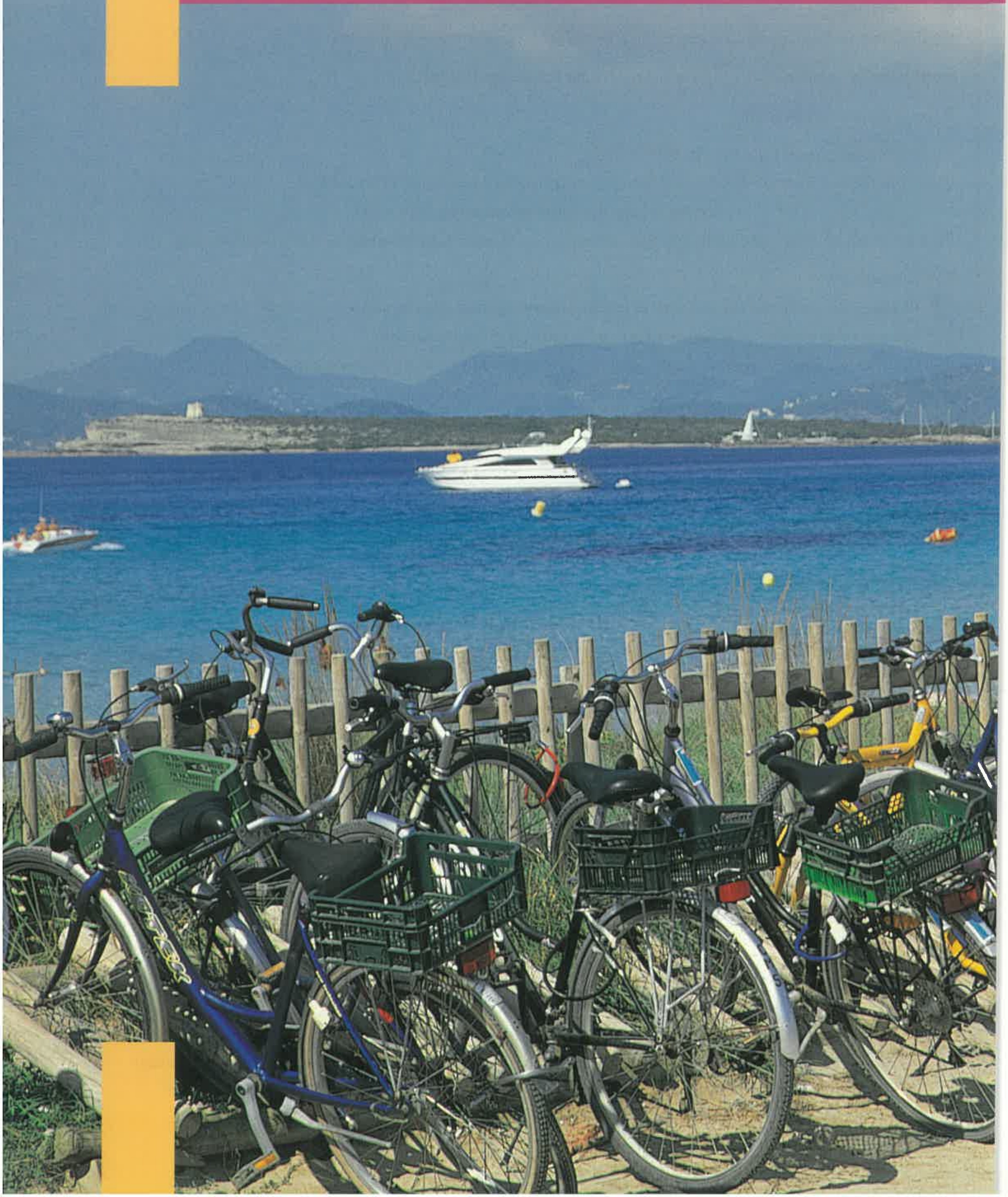
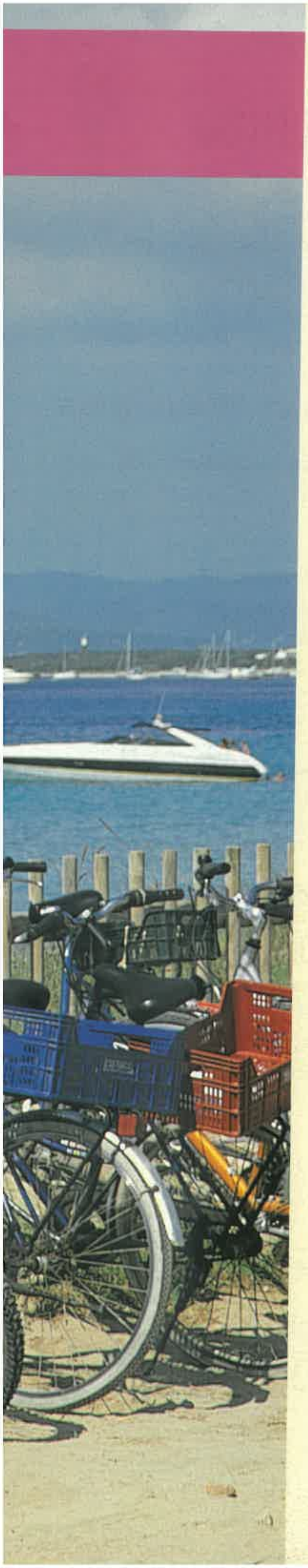
7 Sistemas de ecuacións lineais





Neste tema estúdanse os sistemas de ecuacións lineais. Comézase definindo que é un sistema lineal de dúas ecuacións con dúas incógnitas, estúdase a resolución gráfica e, a partir da representación gráfica, clasifícase: é compatible indeterminado se ten infinitas solucións, é dicir, as dúas rectas son as mesmas; é incompatible se non ten solución, é dicir, as dúas rectas son paralelas e non se cortan; é compatible determinado se ten solución, as rectas córtanse nun punto.

A continuación expóñense os métodos alxebraicos de resolución: substitución, igualación e redución. Todos os sistemas pódense resolver polos tres métodos, pero obsérvanse certas características para resolver cada sistema polo método máis apropiado.

O tema finaliza cunha sección dedicada á resolución de problemas numéricos, xeométricos, comerciais, de mesturas, de idades, etc. Un exemplo destas aplicacións é calcular o número de unidades que poden fabricarse nunha industria na que se producen bicicletas de dous tipos, sabendo que cada unha delas leva unha cantidade de aceiro e de aluminio e tendo en conta as existencias almacenadas dos ditos metais.

ORGANIZA AS TÚAS IDEAS

SISTEMA LINEAL DE DÚAS ECUACIÓNS CON DÚAS INCÓGNITAS

é unha expresión

$$\left.\begin{array}{l} a\,x + b\,y = c \\ a'x + b'y = c' \end{array}\right\}$$

e pode ser

- compatible determinado — ten — unha solución
- compatible indeterminado — ten — infinitas solucións
- incompatible — non ten — solución

resólvese polos métodos:

- gráfico
- igualación
- substitución
- redución

utilízase para

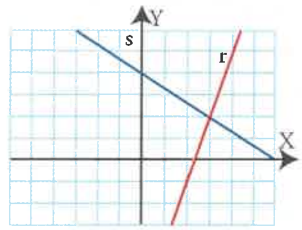
resolver problemas

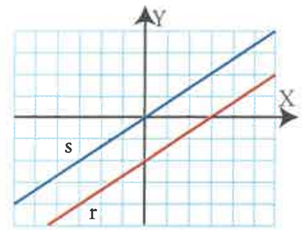
1. Sistemas lineais. Resolución gráfica

PENSA E CALCULA

a) En que punto se cortan a gráfica vermella e a azul do debuxo da esquerda?

b) Teñen algún punto en común as rectas da dereita? Como son estas rectas?





1.1. Sistema lineal de dúas ecuacións con dúas incógnitas

Un **sistema lineal de dúas ecuacións con dúas incógnitas** é unha expresión alxebraica da forma:

$$\left.\begin{aligned} ax + by &= c \\ a'x + b'y &= c' \end{aligned}\right\}$$

onde **a, b, c, a', b'** e **c'** son números coñecidos: **x** e **y** son as incógnitas.

Unha **solución** dun sistema lineal de dúas ecuacións con dúas incógnitas é un par de valores **(x, y)** que verifican as dúas ecuacións. Se un sistema ten solución, chámase **compatible;** e, se non a ten, **incompatible.**

Exemplo

Comproba que $x = 2$, $y = 3$ é solución do sistema: $\left.\begin{aligned} 4x + y &= 11 \\ 7x - 6y &= -4 \end{aligned}\right\}$

Comprobación: $\left\{\begin{aligned} &4 \cdot 2 + 3 = 8 + 3 = 11 \\ &7 \cdot 2 - 6 \cdot 3 = 14 - 18 = -4 \end{aligned}\right.$

Dous **sistemas** son **equivalentes** se teñen as mesmas solucións.

1.2. Resolución gráfica dun sistema lineal

a) Represéntase a recta correspondente á 1ª ecuación.

b) Represéntase a recta correspondente á 2ª ecuación.

c) A solución é o punto de corte de ambas as rectas.

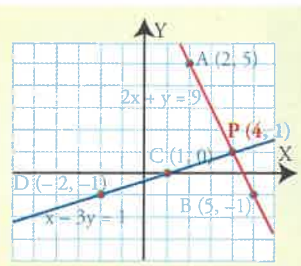
Exemplo

Resolve graficamente o sistema: $\left.\begin{aligned} 2x + y &= 9 \\ x - 3y &= 1 \end{aligned}\right\}$

$2x + y = 9$

$y = 9 - 2x$

x	y	
2	5	⇒ A(2, 5)
5	–1	⇒ B(5, –1)



Solución: **x = 4, y = 1**

$x - 3y = 1$

$x = 1 + 3y$

x	y	
1	0	⇒ C(1, 0)
–2	–1	⇒ D(–2, –1)

1.3. Número de solucións dun sistema lineal

Un sistema lineal pódese clasificar, segundo o número de solucións, en:

a) Compatible determinado: o sistema ten **unha solución** e as dúas rectas córtanse nun punto.

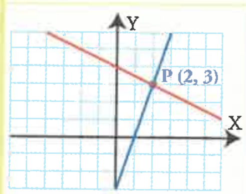
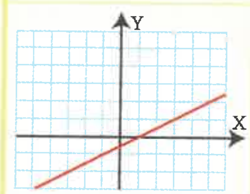
b) Incompatible: o sistema **non ten solución** e as dúas rectas son paralelas.

c) Compatible indeterminado: o sistema **ten infinitas solucións** e as dúas rectas son a mesma.

A clasificación pódese resumir na seguinte táboa:

Clasificación dos sistemas	**Compatible determinado**	**Incompatible**	**Compatible indeterminado**
Criterio	$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
Interpretación gráfica	Rectas secantes	Rectas paralelas	Rectas coincidentes

Exemplo

Sistema	$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 8 \\ 3x - y = 3 \end{array}\right\}$	$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = -3 \end{array}\right\}$	$\left.\begin{array}{l} x - 2y = 1 \\ -3x + 6y = -3 \end{array}\right\}$
Criterio	$\frac{1}{3} \neq \frac{2}{-1}$	$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \neq \frac{6}{-3}$	$\frac{1}{-3} = \frac{-2}{6} = \frac{1}{-3}$
Interpretación gráfica	 Rectas secantes	 Rectas paralelas	 Rectas coincidentes
Clasificación	**Sistema compatible determinado**	**Sistema incompatible**	**Sistema compatible indeterminado**

APLICA A TEORÍA

1 Comproba que $x = 2, y = -3$ é solución do seguinte sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 3x - y = 9 \\ 5x + 2y = 4 \end{array}\right\}$$

2 Resolve graficamente o seguinte sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 4 \\ x - 3y = -5 \end{array}\right\}$$

3 Aplica o criterio que relaciona os coeficientes do seguinte sistema para calcular cantas solucións ten, fai a interpretación gráfica, clasifícao e resólveo graficamente:

$$\left.\begin{array}{l} -2x + y = -1 \\ 4x - 2y = 2 \end{array}\right\}$$

4 Aplica o criterio que relaciona os coeficientes do seguinte sistema para atopar cantas solucións ten, fai a interpretación gráfica, clasifícao e resólveo graficamente:

$$\left.\begin{array}{l} x - 3y = -7 \\ 3x + 2y = 1 \end{array}\right\}$$

5 Aplica o criterio que relaciona os coeficientes do seguinte sistema para buscar cantas solucións ten. Fai a interpretación gráfica, clasifícao e resólveo graficamente:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 5 \\ 6x + 3y = 3 \end{array}\right\}$$

6 Escribe un sistema que teña como solución $x = 2$, $y = 3$

2. Métodos de substitución e igualación

PENSA E CALCULA

Resolve mentalmente o seguinte sistema substituíndo o valor de **y** da primeira ecuación na segunda:

$$\left.\begin{array}{r} y = 2x \\ x + y = 150 \end{array}\right\}$$

2.1. Método de substitución

Resólvense facilmente por **substitución** os sistemas nos que unha das incógnitas estea xa despexada ou sexa moi fácil de despexar nunha das ecuacións.

Exemplo

$$\left.\begin{array}{r} y = 3x \\ 2x + y = 20 \end{array}\right\}$$

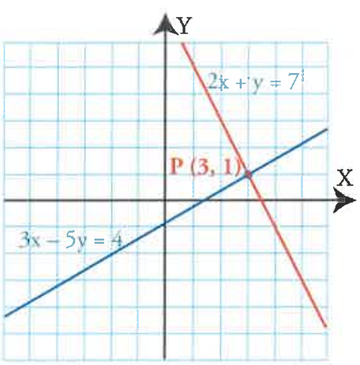
$2x + 3x = 20$

$5x = 20$

$x = 4$

$y = 3 \cdot 4 = 12$

Solución: **x = 4, y = 12**



a) Na ecuación máis sinxela despéxase a incógnita máis fácil de despexar.

b) Substitúese o seu valor na outra ecuación.

c) Resólvese a ecuación resultante.

d) O valor obtido substitúese na ecuación onde estaba despexada a 1ª incógnita.

Exemplo

Resolve por substitución o sistema: $\left.\begin{array}{r} 3x - 5y = 4 \\ 2x + y = 7 \end{array}\right\}$

a) Despéxase a incógnita **y** da 2ª ecuación.	$y = 7 - 2x$
b) Substitúese o seu valor na 1ª ecuación.	$3x - 5(7 - 2x) = 4$
c) Resólvese a ecuación resultante.	$3x - 35 + 10x = 4$ $13x = 39$ $x = 3$
d) Substitúese o valor obtido na ecuación onde estaba despexada a incógnita inicial.	$x = 3$ en $y = 7 - 2x$ $y = 7 - 2 \cdot 3 = 7 - 6 = 1$
A solución é **x = 3, y = 1**	

Sistemas con denominadores

Cando un sistema ten denominadores, primeiro hai que transformalo noutro equivalente que non os teña. Para iso, calcúlase o m.c.m. dos denominadores de cada unha das ecuacións e multiplícase toda a ecuación polo devandito m.c.m.

Exemplo

Resolve o sistema: $\left.\begin{array}{r} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{4} \\ \dfrac{5x}{2} - \dfrac{7y}{6} = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\}$

m.c.m. (2, 4) = 4. Multiplícase a 1ª ecuación por 4

m.c.m. (2, 6) = 6. Multiplícase a 2ª ecuación por 6

$$\left.\begin{array}{r} 2x = y \\ 15x - 7y = 3 \end{array}\right\}$$

Da 1ª ecuación obtense $y = 2x$. Substituíndo na 2ª ecuación:

$$15x - 7 \cdot 2x = 3$$
$$15x - 14x = 3$$
$$x = 3$$

Substituíndo $x = 3$ en $y = 2x \Rightarrow y = 6$

A solución é $\mathbf{x = 3, y = 6}$

Resólvense facilmente por **igualación** os sistemas nos que unha das dúas incógnitas estea xa despexada ou sexa moi fácil de despexar nas dúas ecuacións.

Exemplo

$$\left.\begin{aligned} y &= 2x \\ y &= 10 - 3x \end{aligned}\right\}$$

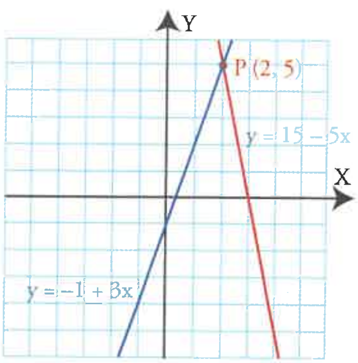
$2x = 10 - 3x$

$5x = 10$

$x = \mathbf{2}$

$y = 2 \cdot \mathbf{2} = 4$

Solución: $\mathbf{x = 2, y = 4}$



2.2. Método de igualación

a) Despéxase a mesma incógnita, a que resulte máis fácil, nas dúas ecuacións.

b) Iguálanse os valores obtidos.

c) Resólvese a ecuación resultante.

d) O valor obtido substitúese na ecuación máis sinxela onde estaba despexada a outra incógnita.

Exemplo

Resolve por igualación o sistema: $\left.\begin{aligned} 5x + y &= 15 \\ -3x + y &= -1 \end{aligned}\right\}$

a) Despéxase a incógnita **y** das dúas ecuacións.	$y = 15 - 5x$ $y = -1 + 3x$
b) Iguálanse os valores obtidos.	$15 - 5x = -1 + 3x$
c) Resólvese a ecuación resultante.	$-8x = -16$ $8x = 16$ $x = 2$
d) Substitúese o valor obtido na ecuación máis sinxela onde estaba despexada a outra incógnita.	$x = \mathbf{2}$ en $y = 15 - 5x$ $y = 15 - 5 \cdot \mathbf{2} = 15 - 10 = 5$
A solución é $\mathbf{x = 2, y = 5}$	

APLICA A TEORÍA

7 Resolve por substitución o seguinte sistema:

$$\left.\begin{aligned} 2x + y &= 3 \\ 3x - 4y &= 10 \end{aligned}\right\}$$

8 Resolve o seguinte sistema por igualación:

$$\left.\begin{aligned} 3x - y &= 7 \\ 2x + y &= 13 \end{aligned}\right\}$$

9 Resolve por substitución o seguinte sistema:

$$\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 12 \\ x - 5y &= -7 \end{aligned}\right\}$$

10 Resolve por igualación o seguinte sistema:

$$\left.\begin{aligned} x - 2y &= 1 \\ x + 6y &= -1 \end{aligned}\right\}$$

11 Resolve o seguinte sistema por substitución:

$$\left.\begin{aligned} \frac{x}{2} + 3y &= 11 \\ 2x - \frac{y}{3} &= 7 \end{aligned}\right\}$$

12 Resolve o seguinte sistema por igualación:

$$\left.\begin{aligned} 0{,}5x + y &= 1 \\ 0{,}25x - y &= -0{,}25 \end{aligned}\right\}$$

3. Redución e que método utilizar

PENSA E CALCULA

Suma mentalmente as dúas ecuacións do sistema e calcula o valor de **x**

Substitúe mentalmente este valor na primeira ecuación e calcula o valor de **y**

$$\left.\begin{aligned} 5x + 2y &= 12 \\ 3x - 2y &= 4 \end{aligned}\right\}$$

Resólvense facilmente por **redución** os sistemas nos que unha incógnita teña os coeficientes:

a) Iguais: restando ambas as ecuacións.

b) Opostos: sumando ambas as ecuacións.

c) Un múltiplo do outro: multiplicando a ecuación que teña o menor coeficiente por un número para que ambos os coeficientes sexan opostos.

Exemplo

$$\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 12 \\ 5x - 3y &= 9 \end{aligned}\right\}$$

$7x = 21$

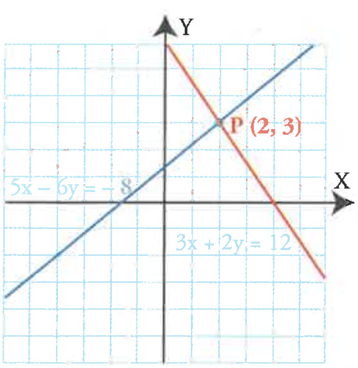
$x = \mathbf{3}$

$2 \cdot \mathbf{3} + 3y = 12$

$3y = 6$

$y = 2$

Solución: $\mathbf{x = 3,\ y = 2}$



3.1. Método de redución

a) Mediante multiplicacións apropiadas, obtense un sistema equivalente cos coeficientes dunha mesma incógnita opostos.

b) Súmanse as dúas ecuacións.

c) Resólvese a ecuación resultante.

d) O valor obtido substitúese na ecuación máis sinxela e búscase o valor da outra incógnita.

Exemplo

Resolve por redución o sistema: $\left.\begin{aligned} 3x + 2y &= 12 \\ -5x + 6y &= 8 \end{aligned}\right\}$

a) Multiplícase a 1ª ecuación por 3 e a 2ª cámbiase de signo.	$\left.\begin{aligned} 9x + 6y &= 36 \\ 5x - 6y &= -8 \end{aligned}\right\}$
b) Súmanse as dúas ecuacións.	$\left.\begin{aligned} 9x + \cancel{6y} &= 36 \\ 5x - \cancel{6y} &= -8 \end{aligned}\right\}$ $14x = 28$
c) Resólvese a ecuación resultante.	$x = 2$
d) Substitúese o valor obtido na ecuación inicial máis sinxela.	$x = \mathbf{2}$ en $3x + 2y = 12$ $3 \cdot \mathbf{2} + 2y = 12$ $6 + 2y = 12$ $2y = 6$ $y = 3$
A solución é $\mathbf{x = 2,\ y = 3}$	

A mellor estratexia que se pode utilizar no apartado a) cando os coeficientes non sexan iguais, opostos ou un múltiplo do outro consiste en:

a) Se non son primos entre si, búscase o m.c.m. de ambos e multiplícase cada ecuación por un número, de forma que este m.c.m. sexa o coeficiente.

Exemplo

$$\left.\begin{aligned} 4x + 5y &= 13 \\ 6x - 7y &= 5 \end{aligned}\right\} \text{m.c.m.}\ (4, 6) = 12 \Rightarrow \left\{\begin{aligned} &\xrightarrow{12\,:\,4\,=\,3} & \cancel{12x} + 15y &= 39 \\ &\xrightarrow{12\,:\,6\,=\,2\ \Rightarrow\ -2} & -\cancel{12x} + 14y &= -10 \end{aligned}\right\}$$

b) Se son primos entre si, multiplícase cada ecuación polo coeficiente da incógnita da outra ecuación.

Exemplo

$$\left.\begin{array}{r} 7x - 3y = 11 \\ -9x + 5y = -13 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 5} \\ \xrightarrow{\times 3} \end{array} \left.\begin{array}{r} 35x - \cancel{15y} = 55 \\ -27x + \cancel{15y} = -39 \end{array}\right\}$$

3.2. Que método utilizar?

Todos os sistemas pódense resolver polos tres métodos, pero hai sistemas nos que un método é moito máis sinxelo de aplicar que outro. Para elixir un método pódese ter en conta:

a) Resólvense por **substitución** os sistemas nos que unha das incógnitasestea xa despexada ou sexa moi fácil de despexar nunha das ecuacións.

b) Resólvense por **igualación** os sistemas nos que unha das incógnitas estea xa despexada ou sexa moi fácil de despexar nas dúas ecuacións.

c) Resólvense por **redución** os sistemas nos que se teña unha incógnita con coeficientes iguais ou opostos, ou non pareza fácil aplicar substitución ou igualación.

Exemplo

Por que método se debería resolver cada un dos sistemas seguintes?

a) $\left.\begin{array}{l} y = 3x - 9 \\ y = -4x + 5 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 1 \\ 4x - 5y = 13 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} x = 2y - 7 \\ 3x + 4y = 9 \end{array}\right\}$

O sistema do apartado a) débese facer por **igualación.** A incógnita **y** está despexada nas dúas ecuacións.

O sistema do apartado b) débese facer por **redución.** Non parece fácil despexar ningunha das incógnitas.

O sistema do apartado c) débese facer por **substitución.** A incógnita **x** xa está despexada na 1ª ecuación e da outra ecuación non parece fácil de despexar.

APLICA A TEORÍA

13 Resolve o seguinte sistema por redución:

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 2y = 1 \end{array}\right\}$$

14 Resolve o seguinte sistema por redución:

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 8 \\ 3x + 7y = -1 \end{array}\right\}$$

15 Resolve o seguinte sistema por redución:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 5y = 3 \end{array}\right\}$$

16 Resolve o seguinte sistema por redución:

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 13 \\ 4x + 5y = 2 \end{array}\right\}$$

17 Resolve o seguinte sistema polo método máis sinxelo:

$$\left.\begin{array}{r} y = 4x - 1 \\ 2x + 3y = 25 \end{array}\right\}$$

18 Resolve polo método máis sinxelo o seguinte sistema:

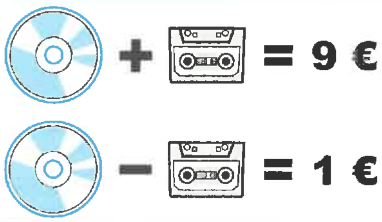
$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 3y = -4 \end{array}\right\}$$

19 Resolve o seguinte sistema polo método máis sinxelo:

$$\left.\begin{array}{r} x = 2y - 1 \\ x = 3y - 6 \end{array}\right\}$$

4. Problemas de sistemas

PENSA E CALCULA



No debuxo da esquerda está formulado un sistema correspondente a dúas ecuacións con dúas incógnitas.

a) Suma as dúas ecuacións e calcula o valor dun CD.

b) Observando a primeira ecuación e sabendo o valor dun CD, calcula o valor dunha cinta de vídeo.

4.1. Procedemento de resolución de problemas

Para resolver un problema débese ler o enunciado varias veces ata que se entenda moi ben cales son as **incógnitas,** os **datos,** as **relacións** e as **preguntas.** Nos problemas xeométricos débese facer sempre o debuxo, e nos numéricos, un esquema.

Este procedemento pódese dividir nos seguintes pasos:

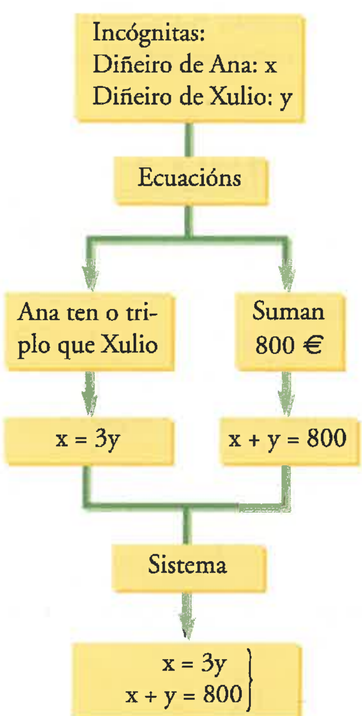
a) Repara: escríbense as **incógnitas,** os **datos** e as **preguntas.**

b) Mans á obra: formúlanse as relacións, transfórmanse nun sistema e resólvese este sistema.

c) Solución e comprobación: escríbense as respostas ás preguntas que fai o problema, e compróbase que cumpren as relacións dadas.

4.2. Problemas numéricos

Ana ten o triplo de diñeiro que Xulio e entre os dous teñen 800 €. Canto diñeiro ten cada un?



a) Repara: incógnitas, datos e preguntas

Diñeiro que ten Ana: x; Diñeiro que ten Xulio: y

Ana ten o triplo que Xulio. Entre os dous teñen 800 €

Canto diñeiro ten cada un?

b) Mans á obra

Ana ten o triplo que Xulio $\Rightarrow x = 3y$

(Diñeiro de Ana) + (Diñeiro de Xulio) = 800 € $\Rightarrow x + y = 800$

Sistema: $\left.\begin{array}{l} x = 3y \\ x + y = 800 \end{array}\right\}$ *Resólvese o sistema por substitución.*

$3y + y = 800 \Rightarrow 4y = 800 \Rightarrow y = 200$

Substituíndo $y = 200$ *en* $x = 3y \Rightarrow x = 3 \cdot 200 = 600$

$x = 600,\ y = 200$

c) Solución e comprobación

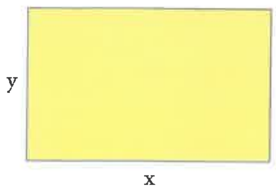
Ana ten 600 € e Xulio ten 200 €

Ana ten o triplo que Xulio $\Rightarrow 600 = 3 \cdot 200$

Entre os dous teñen: $600 + 200 = 800$ €

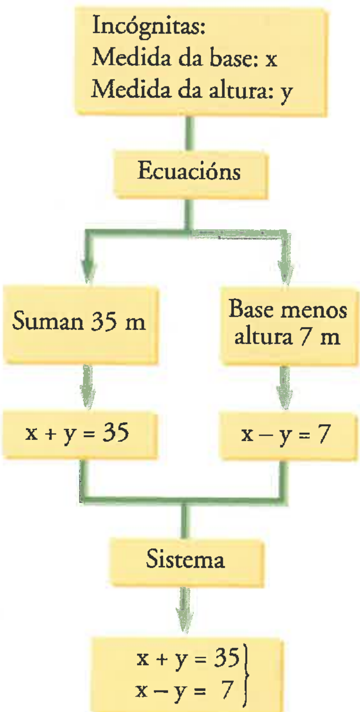
4.3. Problemas xeométricos

Nun rectángulo dado, a suma das lonxitudes respectivas da base e da altura é 35 m e a lonxitude da base menos a lonxitude da altura é 7 m. Canto mide cada lado?



a) Repara: incógnitas, datos e preguntas

Medida da base: x
Medida da altura: y
A suma da base e da altura é 35 m
A base menos a altura é 7 m
Canto mide a base e a altura?



b) Mans á obra

Base + Altura = 35 $\Rightarrow x + y = 35$
Base − Altura = 7 $\Rightarrow x - y = 7$

Sistema: $\left.\begin{array}{l} x + y = 35 \\ x - y = 7 \end{array}\right\}$ *Resólvese por redución.*

Sumando as dúas ecuacións obtense:

$2x = 42$

$x = 21$

Substituíndo $x = 21$ *en* $x + y = 35$

$21 + y = 35$

$y = 14$

$x = 21,\ y = 14$

c) Solución e comprobación

A base mide 21 m
A altura mide 14 m
Suma da base e da altura: $21 + 14 = 35$ *m*
Base menos altura: $21 - 14 = 7$ *m*

APLICA A TEORÍA

20 Busca dous números sabendo que un é o dobre do outro e que entre os dous suman 51

21 Nun garaxe hai 18 vehículos entre coches e motos. Sen contar as rodas de reposto hai 58 rodas. Cantas motos e coches hai?

22 O perímetro dun triángulo isósceles mide 65 m, e cada un dos lados iguais mide o dobre do lado desigual. Canto mide cada lado?

23 O dobre dun número máis o triplo doutro número é igual a 80, e o quíntuplo do primeiro menos a metade do segundo é igual a 56. De que números se trata?

24 As alumnas e alumnos dun centro van ir ao teatro. O prezo dunha entrada sen desconto é de 4,5 € e con desconto especial para colexios é de 1,5 €. Sácanse 250 entradas, unhas con desconto e outras sen desconto, e en total páganse 675 €. Cantas entradas se mercaron con desconto? E sen desconto?

25 Tres cintas de vídeo e 2 CD custan 12 €; 4 cintas de vídeo e 4 CD custan 18 €. Calcula canto custan cada cinta de vídeo e cada CD.

26 Busca a ecuación da recta $ax + by = 2$ sabendo que pasa polos puntos $A(1, 2)$ e $B(3, 7)$

Exercicios e problemas

1. Sistemas lineais. Resolución gráfica

27 Comproba que $x = -1, y = 5$ é solución do seguinte sistema:

$$\left.\begin{array}{r} -3x + 2y = 13 \\ 4x + y = 1 \end{array}\right\}$$

Resolve graficamente os seguintes sistemas:

28 $\left.\begin{array}{r} 3x - y = 5 \\ 2x + 3y = -4 \end{array}\right\}$

29 $\left.\begin{array}{r} x + y = 1 \\ x - 2y = -8 \end{array}\right\}$

30 $\left.\begin{array}{r} x - 2y = -4 \\ 2x + y = 7 \end{array}\right\}$

31 $\left.\begin{array}{r} 2x + y = -6 \\ 3x - y = 1 \end{array}\right\}$

32 $\left.\begin{array}{r} x - 4y = 12 \\ x + 3y = -2 \end{array}\right\}$

33 $\left.\begin{array}{r} 3x + y = 10 \\ 2x + 3y = 9 \end{array}\right\}$

Aplica o criterio que relaciona os coeficientes dos seguintes sistemas para saber cantas solucións ten, fai a interpretación gráfica, clasifícao e resólveo graficamente:

34 $\left.\begin{array}{r} 2x + y = 1 \\ 2x + y = -1 \end{array}\right\}$

35 $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{array}\right\}$

36 $\left.\begin{array}{r} 3x - y = -5 \\ x + 2y = -4 \end{array}\right\}$

37 $\left.\begin{array}{r} x + 3y = 7 \\ 3x + 9y = -5 \end{array}\right\}$

38 $\left.\begin{array}{r} -2x + y = -1 \\ 4x - 2y = 2 \end{array}\right\}$

39 $\left.\begin{array}{r} 2x - y = 9 \\ 3x - 5y = 10 \end{array}\right\}$

40 Escribe un sistema que teña como solución:

$$x = -1, \; y = 2$$

2. Métodos de substitución e igualación

Resolve polo método máis sinxelo, substitución ou igualación, os seguintes sistemas:

41 $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 0 \\ 3x + 7y = 1 \end{array}\right\}$

42 $\left.\begin{array}{r} 7x + 2y = 4 \\ 5x + y = 1 \end{array}\right\}$

43 $\left.\begin{array}{r} 3x - y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{array}\right\}$

44 $\left.\begin{array}{r} x - 3y = -8 \\ x + 2y = 17 \end{array}\right\}$

45 $\left.\begin{array}{r} 2x - 3y = 1 \\ 3x + y = 7 \end{array}\right\}$

46 $\left.\begin{array}{r} y = -2x + 3 \\ y = 5x - 4 \end{array}\right\}$

47 $\left.\begin{array}{r} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 5 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{4} = 1 \end{array}\right\}$

48 $\left.\begin{array}{r} x + 0{,}75y = 3 \\ x - 0{,}5y = 5 \end{array}\right\}$

3. Redución e que método utilizar

Resolve polo método máis sinxelo os seguintes sistemas:

49 $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 17 \\ -3x + 5y = 11 \end{array}\right\}$

50 $\left.\begin{array}{r} 2x + y = 3 \\ 3x - 4y = 10 \end{array}\right\}$

51 $\left.\begin{array}{r} 4x - 5y = 22 \\ 3x - 5y = 19 \end{array}\right\}$

52 $\left.\begin{array}{l} x = 2y + 3 \\ 3x + 4y = 5 \end{array}\right\}$

53 $\left.\begin{array}{l} 3x - 4y = 3 \\ 5x + 6y = 5 \end{array}\right\}$

54 $\left.\begin{array}{l} y = 3x + 1 \\ y = 4x - 2 \end{array}\right\}$

55 $\left.\begin{array}{r} 2x - 3y = 9 \\ 5x + 4y = 11 \end{array}\right\}$

56 $\left.\begin{array}{l} y = 2x + 8 \\ y = -x - 1 \end{array}\right\}$

4. Problemas de sistemas

57 Busca dous números sabendo que un é o cuádruplo do outro e que entre os dous suman 55

58 Dous moletes de pan e 8 barras pesan 6 kg e 12 barras e un molete pesan 4 kg. Canto pesa cada barra de pan e cada molete?

59 O triplo dun número menos o dobre doutro número é igual a 45 e o dobre do primeiro menos a cuarta parte do segundo é igual a 43. De que números se trata?

60 O perímetro dun romboide mide 42 m e un lado mide 7 metros máis que o outro. Canto mide cada lado?

61 Un ángulo dun rombo mide o dobre que o outro. Canto mide cada ángulo?

Exercicios e problemas

Para ampliar

62 Resolve graficamente os sistemas:

a) $\left.\begin{array}{l} x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} 2x - y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{array}\right\}$

Resolve polo método máis sinxelo os seguintes sistemas:

63 $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 2 \\ 5x - 4y = 40 \end{array}\right\}$

64 $\left.\begin{array}{l} x + y = 16 \\ x + 1 = y - 1 \end{array}\right\}$

65 $\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 2y = 5 \end{array}\right\}$

66 $\left.\begin{array}{l} 3x - 5y = 4 \\ 2x + y = 7 \end{array}\right\}$

67 $\left.\begin{array}{l} x = y - 7 \\ x + 2y = 5 \end{array}\right\}$

68 $\left.\begin{array}{l} 5x + 3y = 11 \\ 3x + 5y = 13 \end{array}\right\}$

69 $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{4} \\ 2x + 3y = 9 \end{array}\right\}$

70 $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 3 \\ 5x + 2y = 4x + 10 \end{array}\right\}$

71 $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x + 2y}{5} = 3 \\ 2x + 5y - 8 = 4(y + 1) \end{array}\right\}$

72 $\left.\begin{array}{l} 0{,}25x + 0{,}5y = 2 \\ 0{,}75x - 0{,}5y = 5 \end{array}\right\}$

73 Escribe un sistema que teña a solución:

$$x = 3, y = -1$$

74 Calcula o valor de **k** para que $x = 2, y = 1$ sexa solución do sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 4 \\ kx - y = 9 \end{array}\right\}$$

75 Calcula dous números sabendo que suman 92 e que a súa diferenza é 22

76 Para unha festa mércanse refrescos a 0,85 € e bolsas de frutos secos a 1,25 €. Por cada refresco mércanse tres bolsas de froitos secos e en total páganse 230 €. Cantos refrescos e bolsas se mercaron?

77 Busca dous números cuxa suma sexa 12 e o primeiro máis o dobre do segundo sexa igual a 19

78 Un ángulo dun rombo mide o triplo que o outro. Canto mide cada ángulo?

79 Calcula a idade dun pai e a do seu fillo sabendo que a idade do pai é o triplo da do fillo e a diferenza das idades é de 28 anos.

80 Calcula os lados dun rectángulo sabendo que o perímetro mide 130 m e que a base é 3/2 da altura.

81 Un pantalón e unha camisa custan 60 € e paguei por eles 52,8 €. Se no pantalón me fixeron o 10% de desconto e na camisa, o 15%, canto custaba cada peza de roupa?

Problemas

82 Mestúrase café de calidade extra de 12 €/kg con café normal de 7 €/kg para obter unha mestura de 40 kg a 9 €/kg. Cantos quilos mesturamos de cada clase?

83 Encontra a ecuación da recta $y = ax + b$ sabendo que pasa polos puntos $A(1, 5)$ e $B(-1, 1)$

84 Xosé mercou no supermercado 3 kg de mazás e 2 kg de figos e pagou 14 €. Sabendo que o quilo de figos custa o dobre que o de mazás, calcula o prezo do quilo de mazás e o do quilo de figos.

Exercicios e problemas

85 O perímetro dun triángulo isósceles mide 27,5 m e cada un dos lados iguais mide 2,5 m máis que o desigual. Canto mide cada lado?

86 Por unha camisa e un pantalón pagáronse 120 €, e por dúas camisas e tres pantalóns pagáronse 312 €. Canto custan cada camisa e cada pantalón?

87 O ángulo desigual dun triángulo isósceles mide a metade de cada un dos iguais. Canto mide cada un dos ángulos?

88 Pedro e María van mercar cadernos e bolígrafos. Pedro paga 30 € por 5 cadernos e 6 bolígrafos, e María paga 34 € por 7 cadernos e 2 bolígrafos. Canto custan cada caderno e cada bolígrafo?

89 Unha fábrica fai bicicletas do tipo A, que levan 1 kg de aceiro e 3 kg de aluminio, e outras do tipo B, que levan 2 kg de aceiro e 2 kg de aluminio. Se a empresa ten 240 kg de aceiro e 360 kg de aluminio, cantas bicicletas pode construír de cada modelo?

90 Mestúrase aceite puro de oliva de 3,5 € o litro con aceite de bagazo de 2,5 € o litro, para obter 400 litros de mestura a 2,75 € o litro. Cantos litros mesturamos de cada aceite?

91 Busca dous números sabendo que ao dividir o maior entre o menor obtense de cociente 2 e de resto 3, e que a suma dos dous números é 39

92 Entre coellos e galiñas hai 48 animais nun curral. Sabendo que en total hai 86 patas, cantos coellos e galiñas hai? Interpreta o resultado.

93 O perímetro dun rectángulo mide 21 m e un dos lados mide o dobre do outro. Canto mide cada lado?

94 O triplo dun número máis outro número é igual a 29 e o dobre do primeiro menos a metade do segundo é igual a 10. De que números se trata?

95 Reparte 55 € proporcionalmente a 2 e 3

96 Nunha tenda, 2 pares de zapatos e 3 pares de deportivos custan 170 €, e pagáronse por eles 132 €. Se nos zapatos fixeron o 25% de desconto e nos deportivos o 20%, canto custaba cada par?

97 Dúas revistas deportivas e unha de automóbiles custan 6 €. Catro revistas deportivas e dúas de automóbiles custan 12 €. Calcula canto custan cada revista deportiva e cada revista de automóbiles. Interpreta o resultado que se obtén.

Para profundar

98 Busca dous números tales que a súa suma sexa 25 e a sexta parte do primeiro máis cinco veces o segundo sexa igual a 38

99 Entre Xan e Antón fan un traballo polo que cobran 654 €. Se Xan fixo os 2/3 do traballo que fixo Antón, canto ten que cobrar cada un para que o reparto sexa equitativo?

100 Nun posto véndense melóns e sandías por unidades. Pola compra de 3 melóns e 2 sandías páganse 8 €, e pola compra de 6 melóns e 4 sandías páganse 15 €. Calcula o prezo de cada melón e de cada sandía e interpreta o resultado que obteñas.

101 Calcula as dimensións dun rectángulo cuxo perímetro é 306 m e cuxa altura mide os 3/4 da base.

102 Mestúrase cebada de 0,15 €/kg con trigo de 0,2 €/kg para obter 500 kg de penso para animais a 0,17 €/kg. Cantos kilos de cebada e de trigo mesturamos?

103 O perímetro dun rectángulo mide 24 m e a suma de dous lados contiguos mide 12 m. Calcula a lonxitude dos lados do rectángulo e interpreta o resultado que obteñas.

104 Busca dous números directamente proporcionais a 5 e 7 cuxa suma sexa 36

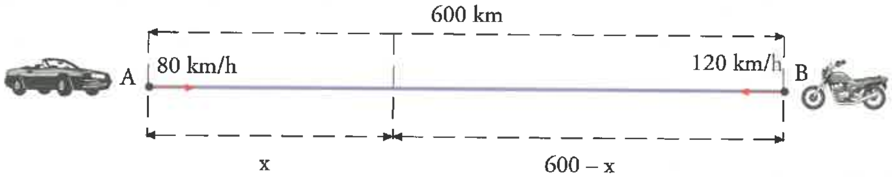
105 A suma das idades dun pai e do seu fillo é de 75 anos e a diferenza é de 45 anos. Que idade teñen o pai e o fillo?

106 Un número está composto de dúas cifras que suman 6 unidades. Se cambiamos as dúas cifras de orde, o número aumenta en 18 unidades. De que número se trata?

Aplica as túas competencias

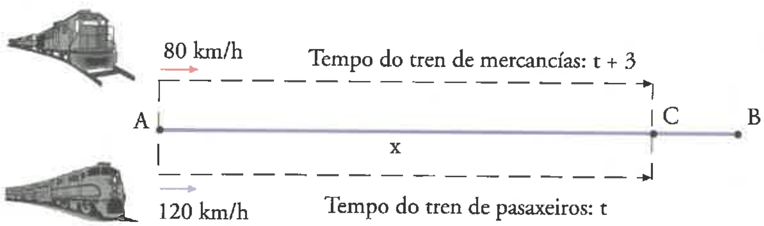
Problemas de velocidades

107 Dúas cidades, A e B, distan entre si 600 km. Da cidade A sae cara á cidade B un coche a 80 km/h. Ao mesmo tempo sae da cidade B cara á cidade A unha moto a 120 km/h. Calcula o tempo que tardarán en atoparse e a distancia que percorreu cada vehículo.



O tempo **t** é o mesmo para os dous e hai que aplicar a fórmula $e = v \cdot t$

108 Dúas cidades, A e B, distan entre si 800 km. Da cidade A sae cara á cidade B un tren de mercancías a 80 km/h. Tres horas máis tarde sae da mesma estación A outro tren de pasaxeiros a 120 km/h. Calcula o tempo que tardará o segundo tren en alcanzar ao primeiro e a distancia que percorreron os dous trens.



Comproba o que sabes

1 Clasifica un sistema a partir do número de solucións e pon un exemplo dun sistema incompatible.

2 Resolve graficamente o sistema: $\left.\begin{aligned} 2x + y &= 5 \\ x - 3y &= -1 \end{aligned}\right\}$

3 Resolve polo método máis sinxelo o seguinte sistema: $\left.\begin{aligned} 3x + y &= 0 \\ 2x - 3y &= 11 \end{aligned}\right\}$

4 Resolve polo método máis sinxelo o seguinte sistema: $\left.\begin{aligned} 2x + y &= 2 \\ 3x - y &= -7 \end{aligned}\right\}$

5 Resolve polo método máis sinxelo o seguinte sistema: $\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 7 \\ 5x - 6y &= 4 \end{aligned}\right\}$

6 Resolve polo método máis sinxelo o seguinte sistema: $\left.\begin{aligned} x &= 2y - 1 \\ x &= 3y - 6 \end{aligned}\right\}$

7 Ana ten o triplo de diñeiro que Xulio e entre os dous teñen 800 €. Canto diñeiro ten cada un?

8 Un prado ten forma rectangular. A altura do rectángulo mide 5 m menos que a base e o perímetro mide 82 m. Calcula a área do prado.

Paso a paso

Axusta a configuración: na barra de menú elixe **Opcións/Axustes de Modo.../*Simplificación*/Restablecer**

109 Resolve alxebraicamente o seguinte sistema e clasifícao á vista do resultado:

$$\left.\begin{aligned} x + 2y &= 8 \\ 3x - y &= 3 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

a) Elixe na barra de menús **Resolver/Sistema...** No número de ecuacións escribe **2** e preme o botón **Si**

b) Introduce as ecuacións, unha en cada cadro de texto, e preme o botón **Resolver**

$$[x = 2 \wedge y = 3]$$

O sistema é **compatible determinado**.

110 Resolve alxebraicamente o seguinte sistema e clasifícao á vista do resultado:

$$\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 6 \\ 4x + 6y &= -3 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Introduce as ecuacións e preme **Resolver**

[ ]

Como non hai solución, o sistema é **incompatible**.

111 Resolve alxebraicamente o seguinte sistema e clasifícao á vista do resultado:

$$\left.\begin{aligned} 3x - y &= -1 \\ -9x + 3y &= 3 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

a) Introduce as ecuacións e preme **Resolver**

$$[3x - y = -1]$$

Como a solución é unha ecuación, o sistema é **compatible indeterminado**.

b) Elixe **Resolver ou despexar** e no cadro **Variables** marca só a variable **y.** Fai *clic* no botón **Resolver**

$$[y = 3x + 1]$$

Dando valores a **x** obtéñense os correspondentes valores de **y,** que son as infinitas solucións que ten o sistema. Por exemplo: $x = 0, y = 1; x = 1, y = 4$, etcétera.

112 Resolve graficamente o seguinte sistema, clasifícao e, se é compatible determinado, consigue a solución.

$$\left.\begin{aligned} 2x + y &= 9 \\ x - 3y &= 1 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

a) Na ventá **Álxebra** elixe **Ventá 2D**

b) Selecciona na barra de menús:

Ventá/Mosaico Vertical

c) Escolle na barra de menús:

Opcións/Pantalla.../Reixa

- **Mostrar/Liñas** cor azul clara.
- En **Intervalos** escribe en **Horizontal:** 12 e en **Vertical:** 12

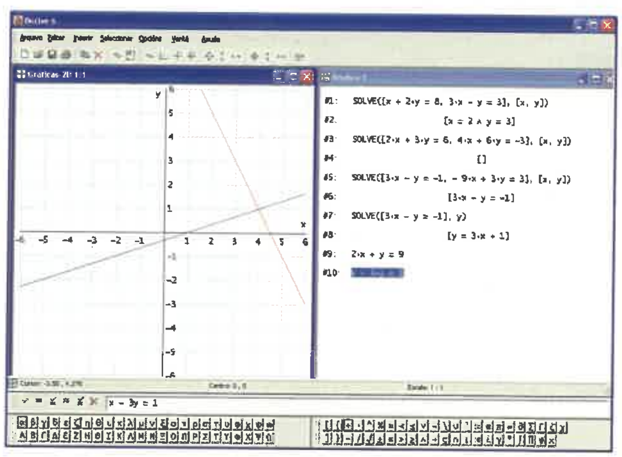
d) Na **Entrada de Expresións** escribe a primeira ecuación:

$$\mathbf{2x + y = 9}$$

e) Preme **Introducir Expresión**

f) Activa a **Gráficas-2D** e fai *clic* en **Representar Expresión**

g) Representa de igual maneira a 2ª ecuación.



O sistema é **compatible determinado**.

A solución é $x = 4, y = 1$

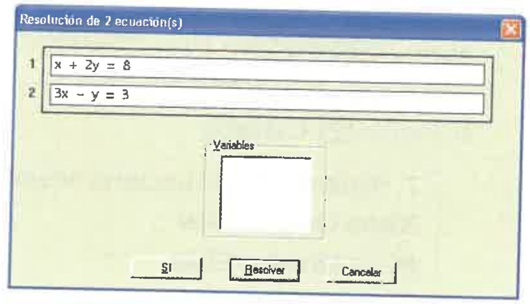
113 **Internet.** Abre a web: **www.xerais.es** e elixe **Matemáticas, curso** e **tema.**

Así funciona

Resolución alxebraica dun sistema de 2 ecuacións lineais con 2 incógnitas

Na ventá **Álxebra,** barra de menús, elíxese **Resolver/Sistema...,** no número de ecuacións escríbese **2** e prémese o botón **Si**

Introdúcense as ecuacións, unha en cada cadro de texto, e logo prémese o botón **Resolver**



Pódense presentar tres casos:

a) Se o sistema é **compatible determinado,** escribe a solución.

b) Se o sistema é **incompatible,** escribe [ ]

c) Se o sistema é **compatible indeterminado,** elimina unha ecuación. Despois, hai que elixir **Resolver ou despexar.** No cadro **Variables** márcase só a variable que se quere despexar e faise *clic* no botón **Resolver**

Resolución gráfica dun sistema de 2 ecuacións lineais con 2 incógnitas

a) Faise *clic* en **Ventá 2D.** Ábrese a devandita ventá.

b) Selecciónase na barra de menús **Ventá/Mosaico Vertical**

c) Escóllese na barra de menús **Opcións/Pantalla.../Reixa**

- **Mostrar/Liñas** cor azul clara.
- En **Intervalos** escríbese en **Horizontal:** 12 e en **Vertical:** 12

d) Na **Entrada de Expresións** escríbese a 1ª ecuación e prémese **Introducir Expresión**

e) Actívase a **Ventá 2D** e faise *clic* en **Representar Expresión**

f) Na **Entrada de Expresións** escríbese a 2ª ecuación e prémese **Introducir Expresión**

g) Actívase a ventá **Gráficas-2D** e faise *clic* en **Representar Expresión**

Borrar gráficas

Estando activa a ventá **Gráficas-2D,** elíxese **Borrar** a última gráfica.

Practica

114 Resolve alxebraicamente os seguintes sistemas e clasifícaos á vista do resultado:

a) $\left.\begin{aligned} 3x + 2y &= 2 \\ 5x - 4y &= 40 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 4x - 6y &= 3 \\ -2x + 3y &= 5 \end{aligned}\right\}$

115 Resolve alxebraicamente os seguintes sistemas e clasifícaos á vista do resultado:

a) $\left.\begin{aligned} 9x - 6y &= 12 \\ -3x + 2y &= -4 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 3x - 5y &= 4 \\ 2x + y &= 7 \end{aligned}\right\}$

116 Resolve graficamente os seguintes sistemas, clasifícaos e, se son compatibles determinados, consigue a solución:

a) $\left.\begin{aligned} x - y &= 1 \\ -2x + 2y &= 5 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 12 \\ 3x - 2y &= 5 \end{aligned}\right\}$

Enuncia os seguintes problemas e resólveos coa axuda de DERIVE:

117 Ana ten o triplo de diñeiro que Xulio e entre os dous teñen 800 €. Canto diñeiro ten cada un?

118 Nun rectángulo, a suma das lonxitudes da base e a altura é 35 m e a lonxitude da base menos a lonxitude da altura é 7 m. Canto mide cada lado?

Paso a paso

109 Resolve alxebraicamente o seguinte sistema e clasifícao á vista do resultado:

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y = 8 \\ 3x - y = 3 \end{array}\right\}$$

Solución:

a) En Operacións, elixe resolver sistema e escribe as dúas ecuacións.

b) Preme **Calcular**

7. Sistemas de ecuacións lineais
Xiana Outeiro Vilar
Brais Méndez Eiras
Paso a paso

Exercicio 109

resolver $\left\{\begin{array}{l} x + 2y = 8 \\ 3x - y = 3 \end{array}\right\} \rightarrow \{\{x=2, y=3\}\}$

O sistema é compatible determinado.

110 Resolve alxebraicamente o seguinte sistema e clasifícao á vista do resultado:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = -3 \end{array}\right\}$$

Solución:

Exercicio 110

resolver $\left\{\begin{array}{l} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = -3 \end{array}\right\} \rightarrow \{\square\}$

O sistema é incompatible.

111 Resolve alxebraicamente o seguinte sistema e clasifícao á vista do resultado:

$$\left.\begin{array}{r} 3x - y = -1 \\ -9x + 3y = 3 \end{array}\right\}$$

Solución:

Exercicio 111

resolver $\left\{\begin{array}{l} 3x - y = -1 \\ -9x + 3y = 3 \end{array}\right\} \rightarrow \left[\left[x = \frac{1}{3}\cdot y - \frac{1}{3}, y = y\right]\right]$

resolver $\left(\left\{\begin{array}{l} 3x - y = -1 \\ -9x + 3y = 3 \end{array}\right\}, \{y\}\right) \rightarrow \{\{y = 3\cdot x + 1\}\}$

O sistema é compatible indeterminado.

Engadímoslle {y} para que despexe a 2ª variable en función da 1ª

112 Resolve graficamente o seguinte sistema, clasifícao e, se é compatible determinado, consigue a solución.

$$\left.\begin{array}{r} 2x + y = 9 \\ x - 3y = 1 \end{array}\right\}$$

Solución:

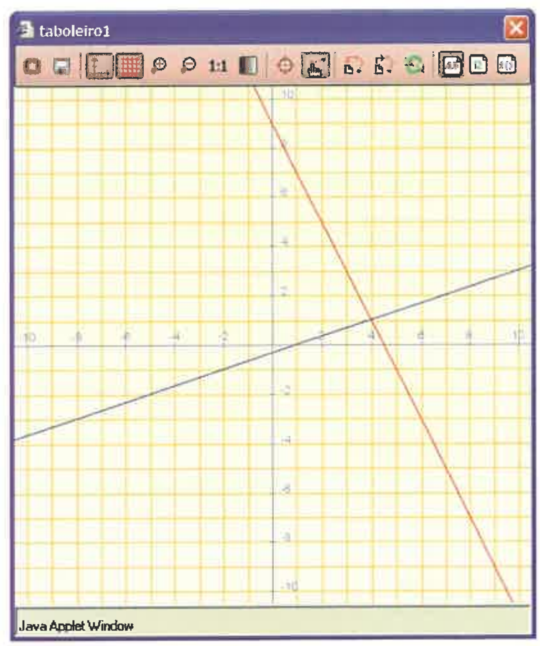
a) En Operacións, elixe representar e escribe:

representar(2x + y = 9, {cor = vermello})

b) Preme [**Intro**] para continuar no mesmo bloque e escribe:

c) **representar(x – 3y = 1, {cor = azul})**

d) Preme **Calcular**



Exercicio 112

representar(2x + y = 9, {cor = vermello}) → taboleiro1

representar(x − 3y = 1, {cor = azul}) → taboleiro1

O sistema é compatible determinado.

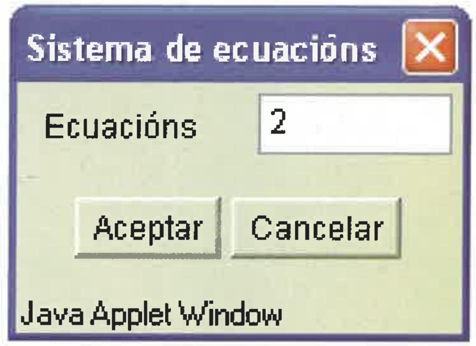
A solución é x = 4, y = 1

113 **Internet.** Abre a web: **www.xerais.es** e elixe **Matemáticas, curso** e **tema.**

Así funciona

Resolución alxebraica dun sistema de 2 ecuacións lineais con 2 incógnitas

En Operacións, elíxese resolver sistema; no número de ecuacións escríbese **2** e prémese o botón **Aceptar**



Escríbense as dúas ecuacións e prémese o botón **Calcular**

Pódense presentar 3 casos:

a) Se o sistema é **compatible determinado,** escribe a solución.

b) Se o sistema é **incompatible,** escribe [ ]

c) Se o sistema é **compatible indeterminado,** despexa a 1ª variable en función da 2ª. Se se quere a 2ª variable en función da 1ª, hai que engadir a 2ª entre chaves despois do sistema: **resolver({sistema},{y})**

Resolución gráfica dun sistema de 2 ecuacións lineais con 2 incógnitas

a) En Operacións, elíxese representar e escríbese a 1ª ecuación:

representar(2x + y = 9, {cor = vermello})

b) Prémese [**Intro**] para continuar no mesmo bloque e escríbese a 2ª ecuación:

representar(x – 3y = 1, {cor = azul})

c) Prémese **Calcular**

Practica

114 Resolve alxebraicamente os seguintes sistemas e clasifícaos á vista do resultado:

a) $\left.\begin{aligned} 3x + 2y &= 2 \\ 5x - 4y &= 40 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 4x - 6y &= 3 \\ -2x + 3y &= 5 \end{aligned}\right\}$

115 Resolve alxebraicamente os seguintes sistemas e clasifícaos á vista do resultado:

a) $\left.\begin{aligned} 9x - 6y &= 12 \\ -3x + 2y &= -4 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 3x - 5y &= 4 \\ 2x + y &= 7 \end{aligned}\right\}$

116 Resolve graficamente os seguintes sistemas, clasifícaos e, se son compatibles determinados, consigue a solución:

a) $\left.\begin{aligned} x - y &= 1 \\ -2x + 2y &= 5 \end{aligned}\right\}$ b) $\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 12 \\ 3x - 2y &= 5 \end{aligned}\right\}$

Enuncia os seguintes problemas e resólveos coa axuda de Wiris:

117 Ana ten o triplo de diñeiro que Xulio e entre os dous teñen 800 €. Canto diñeiro ten cada un?

118 Nun rectángulo, a suma das lonxitudes da base e a altura é 35 m e a lonxitude da base menos a lonxitude da altura é 7 m. Canto mide cada lado?