

1. LÍMITES, CONTINUIDADE E DERIVABILIDADE

1.1. Calcular os seguintes límites.

i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(e^x - 1)$

ii. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x-3}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1) \cdot \operatorname{sen} x}{1 - \cos^2 x}$

1.2. Estudar a continuidade das seguintes funcións indicando, se existe, o tipo de discontinuidade de que se trata, e estendendo a continuidade se é posible.

i. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$

ii. $g(x) = \frac{x^2 - x}{1 - e^x}$

iii. $h(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & \text{se } x \leq 1 \\ x + 3 & \text{se } x > 1 \end{cases}$

1.3. Estudar a continuidade e derivabilidade da función $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 4 & \text{se } x < 2 \\ ax + b & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$ dependendo do valor dos parámetros a e b .1.4. Estudar se a ecuación $1 - \cos x = (x-1)e^x$ ten algunha solución e procurar un intervalo de amplitude non superior a 4 uds no que se localice tal solución, se é o caso.2. TEOREMAS E USO DAS DERIVADAS2.1. Estudar se a función $f(x) = (e^x - 1) \cos \frac{\pi x}{2}$ ten algún extremo relativo e procurar un intervalo de amplitude non superior a 2 uds no que se localice tal solución, se é o caso.2.2. Estudar se a función $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 2}$ está nas hipóteses do Teorema do Valor Médio do Cálculo Diferencial no intervalo $[2, 4]$ e, en caso afirmativo, calcular a taxa de variación média de f nese intervalo e obter o punto ao que se refire o teorema.2.3. Obter o valor de a para que a recta tanxente á función $f(x) = ax - x^2$ en $x = -2$ sexa paralela á recta $y = 5x - 2$ e obter nese caso, as rectas tanxente e normal á curva f en $x = -2$.3. ESTUDO E REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIÓNS

3.1. Facer o estudo completo (dominio, continuidade, derivabilidade, asíntotas, monotonia e extremos, curvatura e inflexións) e a representación gráfica das funcións:

i. $f(x) = \frac{x}{4 - x^2}$

ii. $g(x) = \frac{x^2}{x + 2}$

iii. $h(x) = e^x(x + 3)$

iv. $k(x) = \frac{2 - x}{x^3 - 4x}$

4. OPTIMIZACIÓN4.1. Obter as dimensións óptimas dun marco rectangular de madeira, sabendo que a superficie a emarcar é de 2 m^2 e que os lados verticais custan 12 €/m^2 mentres que os horizontais custan 15 €/m^2 , se queremos que o seu custo sexa mínimo.4.2. Obter as coordenadas do punto da gráfica da curva $xy - 4 = 0$ que teña unha menor distancia á orixe de coordenadas.4.3. Dividir un segmento de 10 uds de lonxitude en dous anacos, de xeito que a suma das áreas do cuadrado construído sobre o primeiro anaco e do triángulo equilátero construído sobre o segundo sexa mínima.