Matemáticas II / 2º bacharelato 16/03/2010

Rec 3 Matrices e Sistemas Lineares

Tema 4 Determinantes e Sistemas Lineares

Só T4 exs 1-6; T4 & Rec T3 exs 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9

TOTAL	SUMA	NOTA
9/11.5		

Nome

1

1. Resolver a ecuación $\begin{vmatrix} x & x & x & x \\ x & 1 & 0 & x \\ x & 0 & x & 1 \\ x & x & 1 & 0 \end{vmatrix}=0$.

En primeiro lugar calcularemos o determinante:

$$\begin{vmatrix} x & x & x & x \\ x & 1 & 0 & x \\ x & 0 & x & 1 \\ x & x & 1 & 0 \end{vmatrix}^{\substack{F_2-F_1\\F_3-F_1\\F_4-F_1}}=\begin{vmatrix} x & x & x & x \\ 0 & 1-x & -x & 0 \\ 0 & -x & 0 & 1-x \\ 0 & 0 & 1-x & -x \end{vmatrix}=x\cdot\begin{vmatrix} 1-x & -x & 0 \\ -x & 0 & 1-x \\ 0 & 1-x & -x \end{vmatrix}^{F_1+F_2+F_3}=$$

$$=x\cdot\begin{vmatrix} 1-2x & 1-2x & 1-2x \\ -x & 0 & 1-x \\ 0 & 1-x & -x \end{vmatrix}^{\substack{C_2-C_1\\C_3-C_1}}=x\cdot\begin{vmatrix} 1-2x & 0 & 0 \\ -x & x & 1 \\ 0 & 1-x & -x \end{vmatrix}^{F_1+F_2+F_3}=x\cdot(1-2x)\cdot\begin{vmatrix} x & 1 \\ 1-x & -x \end{vmatrix}=$$

$$=x\cdot(1-2x)\cdot(-x^2-(1-x))=x\cdot(1-2x)\cdot(-x^2+x-1)=x\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x+1)$$

Igualando esta última expresión a 0 resulta a ecuación $x\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x+1)=0$.

$$x\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x+1)=0 \iff \begin{cases} x=0 \\ 2x-1=0 \\ x^2-x+1=0 \end{cases} \iff \begin{cases} x=0 \\ x=\dfrac{1}{2} \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-4}}{2} \quad \notin \mathbb{R} \end{cases}$$

Asi as solucións son $x=0$ e $x=\dfrac{1}{2}$.

Nota: As operacións usadas para calcular o determinante non son as únicas posíbeis.

1	

2. Calcular o valor do determinante de orden n $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & x & 1 & \dots & 1 \\ -1 & -1 & x & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -1 & -1 & \dots & x \end{vmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & x & 1 & \dots & 1 \\ -1 & -1 & x & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -1 & -1 & \dots & x \end{vmatrix} \overset{\substack{F_2+F_1 \\ F_3+F_1 \\ \dots \\ F_n+F_1}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & x+1 & 2 & \dots & 2 \\ 0 & 0 & x+1 & \dots & 2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x+1 \end{vmatrix} = (x+1)^{n-1}$$

1	

3. i.Estudar en que casos $B=\begin{pmatrix} 0 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & a \\ 7 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ é regular e calcular a sua inversa neses casos.

1	

ii.Razonar a seguinte cuestión: sexa $C \in M_n(\mathbb{R})$, se $rang\ C=n$ entón C é regular.

i. $det\ B=\begin{vmatrix} 0 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & a \\ 7 & 0 & 5 \end{vmatrix}=49a-245$

B será regular $\Leftrightarrow$ $det\ B\neq 0$ $\Leftrightarrow$ $49a-245\neq 0$ $\Leftrightarrow$ $a\neq \frac{245}{49}=5$.

Asi que existe a inversa de B $\forall$ $a\neq 5$.

A matriz adxunta de B é: $Adj\ B=\begin{pmatrix} 20 & 7a-15 & -28 \\ -35 & -35 & 49 \\ 7a-20 & 15 & -21 \end{pmatrix}$, e polo tanto a inversa será

$$B^{-1}=\frac{1}{49a-245}\cdot Adj^t\ B=\frac{1}{49a-245}\cdot \begin{pmatrix} 20 & -35 & 7a-20 \\ 7a-15 & -35 & 15 \\ -28 & 49 & -21 \end{pmatrix}$$

ii. Se $C \in M_n(\mathbb{R})$, $rang\ C=n$ $\Leftrightarrow$ $det\ C\neq 0$ $\Leftrightarrow$ $\exists$ C^{-1}

4. Estudar a compatibilidade e resolver, se é posíbel, o sistema $\begin{cases} x+y+z=k-1 \\ kx+2y+z=k \\ x+y+kz=1 \end{cases}$.

[Nota: Deben-se utilizar o Teorema de Rouché e a Regra de Cramer.]

As matrices do sistema son $M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & 2 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$ e $M^*=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & k-1 \\ k & 2 & 1 & k \\ 1 & 1 & k & 1 \end{pmatrix}$.

$$det\ M=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & 2 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{vmatrix}=-k^2+3k-2$$

Igualando a 0 temos: $-k^2+3k-2=0 \Leftrightarrow k=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-8}}{-2}=\dfrac{-3\pm 1}{-2}$.

As solucións son polo tanto $k=1$ e $k=2$, co que temos trés casos:

1º Caso xeral: $k\neq 1$ e $k\neq 2$

$det\ M\neq 0 \Rightarrow rang\ M=rang\ M^*=3$

2º Caso particular $k=1$

As matrices son $M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e $M^*=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Tomando as filas F_1 e F_2 e as colunas C_1 e C_2: $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}=1\neq 0 \Rightarrow rang\ M=2$

E tomando F_1, F_2, F_3 e C_1, C_2, C_4: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=1\neq 0 \Rightarrow rang\ M^*=3$

3º Caso particular $k=2$

As matrices son $M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ e $M^*=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Tomando F_1, F_2 e C_1, C_3: $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=-1\neq 0 \Rightarrow rang\ M=2$

E tomando F_1, F_2, F_3 e C_1, C_3, C_4: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow rang\ M^* = 2$

Conclusións:

- se $k \neq 1$ e $k \neq 2$, $rang\ M = rang\ M^* = n^o\ incógnitas = 3 \Rightarrow$ o sistema é compatíbel determinado;
- se $k = 1$, $rang\ M \neq rang\ M^* \Rightarrow$ o sistema é incompatíbel;
- se $k = 2$, $rang\ M = rang\ M^* = 2 < n^o\ incógnitas \Rightarrow$ o sistema é compatíbel indeterminado con un grau de liberdade (a solución dependerá dun parámetro).

Resolve-se nos casos en que é compatíbel.

Se $k \neq 1$ e $k \neq 2$, é un sistema de Cramer, polo que a solución será:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} k-1 & 1 & 1 \\ k & 2 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & 2 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{vmatrix}} = \frac{k^2 - 2k}{-k^2 + 3k - 2} = \frac{k(k-2)}{-(k-1)(k-2)} = \frac{k}{1-k}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & k-1 & 1 \\ k & k & 1 \\ 1 & 1 & k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & 2 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{vmatrix}} = \frac{-k^3 + 2k^2 + k - 2}{-k^2 + 3k - 2} = \frac{-(k-1)(k+1)(k-2)}{-(k-1)(k-2)} = k + 1$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & k-1 \\ k & 2 & k \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ k & 2 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{vmatrix}} = \frac{-1}{-k^2 + 3k - 2} = \frac{1}{(k-1)(k-2)}$$

A solución é $\left(\frac{k}{1-k}, k+1, \frac{1}{(k-1)(k-2)} \right) \ \forall \ k \neq 1 \ e \ k \neq 2$.

No caso $k=2$ tomamos $\{F_1, F_2\}$ e $\{C_1, C_3\}$ como conxuntos linearmente independentes, polo que prescindimos da terceira ecuación (F_3) e consideramos a segunda incógnita como parámetro (C_2). O sistema resultante ten matriz ampliada $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1-y \\ 2 & 1 & 2-2y \end{pmatrix}$.

Utilizando a regra de Cramer resulta:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 1-y & 1 \\ 2-2y & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{y-1}{-1}=1-y \text{ e } z=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1-y \\ 2 & 2-2y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{0}{-1}=0$$

A solución será polo tanto $(1-y, y, 0)$ $y \in \mathbb{R}$.

2 5. Dado o sistema $\begin{cases} 3x-2y+z=5 \\ 2x-3y+z=4 \end{cases}$, engadir–lle, de xeito razonado, unha nova ecuación, de maneira que o sistema resultante sexa:

i.incompatíbel; ii.compatíbel indeterminado (resolvé-lo neste caso); iii.compatíbel determinado (resolvé-lo).

i. Engadindo-lle a ecuación $2x-3y+z=0$, por exemplo, resulta o sistema $\begin{cases} 3x-2y+z=5 \\ 2x-3y+z=4 \\ 2x-3y+z=0 \end{cases}$ que é claramente incompatíbel.

ii. Engadindo-lle a ecuación $5x-5y+2z=9$, por exemplo, que é combinación linear das duas primeiras ecuacións, o sistema $\begin{cases} 3x-2y+z=5 \\ 2x-3y+z=4 \\ 5x-5y+2z=9 \end{cases}$ é compatíbel indeterminado.

Utillizando o método de Cramer temos que:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 5-z & -2 \\ 4-z & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}}=\frac{z-7}{-5}=\frac{7-z}{5} \text{ e } y=\frac{\begin{vmatrix} 3 & 5-z \\ 2 & 4-z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}}=\frac{-z+2}{-5}=\frac{z-2}{5}$$

A solución será $\left(\frac{7-z}{5}, \frac{z-2}{5}, z\right)$ $z \in \mathbb{R}$.

iii. Para obter un sistema compatíbel determinado, engadimos unha ecuación que non sexa combinación linear das duas do sistema inicial: $\begin{cases} 3x-2y+z=5 \\ 2x-3y+z=4 \\ z=0 \end{cases}$

A matriz de coeficientes deste sistema é $M=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, que ten determinante $det\ M=-5\neq 0 \Rightarrow rang\ M=rang\ M^*=3$.

Polo método de Gauss resulta:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{3F_2-2F_1} \sim \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 & 5 \\ 0 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{\substack{F_1-F_3 \\ F_2-F_3}} \sim \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 5 \\ 0 & -5 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{5F_1-2F_2} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 & 21 \\ 0 & -5 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{\substack{\frac{1}{15}F_1 \\ -\frac{1}{5}F_2}} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{7}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

A solución é neste caso $\left(\frac{7}{5},-\frac{2}{5},0\right)$.

1	

6. Razonar se é certa ou falsa a seguinte afirmación e aportar exemplos: un sistema linear con menos ecuacións que incógnitas sempre ten solución.

Non é certo necesariamente, xá que hai sistemas lineares con menos ecuacións que incógnitas que, contodo, non teñen solución.

Exemplo

O sistema $\begin{cases} x+y+z=5 \\ 2x+2y+2z=4 \end{cases}$ é claramente incompatíbel, ainda que ten menos ecuacións que incógnitas.

7. Dado o conxunto $B=\{(-5,1,3),(1,-3,0),(2,0,2),(4,2,-3)\}$:

1	
0.5	
0.5	

i. estudar a dependéncia linear e o rango de B ;

ii. suprimir de maneira razonada un vector do conxunto B de maneira que non varie o seu rango;

iii. suprimir de maneira razonada un vector de maneira que o rango de B diminua nunha unidade.

i. $\alpha(-5,1,3)+\beta(1,-3,0)+\gamma(2,0,2)+\delta(4,2,-3)=(0,0,0) \Leftrightarrow \begin{cases} -5\alpha+\beta+2\gamma+4\delta=0 \\ \alpha-3\beta+2\delta=0 \\ 3\alpha+2\gamma-3\delta=0 \end{cases}$

A matriz ampliada do sistema é $M^*=\begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$.

Usando o método de Gauss obtemos:

$$M^*=\begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}^{\substack{5F_2+F_1 \\ 5F_3+3F_1}} \sim \begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -14 & 2 & 14 & 0 \\ 0 & 3 & 16 & -3 & 0 \end{pmatrix}^{14F_3+3F_2} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -14 & 2 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 224 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ [Ver nota 1]}$$

Esta matriz representa o sistema $\begin{cases} -5\alpha+\beta+2\gamma+4\delta=0 \\ -14\beta+2\gamma+14\delta=0 \\ 224\gamma=0 \end{cases}$.

Na terceira ecuación resulta $\gamma=0$.

Na segunda temos $-14\beta+2\gamma+14\delta=0$, e xá que $\gamma=0$, resulta $\beta=\delta$.

Finalmente substituíndo na primeira ecuación resulta:

$$-5\alpha+\beta+2\gamma+4\delta=0 \Leftrightarrow \alpha=\frac{1}{5}\cdot(\beta+2\gamma+4\delta)=\frac{1}{5}\cdot(\delta+4\delta)=\frac{1}{5}\cdot(5\delta)=\delta$$

A solución do sistema é polo tanto $(\delta,\delta,0,\delta)$ $\delta \in \mathbb{R}$ [1].

Ao non ser a solución única, B é un conxunto linearmente dependente.

Escollendo algun valor para δ obtemos unha solución particular: por exemplo, para $\delta=1$, resulta $\alpha=1$, $\beta=1$ e $\gamma=0$.

Con estes valores podemos estabelecer a seguinte combinación linear:

[2] $(-5,1,3)+(1,-3,0)+(4,2,-3)=(0,0,0) \Leftrightarrow (-5,1,3)=-(1,-3,0)-(4,2,-3)$

Deste xeito o vector $(-5,1,3)$ é combinación linear dos vectores $(1,-3,0)$ e $(4,2,-3)$, polo que podemos eliminá-lo e estudar daquela a dependéncia linear do subconxunto $B'=\{(1,-3,0),(2,0,2),(4,2,-3)\}$.

$$\alpha(1,-3,0)+\beta(2,0,2)+\gamma(4,2,-3)=(0,0,0) \Leftrightarrow \begin{cases}\alpha+2\beta+4\gamma=0\\ -3\alpha+2\gamma=0\\ 2\beta-3\gamma=0\end{cases}$$

A matriz ampliada é agora:

$$M^*=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4 & 0\\ -3 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 2 & -3 & 0\end{pmatrix} \overset{F_2+3F_1}{\sim} \begin{pmatrix}1 & 2 & 4 & 0\\ 0 & 6 & 14 & 0\\ 0 & 2 & -3 & 0\end{pmatrix} \overset{3F_3-F_2}{\sim} \begin{pmatrix}1 & 2 & 4 & 0\\ 0 & 6 & 14 & 0\\ 0 & 0 & -23 & 0\end{pmatrix}$$

O sistema equivalente é $\begin{cases}\alpha+2\beta+4\gamma=0\\ 6\beta+14\gamma=0\\ -23\gamma=0\end{cases}$, de onde obtemos de xeito imediato $\alpha=\beta=\gamma=0$.

Ao ser a solución única, o subconxunto B' é linearmente independente, polo que $rang\ B=rang\ B'=3$.

Nota 1: á vista da matriz $\begin{pmatrix}-5 & 1 & 2 & 4 & 0\\ 0 & -14 & 2 & 14 & 0\\ 0 & 0 & 224 & 0 & 0\end{pmatrix}$ *xá se pode xustificar que* $rang\ B=3$, *por ser esta unha matriz triangular na que non existen filas nulas.*

ii. Ao suprimir o vector $(-5,1,3)$, como temos feito en [2], o rango de B non varia.

iii. Á vista da solución obtida en [1], é posíbel expresar calquer dos vectores como combinación linear dos outros, agás no caso do terceiro deles. Por este motivo, o único vector que se pode suprimir de xeito que o rango diminua unha unidade é o vector $(2,0,2)$.

1.5	

8. Utilizando o método de Gauss, estudar a compatibilidade do sistema $S \equiv \begin{cases} 5x+z=0 \\ 2x-y+z=-1 \\ x+2y-z=2 \\ 5y-3z=5 \end{cases}$ e resolvé-lo, no caso de que sexa posíbel.

A matriz ampliada do sistema é:

$$M^*=\begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -3 & 5 \end{pmatrix} \overset{\substack{F_2-2F_3 \\ 5F_3-F_1}}{\sim} \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 3 & -5 \\ 0 & 10 & -6 & 10 \\ 0 & 5 & -3 & 5 \end{pmatrix} \overset{\substack{F_3+2F_2 \\ F_4+F_2}}{\sim} \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Das filas non triviais F_1 e F_2 obtemos o sistema $\begin{cases} 5x+z=0 \\ -5y+3z=-5 \end{cases}$, e resolvendo en función do parámetro z, resulta $y=\dfrac{3z+5}{5}$ na segunda ecuación e $x=-\dfrac{z}{5}$ na primeira.

Asi a solución é $\left(-\dfrac{z}{5}, \dfrac{3z+5}{5}, z\right)$ $z \in \mathbb{R}$, solucion múltiple polo que é un sistema compatíbel indeterminado.

1	

9. Resolver $ABX-CX=2C$, con $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $C=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$ABX-CX=2C \Leftrightarrow (AB-C)X=2C \Leftrightarrow X=(AB-C)^{-1}\cdot 2C=2(AB-C)^{-1}C$$

$$AB-C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7 & -1 & 5 \\ 8 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 & -2 & 5 \\ 9 & -1 & 6 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

A matriz $AB-C$ é regular xá que o seu determinante é $det(AB-C)=-7\neq 0$.

A matriz adxunta de $AB-C$ é $Adj(AB-C)=\begin{pmatrix} 0 & 6 & 1 \\ 0 & -5 & -2 \\ -7 & 9 & 12 \end{pmatrix}$, e polo tanto a inversa será:

$(AB-C)^{-1}=\dfrac{1}{-7}\begin{pmatrix} 0 & 6 & 1 \\ 0 & -5 & -2 \\ -7 & 9 & 12 \end{pmatrix}^t=-\dfrac{1}{7}\begin{pmatrix} 0 & 0 & -7 \\ 6 & -5 & 9 \\ 1 & -2 & 12 \end{pmatrix}$, asi que a matriz X é

$$X=2(AB-C)^{-1}C=-\frac{2}{7}\begin{pmatrix} 0 & 0 & -7 \\ 6 & -5 & 9 \\ 1 & -2 & 12 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}=-\frac{2}{7}\begin{pmatrix} -7 & 7 & -7 \\ 20 & -13 & 4 \\ 15 & -15 & 10 \end{pmatrix}$$