

1.- Escribe a ecuación explícita dunha recta que teña por pendente -3 e que pase polo punto (2,-1).

A ecuación punto pendente é $y - y_0 = m(x - x_0)$, onde m é a pendente da recta e (x_0, y_0) son as coordenadas dun punto calquera por onde pase a recta, daquela a ecuación da recta é $y - (-1) = -3(x - 2) \Leftrightarrow y + 1 = -3x + 6 \Leftrightarrow y = -3x + 5$ a última destas ecuacións é a ecuación explícita.

Outra maneira de resolver o problema é:

A ecuación explícita é $y = mx + n$, como a pendente é -3, $y = -3x + n$, para que esta recta pase por (2,-1) debe ocorrer que $-1 = -3 \cdot 2 + n$, despegando n desta ecuación obtense $n = 5$, polo que a ecuación pedida é $y = -3x + 5$

2.- Determina a pendente dunha recta que pase polos puntos A(1,4) e B(-2,5). Escribe a ecuación desta recta. ¿En que puntos corta esta recta aos eixos de coordenadas?

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 4}{-2 - 1} = -\frac{1}{3}$$

Como a recta pasa por (1,4), da ecuación punto-pendente $y - 4 = -\frac{1}{3}(x - 1) \Leftrightarrow x + 3y = 13$

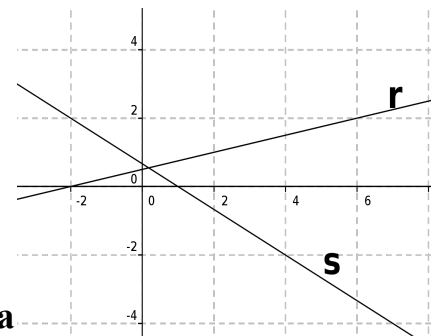
Comproba que a solución é correcta.

O punto onde corta ao eixo OX ten de ordenada $y = 0$, será da forma $(a, 0)$, para que estea na recta debe verificar a súa ecuación, daquela $a + 3 \cdot 0 = 13 \Leftrightarrow a = 13$.

A recta corta ao eixo de abscisas no punto (13,0).

O punto onde corta ao eixo de ordenadas é (0,b) $\Rightarrow 0 + 3b = 13 \Leftrightarrow b = 13/3$

A intersección co eixo OY é (0,13/3)



3.-Calcula as ecuacións das rectas r e s e o seu punto de intersección.

A recta r pasa polos puntos (-2,0) e (6,2), a súa pendente é $m_r = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - 0}{6 - (-2)} = \frac{1}{4}$, pola ecuación punto pendente: $r \equiv y = \frac{1}{4}(x + 2)$

A recta s pasa por (-2,2) e (4,-2), obtemos agora que

$$m_s = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$s \equiv y - 2 = -\frac{2}{3}(x + 2) \Leftrightarrow y = 2 - \frac{2}{3}(x + 2)$$

Para calcular o punto de intersección resolvemos o sistema:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4}(x + 2) \\ y = 2 - \frac{2}{3}(x + 2) \end{cases}, \text{ procedendo por igualación :}$$

$$2 - \frac{2}{3}(x + 2) = \frac{1}{4}(x + 2) \Leftrightarrow 24 - 8(x + 2) = 3(x + 2) \Leftrightarrow 24 - 8x - 16 = 3x + 6 \Leftrightarrow 2 = 11x \Leftrightarrow x = \frac{2}{11},$$

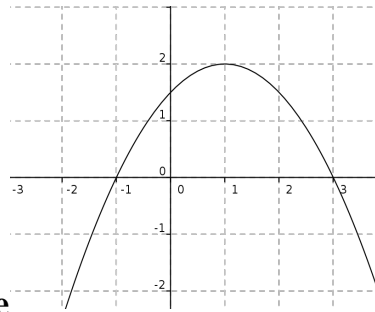
$$y = \frac{1}{4} \left(\frac{2}{11} + 2 \right) = \frac{6}{11}, \text{ as rectas córtanse no punto } \left(\frac{2}{11}, \frac{6}{11} \right)$$

4.- Calcula a ecuación da parábola representada.

$y=P(x)$, $P(x)$ debe ser un polinomio de grao dous,

Á vista da gráfica dedúcese que $P(-1)=0$ e que $P(3)=0$, e disto que $P(x)$ é divisible entre $(x+1)$ e tamén entre $(x-3)$, e como $P(x)$ ten grao dous: $P(x)=a \cdot (x+1) \cdot (x-3)$ onde a ten que ser un número real distinto de cero.

Como $P(1)=2$ (vese na gráfica) entón $2=a(1+1)(1-3)$, despegando a , $a=-1/2$, e a ecuación da parábola é $y=-\frac{1}{2}(x+1)(x-3)$



5.- Esta pregunta vale $-\frac{1}{2}(x+1)(x-3)$ onde x é o número que ti escollas. Escolle x .

6.- Esta outra pregunta vale $-4+5x^2-x^4$ puntos, ¿que valores de x garanten unha puntuación positiva desta pregunta?

7.- Representa a función $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & \text{se } x \leq 1 \\ 6 - x & \text{se } x > 1 \end{cases}$ e estuda as súas características.

Á vista da gráfica resolve a inecuación en x $f(x) < 3$

Para representar a función estudamos primeiro a gráfica da parábola

$$y = -x^2 - 2x + 3$$

-Como $a=-1 < 0$ a parábola é cóncava.

- A coordenada x do vértice é $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \cdot (-1)} = -1$

Como o vértice é un punto da parábola a súa ordenada é

$$y_v = -(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = 4$$

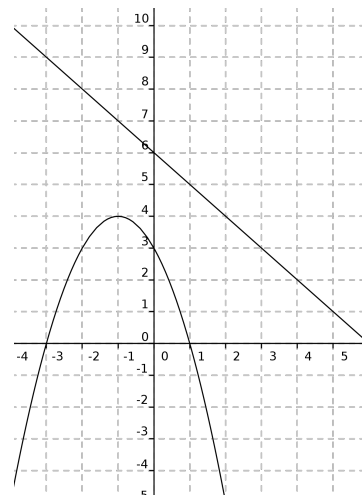
O vértice é $V(-1,4)$.

Puntos de corte cos eixos: se $x=0$ entón $y=3$, corta ao eixo OY no punto $(0,3)$

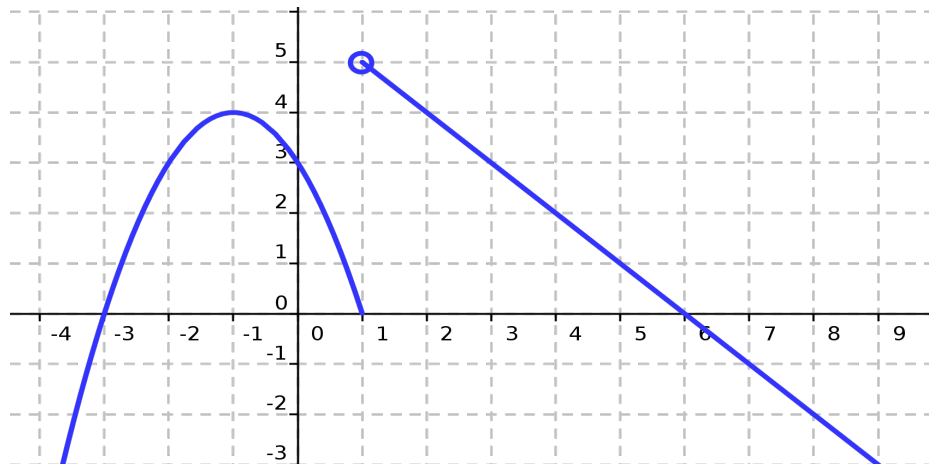
Se $y=0$, $-x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 2$, corta ao eixo OX nos puntos $(-1,0)$ e $(2,0)$.

Con estes datos as gráficas da parábola

$y = -x^2 - 2x + 3$ e da recta $y = 6 - x$ serían as da imaxe da dereita



Se suprimimos a parte de parábola onde $x > 1$ e a parte de recta onde $x \leq 1$, obtemos a gráfica de f que nos piden:



Características da función:

$\text{Dom } f = (-\infty, +\infty)$, $\text{Imaxe } f = (-\infty, 5)$, é unha función continua en todo o seu dominio agás en $x=1$.

En $x=1$ é descontinua porque:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 6 - x = 6 - 1 = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} -x^2 - 2x + 3 = 0, \text{ ao ser os límites}$$

laterais distintos a función non pode ser continua en $x=1$, é unha descontinuidade de salto finito.

No resto do dominio é continua porque as funcións polinómicas son funcións continuas.

Monotonía: f crece en calquera punto do intervalo $(-\infty, -1)$ e é decrecente para calquera $x \in (-1, 1) \cup (1, +\infty)$

Curvatura: f é cóncava no intervalo $(-\infty, 1)$

Acotación: está acoutada superiormente pero non inferiormente.

Tendencias $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

O conxunto de solucións da inecuación $f(x) < 3$ é $S = (-\infty, -2) \cup (0, 1) \cup (3, +\infty)$

6.- Dada a función $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{se } x < 1 \\ 8 - 2x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$ pídese:

a) Representación gráfica.

b) Monotonía e extremos relativos e absolutos.

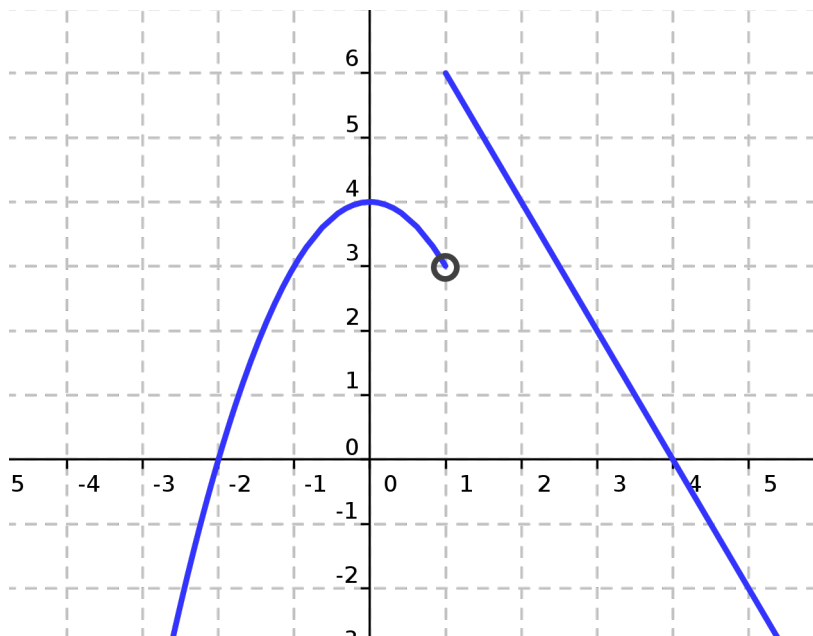
c) Estudo da continuidade, explicando en que puntos e continua e en cales e descontinua xustificando as respostas.

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

e) Solucións da ecuación $f(x)=0$

f) Solucións da inecuación $f(x)<0$

a)



b) Crece se $x \in (-\infty, 1)$ e decrece se $x \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$

c) No punto (0,4) f ten un máximo relativo, o valor máximo (absoluto) da función é 6 e acada este valor máximo cando $x=2$. Non ten mínimos.

d) No intervalo $(-\infty, 1)$ f é continua por estar definida como unha función polinómica, tamén e continua no intervalo $(1, +\infty)$ pola mesma razón.

En $x=1$ f é descontinua porque os límites laterais neste punto non coinciden:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 8 - 2x = 8 - 2 \cdot 1 = 6 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 4 - x^2 = 4 - 1^2 = 3$$

e) Á vista da gráfica: $f(x)=0 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 4$

f) Tamén pola gráfica, o conxunto de solucións da inecuación $f(x)<0$ é $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$

