

5

Operacións con polinomios

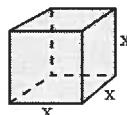


1. Polinomios. Suma e resta

PENSA E CALCULA

Dado o cubo da figura, calcula en función de x :

- a) A área.
- b) O volume.



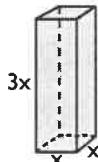
Solución:

a) $A(x) = 6x^2$ b) $V(x) = x^3$

APLICA A TEORÍA

- 1 Dado o prisma cuadrangular do debuxo, calcula en función de x :

- a) A área.
- b) O volume.



Solución:

a) $A(x) = 2x^2 + 4 \cdot 3x \cdot x = 14x^2$
b) $V(x) = 3x^3$

- 2 Cales das seguintes expresións son monomios?

Calcula o grao destes.

a) $5x^3y$ b) $3x^{-2}y^3$ c) $7x^2y^5 + 3xy^2$ d) $4a$

Solución:

Son monomios: a) e d)

O grao do a) é 4

O grao do d) é 1

- 3 Ordena de forma decrecente, segundo os graos, os seguintes polinomios e calcula o grao, o coeficiente principal e o termo independente:

a) $7x^2 - 5x^3 + 4$ b) $-9x^2 - 6x^5 - 7 + 4x^6$
c) $8x^2 - 5x + 4x^5$ d) $-7x^2 - x^8 - 7x + 9 - 4x^6$

Solución:

a) $-5x^3 + 7x^2 + 4$

Grao: 3, coeficiente principal: -5

Termo independente: 4

b) $4x^6 - 6x^5 - 9x^2 - 7$

Grao: 6, coeficiente principal: 4

Termo independente: -7

c) $4x^5 + 8x^2 - 5x$

Grao: 5, coeficiente principal: 4

Termo independente: 0

d) $-x^8 - 4x^6 - 7x^2 - 7x + 9$

Grao: 8, coeficiente principal: -1

Termo independente: 9

- 4 Encontra o valor de a, b e c para que os seguintes polinomios sexan iguais:

$P(x) = ax^4 - 8x^3 + 4x - b$

$Q(x) = 5x^4 - 8x^3 - cx^2 + 4x + 6$

Solución:

$a = 5, b = -6, c = 0$

5 Suma os seguintes polinomios:

$$P(x) = 7x^4 - 6x^3 + 5x - 3$$

$$Q(x) = x^4 + 8x^3 - x^2 + 4x + 6$$

Solución:

$$P(x) + Q(x) = 8x^4 + 2x^3 - x^2 + 9x + 3$$

6 Encontra o oposto dos seguintes polinomios:

$$P(x) = 5x^5 - 7x^3 + 4x - 1$$

$$Q(x) = -x^4 + 6x^3 - x^2 + 5x + 1$$

Solución:

$$P(x) = -5x^5 + 7x^3 - 4x + 1$$

$$Q(x) = x^4 - 6x^3 + x^2 - 5x - 1$$

7 Calcula $P(x) - Q(x)$:

$$P(x) = 5x^4 + x^3 - 2x^2 - 5$$

$$Q(x) = 7x^4 - 5x^2 + 3x + 2$$

Solución:

$$P(x) - Q(x) = -2x^4 + x^3 + 3x^2 - 3x - 7$$

8 Os ingresos e os gastos dunha empresa en millóns de euros, en función do número de anos que leva funcionando, veñen dados por:

$$I(t) = t^2 - 3t + 5$$

$$G(t) = t^2 - 4t + 9$$

Calcula a expresión $B(t)$ dos beneficios.

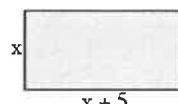
Solución:

$$B(t) = I(t) - G(t) = t - 4$$

2. Multiplicación de polinomios

PENSA E CALCULA

Calcula, en función de x , a área do rectángulo da figura:



Solución:

$$A(x) = (x + 5)x = x^2 + 5x$$

APLICA A TEORÍA

9 Calcula mentalmente:

- a) $(x + 2)^0$ b) $(x - 3)^1$ c) $(x - 7)^1$ d) $(2x + 6)^0$

Solución:

- | | |
|------------|------------|
| a) 1 | b) $x - 3$ |
| c) $x - 7$ | d) 1 |

10 Desenvolve mentalmente:

- | | |
|----------------|-----------------------------------|
| a) $(x + 5)^2$ | b) $(x + 3)(x - 3)$ |
| c) $(x - 6)^2$ | d) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$ |

Solución:

- | | |
|---------------------|--------------|
| a) $x^2 + 10x + 25$ | b) $x^2 - 9$ |
| c) $x^2 - 12x + 36$ | d) $x^2 - 5$ |

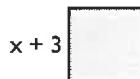
11 Desenvolve e simplifica:

- | | |
|-------------------|---------------------------|
| a) $(2x + 1/2)^2$ | b) $(x/3 + 1)(x/3 - 1)$ |
| c) $(6x - 2/3)^2$ | d) $(5x + 3/4)(5x - 3/4)$ |

Solución:

- | | |
|-----------------------|-------------------|
| a) $4x^2 + 2x + 1/4$ | b) $x^2/9 - 1$ |
| c) $36x^2 - 8x + 4/9$ | d) $25x^2 - 9/16$ |

12 Encontra o polinomio que dá a área do cadrado da figura:



Solución:

$$A(x) = (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

13 Desenvolve os seguintes produtos:

- a) $5x^2(2x^3 - 3x)$ b) $-2x^3(7x^4 - 4x^2)$
 c) $-3x(-8x^5 - 5x^2)$ d) $6x^4(-x^5 + 2x)$

Solución:

- a) $10x^5 - 15x^3$ b) $-14x^7 + 8x^5$
 c) $24x^6 + 15x^3$ d) $-6x^9 + 12x^5$

14 Factoriza mentalmente:

- a) $2x^2 + 6x$ b) $x^2 - 6x + 9$
 c) $x^2 - 25$ d) $x^2 + 8x + 16$

Solución:

- a) $2x(x + 3)$ b) $(x - 3)^2$
 c) $(x + 5)(x - 5)$ d) $(x + 4)^2$

15 Factoriza:

- a) $12x^4 + 8x^3$ b) $5x^3 + 20x^2 + 20x$
 c) $x^2 - 3$ d) $9x^2 - 30x + 25$

Solución:

- a) $4x^3(3x + 2)$ b) $5x(x + 2)^2$
 c) $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$ d) $(3x - 5)^2$

16 Multiplica os polinomios:

$$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$$

$$Q(x) = 3x^2 + x - 4$$

Solución:

$$6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 12x^2 + 17x - 20$$

17 Multiplica os polinomios:

$$P(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$$

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 - 4$$

Solución:

$$2x^7 + x^6 - 6x^5 - 5x^4 - 9x^3 + 7x^2 - 4x + 20$$

18 Multiplica os polinomios:

$$P(x) = 3x^5 - x^3 - 5x + 1$$

$$Q(x) = 2x^4 + 4x^2 - 3$$

Solución:

$$6x^9 + 10x^7 - 23x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 4x^2 + 15x - 3$$

3. División de polinomios

PENSA E CALCULA

Realiza mentalmente as seguintes divisões:

- a) $(x^3 + 6x^2 - 7x) : x$ b) $(x^2 + 6x + 9) : (x + 3)$ c) $(x^2 - 8x + 16) : (x - 4)$ d) $(x^2 - 25) : (x + 5)$

Solución:

- a) $x^2 + 6x - 7$ b) $x + 3$ c) $x - 4$ d) $x - 5$

APLICA A TEORÍA

19 Divide e fai a comprobación:

$$P(x) = 2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$$

entre

$$Q(x) = x^2 - 3x - 1$$

Solución:

$$C(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x - 2$$

$$R(x) = -10x + 16$$

Compróbase que $C(x) \cdot Q(x) + R(x) = P(x)$

20 Divide por Ruffini:

$$P(x) = 2x^3 - 13x + 8$$

entre

$$Q(x) = x + 3$$

Solución:

$$C(x) = 2x^2 - 6x + 5$$

$$R = -7$$

21 Divide:

$$P(x) = 6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 20x - 25$$

entre

$$Q(x) = 2x^3 - 3x + 5$$

Solución:

$$C(x) = 3x^2 + x - 4$$

$$R(x) = -12x^2 + 3x - 5$$

22 Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^4 - 6x^3 + 9x + 10$$

entre

$$Q(x) = x - 3$$

Solución:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 18$$

$$R = -44$$

23 Divide:

$$P(x) = 2x^7 + x^6 - 9x^5 - 5x^4 + 9x^2 + 8$$

entre

$$Q(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$$

Solución:

$$C(x) = 2x^3 + x^2 - 3x - 4$$

$$R(x) = 5x^2 - 11x - 12$$

24 Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^5 - 4x^3 + 7x + 12$$

entre

$$Q(x) = x + 1$$

Solución:

$$C(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 3x + 4$$

$$R = 8$$

25 Encontra un polinomio tal que ao dividilo entre
 $2x^3 - 5x + 1$

se obteña de cociente:

$$x^2 + 3x - 4$$

e de resto:

$$-7x^2 + x + 8$$

Solución:

$$(2x^3 - 5x + 1)(x^2 + 3x - 4) - 7x^2 + x + 8 = \\ = 2x^5 + 6x^4 - 13x^3 - 21x^2 + 24x + 4$$

4. Teorema do resto e do factor

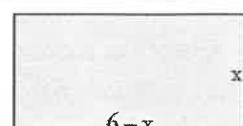
PENSA E CALCULA

Temos un rectángulo de 12 m de perímetro, logo a base más a altura medirán 6 m. Se a altura mide x metros, a base medirá $6 - x$ metros. A fórmula da área será:

$$A(x) = (6 - x)x \Rightarrow A(x) = 6x - x^2$$

Completa no teu caderno a táboa da dereita e calcula cando a área é máxima.

x	1	2	3	4	5
$A(x) = 6x - x^2$					



Solución:

x	1	2	3	4	5
$A(x) = 6x - x^2$	5	8	9	8	5

A área é máxima cando $x = 3$ m

26 Calcula mentalmente o valor numérico do seguinte polinomio para os valores que se indican:

$$P(x) = x^5 - 3x^4 + 6x^2 - 8$$

- a) Para $x = 0$ b) Para $x = 1$

Solución:

a) $P(0) = -8$ b) $P(1) = -4$

27 Calcula o valor numérico do seguinte polinomio para os valores que se indican:

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + 5x - 2$$

- a) Para $x = 3$ b) Para $x = -3$

Solución:

a) $P(3) = 13$ b) $P(-3) = 145$

28 Encontra, sen facer a división, o resto de dividir

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 5 \text{ entre } x - 2$$

Solución:

Apícase o teorema do resto:

$$R = P(2) = -11$$

29 Encontra, sen facer a división, o resto de dividir

$$P(x) = x^4 + 3x^3 - 5x - 7 \text{ entre } x + 3$$

Solución:

Apícase o teorema do resto:

$$R = P(-3) = 8$$

30 Busca o valor de k para que o resto da seguinte división sexa 5:

$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$$

Solución:

Apícase o teorema do resto:

$$P(-3) = 5 \Rightarrow 9k - 31 = 5 \Rightarrow k = 4$$

31 Cal dos números, 3 ou -3 , é raíz do polinomio

$$P(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9?$$

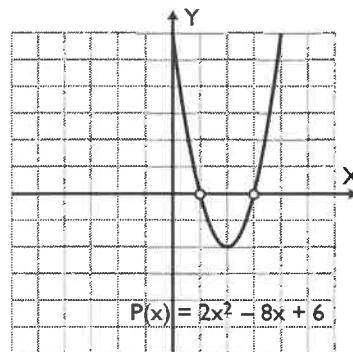
Solución:

Apícase o teorema do factor:

$$R = P(3) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ é raíz}$$

$$R = P(-3) = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ é raíz}$$

32 Observa a gráfica e calcula as raíces do polinomio $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$



Solución:

$$x_1 = 1, x_2 = 3$$

33 Comproba, sen facer a división, que o polinomio $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ é divisible entre $x + 1$

Solución:

Apícase o teorema do factor:

$$R = P(-1) = 0 \Rightarrow \text{si é divisible.}$$

34 Busca o valor de k para que o polinomio:

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + kx + 10$$

sexa divisible entre $x - 1$

Solución:

Apícase o teorema do factor:

$$R = P(1) = 0 \Rightarrow 7 + k = 0 \Rightarrow k = -7$$

35 O polinomio $x^2 + 9$ ten alguma raíz real? Razoa a resposta.

Solución:

Non, porque x^2 sempre é maior ou igual que cero e ao sumarle 9, sempre é positivo; polo tanto nunca pode ser cero.

Exercicios e problemas

1. Polinomios. Suma e resta

36 Cales das seguintes expresións son monomios?
Calcula o grao destes.

- a) $5x^4 + x^3y$ b) $5x^2y^3$ c) $x^2y^5 - 4xy^2$ d) 7

Solución:

Son monomios: b) e d)

O grao do b) é 5

O grao do d) é 0

37 Clasifica as seguintes expresións alxebraicas en monomios, binomios ou trinomios.

- a) $x + y + z$ b) $-7x^5y^3$
c) $x - y$ d) $3x^2 - 3$

Solución:

- a) Trinomio b) Monomio
c) Binomio d) Binomio

38 Calcula o grao, o coeficiente principal e o termo independente dos seguintes polinomios:

- a) $5x^4 - 2x^3 + 1$ b) $-4x^7 - 5x^4 - 7x^3 - 1$
c) $5x^2 - 4x + 3$ d) $-6x^{10} - x^8 - 3x^6 + 8x - 7$

Solución:

a) Grao: 4, coeficiente principal: 5

Termo independente: 1

b) Grao: 7, coeficiente principal: -4

Termo independente: -1

c) Grao: 2, coeficiente principal: 5

Termo independente: 3

d) Grao: 10, coeficiente principal: -6

Termo independente: -7

39 Suma os seguintes polinomios:

$$P(x) = 7x^5 - 5x^3 + 3x^2 - 1$$

$$Q(x) = -3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + 1$$

Solución:

$$7x^5 - 3x^4 - x^2 + 3x$$

40 Calcula $P(x) - Q(x)$:

$$P(x) = 4x^5 + 7x^3 - x - 2$$

$$Q(x) = 5x^4 - 3x^3 + 7x + 2$$

Solución:

$$4x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 8x - 4$$

2. Multiplicación de polinomios

41 Desenvolve mentalmente:

- a) $(x + 3)^2$ b) $(x + 1)(x - 1)$
c) $(x - 7)^2$ d) $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

Solución:

- a) $x^2 + 6x + 9$ b) $x^2 - 1$
c) $x^2 - 14x + 49$ d) $x^2 - 2$

42 Desenvolve e simplifica:

- a) $(3x + 1/3)^2$ b) $(x + 1/3)(x - 1/3)$
c) $(x/2 - 2/3)^2$ d) $(2x + 3/2)(2x - 3/2)$

Solución:

- a) $9x^2 + 2x + 1/9$ b) $x^2 - 1/9$
c) $x^2/4 - 2x/3 + 4/9$ d) $4x^2 - 9/4$

43 Desenvolve os seguintes produtos:

- a) $4x(5x^4 - 6x)$ b) $-7x^2(5x^3 - 3x^2)$
c) $-3x^3(-6x^2 - 1)$ d) $5x^4(-x^2 + 5x)$

Solución:

- a) $20x^5 - 24x^2$ b) $-35x^5 + 21x^4$
c) $18x^5 + 3x^3$ d) $-5x^6 + 25x^5$

44 Factoriza mentalmente:

- a) $8x^3 + 12x^2$ b) $x^2 + 10x + 25$
c) $x^2 - 5$ d) $x^2 - 14x + 49$

Solución:

- a) $4x^2(2x + 3)$ b) $(x + 5)^2$
c) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$ d) $(x - 7)^2$

45 Multiplica os polinomios:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3$$

$$Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$$

Solución:

$$2x^6 - 4x^5 - 5x^4 + 17x^3 - 2x^2 - 15x + 3$$

Exercicios e problemas

46 Multiplica os polinomios:

$$P(x) = 2x^4 - 4x^3 - 5x + 1$$

$$Q(x) = x^3 - 2x + 7$$

Solución:

$$2x^7 - 4x^6 - 4x^5 + 17x^4 - 27x^3 + 10x^2 - 37x + 7$$

47 Multiplica os polinomios:

$$P(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 1$$

$$Q(x) = x^4 - 5x^2 + 2$$

Solución:

$$x^9 - 7x^7 + 3x^6 + 12x^5 - 16x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 2$$

3. División de polinomios

48 Divide e fai a comprobación:

$$P(x) = 2x^5 - 6x^4 + 20x^2 - 38x + 12$$

$$\text{entre } Q(x) = x^3 - 5x + 3$$

Solución:

$$C(x) = 2x^2 - 6x + 10$$

$$R(x) = -16x^2 + 30x - 18$$

Hai que facer a comprobación:

$$Q(x) \cdot C(x) + R(x) \text{ ten que dar } P(x)$$

49 Divide e fai a comprobación:

$$P(x) = 4x^6 - 12x^4 + 8x^3 + 9$$

$$\text{entre } Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$$

Solución:

$$C(x) = 2x^3 - x + 3$$

$$R(x) = -5x^2 + 16x + 6$$

Hai que facer a comprobación:

$$Q(x) \cdot C(x) + R(x) \text{ ten que dar } P(x)$$

50 Divide $P(x) = 6x^6 - 13x^5 - 20x^3 + 50x^2 - 4$

$$\text{entre } Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$$

Solución:

$$C(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x - 16$$

$$R(x) = 4x^2 + 3x + 12$$

51 Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^4 - 6x^2 + 4x + 5$$

$$\text{entre } Q(x) = x + 2$$

Solución:

$$C(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 8$$

$$R = -11$$

52 Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^5 - 4x^3 + 5x^2 + 3$$

$$\text{entre } Q(x) = x - 1$$

Solución:

$$C(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x + 2$$

$$R = 5$$

53 Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^6 - 4x^4 + 6x^3 + 1$$

$$\text{entre } Q(x) = x - 2$$

Solución:

$$C(x) = x^5 + 2x^4 + 6x^2 + 12x + 24$$

$$R = 49$$

4. Teorema do resto e do factor

54 Calcula mentalmente o valor numérico do seguinte polinomio para os valores que se indican:

$$P(x) = 4x^7 - 5x^3 + 9x^2 - 6$$

a) Para $x = 0$ b) Para $x = 1$

Solución:

a) $P(0) = -6$ b) $P(1) = 2$

55 Calcula o valor numérico do seguinte polinomio para os valores que se indican:

$$P(x) = x^5 - 2x^3 + 4x - 1$$

a) Para $x = 2$ b) Para $x = -1$

Solución:

a) $P(2) = 23$ b) $P(-1) = -4$

56 Encontra, sen facer a división, o resto de dividir

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 7 \text{ entre } x - 3$$

Solución:

Apíllase o teorema do resto:

$$R = P(3) = -11$$

- 57** Encontra, sen facer a división, o resto de dividir $P(x) = x^4 - 2x^3 + 7x - 3$ entre $x + 2$

Solución:

Aplícase o teorema do resto:

$$R = P(-2) = 15$$

- 58** Cal dos números, 2 ou -2, é raíz do polinomio $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$?

Solución:

$$R = P(2) = 12 \Rightarrow \text{Non é raíz.}$$

$$R = P(-2) = 0 \Rightarrow \text{Si é raíz.}$$

- 59** Comproba, sen facer a división, que o polinomio $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$ é divisible entre $x - 3$

Solución:

Aplícase o teorema do factor:

$$R = P(3) = 0 \Rightarrow \text{Si é divisible.}$$

- 60** Busca o valor de k para que o resto da seguinte división sexa 7:

$$(x^4 + kx^2 - 5x + 6) : (x + 1)$$

Solución:

Aplícase o teorema do resto:

$$P(-1) = 7 \Rightarrow k + 12 = 7 \Rightarrow k = -5$$

Para ampliar

- 61** Busca o valor de a , b e c para que os seguintes polinomios sexan iguais:

$$P(x) = 6x^5 - bx^3 + 3x - 4$$

$$Q(x) = ax^5 + 3x - c$$

Solución:

$$a = 6, b = 0, c = 4$$

- 62** Encontra o oposto dos seguintes polinomios:

$$P(x) = 4x^5 - 6x^4 + 5x - 2$$

$$Q(x) = -3x^6 + x^4 - x^2 + 9x + 10$$

Solución:

$$P(x) = -4x^5 + 6x^4 - 5x + 2$$

$$Q(x) = 3x^6 - x^4 + x^2 - 9x - 10$$

- 63** Calcula mentalmente:

- a) $(2x/3 + 5)^0$ b) $(3x - 25)^1$
c) $(7x - 3/5)^1$ d) $(5x + 13)^0$

Solución:

- a) 1 b) $3x - 25$
b) $7x - 3/5$ d) 1

- 64** Factoriza:

- a) $24x^3 - 18x^2$ b) $2x^3 + 12x^2 + 18x$
c) $9x^2 - 4$ d) $5x^4 - 10x^3 + 5x^2$

Solución:

- a) $6x^2(4x - 3)$ b) $2x(x + 3)^2$
c) $(3x + 2)(3x - 2)$ d) $5x^2(x - 1)^2$

- 65** Busca o valor de k para que o resto da seguinte división sexa 13:

$$(x^5 + kx^3 - 7x^2 + 4) : (x - 1)$$

Solución:

Aplícase o teorema do resto:

$$P(1) = 13 \Rightarrow k - 2 = 13 \Rightarrow k = 15$$

- 66** Encontra o valor de k para que o polinomio:

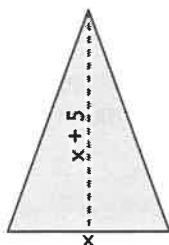
- $P(x) = x^3 + 5x^2 + kx - 8$
sexa divisible entre $x + 2$

Solución:

- Aplícase o teorema do factor:
 $P(-2) = 0 \Rightarrow 4 - 2k = 0 \Rightarrow k = 2$

Exercicios e problemas

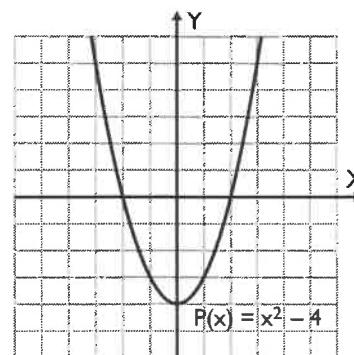
67 Escribe o polinomio que dá a área do seguinte triángulo:



Solución:

$$A(x) = \frac{x(x+5)}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{5x}{2}$$

68 Observa a gráfica e calcula as raíces do polinomio $P(x) = x^2 - 4$



Solución:

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

Problemas

69 Escribe en forma de polinomio, nunha variable, cada un dos enunciados seguintes:

- a) O cadrado dun número, menos o devandito número, más 5
- b) O cubo dun número, más o dobre do cadrado do número, menos o triplo do número, más 4
- c) A área dun cadrado de lado x
- d) A área dun rombo no que unha diagonal é o dobre da outra.

Solución:

- a) $P(x) = x^2 - x + 5$
- b) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4$
- c) $A(x) = x^2$
- d) $A(x) = x \cdot 2x/2 = x^2$

70 Que polinomio temos que sumar a

$$P(x) = 5x^3 - 9x + 8$$

para obter o polinomio

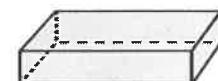
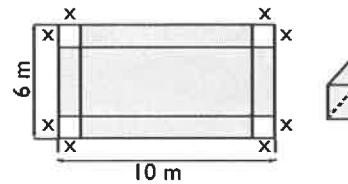
$$Q(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x + 1?$$

Solución:

$$Q(x) - P(x) = -3x^3 - 4x^2 + 14x - 7$$

71 Dada unha caixa sen tapa e o seu desenvolvemento, calcula en función de x :

- a) A área.
- b) O volume.



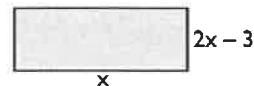
Solución:

$$\text{a) } A(x) = (10 - 2x)(6 - 2x) + 2x(10 - 2x) + 2x(6 - 2x) = 60 - 4x^2$$

$$A(x) = 60 - 4x^2$$

$$\text{b) } V(x) = (10 - 2x)(6 - 2x)x = 4x^3 - 32x^2 + 60x$$

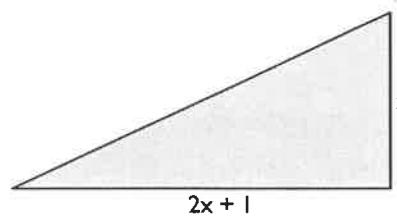
72 Expresa o polinomio que dá a área do seguinte rectángulo:



Solución:

$$A(x) = x(2x - 3) = 2x^2 - 3x$$

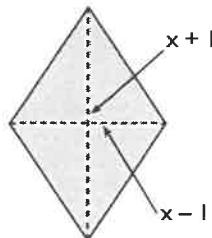
73 Encontra o polinomio que dá a área do seguinte triángulo rectángulo:



Solución:

$$A(x) = (2x + 1)x/2 = x^2 + x/2$$

- 74** Encontra o polinomio que dá a área do seguinte rombo:



Solución:

$$A(x) = (x + 1)(x - 1)/2 = x^2/2 - 1/2$$

- 75** Busca un polinomio tal que ao dividilo entre $x^3 - 3x + 1$

se obteña de cociente

$$2x^2 + 5x - 3$$

e de resto

$$5x^2 - 3x + 9$$

Solución:

$$\begin{aligned} & (x^3 - 3x + 1)(2x^2 + 5x - 3) + 5x^2 - 3x + 9 = \\ & = 2x^5 + 5x^4 - 9x^3 - 8x^2 + 11x + 6 \end{aligned}$$

- 76** Encontra o valor de k para que o resto da seguinte división sexa 5:

$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x - 2)$$

Solución:

Aplicase o teorema do resto:

$$P(2) = 5 \Rightarrow 4k + 4 = 5 \Rightarrow k = 1/4$$

- 77** Busca o valor de k para que o polinomio

$$P(x) = x^4 - x^3 - 19x^2 + kx + 30$$

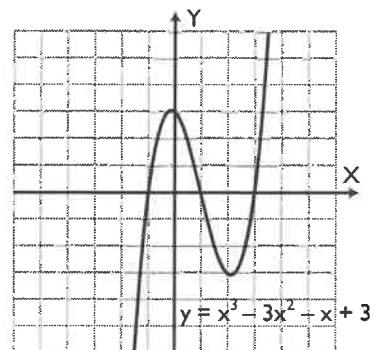
sexto divisible entre $x + 3$

Solución:

Aplicase o teorema do factor:

$$P(-3) = 0 \Rightarrow -3k - 33 = 0 \Rightarrow k = -11$$

- 78** Observa a gráfica e calcula as raíces do polinomio $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

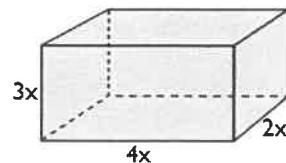


Solución:

$$x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 3$$

Para profundar

- 79** Dado o seguinte paralelepípedo:



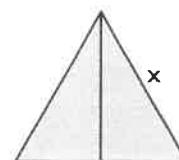
calcula en función de x a área e o volume.

Solución:

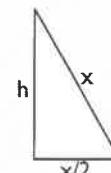
$$A(x) = 2 \cdot 4x \cdot 3x + 2 \cdot 4x \cdot 2x + 2 \cdot 3x \cdot 2x = 52x^2$$

$$V(x) = 4x \cdot 3x \cdot 2x = 24x^3$$

- 80** Expresa o monomio que dá a área dun triángulo equilátero no que o lado mide x



Solución:

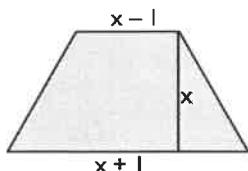


$$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

$$A(x) = \frac{1}{2}x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$$

Exercicios e problemas

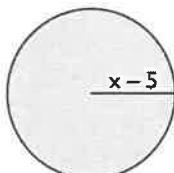
- 81** Expressa o polinomio que dá a área do seguinte trapezio:



Solución:

$$A(x) = \frac{x+1+x-1}{2} \cdot x = x^2$$

- 82** Expressa o polinomio que dá a área do seguinte círculo:



Solución:

$$A(x) = \pi(x-5)^2 = \pi x^2 - 10\pi x + 25\pi$$

- 83** Encontra o valor de k para que o resto da seguinte división sexa 9:

$$(x^4 - x^3 - 13x^2 - x + k) : (x - 4)$$

Solución:

Apíllase o teorema do factor:

$$P(4) = 9 \Rightarrow k - 20 = 9 \Rightarrow k = 29$$

- 84** Busca o valor de k para que o polinomio

$$P(x) = x^4 + 8x^3 + kx^2 - 8x - 15$$

sexa divisible entre $x + 5$

Solución:

Apíllase o teorema do resto:

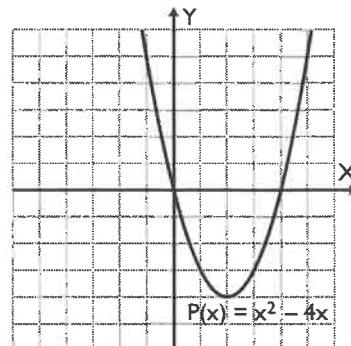
$$P(-5) = 0 \Rightarrow 25k - 350 = 0 \Rightarrow k = 14$$

- 85** O polinomio $x^2 + 25$ ten algunha raíz real? Razoa a resposta.

Solución:

x^2 é sempre positivo ou cero e ao sumarlle 25 é positivo, polo tanto nunca se pode facer cero. Non ten raíces reais.

- 86** Observa a gráfica e calcula as raíces do polinomio $P(x) = x^2 - 4x$



Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = 4$$

Aplica as túas competencias

- 87** Calcula o polinomio que define un movemento uniformemente acelerado no que:

$$a = 6 \text{ m/s}^2, v_0 = 8 \text{ m/s} \text{ e } e_0 = 3 \text{ m}$$

Solución:

$$e(t) = 3t^2 + 8t + 3$$

- 88** Calcula o espazo que leva percorrido cando pasen 5 s

Solución:

$$e(5) = 118 \text{ m}$$

- 89** Calcula o espazo que percorre entre o segundo 10 e o segundo 20

Solución:

$$e(20) - e(10) = 1363 - 383 = 980 \text{ m}$$

Comproba o que sabes

1 Enuncia o teorema do resto e pon un exemplo.

Solución:

O **resto** que se obtén ao dividir o polinomio $P(x)$ entre o binomio $x - a$ é o valor numérico do polinomio para $x = a$

$$R = P(a)$$

Exemplo

Atopa, sen facer a división, o resto de dividir $P(x) = x^3 - 7x + 15$ entre $x + 3$

$$\begin{aligned} R &= P(-3) = (-3)^3 - 7 \cdot (-3) + 15 = \\ &= -27 + 21 + 15 = 9 \end{aligned}$$

2 Ordena de forma decrecente os graos do seguinte polinomio e calcula o grao, o coeficiente principal e o termo independente:

$$5x^3 - 6x^7 - 5x + 9$$

Solución:

$$-6x^7 + 5x^3 - 5x + 9$$

Grao: 7

Coeficiente principal: -6

Termo independente: 9

3 Desenvolve mentalmente os apartados a e b e factoriza os apartados c e d:

- | | |
|-------------------------|-----------------------------------|
| a) $(2x - 5)^2$ | b) $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$ |
| c) $3x^3 + 12x^2 + 12x$ | d) $x^2 - 5$ |

Solución:

a) $4x^2 - 20x + 25$

b) $x^2 - 3$

c) $3x(x + 2)^2$

d) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

4 Multiplica os polinomios:

$$P(x) = 5x^3 - x^2 + 3$$

$$Q(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

Solución:

$$15x^5 - 13x^4 + 22x^3 + 5x^2 - 6x + 12$$

5 Divide $P(x) = 8x^5 - 16x^4 + 21x^2 - 19x + 10$ entre $Q(x) = 2x^2 - 5x + 4$. Fai a comprobación.

Solución:

$$C(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x - 1$$

$$R(x) = -12x + 14$$

Compróbase que $Q(x) \cdot C(x) + R(x) = P(x)$

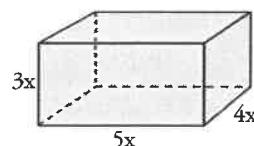
6 Divide por Ruffini $P(x) = x^4 - 10x^2 + 12$ entre $Q(x) = x + 3$

Solución:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

$$R = 3$$

7 Dado o seguinte paralelepípedo:



calcula en función de x:

- a) A área.
- b) O volume.

Solución:

a) $A(x) = 2 \cdot 5x \cdot 4x + 2 \cdot 5x \cdot 3x + 2 \cdot 4x \cdot 3x = 94x^2$

b) $V(x) = 3x \cdot 4x \cdot 5x = 60x^3$

8 Busca o valor de k para que o resto da seguinte división sexa 5:

$$(x^3 + kx - 6) : (x - 2)$$

Solución:

Aplícase o teorema do resto, tense que verificar que $P(2) = 5$

$$2^3 + 2k - 6 = 5$$

$$8 + 2k - 6 = 5$$

$$2k = 3$$

$$k = 3/2$$

Paso a paso

90 Multiplica os polinomios:

$$P(x) = 5x^3 - x^2 + 3 \quad e \quad Q(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

91 Desenvolve $(5x + 3/7)^2$

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

92 Factoriza $x^3 + 10x^2 + 25x$

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

93 Divide $D(x) = 6x^5 - 30x^3 + 22x^2 + 27x - 11$ entre $d(x) = 2x^3 - 4x^2 + 6$

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

94 Calcula o valor numérico do polinomio:

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 17 \text{ para } x = 2$$

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

95 Encontra as raíces do polinomio:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

Enuncia o seguinte problema e resólveo coa axuda de DERIVE ou Wiris:

96 Calcula o valor de k para que o resto da seguinte división sexa 5

$$(x^3 + kx - 6) : (x - 2)$$

Solución:

Resolto no libro do alumnado.

Practica**97** Desenvolve:

- a) $4x^3(2x + 3)^2$
 b) $(x + 3)(x - 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

Solución:

- a) $16x^5 + 48x^4 + 36x^3$ b) $x^4 - 12x^2 + 27$

98 Factoriza:

- a) $x^3 - 9x$
 b) $x^2 - 5$

Solución:

- a) $x(x + 3)(x - 3)$ b) $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

99 Multiplica os polinomios:

$$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$$

$$Q(x) = 3x^2 + x - 4$$

Solución:

$$6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 12x^2 + 17x - 20$$

100 Divide e fai a comprobación:

$$P(x) = 2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$$

$$\text{entre } Q(x) = x^2 - 3x - 1$$

Solución:

$$C(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x - 2$$

$$R(x) = -10x + 16$$

Compróbase que $C(x) \cdot Q(x) + R(x) = P(x)$

101 Divide

$$D(x) = 6x^3 - 13x + 5$$

$$\text{entre } d(x) = x + 2$$

Solución:

$$C(x) = 6x^2 - 12x + 11$$

$$R = -17$$

102 Encontra, sen facer a división, o resto de dividir $P(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ entre $x - 2$ **Solución:**

Aplícase o teorema do resto:

$$R = P(2) = -11$$

103 Calcula as raíces do polinomio:

$$P(x) = x^3 + 7x^2 - 4x - 28$$

Solución:

$$x_1 = -7, x_2 = -2, x_3 = 2$$

Enuncia os seguintes problemas e resólveos coa axuda de DERIVE ou Wiris:

104 Encontra o valor de k para que o resto da seguinte división sexa 5:

$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$$

Solución:

Aplícase o teorema do resto:

$$P(-3) = 5 \Rightarrow 9k - 31 = 5 \Rightarrow k = 4$$

105 Comproba, sen facer a división, que o polinomio

$$P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$$

é divisible entre $x - 3$ **Solución:**

Aplícase o teorema do factor:

$$R = P(3) = 0 \Rightarrow \text{Si é divisible.}$$

106 Internet. Abre a web: www.xerais.es e elixe Matemáticas, curso e tema.