

EXAMEN SORPRESA.

TEMA 4: ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

1- Resuelve:

a) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$

$$\frac{2^x}{2} + \frac{2^x}{2^2} + \frac{2^x}{2^3} + \frac{2^x}{2^4} = 960 \Rightarrow 2^x \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \right) = 960$$

$$2^x (8 + 4 + 2 + 1) = 960 \cdot 16 \Rightarrow 2^x = \frac{960 \cdot 16}{15} = 1024 \Rightarrow 2^x = 2^{10}$$

X=10

b) $\begin{cases} \lg x + \lg y = 3 \\ 2 \lg x - 2 \lg y = -1 \end{cases}$

dos formas de resolverlo:

$\begin{cases} \lg xy = \lg 10^3 \\ \lg \frac{x^2}{y^2} = \lg 10^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 1000 \\ \frac{x^2}{y^2} = 10^{-1} \end{cases}$

Mét. reducción: $\begin{cases} 2\lg x + 2\lg y = 6 \\ 2\lg x - 2\lg y = -1 \end{cases}$

$\lg x = 5/4 \Leftrightarrow 4\lg x = 5$

$x = 10^{5/4} \Rightarrow \log 10^{5/4} + \log y = 3 \Rightarrow$

$5/4 + \log y = 3 \Rightarrow \log y = 7/4 \Rightarrow y = 10^{7/4}$

soluc. $x = 10^{5/4} \quad y = 10^{7/4}$

10. $\frac{(1000)^2}{y^2} = y^2 \Rightarrow 10^7 = y^4 \Rightarrow y = 10^{7/4} = 10^{\sqrt[4]{108}}$

$x = \frac{10^3}{10^{7/4}} = 10^{3-7/4} = 10^{5/4} = 10 \cdot \sqrt[4]{10}$

soluc. $x = 10 \sqrt[4]{10} \quad y = 10^{\sqrt[4]{108}}$

2- De dos fracciones sabemos que tienen el mismo numerador, sus denominadores son números consecutivos y la suma de ambas es igual a $27/20$. Sabemos también que la suma del numerador y del denominador de la menor de las dos fracciones es igual a 8. ¿Cuáles son esas fracciones?

datos

$x, y \in \mathbb{Z}$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{y} \text{ Mayor} \\ \frac{x}{y+1} \text{ Menor} \end{array} \right.$

$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{x}{y+1} = \frac{27}{20} \\ x + y + 1 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20(y+1)x + 20xy = 27 \cdot y(y+1) \\ x + y = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} 20xy + 20xy + 20xy = 27y^2 + 27y \\ x = 7 - y \end{cases} \Rightarrow 40y(7-y) + 20(7-y) = 27y^2 + 27y$

$280y - 40y^2 + 140 - 20y = 27y^2 + 27y \Rightarrow 0 = 67y^2 - 233y - 140 \Rightarrow y = \frac{233 \pm \sqrt{233^2 + 37520}}{2 \cdot 67}$

$\Rightarrow \frac{233 \pm 603}{134} = \begin{cases} 4 \\ -\frac{35}{67} \end{cases}$ sin sentido físico.

\Rightarrow calculo x: $x = 7 - 4 = 3$

soluc. $\frac{3}{4}, \frac{3}{5}$

3- Una empresa de transportes gestiona una flota de 60 camiones de tres modelos diferentes. Los mayores transportan una media diaria de 15000 kg. y recorren diariamente una media de 400 kilómetros. Los medianos transportan diariamente una media de 10000 kilogramos y recorren 300 kilómetros. Los pequeños transportan diariamente 5000 kilogramos y recorren 100 km. de media. Diariamente los camiones de la empresa transportan un total de 475 toneladas y recorren 12500 km. entre todos. ¿Cuántos camiones gestiona la empresa de cada modelo?.

3

Número de camiones

x = grandes
y = medianos
z = pequeños

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ 15000x + 10000y + 5000z = 475000 \\ 400x + 800y + 100z = 125000 \end{cases}$$

Simplifica \Rightarrow

$$\begin{cases} x + y + z = 60 & \textcircled{1} \\ 3x + 2y + z = 95 & 3E_1 - E_2 \\ 4x + 3y + z = 125 & 4E_1 - E_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 60 & \textcircled{2} \\ y + 2z = 85 & \\ y + 3z = 115 & E_2 - E_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 60 \\ y + 2z = 85 & * \\ -z = -30 \end{cases}$$

(3E₁ - E₂)

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad 3x + 3y + 3z = 180 \\ \quad -3x - 2y - z = -95 \\ \hline \quad \quad 0 \quad y + 2z = 85 \end{array}$$

(4E₁ - E₃)

$$\begin{array}{r} 4x + 4y + 4z = 240 \\ -4x - 3y - z = -125 \\ \hline \quad \quad 0 \quad y + 3z = 115 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad y + 2z = 85 \\ \quad -y - 3z = 115 \\ \hline \quad \quad 0 \quad -z = -30 \end{array}$$

* \Rightarrow

$$\left. \begin{array}{l} z = 30 \\ y + 2 \cdot 30 = 85 \Rightarrow y = 25 \\ x + 25 + 30 = 60 \Rightarrow x = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Solución:
5 camiones grandes,
25 medianos y 30
pequeños.