{36}$ (Fracciones novas, equivalentes)

- Ahora que ya están reducidas a común denominador ya podemos ordenarlas:
- $\frac{18}{36} < \frac{28}{36} < \frac{30}{36}$ $\Rightarrow$ $\frac{3}{6} < \frac{7}{9} < \frac{10}{12}$

Actividades propuestas

S50. Ordene las siguientes fracciones de mayor a menor: $\frac{6}{8}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{10}{12}$

$\frac{6}{8}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{10}{12}$	

S51. Reduzca a común denominador las siguientes fracciones :

a) $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{12}=$	b) $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}=$
c) $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{3}=$	d) $\frac{8}{32}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{2}{16}=$

2.4.6 Operaciones con fracciones: suma, resta, producto y cociente

Suma y resta de fracciones:

- ❶ Con el mismo denominador

La suma o la resta de fracciones con el mismo denominador es otra fracción que tiene el mismo denominador y su numerador es la suma o la resta de los numeradores.

$\frac{16}{36}+\frac{12}{36}=\frac{28}{36}$	Siempre debemos simplificar el resultado $\Rightarrow$	$\frac{28}{36}=\frac{28:4}{36:4}=\frac{7}{9}$
$\frac{16}{36}-\frac{12}{36}=\frac{4}{36}$	Siempre debemos simplificar el resultado $\Rightarrow$	$\frac{4}{36}=\frac{4:4}{36:4}=\frac{1}{9}$

- ❷ Con distinto denominador

La suma o la resta de fracciones con distinto denominador solo es posible si antes las reducimos a un común denominador, para obtener otras fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$$

Señalamos las fracciones equivalentes a las primeras y que tienen el mismo denominador.

Actividades resueltas

Resuelva las siguientes operaciones:

a) $\frac{6}{18}+\frac{3}{18}-\frac{1}{18}=$	a) Como tienen el mismo denominador sumamos y restamos en el orden en que aparecen: $\frac{6}{18}+\frac{3}{18}-\frac{1}{18}=\frac{6+3-1}{18}=\frac{8}{18}$ se simplifica $\Rightarrow$ $\frac{8:2}{18:2}=\mathbf{\frac{4}{9}}$
b) $\frac{2}{4}+\frac{5}{3}=$	b) Como tienen distinto denominador, tenemos que reducirlas a común denominador. ($4=2^2$, $3=3$ $\Rightarrow$ m.c.m $=2^2\cdot 3 = 4\cdot3=12$) $\frac{2}{4}+\frac{5}{3}=\frac{3\cdot2}{12}+\frac{4\cdot5}{12}=\frac{6}{12}+\frac{20}{12}=\frac{6+20}{12}=\frac{26}{12}$ se simplifica $\Rightarrow$ $\frac{26:2}{12:2}=\mathbf{\frac{13}{6}}$

Actividades propuestas

S52. Reduzca a común denominador las siguientes fracciones:

a) $\frac{23}{54}+\frac{-31}{72}=$	a)
b) $\frac{-10}{21}+\frac{13}{49}=$	b)

S53. Realice las siguientes operaciones, simplificando el resultado :

a) $-2+\frac{3}{4}=$	a)
b) $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+2=$	b)
c) $\frac{9}{20}-\left(\frac{-6}{25}\right)=$	c)

Producto de fracciones:

El producto de dos o más fracciones es otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores de las fracciones.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Actividades resueltas

Resuelva el producto de las siguientes fracciones:

a) $\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{7}$	a) $\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{7}=\frac{3\cdot 5}{2\cdot 7}=\frac{15}{14}$
b) $\frac{6}{11}\cdot\frac{5}{4}$	b) $\frac{6}{11}\cdot\frac{5}{4}=\frac{6\cdot 5}{11\cdot 4}=\frac{30}{44}\Longrightarrow$ simplificamos $\frac{30:2}{44:2}=\frac{15}{22}$

Resuelva el producto de un número entero por una fracción:

a) $5\cdot\frac{6}{18}=$	a) El número entero 5 lo pasamos a fracción ya que $5=\frac{5}{1}$ $5\cdot\frac{6}{18}=\frac{5}{1}\cdot\frac{6}{18}=\frac{5\cdot 6}{1\cdot 18}=\frac{30}{18}\Longrightarrow$ simplificamos $\frac{30:6}{18:6}=\frac{5}{3}$

Resuelva la fracción de una cantidad y la fracción de una fracción:

a) $\frac{3}{4}$ de 80	a) $\frac{3}{4}$ de 80 = $\frac{3}{4} \cdot \frac{80}{1} = \frac{3 \cdot 80}{4 \cdot 1} = \frac{240}{4} = 60$
b) $\frac{1}{7}$ de $\frac{3}{8}$	b) $\frac{1}{7}$ de $\frac{3}{8} = \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1 \cdot 3}{7 \cdot 8} = \frac{3}{56}$

Inversa de una fracción:

La inversa de una fracción es otra fracción que tiene por numerador el denominador de la primera y como denominador o numerador de la primera.

$$\text{Inversa de } \frac{a}{b} \longrightarrow \frac{b}{a}$$

Si multiplicamos una fracción por su inversa obtenemos la unidad.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$$

Ejemplo: Multiplicamos $\frac{3}{8}$ por su inversa para comprobar que nos da la unidad.

$\frac{3}{8} \longrightarrow$ su inversa es $\frac{8}{3} \Longrightarrow$ multiplicamos $\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{3} = \frac{24}{24} = 1$

División de fracciones:

Al dividir dos fracciones obtenemos otra fracción.

La división podemos realizarla de dos formas:

- ❶ Multiplicamos la primera fracción por la inversa de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

- ❷ Multiplicamos los términos de las dos fracciones de manera cruzada.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Actividades resueltas

Resuelva las siguientes divisiones de fracciones:

$\frac{3}{8}:\frac{8}{3}=\frac{3\cdot 3}{8\cdot 8}=\frac{9}{64}$	$\frac{-3}{5}:\frac{2}{3}=\frac{-3\cdot 3}{5\cdot 2}=\frac{-9}{10}$
$\frac{3}{9}:\frac{5}{7}=\frac{3\cdot 7}{9\cdot 5}=\frac{21}{45}=\frac{21:3}{45:3}=\frac{7}{15}$	$\frac{5}{11}:\frac{7}{3}=\frac{5\cdot 3}{11\cdot 7}=\frac{15}{77}$
$\frac{2}{4}:\frac{1}{3}=\frac{2\cdot 3}{4\cdot 1}=\frac{6}{4}=\frac{6:2}{4:2}=\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}:\frac{4}{3}=\frac{3\cdot 3}{4\cdot 4}=\frac{9}{16}$
$\frac{9}{11}:\frac{3}{5}=\frac{9\cdot 5}{11\cdot 3}=\frac{45}{33}=\frac{45:3}{33:3}=\frac{15}{11}$	$\frac{5}{8}:\frac{2}{3}=\frac{5\cdot 3}{8\cdot 2}=\frac{15}{16}$

Actividades propuestas

S54. Calcule las siguientes divisiones: (Recuerde que $a=\frac{a}{1}$)

a) $3:\frac{8}{3}$	a)
b) $\frac{3}{8}:8$	b)
c) $7:\frac{2}{3}\ =$	c)
d) $\frac{12}{15}:4=$	d)

2.4.7 Potencias de fracciones

La potencia de una fracción es el producto de esa fracción, que es la base, por sí misma tantas veces como indique el exponente. La base se escribe siempre entre paréntesis.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

- **Potencias de exponente negativo**

La potencia de una fracción con exponente negativo es igual a la potencia de su fracción inversa elevada al dicho exponente cambiado de signo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$$

- **Propiedades de las potencias de fracciones:**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0=1 \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^1=\frac{a}{b}$$

- **Producto de potencias con la misma base**:

Es otra potencia con la misma base y como exponente la suma de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$$

- **División de potencias con la misma base**:

Es otra potencia con la misma base y como exponente la diferencia de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

- **Potencia de una potencia**:

Es otra potencia con la misma base y como exponente el producto de los exponentes.

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$$

- **Producto de potencias con el mismo exponente**:

Es otra potencia con el mismo exponente y como base el producto de las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \cdot c}{b \cdot d}\right)^n$$

- **Cociente de potencias con el mismo exponente**:

Es otra potencia con el mismo exponente y como base el cociente de las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a \cdot d}{b \cdot c}\right)^n$$

Actividades resueltas

Resuelva las siguientes potencias con exponente negativo y exponente cero:

a) $2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$	b) $5^0=1$	c) $3^{-2}=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$
d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=\left(\frac{2}{1}\right)^3=\frac{2^3}{1^3}=8$	e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3^2}{2^2}=\frac{9}{4}$	f) $\left(\frac{1}{2}\right)^0=1$

Resuelva los productos y las divisiones de potencias que tienen la misma base:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^{2+3}=\left(\frac{1}{2}\right)^5$	b) $\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^4=\left(\frac{3}{4}\right)^{2+4}=\left(\frac{3}{4}\right)^6$	c) $\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5=\left(\frac{1}{2}\right)^{0+5}=\left(\frac{1}{2}\right)^5$
d) $\left(\frac{1}{2}\right)^4:\left(\frac{1}{2}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^{4-3}=\frac{1}{2}$	e) $\left(\frac{2}{3}\right)^5:\left(\frac{2}{3}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^{5-2}=\left(\frac{2}{3}\right)^3$	f) $\left(\frac{3}{2}\right)^0:\left(\frac{3}{2}\right)^3=\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}=\left(\frac{2}{3}\right)^3$

Resuelva las potencias de una potencia, los productos y las divisiones de potencias que tienen el mismo exponente:

a) $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{4}{5}\right)^{2\cdot 3} = \left(\frac{4}{5}\right)^6$	b) $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^2\right]^4 = \left(\frac{2}{7}\right)^{2\cdot 4} = \left(\frac{2}{7}\right)^8$	c) $\left[\left(\frac{3}{8}\right)^0\right]^4 = \left(\frac{3}{8}\right)^{0\cdot 4} = \left(\frac{3}{8}\right)^0 = 1$
d) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left(\frac{2\cdot 4}{3\cdot 5}\right)^3 = \left(\frac{8}{15}\right)^3$	e) $\left(\frac{6}{7}\right)^4 : \left(\frac{2}{4}\right)^4 = \left(\frac{6\cdot 4}{7\cdot 2}\right)^4 = \left(\frac{24}{14}\right)^4$	f) $\left(\frac{3}{9}\right)^2 : \left(\frac{3}{6}\right)^2 = \left(\frac{3\cdot 6}{9\cdot 3}\right)^2 = \left(\frac{18}{27}\right)^2$

Actividades propuestas

S55. Resuelva las siguientes operaciones de potencias de fracciones:

a) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^4 =$	b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{15} : \left(\frac{2}{3}\right)^{13} =$
c) $\left(\frac{3}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^2 =$	d) $\left[\left(\frac{5}{8}\right)^2\right]^4 =$
e) $\left(\frac{1}{7}\right)^4 : \left(\frac{2}{5}\right)^4 =$	f) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-3} =$
g) $\left[\left(\frac{-4}{9}\right)^0\right]^8 =$	h) $\left(\frac{5}{2}\right)^0 : \left(\frac{5}{2}\right)^2 =$
i) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 =$	l) $\left(\frac{1}{7}\right)^4 : \left(\frac{1}{4}\right)^4 =$
m) $\left(\frac{4}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 =$	n) $\left(\frac{5}{7}\right)^2 : \left(\frac{5}{6}\right)^2 =$

2.4.8 Operaciones combinadas, jerarquía y uso de los paréntesis

Cuando hay varias operaciones indicadas, el orden en que tenemos que operar es igual al que se hizo con los números naturales y los números enteros. Así, se procederá con el siguiente orden:

❶ Potencias y raíces

❷ Multiplicaciones y divisiones

❸ Sumas y restas

- Si hubiese operaciones con paréntesis.

Se empezará por ellos en primer lugar y para resolverlos se puede hacer de una de las siguientes formas:

– **Resolviendo los paréntesis como si fuesen cuentas independientes** hasta dejarlas reducidas a una única fracción.

– **Suprimiendo los paréntesis de esta forma:**

❶ Si el paréntesis tiene delante un signo +, o un paréntesis no tiene signo, al quitarlo los signos + y − que hubiese dentro de él, se mantienen.

❷ Si el paréntesis tiene delante un signo −, al quitar los signos + y − que hubiese dentro de él, estos cambian. El signo + pasa a − y el signo − pasará a +.

Actividades resueltas

Resuelva las siguientes operaciones en las que hay paréntesis:

$\left(3-\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{15}\right)=$
a) Resolvemos los paréntesis como si fuesen cuentas independientes: $\left(3-\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{15}\right)=\left(\frac{15}{5}-\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{10}{15}-\frac{2}{15}\right)=\left(\frac{15-4}{5}\right)-\left(\frac{10-2}{15}\right)==\frac{11}{5}-\frac{8}{15}=\frac{33}{15}-\frac{8}{15}=\frac{33-8}{15}=\frac{25}{15}=\frac{5}{3}$
b) Resolvemos suprimiendo los paréntesis y nos fijamos en el signo que tiene delante. $\left(3-\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{15}\right)=3-\frac{4}{5}-\frac{2}{3}+\frac{2}{15}=\frac{3}{1}-\frac{4}{5}-\frac{2}{3}+\frac{2}{15}=\frac{45}{15}-\frac{12}{15}-\frac{10}{15}+\frac{2}{15}=\frac{45-12-10+2}{15}=\frac{25}{15}=\frac{5}{3}$

Resolver las siguientes operaciones con fracciones según el orden de prioridad:

a) $\frac{3}{4}:\frac{5}{6}-\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{3\cdot 6}{4\cdot 5}-\frac{1\cdot 2}{5\cdot 3}=\frac{18}{20}-\frac{2}{15}=\frac{3\cdot 18}{60}-\frac{4\cdot 2}{60}=\frac{54}{60}-\frac{8}{60}=\frac{54-8}{60}=\frac{46}{60}\Longrightarrow\frac{23}{30}$
b) $\frac{3}{5}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{3}{5}+\frac{5\cdot 1}{6\cdot 5}=\frac{3}{5}+\frac{5}{30}=\frac{6\cdot 3}{30}+\frac{5}{30}=\frac{18+5}{30}=\frac{23}{30}$
c) $\frac{7}{9}-\frac{1}{6}:\frac{3}{2}=\frac{7}{9}-\frac{1\cdot 2}{6\cdot 3}=\frac{7}{9}-\frac{2}{18}=\frac{2\cdot 7}{18}-\frac{2}{18}=\frac{14}{18}-\frac{2}{18}=\frac{14-2}{18}=\frac{12}{18}\Longrightarrow\frac{2}{3}$
d) $\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{8}+\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1\cdot 3}{4\cdot 8}+\frac{3\cdot 1}{4\cdot 2}=\frac{3}{32}+\frac{3}{8}=\frac{1\cdot 3}{32}+\frac{4\cdot 3}{32}=\frac{3}{32}+\frac{12}{32}=\frac{3+12}{32}=\frac{15}{32}$
e) $\frac{14}{18}-\frac{2}{12}:\frac{6}{4}=\frac{14}{18}-\frac{2\cdot 4}{12\cdot 6}=\frac{14}{18}-\frac{8}{72}=\frac{4\cdot 14}{72}-\frac{1\cdot 8}{72}=\frac{56}{72}-\frac{8}{72}=\frac{56-8}{72}=\frac{48}{72}\Longrightarrow\frac{4}{6}$
f) $\frac{4}{10}:\frac{2}{4}-\frac{6}{20}=\frac{4\cdot 4}{10\cdot 2}-\frac{6}{20}=\frac{16}{20}-\frac{6}{20}=\frac{16-6}{20}=\frac{10}{20}\Longrightarrow\frac{1}{2}$

Actividades propuestas

S56. Resolver las siguientes operaciones con fracciones según el orden de prioridad:

a) $\frac{3}{6} : \frac{4}{8} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} =$
b) $\frac{3}{5} : \frac{3}{4} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} =$
c) $\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{2} - \frac{2}{12} : \frac{6}{4} =$
d) $\frac{1}{4} : \frac{3}{8} + \frac{5}{6} : \frac{3}{6} =$
e) $\frac{14}{18} - \frac{2}{12} : \frac{6}{4} =$
f) $\frac{16}{10} : \frac{8}{4} - \frac{6}{20} =$

S57. Resolver las siguientes operaciones con fracciones según el orden de prioridad:

a) $\frac{1}{6} - \frac{1}{3} : \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)\right] + 1 =$
b) $\left[3 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) + \frac{1}{5}\right] : 2 - \frac{1}{5} =$
c) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{9}{100} =$
d) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} : \left[\frac{18}{4} - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)\right] =$

2.4.9 Relaciones entre números decimales y fracciones

Números decimales

Os números decimales tienen dos partes separadas por una coma:

$$\underbrace{1}_{\text{Parte enteira}} , \underbrace{4\,3\,5}_{\text{Parte decimal}}$$

Al encontrar el cociente entre numerador y denominador de una fracción, si la división no es exacta, obtenemos un número decimal. Este puede ser de distintos tipos.

Todas las fracciones equivalentes representan el mismo número decimal.

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}=0{,}666...=0{,}\widehat{6} \qquad \frac{5}{8}=\frac{10}{16}=\frac{15}{24}=0{,}625$$

Números decimales exactos

Son aquellos que tienen un número finito de decimales. Veamos qué número decimal corresponde a cuatro quintos de una mesa.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 5 \\ \hline 0 & 0{,}8 \end{array}$$

Le corresponde el número decimal exacto 0, 8.

Números decimales periódicos

Están formados por un número ilimitado de cifras decimales.

$$\frac{50}{11}=0{,}4545...=0{,}\overline{45} \qquad \frac{16}{15}=1{,}06666....=1{,}0\widehat{6}$$

Le llamaremos período a las cifras de la parte decimal que se repiten indefinidamente.

- **Periódico puro**: su parte decimal es toda periódica.
- Ej: $\frac{20}{3}=6{,}\mathbf{666666}...=6{,}\overset{\frown}{\mathbf{6}}...$ La parte decimal es toda periódica, es decir, un número ilimitado de decimales.
- **Periódico mixto**: su parte decimal está formada por una parte periódica y otra no periódica.
- Ej: $\frac{19}{18}=1{,}0\mathbf{5555}5...=1{,}0\overset{\frown}{\mathbf{5}}...$ La parte decimal tiene una parte no periódica con un número limitado de decimales, y otra parte periódica con un número ilimitado de decimales.

Para comparar fracciones también podemos pasarla a forma decimal y después comparar los decimales equivalentes.

Actividad resuelta

Calcular la expresión decimal correspondiente a las siguientes fracciones e indique qué tipo de período tienen:

$\frac{9}{4}$	2, 25 decimal exacta
$\frac{3}{25}$	0, 12 decimal exacta
$\frac{11}{40}$	0, 275 decimal exacta
$\frac{7}{3}$	2,33333...=$2,\hat{3}$ decimal periódico puro
$\frac{11}{45}$	0,24444...= $0,2\hat{4}$ decimal periódico mixto
$\frac{15}{9}$	1,66666...=$1,\hat{6}$ decimal periódico puro

Actividades propuestas

S58. Calcular la expresión decimal correspondiente a las siguientes fracciones e indique qué tipo de período tienen.

$\frac{18}{8}$	
$\frac{6}{50}$	
$\frac{33}{120}$	
$\frac{14}{6}$	
$\frac{22}{90}$	
$\frac{45}{27}$	

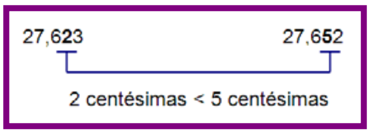
Escritura de los números decimales

En la prueba de maratón se recorren 42**,**195 quilómetros. Podemos descomponer este número en los distintos órdenes de unidades del sistema de numeración decimal:

4 decenas	2 unidades	1 décima	9 centésimas	5 milésimas

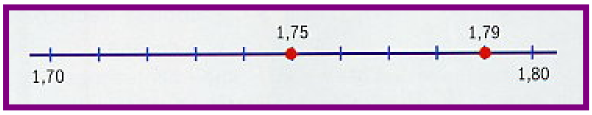
Ordenación de números decimales. Redondeo de un número decimal

Para comparar números decimales, se busca la primera cifra en que no coincidan.



Entonces: 27, 623 < 27, 652

De dos números decimales, es mayor el que tenga la mayor parte entera. Si ambas son iguales, es mayor el que tenga la mayor cifra de las décimas; si siguen siendo iguales, el que tenga mayor la cifra de las centésimas etc. También se pueden comparar los números decimales representándolos en la recta graduada.

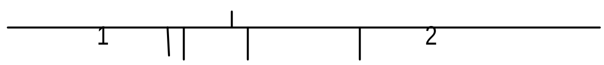


Para redondear un número decimal seguiremos estas pautas:

	Para redondear a las...	Fíjese en la cifra de la derecha	Si es menor que 5 se redondea hacia abajo; si no, hacia arriba
7,365	... unidades	7, 365	7
7,365	... décimas	7, 365	7, 4
7,365	... centésimas	7, 365	7, 37

Actividad resuelta

Las distancias de las casas de cuatro amigos hasta la plaza de la villa son 1,295; 1,234; 1,874 e 1,527 km, respectivamente.

▪ Ordene de mayor a menor las distancias.	1, 874 > 1, 527 > 1, 295 > 1, 234
▪ Redondee las décimas cada una.	1, 874 $\approx$ 1, 87 1, 527 $\approx$ 1, 53 1, 295 $\approx$ 1, 30 1, 234 $\approx$ 1, 23
▪ Represente las cuatro distancias en una recta numérica.	

Actividades propuestas

S59. Redondee las centésimas de los números siguientes:

5, 376	0, 964	7, 653	897, 769

S60. Indique si son ciertas o falsas las relaciones siguientes:

$0,56 > 0,55$	$0,11 < 0,2$	$0,6 < 0,568$	$0,87 > 0,870$

2.4.10 Operaciones con números decimales

Suma y resta con números decimales

Para sumar y restar con números decimales :

- Escribimos un número debajo de otro haciendo coincidir las unidades del mismo orden y también la coma decimal. Si son restas colocamos el minuendo debajo del substraendo.
- Sumamos o restamos como si fuesen números enteros.
- En el resultado colocamos la coma debajo de las comas de ambos números.

Actividad resuelta

Coloque los sumandos y realice las siguientes operaciones con números decimales:

a) 44,352+184,25+234,4=	b) 37,44 −18,783
Como los números no tienen el mismo número de cifras decimales, completamos con ceros a la derecha. 44,352 184,250 234,400 ——— 463,002	Como los números no tienen el mismo número de cifras decimales, completamos con ceros a la derecha. 37,440 18,783 ——— 18,657

Actividades propuestas

S61. Realice las siguientes operaciones con números decimales:

a) 103 , 24+5 , 342+21 , 7=	b) 273 , 48 −573 , 48 =
c) 5+1443 , 25 +24 , 0091 =	d) 5648 − 789 , 6 =

Multiplicar y dividir con números decimales

Para multiplicar dos números decimales:

- ❶ Multiplicamos como si fuesen números enteros.
- ❷ En el resultado separamos con una coma y empezamos por la derecha, con tantas cifras decimales como haya entre ambos factores.
- Para multiplicar un número decimal por 10, 100, 1000, 10.000 …
- Desplazamos la coma hasta la derecha tantos lugares como ceros haya después de la unidad. Si es un : 10= un lugar; 100= dos lugares ; 1000 = tres lugares …
- Para dividir un número decimal entre 10, 100, 1000, 10.000 …
- Desplazamos la coma hasta la izquierda tantos lugares como ceros haya después de la unidad. Si es un : 10= un lugar; 100= dos lugares ; 1000 = tres lugares ...
- Para dividir dos números decimales :

Si el dividendo y el divisor tienen decimales:

- ❶ Multiplicamos el dividendo y el divisor por 10; 100; 1000…, para que en el divisor no tengamos decimales. En el dividendo pueden quedar decimales pero el divisor al multiplicarlo por 10; 100; 1000…, quedará como un número entero.
- ❷ A continuación dividimos los números como si fuesen enteros. Y cuando bajemos la cifra de las décimas del dividendo es cuando colocamos la coma en el cociente.

Si solo el dividendo tiene decimales:

- ❶ Efectuamos la división como si fuesen números enteros.
- ❷ Cuando bajemos la primera cifra decimal, colocamos una coma en el cociente y seguimos dividiendo.

Si solo el divisor es decimal:

- ❶ Quitamos la coma del divisor y añadimos al dividendo tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor.
- ❷ A continuación dividimos como si fuesen números enteros.

Actividad resuelta

Multiplique los siguientes números decimales por las potencias de 10 que se indican:

a) 103, 24 · 10 = 1032 , 4	b) 273, 48 · 1000 = 273.480
c) 144, 325 · 100 = 14432 , 5	d) 5, 648 · 10 = 56, 48
e) 99, 97 · 10.000 = 999.700	f) 0, 2345 · 10000 = 2.345

Divida los siguientes números decimales por las potencias de 10 que se indican:

a) 103, 24 : 10 = 10, 324	b) 273, 48 : 1000 = 0, 273480
c) 144, 325:100 = 1, 44325	d) 5, 648 :10 = 0, 5648
e) 243, 56 :10.000 = 0, 024356	f) 234, 5 : 10000 = 0, 02345

Multiplique los siguientes números decimales:

a) 3,56 · 7, 3 = 25 , 988	Ejemplo : 2,07 · 5,3 = 10, 971
b) 4,21 · 3 ,6 = 15 , 156	
c) 203,2 · 2,31 = 469 , 392	
d) 209,7 · 5,21 = 1092 , 537	

2,07 → 2 *decimales*
x 5,3 → 1 *decimal*
621
1035
10,971 → *Se suman los decimales* $2 + 1 = 3$ *decimales*

Divida los siguientes números decimales:

- El dividendo y el divisor tienen decimales: 5627, 64 : 67 , 5261 = 83 , 34

```
56276400   |675261
2255520     83.34
 2297370
  2715870
    14826
```

- *Solo el dividendo tiene decimales*: 526, 6562 : 7 = 75, 2366

```
526. 6562 | 7
36          75.2366
 16
  25
    46
     42
      0
```

- *Solo el divisor tiene decimales*: 5126 : 62, 37 = 82 , 18

```
512600 | 6237
 13640   82.18
  11660
   54230
    4334
```

Actividades propuestas

S62. Realice las siguientes multiplicaciones y divisiones con números decimales:

a) 303, 24 : 10 =	b) 273, 48 ·1000 =
c)1443, 25:100 =	d) 5, 648 ·10 =
e) 243, 56 · 1000 =	f) 23, 45 : 10000 =

S63. Realice las siguientes multiplicaciones y divisiones con números decimales:

a) 1, 0324· 1000=	b) 273 : 1000 =
c) 14432, 5:1000000=	d) 564,8 :10 =
e) 2435,6 :10.000 =	f) 234,5 : 10000 =

S64. Realice las siguientes multiplicaciones y divisiones con números decimales:

a) 0,65 · 3,73 = 2,4245	e) 23,45 : 1,25 = 18
c) 6,5 · 24,52 = 159,38	f) 56,48 : 2,6 = 21,7
c) 8 ,9 · 1,75 =15,575	g) 23,45 : 5 = 4,69
d) 4,8 · 1,5 = 7,20	h) 2382 : 3,2 = 744

2.4.11 Potencias de 10. Notación científica

Para expresar un número en notación científica, desplazaremos la coma decimal (si la hay) a la izquierda si el número que debemos convertir es mayor que 10. En cambio, si el número es menor que 1 (es decir, empieza con cero coma) desplazamos la coma a la derecha tantos lugares como sea necesario para que (en ambos casos) el único dígito o cifra que quede a la izquierda de la coma esté comprendido entre 1 y 9 y todos los otros dígitos aparezcan a la derecha de la coma decimal.

Utilizaremos la notación científica para expresar cantidades muy grandes y muy pequeñas.

- En notación decimal tendremos 0,000 001 metros.
- En notación científica tendremos $1,0 \cdot 10^{-6}$ metros.
- En notación decimal tendremos 2 000 000 000 metros.
- En notación científica tendremos $2 \cdot 10^{9}$ metros.

El orden de magnitud de un número escrito en notación científica es el exponente de la potencia de 10.

El sistema internacional de unidades **(SI)**, además de regular las unidades que utilizan los científicos para medir magnitudes físicas y químicas, simplificó la escritura de la notación científica utilizando prefijos delante de las unidades que sustituyen las potencias de 10.

Prefijo	exa	peta	tera	giga	mega	quilo	hecto	deca
Símbolo	E	P	T	G	M	k	h	da
Equivale a	10^{18}	10^{15}	10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{2}	10^{1}

Prefijo	deci	centi	mili	micro	nano	pico	femto	atto
Símbolo	D	c	m	μ	n	p	f	a
Equivale a	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}	10^{-18}

Actividades propuestas

S65. Escriba en notación científica las cantidades siguientes:

Un millón	Un trillón	2321 · 103
Un billón	Una millonésima	0,0543 · 104

S66. Escriba en notación científica las cantidades siguientes:

Una decena	Un millar	Una centésima
Una centena	Una décima	Una milésima

S67. Escriba en notación científica las cantidades siguientes usando los prefijos delante de las unidades que sustituyen las potencias de diez:

Duración de un pulso láser: $2 \cdot 10^{-9}$ segundos	Distancia media de Saturno al Sol: $1{,}429 \cdot 10^{12}$ metros

S68. Escriba en notación científica las cantidades siguientes:

La distancia entre el Sol y la Tierra.: 150.000.000.000 metros
La carga de un electrón: 0,00000000000000000016 coulomb.

Operaciones en notación científica

- Para operar con números en notación científica, usaremos las propiedades de las potencias.

$(8 \cdot 10^3) \cdot (1{,}1 \cdot 10^4) = (8 \cdot 1{,}1) \cdot (10^3 \cdot 10^4) = 8{,}8 \cdot 10^7$

$(1{,}98 \cdot 10^{30}) : (5{,}98 \cdot 10^{24}) = (1{,}98 : 5{,}98) \cdot (10^{30} : 10^{24}) = 0{,}331103 \cdot 10^6$

Y para expresar este número correctamente, tendremos que poner:

$0{,}331103 = 3{,}31103 \cdot 10^{-1}$

Con lo que resulta finalmente que,

$0{,}331101 \cdot 10^6 = 3{,}31101 \cdot 10^{-1} \cdot 10^6 = 3{,}31101 \cdot 10^5$

Si nos dan un número en notación científica, el resultado se debe poner también en notación científica.

Actividad resuelta

Realice las siguientes operaciones y ponga el resultado con notación científica.

a) $4{,}3 \cdot 10^3 \times 2{,}4 \cdot 10^{-5}$	a) $10{,}32 \cdot 10^{-2} = 1{,}032 \cdot 10^{-1}$
b) $4 \cdot 10^2 : 2 \cdot 10^{12}$	b) $2 \cdot 10^{-10}$

Actividades propuestas

S69. Escriba en notación científica las cantidades siguientes:

a) $2{,}1\ 10^{-4} \times 4{,}3 \cdot 10^6$	a)
b) $3{,}8 \cdot 10^{-5} \times 1{,}2 \cdot 10^{12}$	b)
c) $8 \cdot 10^2 : 4 \cdot 10^{-9}$	c)
d) $1{,}2 \cdot 10^{-9} : 3 \cdot 10^6$	d)

S70. Escriba en notación científica las cantidades siguientes:

a) $(3{,}8.10^{12}).(5.10^{23}) =$	a)
b) $(4{,}2.10^{24}) : (3.10^6) =$	b)

3. Actividades finales

S71. El día del nacimiento de Luís, las unidades del año están ocupadas por un 7, tiene 19 centenas y el valor de posición de 8 es 80 unidades. ¿En qué año nació Luís?

S72. Escriba 2012 como:

Suma de tres sumandos mayores de 500	
Resta de dos sumandos mayores de 1.000	

S73. El radar de un control de tráfico cuenta 65 coches cada minuto. Si está trabajando una hora, ¿cuántos coches contará?

S74. Una madre compra un equipamiento de música y paga 30 euros de entrada. El resto lo paga en 12 mensualidades de 10 euros cada una. ¿Cuánto cuesta el equipamiento?

S75. Exprese en forma de potencia la superficie de los océanos siguientes:

Atlántico: 110 millones de quilómetros cuadrados	
Pacífico: 180 millones de quilómetros cuadrados	

S76. Complete la tabla siguiente:

a	b	c	a – b + c	a – (b + c)	a x (b + c)	(a + b) : c
17	5	2				
60	21	3				
28	20	4				

S77. Adela tiene en su cuenta 1.187 euros, pagó con la tarjeta 385 euros de un abrigo y 163 euros por un vestido. ¿Cuánto le queda?

S78. Entre cuatro gallinas ponen ocho docenas de huevos. ¿Cuántos huevos pone cada gallina?

S79. ¿Cuál es el doble de la tercera parte de 342?

S80. Si al triple de 74 le resto la mitad de 234. ¿Qué resultado dará?

S81. Coloque y efectúe las siguientes multiplicaciones:

a) 534 x 72 =	b) 29036 x 349 =
c) 3245 x 267 =	d) 10459 x 986 =

S82. Efectúe las siguientes divisiones y compruebe que los resultados están bien con la prueba de la división. Indique si las divisiones son exactas o enteras:

a) 3552 : 9 =	b) 359817: 53 =
c) 31833 : 67 =	d) 111031:123 =

S83. El dinero recogido por un grupo de 45 amigos para una ONG está comprendidos entre 365 y 420 euros. Si todos entregaron la misma cantidad, ¿cuánto entregó cada uno?

S84. Encuentre el m.c.d. de 8 y 6; de 110 y 20; de 18 y 27; y de 30 y 45.

S85. Encuentre el m.c.m. de 72 y 81; de 110 y 20; de 96 y 120; y de 240, 270 y 150.

S86. Busque entre estos números los múltiplos de 2, de 3, de 5, de 7 y los de 13:

104, 130, 140, 119, 143, 182, 186, 147, 200, 255, 245, 203.

S87. Calcule el m.c.d. y el m.c.m. de:

m.c.d. (560 , 588) =	m.c.d. (210 , 315, 420)) =
m.c.m. (560 , 588) =	m.c.m. (210 , 315, 420)) =

S88. El autobús de la línea A pasa por cierta parada cada 9 minutos y el de la línea B cada 12 minutos. Si acaban de salir los dos a la vez, ¿cuánto tardarán en volver a coincidir?

S89. Calcule el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes números: $(72,108,60)$ y $(1048,786,3930)$

m.c.d. (72,108,60) =	m.c.d. (1048,786,3930) =
m.c.m. (72,108,60) =	m.c.m. (1048,786,3930) =

S90. Un faro alumbra cada 12 segundos, otro cada 18 segundos y un tercero cada minuto. Los tres alumbran al mismo tempo a las 6.30 de la mañana. Encuentre las veces que volverán a coincidir hasta las siete de la mañana.

S91. Un viajante viene a la ciudad de A Coruña cada 18 días y otro cada 24 y se alojan en el hotel Riazor. ¿Dentro de cuántos días volverán a estar los dos a la vez en A Coruña?

S92. Quite los paréntesis:

- $+(-5)$
- $-(-4)$
- $-(+6)$
- $-(+8)$
- $+(+12)$
- $+(-5)$
- $-[-(-3)]$
- $-[+(-5)]$
- $-[-(+7)]$

S93. Calcule:

- $(-5)^3$
- $(-5)^4$
- -5^4
- $(+5)^3$

S94. Calcule si existe:

- $\sqrt{81} - \sqrt{100}$
- $\sqrt{81-100}$
- $\sqrt{81+144}$
- $\sqrt{81} + \sqrt{144}$

S95. Efectúe las operaciones siguientes:

a) (-7) + 24	b) 14 + (-45)	c) (-17) + (-34)
d) (-13) + 43	e) -16 + (-14) + (-5) +6	f) 18 + (-32) + 13 + (-7)
g) 10 + (-6 +16)	h) -12 + (12 + (-8))	i) -8 + (5 – (-16))

S96. Realice las siguientes operaciones según su jerarquía:

a) 35 + (75 : 5) + (62 – 2 – 30)	b) 22 + 18 : (36 : 6) + (35 : 7)	c) -21: (-14 : 2) + (-10 + 4) : 2
d) 7 + 15: 3 – (15 – 6 x 2)	e) 14 – (18 : (-2)) + 5 x (-7 – 2) : (-3)	f) 4 + 16 : 4 – (20 – 7 x 2)

S97. Calcule las siguientes operaciones según su jerarquía:

a) $(9 + 2) \cdot 4 - 7 : (5 - 12) =$
b) $-3 \cdot \left[4+(-6)\right] - (-2) \cdot \left[8-(+4):(-2)\right] =$
c) $-(8+3-10) \cdot \left[(5-7):(13-15)\right] =$
d) $5 \cdot \left[3+2 \cdot (2+5-3)\right] - 10 \cdot 2 : 4 =$
e) $12 : \left[6+(3-5+4) \cdot 2-3 \cdot (6-9+8)+2\right] =$
f) $12 : \left\{3 \cdot \left[(+4)+(-6)\right]-(-2) \cdot \left[8-(+4)\right]+2\right\} =$

S98. Realice el siguiente cálculo con las fracciones, simplificando el resultado cuando se pueda:

a) $\frac{2}{9}+\frac{4}{9}=$	b) $\frac{2}{3}-\frac{5}{9}=$	c) $7+\frac{2}{5}=$
d) $1-\frac{3}{4}=$	e) $\frac{5}{6}-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)=$	f) $\left(\frac{5}{6}+\frac{3}{4}\right)-\frac{5}{12}=$
g) $\frac{3}{4}x\frac{2}{7}=$	h) $\frac{1}{4}x\frac{3}{5}x\frac{1}{3}=$	i) $\frac{2}{5}x8=$
l) $\frac{5}{9}:\frac{3}{7}=$	m) $\left(20:\frac{2}{5}\right):\left(4x\frac{5}{2}\right)=$	n) $\left(\frac{3}{8}x\frac{5}{6}\right):\frac{3}{4}=$

S99. En un test Ana contestó bien a tres de cada cuatro preguntas y Miguel a nueve de cada doce, ¿quién hizo mejor el test?

S100. Los dos quintos de una clase son 24, ¿cuántos estudiantes tiene la clase?

S101. Complete la tabla sabiendo que la suma de los elementos de cada fila y cada columna siempre es 22.

11,33	4,40	
	10,33	3,40

S102. Resuelva las siguientes operaciones de fracciones, simplificando hasta llegar a la fracción irreductible:

a) $\left(3+\frac{1}{4}\right)-\left(2+\frac{1}{6}\right) =$	b) $\left(\frac{1}{2}\right):\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right) =$
c) $\left(\frac{5}{3}-1\right)\cdot\left(\frac{7}{2}-2\right) =$	d) $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}\right) =$

S103. Resuelva la siguiente operación con fracciones, simplificando hasta llegar a la fracción irreductible:

$a)$	$\frac{2}{3} : \left[5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] =$
$b)$	$\left[\left(\frac{4}{8} + \frac{5}{10}\right) + \frac{1}{30}\right] : \left[5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] =$

S104. Exprese como potencia:

$a)\ \frac{3^4}{3^5} =$	$b)\ \frac{1}{2} =$	$c)\ \frac{1}{5^4} =$	$d)\ 5^4 \cdot 5^6 =$	$e)\ (6^3)^{-2} =$
$f)\ \frac{1}{6^2} =$	$g)\ \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 =$	$h)\ \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}\right)^6 =$	$i)\ \left(\frac{17}{65}\right)^0 =$	$l)\ \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}\right]^{-2} =$

S105. Opere y calcule su valor:

a) $3^{-2} \cdot 3^5$	b) $(-8)^{-2} \cdot (-8)^5$	c) $5^4 : 5^3$	d) $(-3)^5 : (-3)^{-1}$	e)$[2^3 \cdot 2^4] : 2^6$
f) $5^2 \cdot 5^{-3}$	g) $(-2)^{-1} \cdot (-2)^4$	h) $2^{-5} : 2^{-3}$	i) $3^2 \cdot 3^{-4} \cdot 3^5$	l) $6^4 \cdot (6^{-1} : 6^3)$

S106. Un terreno rectangular tiene de dimensiones $4{,}3 \cdot 10^3$ x $8{,}5 \cdot 10^2$ metros respectivamente. Si en cada metro cuadrado nacen aproximadamente $3{,}6 \cdot 10^2$ flores, ¿cuántas flores producirá el terreno?

S107. El radio del universo conocido se estima en 15 000 millones de años luz. Si un año luz equivale a $9{,}46 \cdot 10^{12}$ quilómetros, ¿cuánto mide aproximadamente el radio del universo en quilómetros?

S108. Un ganadero compró un terreo cuadrado de 1 600 m^2. Quiere cercarlo con tres vueltas de alambre, ¿cuántos metros debe comprar?

S109. Escriba en notación científica los siguientes números:

a) 95.000.000.000.000.000.000

b) 1.983.000.000.000.000.000.000.000.000.000

4. Solucionario

4.1 Soluciones de las actividades propuestas

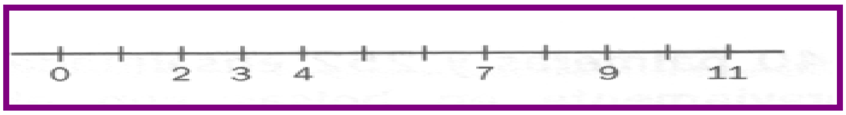
S1. Descomponga los siguientes números en los distintos órdenes de unidades: 63.542 - 325 4.102.453 - 7.436

a) 63.542 = 6Dm+3Um+5C+4D+2U = 60.000+3.000+500+40+2
b) 325 = 3C+2D+5U = 300+20+5
c) 4.102.453 = 4UM+1Cm+2Um+4C+5D+3U = 4.000.000+100.000+2.000+400+50+3
d) 7.436 = 7Um+4C+3D+6U = 7.000+400+30+6

S2. Indique el valor que tiene la cifra 3 en los siguientes números: 543 - 2.304 - 34.672

a) 543	3 U = 3 unidades
b) 2.304	3C = 300 unidad
c) 34.672	3Dm = 30.000 unidades

S3. Represente en la siguiente recta los números naturales: 7, 2, 9, 11, 3.



S4. *a) 2145 ; b)9938 ; c)48748 ; d)870*

S5. *a) 27300 ; b)63504 ; c) 38885093 ; d) 2112365*

S6. *a) 3552.= 9x394 +6. Entera; b) 359817 = 53x6789. Exacta c) 31833= 67x475+8. Entera d) 111031 = 123x902+85. Entera*

S7.

a) 3·5 + 2·4 – 2·6 =	11
b) 3 · (5+2) · 4 – 2 · 6 =	72
c) 3 · 5 + (2 · 4-2)·6=	51
d) 4 ·6 + 2·8 – 3·4 =	28
e) 4·(6+2)·8 – 3·4=	244
f) 4·6+2·(8-3)·4=	64
g) 4·6+ (2·8-3)·4=	76
h) 4·(6+2·8-3)·4=	304
i) 4+7·3-10:5+7	30
l) (4+7)·3-10:5+7	38
m) 30-20:5+7-5	28
n) (30-20):5+7-5	4

S8.

a	b	c	a – b + c	a – (b + c)	a x (b + c)	(a + b) : c
17	5	2	14	10	170	11
60	21	3	42	36	1.440	27
28	20	4	12	4	672	12

S9. *a) 24; b) 83 ; c)16 ; d) 10.*

S10. *a) 550 ; b) 0 ; c) 312 ; d) 207 , e) 20 , f) 384*

S11. *a) 9000000000000=9·1012; b) 100000000000 =1011;c) 7000000000 =7·109 d)1.495·105.*

S12. *a) 62; b) 73 ;c) 136 ;d) 249 ; e) 210 f) 92*

S13.

Número	1	2	3	4	5	20
Cuadrado	1	4	9	16	25	400
Cubo	1	8	27	64	125	8000
Doble	2	4	6	8	10	40
Triple	3	6	9	12	15	60

S14. *a) 38 ; b) 27, c) 62 ;d) 7 ; e) 1 f) 1*

S15. *a) 518 ; b) 812, c) 1006 ;d) 450= 1 ; e) 110 = 1*

S16. *a) 712 ; b) 916, c) 56 ;d) 811*

S17. *a) 1 ; b) 1*

S18.

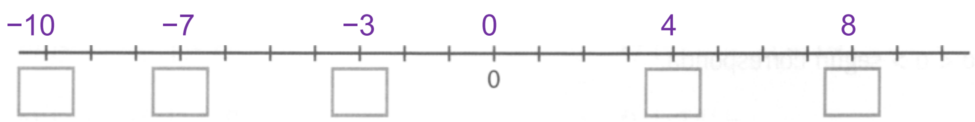
Número	Es la raíz cuadrada de	Porque	Se escribe
10	100	$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$
15	225	$15^2 = 225$	$\sqrt{225} = 15$
12	144	$12^2 = 144$	$\sqrt{144} = 12$

S19.

La raíz entera es:	Pues se cumple que:	El resto R es:
$\sqrt{77} = 8$	$8^2 = 64 < 77 < 81 = 9^2$	$R = 77 - 8^2 = 77 - 64 = 13$
$\sqrt{54} = 7$	$7^2 = 49 < 54 < 8^2 = 64$	$R = 54 - 7^2 = 54 - 49 = 5$
$\sqrt{80} = 8$	$8^2 = 64 < 80 < 81 = 9^2$	$R = 80 - 8^2 = 80 - 64 = 16$
$\sqrt{112} = 10$	$10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2$	$R = 112 - 10^2 = 112 - 100 = 12$
$\sqrt{125} = 11$	$11^2 = 121 < 125 < 144 = 12^2$	$R = 125 - 11^2 = 125 - 121 = 4$

S20. *5 >7 >6 >5 >1 >0>* $-1 > -3 > -5 > -6 > -7 > -8 > -14 > -15$

S21.



S22. *a) 7 ; b) 7 ; c) 22 ; d) 22 ; e) 23 ; f) 23*

S23.

a) $-6 < +3$	b) $-9 < -5$	c) $+16 > +13$
d) $-6 < -3$	e) $+9 > +5$	f) $-16 < -13$

S24.

a) Op (+3) =−3	b) Op (−13) = +13	c) Op (−9) = +9
d) Op (−3) =+3	e) Op (+23) =−23	f) Op (+19) =−19

S25.

a) $(+14)+(-5) = +9 = 9$	b) $(-2)+(+5) = +3 = 3$	c) $(+1)+(+6) = +7 = 7$	d) $(-2)+(-8) = -10$
e) $(-7)+(-15) = -22$	f) $(+2)+(-10) = -8$	g) $(-25)+(+25) = 0$	h) $(+2)+(1) = +3 = 3$
i) $(-14)+(-9) = -23$	l) $(-11)+(-8) = -19$	m) $(+13)+(-10) = +3 = 3$	n) $(-1)+(+15) = +14 = 14$
o) $(+8)+(-9) = -1$	p) $(-14)+(-12) = -26$	q) $(+12)+(+8) = +20 = 20$	r) $(+14)+(-10) = +4 = 4$

S26.

a) $(+14)-(-5) = (+14)+(+5) = 19$	b) $(-9)-(+5) = (-9)+(-5) = -14$	c) $(+14)-(+5) = (+14)+(-5) = 9$
d) $(-7)-(-15) = (-7)+(+15) = 8$	e) $(+12)-(-7) = (+12)+(+7) = 19$	f) $(-15)-(+5) = (-15)+(-5) = -20$
g) $(-4)-(-19) = (-4)+(+19) = 15$	h) $(-10)-(-8) = (-10)+(+8) = -2$	i) $(+3)-(-10) = (+3)+(+10) = 13$
l) $(-18)-(-9) = (-18)+(+9) = -9$	m) $(-4)-(-12) = (-4)+(+12) = 8$	n) $(+10)-(+8) = (+10)+(-8) = 2$

S27.

a) (+17)+(− 8)−(+24−13−5)=6	b) (+17)+(− 8)+(+24−13−5)=15
c) (−17)+(+8)−(−14−13+20)=−2	d) (−17)+(+8)+(−14−13+20)=−16
e) −(−14−13+20)−(+4+13−15)=5	f) (−14−13+20)+(+4+13−15)=−5
g) (+10)−(+8)−(−4+5−2+7)=−4	h) (+10)−(+8)+(−4+5−2+7)=8

S28. *a) 5 ; b) 6*

S29.

a) (−3)·(+5)·(−2)·(+4) = + 120 = 120	b)) (+3)·(+5)·(−5)·(+4) = − 300
c) (−4)·(+5)·(−2)·(+6) = + 240 = 240	d) (−3)·(+5)·(−2)·(−6) = − 180
e) (+7)·(+5)·(−2)·(+3) = − 210	f) (+8)·(+5)·(−2)·(+4) = − 320
g) (−3)·(+5)·(+6)·(+4) = − 360	h) (+1)·(+5)·(−2)·(−3) = + 30 = 30

S30.

a) (−30):(+5):(−2)= +3=3	b)) (−54):(+9) = −6
c) (−40):(+5):(−4) = +2=2	d) (−35):(+5)= −7
e) (+75):(+5): (+3) = +5=5	f) (+80):(+5):(−2):(+4) = −2
g) (−36):(+4) = −9	h) (+100):(+2):(−5):(−2) = +5

S31.

a) $(-4)^2$ b) -4^2 c) $(-4)^4$ d) −4	a) $(-4)^2 = (-4)\cdot(-4) = +16$ b) $-4^2 = -(4\cdot 4) = -16$ c) $(-4)^4 = (-4)\cdot(-4)\cdot(-4)\cdot(-4) = +256$ d) $-4^4 = -(4\cdot 4\cdot 4\cdot 4) = -256$
Observamos que **el resultado cambia** dependiendo de si el signo negativo está afectado por el paréntesis o no.	

S32.

a) $(+3)^2\cdot(+3)^3 = (+3)^{3+2} = (+3)^5 = +243 = 243$	b) $(-1)^2\cdot(-1)^3\cdot(-1)^4 = (-1)^{2+3+4} = (-1)^9 = -1$
c) $(-3)^2\cdot(-3)^3\cdot(-3)^0 = (-3)^{2+3+0} = (-3)^5 = -243$	d) $(-4)^2\cdot(-4)^3\cdot(-4)^0 = (-4)^{2+3+0} = (-4)^5 = -1024$

S33.

a) $(-2)^8 : (-2)^5 = (-2)^{8-5} = (-2)^3 = -8$	b) $(-2)^9 : (-2)^9 = (-2)^{9-9} = (-2)^0 = 1$
c) $(-5)^7 : (-5)^3 = (-5)^{7-3} = (-5)^4 = +625 = 625$	d) $(-4)^5 : (-4)^2 = (-4)^{5-2} = (-4)^3 = -64$

S34.

a) $(-2)^8 : (-2)^5 = (-2)^{8-5} = (-2)^3 = -8$	b) $(-2)^9 : (-2)^9 = (-2)^{9-9} = (-2)^0 = 1$
c) $(-5)^7 : (-5)^3 = (-5)^{7-3} = (-5)^4 = +625 = 625$	d) $(-4)^5 : (-4)^2 = (-4)^{5-2} = (-4)^3 = -64$

S35.

a) $10^{-1} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10} = 0{,}1$	b)) $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0{,}0001$
c) $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$	d) $10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1000000} = 0{,}000001$
e) $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$	f) $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

S36.

$a)\sqrt{64} = \pm 8$	$b)\sqrt{121} = \pm 11$
$c)\sqrt{81} = \pm 9$	$d)\sqrt{49} = \pm 7$

S37.

a) $30 - [28 - (18 - 10) + (15 - 6)] =$	a) 1
b) $6 + [-5 + 4 - (-8) - 3] - [-1 + 4 - (-8) - 3] =$	b) 2
c) $16 - [5 + 4 - (-8) - 11] - [4 - (-8) - 5] =$	c) 3
d) $-8 \cdot (-9) - 2^3 \cdot 7 - 9 \cdot 2 + \sqrt{36} =$	d) 4
e) $63 : 9 + [2^2 - (-2) \cdot (-3) + 20 : 5] + [3 - 5 \cdot 2 + (-7)] =$	e) −5
f) $2 \cdot 1 + [9 - 12 : 4 + 6 \cdot (-5)] - [(-6) : 3 - 3 \cdot 7] =$	f) 1

S38.

a) -3^6	a) 729
b) 8^5	b) 32768
c) $\sqrt{256}$	c) ±16
d) $(2^3)^2$	d) 64

S39.

a) Sí porque al dividirlo entre 3 da exacta.	b) Sí porque al dividirlo entre 3 da exacta.	c) Sí porque al dividirlo entre 3 da exacta.
d) No, porque al dividirlo entre 3 no da exacta.	e) Sí porque al dividirlo entre 3 da exacta.	f) No, porque al dividirlo entre 3 no da exacta.

S40.

Los múltiplos de 8 son aquellos números que resultan de multiplicar 8 por los números naturales. Tenemos que investigar qué número multiplicado por 8 da 500 el próximo a 500. Para eso dividimos 500:8 = 62.5 Por lo tanto, empezamos a multiplicar el 8 por el primer número natural que viene después del 62,5 que es el 63. 8·63=504. A partir de 504 y sumando de 8 en 8, calculamos los demás múltiplos.
Respuesta = 504-512-520-528-536-544-552

S41.

a) 15 e 900 b) 14 e 120 c) 45 e 145 d) 25 e 675 e) 17 e 62 f) 142 e 994	a) Si. 900:15 = 60 (división exacta) b) Si. 210:14 = 15 (división exacta) c) No. 45 no cabe un número exacto de veces en 145 (la división no da exacta.) d) Si. 675:25 = 27 (división exacta) e) No.17 no cabe un número exacto de veces en 162 (la división no da exacta.) f) Si. 994:142 = 17 (división exacta)

S42.

a) $36 = 2^2 \cdot 3^2$	b) $780=2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$
c) $120= 2^3 \cdot 3 \cdot 5$	d) $300 =2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$
e) $840 =2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	f) $900 =2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

S43.

Número	Divisible por 2	Divisible por 3	Divisible por 5	Divisible por 11
165	NO	SÍ	SÍ	SÍ
5412	SÍ	SÍ	NO	SÍ
53130	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ
23518	SÍ	SÍ	NO	SÍ
616	SÍ	NO	NO	SÍ
204	SÍ	SÍ	NO	NO
450	SÍ	SÍ	SÍ	NO
715	NO	NO	SÍ	SÍ

S44.

a) m.c.m. (20,24)= 120	b) m.c.m. (18,60)=180
c) m.c.m. (4,6,10)=60	d) m.c.m. (12,20)=60

S45.

a) m.c.d. (30,105)= 15	b) m.c.d. (72,180,252) = 36
c) m.c.d. (60,90) = 30	d) m.c.d. (60,20)=20

S46.

a) $\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{20}}$=0,2	b) $\frac{3}{6}$=0,5
c) $\frac{34}{40}$= 0,85	d) $\frac{6}{5}$=1,2

S47.

a) $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{10}}$de 60 $=\frac{2\cdot 60}{10}=\frac{120}{10}=12$	b) $\frac{3}{6}$de 84$=\frac{3\cdot 84}{6}=\frac{252}{6}=42$
c) $\frac{6}{8}$de48$=\left(\frac{48}{8}\right)\cdot 6=6\cdot 6=36$	d) $\frac{6}{12}$de24$=\left(\frac{24}{12}\right)\cdot 6=2\cdot 6=12$

S48.

a) $\frac{3}{5}$ e $\frac{9}{15}$ $3\cdot 15=5\cdot 9\Longrightarrow 45=45$ Sí son equivalentes $\frac{3}{5}=\frac{9}{15}$	b) $\frac{5}{6}$ e $\frac{15}{18}$ $5\cdot 18=6\cdot 15\Longrightarrow 90=90$ Sí son equivalentes $\frac{5}{6}=\frac{15}{18}$
c) $\frac{4}{14}$ e $\frac{2}{7}$ $\}$ $4\cdot 7=14\cdot 2\Longrightarrow 28=28$ Sí son equivalentes $\Longrightarrow$ $\frac{4}{14}=\frac{2}{7}$	d) $\frac{7}{8}$ e $\frac{3}{4}$ $\}$ $7\cdot 4\neq 8\cdot 3\Longrightarrow 28\neq 24$ No son equivalentes $\Longrightarrow$ $\frac{7}{8}\neq\frac{3}{4}$

S49. $\frac{3}{5},\ \frac{2}{4},\ \frac{13}{15}\longrightarrow\frac{36}{60},\ \frac{30}{60},\ \frac{52}{60}$

S50.

$\frac{6}{8},\ \frac{2}{4},\ \frac{10}{12}$	$\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{12}}=\frac{20}{24}>\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{8}}=\frac{18}{24}>\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{4}}=\frac{12}{24}$

S51.

a) $\frac{3}{5},\ \frac{2}{4},\ \frac{4}{12}=\frac{36}{60},\ \frac{30}{60},\ \frac{20}{60}$	b) $\frac{1}{3},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{6}=\ \frac{4}{12},\ \frac{6}{12},\ \frac{6}{12}$
c) $\frac{3}{10},\ \frac{2}{5},\ \frac{4}{3}=\ \frac{9}{30},\ \frac{12}{30},\ \frac{40}{30}$	d) $\frac{8}{32},\ \frac{4}{8},\ \frac{2}{16}=\ \frac{8}{32},\ \frac{16}{32},\ \frac{4}{32}$

S52.

a) $\frac{23}{54}+\frac{-31}{72}=$	a) $\frac{-1}{216}$
b) $\frac{-10}{21}+\frac{13}{49}=$	b) $\frac{-31}{147}$

S53.

a) $-2+\frac{3}{4}=$	a) $\frac{-5}{4}$
b) $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+2=$	b) $\frac{7}{4}$
c) $\frac{9}{20}-\left(\frac{-6}{25}\right)=$	c) $\frac{21}{100}$

S54.

a) $3:\frac{8}{3}=$	a) $3:\frac{8}{3}=\frac{3}{1}:\frac{8}{3}=\frac{3\cdot 3}{1\cdot 8}=\frac{9}{8}$
b) $\frac{3}{8}:8$	b) $\frac{3}{8}:8=\frac{3}{8}:\frac{8}{1}=\frac{3\cdot 1}{64}=\frac{3}{64}$
c) $7:\frac{2}{3}=$	c) $7:\frac{2}{3}=\frac{7}{1}:\frac{2}{3}=\frac{7\cdot 3}{1\cdot 2}=\frac{21}{2}$
d) $\frac{12}{15}:4=$	d) $\frac{12}{15}:4=\frac{12}{15}:\frac{4}{1}=\frac{12\cdot 1}{15\cdot 4}=\frac{12}{60}=\frac{12:12}{60:12}=\frac{1}{5}$

S55.

a) $\left(\frac{5}{7}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{7}\right)^4=\left(\frac{5}{7}\right)^{3+4}=\left(\frac{5}{7}\right)^7$	b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{15}:\left(\frac{2}{3}\right)^{13}=\left(\frac{2}{3}\right)^{15-13}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$
c) $\left(\frac{3}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{3}{6}\right)^2=\left(\frac{3}{6}\right)^{0+2}=\left(\frac{3}{6}\right)^2$	d) $\left[\left(\frac{5}{8}\right)^2\right]^4=\left(\frac{5}{8}\right)^{2\cdot 4}=\left(\frac{5}{8}\right)^8$
e) $\left(\frac{1}{7}\right)^4:\left(\frac{2}{5}\right)^4=\left(\frac{1\cdot 5}{7\cdot 2}\right)^4=\left(\frac{5}{14}\right)^4$	f) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-3}=\left(\frac{7}{3}\right)^3=\frac{7^3}{3^3}$
g) $\left[\left(\frac{-4}{9}\right)^0\right]^8=\left(\frac{-4}{9}\right)^{0\cdot 8}=\left(\frac{-4}{9}\right)^0=1$	h) $\left(\frac{5}{2}\right)^0:\left(\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{2}{5}\right)^2$
i) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^4=\left(\frac{1}{4}\right)^{-2+4}=\left(\frac{1}{4}\right)^2$	l) $\left(\frac{1}{7}\right)^4:\left(\frac{1}{4}\right)^4=\left(\frac{1\cdot 4}{7\cdot 1}\right)^4=\left(\frac{4}{7}\right)^4$
m) $\left(\frac{4}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^3=\left(\frac{4\cdot 3}{6\cdot 5}\right)^3=\left(\frac{12}{30}\right)^3$	n) $\left(\frac{5}{7}\right)^2:\left(\frac{5}{6}\right)^2=\left(\frac{5\cdot 6}{7\cdot 5}\right)^2=\left(\frac{30}{35}\right)^2$

S56.

a) $\frac{3}{6}:\frac{4}{8}-\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{3\cdot 8}{6\cdot 4}-\frac{3\cdot 2}{4\cdot 3}=\frac{24}{24}-\frac{6}{12}=\frac{1\cdot 24}{24}-\frac{2\cdot 6}{24}=\frac{24}{24}-\frac{12}{24}=\frac{24-12}{24}=\frac{12}{24}\Longrightarrow\frac{1}{2}$
b) $\frac{3}{5}:\frac{3}{4}+\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{5}=\frac{3\cdot 4}{5\cdot 3}+\frac{2\cdot 3}{6\cdot 5}=\frac{12}{15}+\frac{6}{30}=\frac{2\cdot 12}{30}+\frac{6}{30}=\frac{24}{30}+\frac{6}{30}=\frac{24+6}{30}=\frac{30}{30}=1$
c) $\frac{7}{9}\cdot\frac{4}{2}-\frac{2}{12}:\frac{6}{4}=\frac{7\cdot 4}{9\cdot 2}-\frac{2\cdot 4}{12\cdot 6}=\frac{28}{18}-\frac{8}{72}=\frac{4\cdot 28}{72}-\frac{1\cdot 8}{72}=\frac{112}{72}-\frac{8}{72}=\frac{112-8}{72}=\frac{104}{72}\Longrightarrow\frac{13}{9}$
d) $\frac{1}{4}:\frac{3}{8}+\frac{5}{6}:\frac{3}{6}=\frac{1\cdot 8}{4\cdot 3}+\frac{5\cdot 6}{6\cdot 3}=\frac{8}{12}+\frac{30}{18}=\frac{3\cdot 8}{36}+\frac{2\cdot 30}{36}=\frac{24}{36}+\frac{60}{36}=\frac{24+60}{36}=\frac{84}{36}\Longrightarrow\frac{7}{3}$
e) $\frac{14}{18}-\frac{2}{12}:\frac{6}{4}=\frac{14}{18}-\frac{2\cdot 4}{12\cdot 6}=\frac{14}{18}-\frac{8}{72}=\frac{4\cdot 14}{72}-\frac{1\cdot 8}{72}=\frac{56}{72}-\frac{8}{72}=\frac{56-8}{72}=\frac{48}{72}\Longrightarrow\frac{4}{6}$
f) $\frac{16}{10}:\frac{8}{4}-\frac{6}{20}=\frac{16\cdot 4}{10\cdot 8}-\frac{6}{20}=\frac{64}{80}-\frac{6}{20}=\frac{1\cdot 64}{80}-\frac{4\cdot 6}{80}=\frac{64}{80}-\frac{24}{80}=\frac{64-24}{80}=\frac{40}{80}\Longrightarrow\frac{1}{2}$

S57.

a) $\frac{1}{6}-\frac{1}{3}:\left[\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{-1}{2}\right)\right]+1=\frac{1}{6}-\frac{1}{3}:\left[\frac{-1}{8}\right]+1=\frac{1}{6}+\frac{1\cdot 8}{3\cdot 1}+1=\frac{1}{6}+\frac{8}{3}+1=\frac{1}{6}+\frac{8}{3}+\frac{1}{1}=\frac{1}{6}+\frac{2\cdot 8}{6}+\frac{6\cdot 1}{6}=\frac{1+16+6}{6}=\frac{23}{6}$
b) $\left[3\cdot\left(\frac{-1}{2}\right)+\frac{1}{5}\right]:2-\frac{1}{5}=\left[\frac{-3}{2}+\frac{1}{5}\right]:2-\frac{1}{5}=\left[\frac{-3\cdot 5}{10}+\frac{1\cdot 2}{10}\right]:2-\frac{1}{5}=\left[\frac{-15}{10}+\frac{2}{10}\right]:2-\frac{1}{5}=$ $=\left[\frac{-15+2}{10}\right]:2-\frac{1}{5}=\left[\frac{-13}{10}\right]:2-\frac{1}{5}=\frac{-13\cdot 1}{10\cdot 2}-\frac{1}{5}=\frac{-13}{20}-\frac{1}{5}=\frac{-13\cdot 1}{20}-\frac{1\cdot 4}{20}=\frac{-13-4}{20}=\frac{-17}{20}$

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{9}{100} = \frac{2^2}{5^2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{9}{100} = \frac{4}{25} \cdot \frac{1}{3} + \frac{9}{100} = \frac{4\cdot 1}{25\cdot 3} + \frac{9}{100} = \frac{4}{75} + \frac{9}{100} = \frac{4\cdot 4}{300} + \frac{3\cdot 9}{300} =$ $= \frac{16}{300} + \frac{27}{300} = \frac{16+27}{300} = \frac{43}{300}$
d) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} : \left[\frac{18}{4} - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)\right] = \frac{2}{3} + \frac{1}{5} : \left[\frac{18}{4} + \frac{3}{2}\right] = \frac{2}{3} + \frac{1}{5} : \left[\frac{18\cdot 1}{4} + \frac{2\cdot 3}{4}\right] = \frac{2}{3} + \frac{1}{5} :$ $: \left[\frac{18+6}{4}\right] = \frac{2}{3} + \frac{1}{5} : \left[\frac{24}{4}\right] = \frac{2}{3} + \frac{1\cdot 4}{5\cdot 24} = \frac{2}{3} + \frac{4}{120} = \frac{40\cdot 2}{120} + \frac{4}{120} = \frac{80}{120} + \frac{4}{120} = \frac{84}{120} \Longrightarrow \frac{7}{10}$

S58.

$\frac{18}{8}$	2, 25 decimal exacta
$\frac{6}{50}$	0, 12 decimal exacta
$\frac{33}{120}$	0, 275 decimal exacta
$\frac{14}{6}$	2,33333...=$2,\hat{3}$ decimal periódico puro
$\frac{22}{90}$	0,24444...= $0,2\,\hat{4}$ decimal periódico mixto
$\frac{45}{27}$	1,66666...=$1,\hat{6}$ decimal periódico puro

S59.

5, 380	0, 960	7, 650	897, 770

S60.

0, 56 > 0, 55⇒ SI	0, 11 < 0, 2⇒ Si	0, 6 < 0, 568⇒ No	0, 87 > 0, 870⇒ Es igual

S61.

a) 103 , 24+5 , 342+21 , 7= 130 , 282	b) 273 , 48 −573 , 48 = − 300
c) 5+1443 , 25 +24 , 0091 = 1472 , 2591	d) 5648 − 789 , 6 = 4858 , 4

S62.

a) 103 , 24 : 10 = 10 , 324	b) 273 , 48 : 1000 = 0 , 273480
c) 144 , 325:100 = 1 , 44325	d) 5 , 648 :10 =0 , 5648
e) 243 , 56 :10.000 = 0 , 024356	f) 234 , 5 : 10000 = 0 , 02345

S63.

a) 1, 0324 · 1000 = 1032 , 4	b) 273 : 1000 = 0 , 273
c) 14432 , 5:1000000 =0 , 0144325	d) 564 , 8 :10 = 56 , 48
e) 2435 ,6 :10.000 = 0 ,24356	f) 234 5 : 10000 = 0 , 2345

S64.

a) 0,65 · 3,73 = 2 , 4245	e) 23,45 :1 , 25=18
c) 6 ,5 · 24 , 52 = 159 , 38	f) 56, 48 :2,6 = 21, 7
c) 8 , 9 · 1 , 75 = 15 , 575	g) 23, 45 : 5 = 4 , 69
d) 4,8 · 1 ,5 = 7 , 20	h) 2382 : 3,2 = 744

S65.

Un millón	1 000 000 = 10^6
Un billón	1 millón de millones = 10^{12}
Un trillón	1 millón de billones = 10^{18}
Una millonésima	0,000001 = 10^{-6}
2321 · 103	239 063 = 2,39063 · 10^5
0,0543 · 104	5,6472

S66.

Una decena	10
Una centena	100 = 10^2
Un millar	1 000 =10^3
Una décima	0,1 = 10^{-1}
Una centésima	0,01 = 10^{-2}
Una milésima	0,001 = 10^{-3}

S67.

2 nanosegundos	1,429 terametros

S68.

La distancia entre el Sol y la Tierra: 150.000.000.000 metros	$1{,}5.10^{11}$
La carga de un electrón: 0,00000000000000000016 coulomb.	$1{,}6.10^{-19}$

S69.

a) 2,1 10^{-4} x 4,3 ·10^6	a) 9,03 ·10^2
b) 3,8 ·10^{-5} x 1,2·10^{12}	b) 4,56 · 10^7
c) 8 ·10^2 : 4·10^{-9}	c) 2 · 10^{11}
d) 1,2·10^{-9}:3·10^6	d) 0,4 · 10^{-3} = 4 ·10^{-4}

S70.

a) $(3{,}8.10^{12}).(5.10^{23}) =$	a) $1.9.10^{36}$
b) $(4{,}2.10^{24}):(3.10^{6}) =$	b) $1{,}4.10^{18}$

4.2 Soluciones de las actividades finales

S71. *1987.*

S72. *Esta sería una solución:*

Suma de tres sumandos mayores de 500	2012=501+502+1009
Resta de dos sumandos mayores de 1.000	3030 – 1018 =2012

S73. *3.900 coches en una hora.*

S74. *150 euros.*

S75.

Atlántico: 110 millones de quilómetros cuadrados	110.000.000 = $1{,}1.10^8$
Pacífico: 180 millones de quilómetros cuadrados	180.000.000 = $1{,}8.10^8$

S76.

a	b	c	a – b + c	a – (b + c)	a x (b + c)	(a + b) : c
17	5	2	14	10	170	11
60	21	3	42	36	1.440	27
28	20	4	12	4	672	12

S77. *Lo que le queda a Adela son 639 €.*

S78. *Cada gallina pone 24 huevos.*

S79. *228.*

S80. *105 €.*

S81.

a) 534 x 72 =38448	b) 29036 x 349 =10133564
c) 3245 x 267 = 866415	d) 10459 X986 = 10312574

S82.

a) 3552 : 9 =394x9 +6.Entera	b) 359817: 53 = 6789. Exacta
c) 31833 : 67 = 475 x 67 +8 Entera	d) 111031:123 = 902x123+85. Entera

S83. El único número múltiplo de 45 entre 365 e 420 es 405 = 45 x 9. Cada uno entregó 9 euros.

S84.

- *m.c.d. (6,8) = 2*
- *m.c.d. (40,60) = 20*
- *m.c.d. (18,27) = 3*
- *m.c.d. (30, 45) = 5*

S85.

- *m.c.m. (72,81) = 576*
- *m.c.m. (110,20) = 220*
- *m.c.m. (96,120) = 480*
- *m.c.m. (240,270,150)=10 800*

S86.

▪ Múltiplos de 2: 104, 130, 140, 182, 186 e 200.
▪ Múltiplos de 3: 186, 147 e 255.
▪ Múltiplos de 5: 130, 140, 200, 255 e 245.
▪ Múltiplos de 7: 140, 119, 182, 147, 245 e 203.
▪ Múltiplos de 13: 104, 130, 143 e 182.

S87.

$560 = 2^4.5.\ 7$ $588 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$	$210 = 2.3.5.7$ $315 = 5.7.\ 3^2$ $420 = 2^2.3.5.7$
m.c.d. (560 , 588) = $2^2.7 = 28$	m.c.d. (210 , 315, 420)) =3.5.7 = 105
m.c.m. (560 , 588) =$2^4.5.3.\ 7^2 = 11760$	m.c.m. (210 , 315, 420)) =$5.7.3^2.\ 2^2 = 1260$

S88.

Tenemos que calcular el mínimo común múltiplo de 9 e 12. Descomposición factorial de (9 e 12) $\Rightarrow$ $9 = 3^2$ e $12 = 2^2.3$ m.c.m. (9,12) =$2^2.3^2 = 36$. $\Rightarrow$ Volverán a juntarse dentro de 36 minutos.

S89.

$72 = 2^3 \cdot 3^2$ $108 = 2^2 \cdot 3^3$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$	$1048 = 2^3 \cdot 131$ $786 = 2 \cdot 3 \cdot 131$ $3930 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 131$
m.c.d. (72,108,60) = $2^2 \cdot 3 = 12$	m.c.d. (1048,786,3930) =$2 \cdot 131 = 262$
m.c.m. (72,108,60) = $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080$	m.c.m. (1048,786,3930) =$2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 131 = 15\ 720$

S90.

Debemos tener todos los tiempos en la misma unidad. Trabajaremos pues con la unidad: segundos.

Así tenemos que alumbran cada 12,18 e 60 segundos. Tenemos que encontrar su m.c.m.

m.c.m. (12,18,60) = 22· 32· 5 =cada 180 segundos coinciden.

180 : 60 = 3 Coinciden cada 3 minutos, por lo tanto de 6,30 a 7 de la mañana, que son 30 minutos. Coincidirán 30:3 = 10 veces.

S91.

Encontramos el m.c.m. (18,24)

$$\left.\begin{array}{l} 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 24 = 2^3 \cdot 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{m.c.m. } (18,\ 24) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

Los viajantes volverán a coincidir en A Coruña dentro de 72 días.

S92.

- *-5*
- *+4*
- *-6*
- *-8*
- *+12*
- *-5*
- *-3*
- *+5*
- *+7*

S93.

- *- 125*
- *625*
- *- 625*
- *125*

S94.

- *-1*
- *No existe.*
- *15*
- *21*

S95.

a) (-7) + 24= 14	b) 14 + (-45) = -31	c) (-17) + (-34) = -51
d) (-13) + 43 = 30	e) -16 + (-14) + (-5) +6 = -29	f) 18 + (-32) + 13 + (-7) = -8
g) 10 + (-6 +16) = 20	h) -12 + (12 + (-8)) = -8	i) -8 + (5 – (-16)) = 13

S96.

a) 35 + (75 : 5) + (62 – 2 – 30)=80	b) 22 + 18 : (36 : 6) + (35 : 7)=30	c) -21: (-14 : 2) + (-10 + 4) : 2=0
d) 7 + 15: 3 – (15 – 6 x 2)=8	e) 14 – (18 : (-2)) + 5 x (-7 – 2) : (-3)=38	f) 4 + 16 : 4 – (20 – 7 x 2)= 2

S97.

a) $(9 + 2) \cdot 4 - 7 : (5 - 12) = 45$ b) $-3 \cdot \left[4+(-6)\right] - (-2) \cdot \left[8-(+4):(-2)\right] = 26$ c) $-(8+3-10) \cdot \left[(5-7):(13-15)\right] = -1$ d) $5 \cdot \left[3+2\cdot(2+5-3)\right] - 10 \cdot 2 : 4 = 50$ e) $12: \left[6+(3-5+4)\cdot 2-3\cdot(6-9+8)+2\right] = -4$ f) $12 : \left\{3\cdot\left[(+4)+(-6)\right]-(-2)\cdot\left[8-(+4)\right]+2\right\} = 3$

S98.

a) $\frac{2}{9}+\frac{4}{9}=\frac{2}{3}$	b) $\frac{2}{3}-\frac{5}{9}=\frac{1}{9}$	c) $7+\frac{2}{5}=\frac{37}{5}$
d) $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$	e) $\frac{5}{6}-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)=\frac{7}{15}$	f) $\left(\frac{5}{6}+\frac{3}{4}\right)-\frac{5}{12}=\frac{7}{6}$
g) $\frac{3}{4}x\frac{2}{7}=\frac{3}{14}$	h) $\frac{1}{4}x\frac{3}{5}x\frac{1}{3}=\frac{1}{20}$	i) $\frac{2}{5}x8=\frac{16}{5}$
l) $\frac{5}{9}:\frac{3}{7}=\frac{35}{27}$	m) $\left(20:\frac{2}{5}\right):\left(4x\frac{5}{2}\right)=5$	n) $\left(\frac{3}{8}x\frac{5}{6}\right):\frac{3}{4}=\frac{5}{12}$

S99.

Ana contestó $\frac{3}{4} = 0{,}75$	Las dos fracciones representan la misma cantidad, por lo tanto, son equivalentes. Esto quiere decir que Ana y Miguel lo hicieron exactamente igual.
Miguel contestó $\frac{9}{12} = 0{,}75$	

S100.

Razonando, $\frac{2}{5}$ de x = 24 quiere decir que el número que buscamos está dividido en 5 partes iguales. Y que escogemos dos de esas partes iguales y nos da 24. Por lo tanto, una parte será la mitad de 24 que es 12. Si cogemos 5 de esas partes tendríamos la clase entera $\Rightarrow$ 5· 12 = 60	$\frac{2}{5}$ de x = 24 $\Rightarrow \frac{2\cdot x}{5} = 24 \Rightarrow 2\cdot x = 24\cdot 5$ $2\cdot x = 24\cdot 5 \Rightarrow 2\cdot x = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{2} =$ 60

S101.

11,33	4,40	6,27
2,40	7.27	12.33
8,27	10,33	3,40

S102.

a) $\left(3+\frac{1}{4}\right)-\left(2+\frac{1}{6}\right) = \frac{13}{12}$	b) $\left(\frac{1}{2}\right):\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right) = \frac{6}{7}$
c) $\left(\frac{5}{3}-1\right)\cdot\left(\frac{7}{2}-2\right) = 1$	d) $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}\right) = \frac{15}{22}$

S103.

$a) \quad \frac{2}{3} : \left[5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] = \frac{8}{31}$
$b) \quad \left[\left(\frac{4}{8} + \frac{5}{10}\right) + \frac{1}{30}\right] : \left[5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] = \frac{2}{5}$

S104.

$a)\ \frac{3^4}{3^5} = 3^{-1}$	$b)\ \frac{1}{2} = 2^{-1}$	$c)\ \frac{1}{5^4} = 5^{-4}$	$d) 5^4 \cdot 5^6 = 5^{10}$	$e)\ (6^3)^{-2} = 6^{-6}$
$f)\ \frac{1}{6^2} = 6^{-2}$	$g) \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^7$	$h) \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{10}\right)^6$	$i) \left(\frac{17}{65}\right)^0 = 1$	$l) \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}\right]^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^8$

S105.

a)$3^{-2} \cdot 3^5 = 3^3$	b) $(-8)^{-2} \cdot (-8)^5 = (-8)^3$	c) $5^4 : 5^3 = 5$	d) $(-3)^5 : (-3)^{-1} = (-3)^6$	e)$[2^3 \cdot 2^4] : 2^6 = 2$
f) $5^2 \cdot 5^{-3} = 5^{-1}$	g) $(-2)^{-1} \cdot (-2)^4 = (-2)^3$	h) $2^{-5} : 2^{-3} = 2^{-2}$	i) $3^2 \cdot 3^{-4} \cdot 3^5 = 3^3$	l) $6^4 \cdot (6^{-1} : 6^3) = 6^0 = 1$

S106.

Área = $4{,}3 \cdot 10^3 \times 8{,}5 \cdot 10^2 = 3{,}655 \cdot 10^6$ m^2

$3{,}6 \cdot 10^6 : 3{,}6 \cdot 10^2 = 10^4$ flores producirá el terreno.

S107.

15 000 000 000 el radio del universo = $1{,}5 \cdot 10^{10}$

$1{,}5 \cdot 10^{10} \times 9{,}46 \cdot 10^{12} = 1{,}419 \cdot 10^{23}$ quilómetros.

S108.

$\sqrt{1600} = 40\ m\ \ de\ lado$

Perímetro 40 · $4 = 160\ m,\ \ que\ sería\ una\ vuelta.$

Para dar tres vueltas necesitamos 160· $3 = 480\ metros$

S109.

a) $9{,}5.10^{19}$

b) $6{,}02.10^{23}$

5. Glosario

A	▪ Ano luz	Es la distancia que recorre la luz en un año, a la velocidad de 3000.000 Km/seg. $1\ año\ luz\ = 9{,}5\ \cdot 10^{12}\ Km\ (9{,}5\ billones\ de\ km)$
	▪ Aproximar por redondeo	Redondear un número es aproximarlo a la unidad más próxima de un determinado orden. Si la cifra que está a la derecha de la que tenemos que aproximar es igual o mayor que cinco, le sumamos una unidad. ($Así\ el\ número\ \pi$ = 3,141592654... $\approx 3{,}1416$)
B	▪ Base	En una potencia, la base es el número que se multiplica por sí mismo.
	▪ Billón	Un billón es igual a un millón de millones ($1\ billón\ = 1000\ 000\ 000\ 000\ = 10^{12}$)
C	▪ Calcular	Obtener el resultado de una operación.
	▪ Cuadrado	El cuadrado de un número es el resultado de multiplicar el número por él mismo.
	▪ Cubo	El cubo de un número es el resultado de multiplicar un número por él mismo tres veces.
	▪ Cuadrados perfectos	Son aquellos números cuya raíz cuadrada es exacta.
D	▪ Denominador	En una fracción el denominador indica en cuantas partes iguales se divide un entero. Y el numerador indica cuantas de esas partes vamos a tomar.
	▪ División	La división entre dos números, a los que llamamos dividendo (D) y divisor (d), es repartir en partes iguales una cantidad.
	▪ División entera	Es aquella división en la que el resto es distinto de cero. $[D\ = C\ \times d\ + R]$
	▪ División exacta	Es aquella división en la que el resto es igual a cero. $[D\ = C\ \times d\ ]$
	▪ Divisores de un número	Los divisores de un número son aquellos que caben en él una cantidad exacta de veces. Se obtienen realizando todas las divisiones posibles con los números menores e igual que él.
	▪ Divisibilidad, criterios de	Son reglas que nos permiten reconocer, sin realizar la división, si un número es divisible entre otro y de esta forma poder descomponerlo como producto de sus factores primos.
E	▪ Enteros, números	El conjunto de los números enteros es $\mathbb{Z}\ = \{\ldots -5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5\ \ldots\}$
	▪ Exponente	En una potencia, es el número que nos indica el número de veces que se multiplica la base por ella misma.
	▪ Factorizar un número	Factorizar un número es descomponerlo y expresarlo como producto de sus factores primos.
	▪ Fracción	Una fracción es una expresión del tipo: $\frac{a}{b}\ \ , donde\ a\ y\ b\ son\ números\ enteros\ con\ b \neq 0\ \ \rightarrow \begin{cases} a\ \rightarrow numerador \\ b \rightarrow denominador \end{cases}$
	▪ Fracciones equivalentes	$Dos\ fracciones\ \frac{a}{b}\ e\ \frac{c}{d}\ son\ equivalentes \Rightarrow \begin{cases} *\ Tienen\ el\ mismo\ valor\ numérico \\ *\ Si\ los\ productos\ \ a \cdot d = b \cdot c \end{cases}$
	▪ Fracción irreductible	Una fracción es irreductible cuando no se puede reducir o simplificar más. Esto sucede cuando el numerador y el denominador son números primos entre sí.
M	▪ Máximo común divisor (m.c.d.)	El máximo común divisor de dos o más números Es el mayor de sus divisores comunes.
	▪ Mínimo común múltiplo(m.c.m.)	El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes.
	▪ Mínimo común denominador	El mínimo común denominador de dos o más fracciones es el mínimo común múltiplo de todos los denominadores.
	▪ Multiplicación	La multiplicación es la expresión abreviada de la suma de varios sumandos iguales. Los términos de la multiplicación se denominan factores. El resultado final se llama producto.

	▪ Múltiplos de un número	Los múltiplos de un número contienen el número una cantidad exacta de veces. Se obtienen multiplicando ese número por los sucesivos números naturales.
N	▪ Número compuesto	Es aquel que tiene tres o más divisores.
	▪ Números naturales	Los números naturales son aquellos que nos permiten contar los elementos de un conjunto. Se representan por la letra $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14 \ldots\}$
	▪ Números primos	Los números primos son aquellos que solo tienen dos divisores: el 1 y el propio número.
	▪ Números racionales	Es todo número que se puede representar como una fracción o cociente de dos números enteros, con denominador distinto de cero. Se representan por la letra $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \ / \ a \in \mathbb{Z}; b \in \mathbb{Z}; b \neq 0\right\}$ Todos los números enteros y todos los números naturales también son números racionales.
	▪ Notación científica	Es la forma de escribir números muy grandes o muy pequeños que se componen de muchas cifras. Un número en notación científica se compone: de un primer número entero, a continuación la parte decimal que puede tener una o varias cifras y, por último, el número 10 elevado a una potencia que nos indica el número de veces que queda desplazado el punto decimal a la izquierda.(Por ejemplo, el número 1530000 en notación científica= $1{,}53 \cdot 10^6$)
P	▪ Potencia	Es la forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales. $a^b = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{b\ veces}$ $\quad Donde\ \boldsymbol{a}\ es\ la\ \boldsymbol{base}\ y\ \boldsymbol{b}\ es\ el\ \boldsymbol{exponente}$
	▪ Propiedades de las potencias	Producto potencias igual base $\rightarrow$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
		Cociente de potencias de igual base $\rightarrow$ $a^m : a^n = a^{m-n}$
		Potencia de una potencia $\rightarrow$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
		Potencia exponente cero $\rightarrow$ $a^0 = 1$
		Potencia exponente1 $\rightarrow$ $a^1 = a$
R	▪ Reglas de los signos en la multiplicación	$\begin{bmatrix} + \cdot + = + \\ + \cdot - = - \\ - \cdot - = + \\ - \cdot + = - \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} Al\ multiplicar\ enteros\ con\ el\ mismo\ \ signo\ nos\ da\ + \\ Al\ multiplicar\ enteros\ con\ distinto\ \ signo\ nos\ da\ - \end{cases}$
	▪ Reglas de los signos en la división	$\begin{bmatrix} + : + = + \\ + : - = - \\ - : - = + \\ - : + = - \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} Al\ dividir\ enteros\ con\ el\ \ mismo\ \ signo\ \ nos\ da\ + \\ Al\ dividir\ enteros\ con\ distinto\ \ signo\ \ nos\ da\ - \end{cases}$
	▪ Resta o substracción	Restar es quitar, disminuir, substraer. Los términos de la substracción son: minuendo, substraendo y resto o diferencia.
	▪ Sistema numeración decimal	Sistema de numeración que utiliza el 10 como base y que utilizamos actualmente para contar. Utiliza diez símbolos, a los que llamamos cifras o dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Se caracteriza por ser: – Decimal: diez unidades de un orden forman una unidad del orden siguiente. – Posicional: el valor de cada cifra depende de su posición en el número.
	▪ Suma o adición	Sumar es reunir, juntar. Los términos de la adición se llaman sumandos. El resultado es la suma.
X	▪ Jerarquía de operaciones	En las operaciones combinadas (sumas, restas, multiplicaciones divisiones, potencias...) el orden que hay que seguir es: 1. Se resuelven las raíces y las potencias. 2. Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones en el ordo en que aparecen de izquierda a derecha. 3. Se resuelven las sumas y restas en el orden en que aparecen de izquierda a derecha. En caso de que haya paréntesis o corchetes, se resuelven en primer lugar como si fuesen cuentas independientes respectando en ellos el orden indicado anteriormente.

6. Bibliografía y recursos

Bibliografía

- Libros para la educación secundaria a distancia de adultos. Ámbito tecnológico-matemático. Aplicaciones de la tecnología informática. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria.
- Ámbito científico-tecnológico. Educación secundaria para personas Adultas. Nivel I. Ed. Safel. 2010.
- Secundaria 2000 Matemática I. Enseñanza secundaria para personas adultas. Ed. Santillana.1999.
- Matemáticas. Educación secundaria de adultos. Colección eduforma. Ed. Mad-Sevilla.
- Matemáticas ESO 1. Ed. Anaya. 2016.
- Wikipedia, la enciclopedia libre.

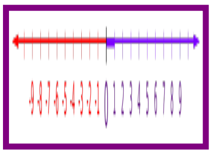
Enlaces de Internet

En estos enlaces puede encontrar trucos e información que puede consultar para mejorar su práctica.

- hhttp://www.vitutor.com/di/r/a_10.html
- http://www.apuntEs mareaverde.org.Es
- http://www.recursos.cnice.mec.Es/dEscartEs
- https://Es.wikipedia.org/
- http://aulamatematica.com/
- http://recursostic.educacion.Es/dEscartEs/web/materialEs_didacticos/Potencias_mac/indice.htm

7. Anexo. Licencia de recursos

Licencias de recursos utilizados en esta unidad didáctica

RECURSO (1)	DATOS DEL RECURSO (1)	RECURSO (2)	DATOS DEL RECURSO (2)
 RECURSO 1	▪ Autoría:Be Hakunamenta - Own work, CC0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=20206520 ▪ Licencia: Creative Commons ▪ Procedencia: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Number-line.svg?uselang=Es		