

Modelo exame da 1^a avaliación para matemáticas aplicadas 1º

NOME _____

1.- Expresa en forma de intervalos e representa na recta real:

a) $\{x \in \mathbb{R} / |x+4| \geq 2\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} / |5x-4| < 2\}$

2.- Expresa cunha única potencia:

a) $\sqrt[3]{\frac{1}{9} \cdot \sqrt{27}}$ b) $\frac{a \cdot \sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^5}}$

3.- a) Define logaritmo en base **b** de **a**.

Sen utilizar a calculadora determina o valor de **x**:

b) $x = \log_3 1/3$ c) $x = \log_5 \sqrt{125}$

4.- Resolve as seguintes ecuacións:

a) $5 \cdot 2^{x-1} = 15$ b) $\log(x+1) + \log(3x+8) = 2$ c) $\log_2(x-1) = -1$

5.- Realiza as operacións indicadas e simplifica:

a) $x - (1-x)^2$ b) $(-x-1)(-1+x) - \frac{1}{2}(3-x)$

6) a) ¿Que di o teorema do resto?

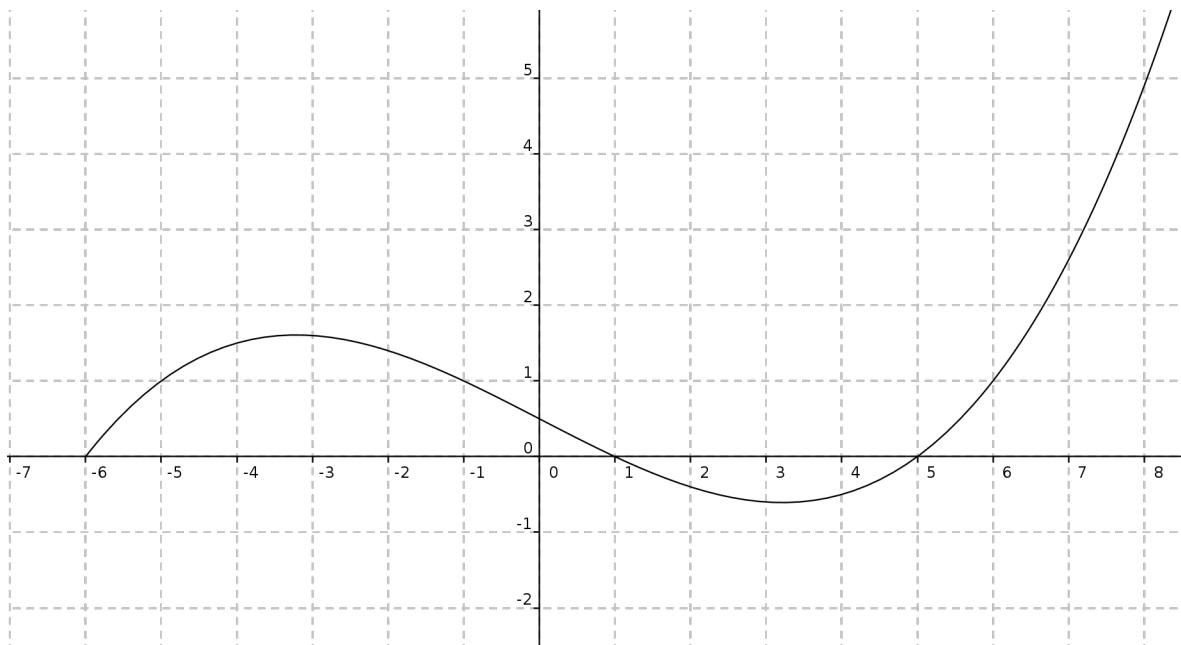
b) ¿Canto vale o resto da seguinte división enteira de polinomios? :

$$(3+2x)^5 - x + 7 : (x+2)$$

7.- Resolve as seguintes ecuacións:

a) $(x^2 - 2) \cdot (2x + 1) = 0$ b) $1 - \sqrt{2x-1} = x - 7$

8.- Para a función f representada graficamente responde as seguintes cuestiós:



a) Dominio de f b) Imaxe ou percorrido de f (aproximadamente)

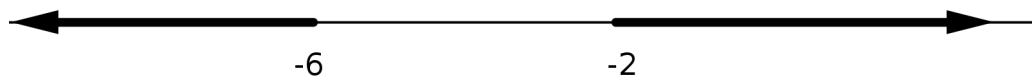
Resolve as seguintes ecuacións e inecuacións:

$$c) f(x)=0 \quad d) f(x)<0 \quad e) f(x)=1 \quad f) f(x)>1$$

9.- Resove a inecuación: $\frac{x+4}{x+2} \geq 2x+5$

Solucións:

1. a) $|x+4| \geq 2 \Leftrightarrow x+4 \geq 2 \text{ ou } x+4 \leq -2 \Leftrightarrow x \geq -2 \text{ ou } x \leq -6 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -6] \cup [-2, +\infty)$
 $[x \in \mathbb{R} / |x+4| \geq 2] = (-\infty, -6] \cup [-2, +\infty)$



b) $|5x-4| < 2 \Leftrightarrow -2 < 5x-4 < 2 \Leftrightarrow 2 < 5x < 6 \Leftrightarrow 0'4 < x < 1'2 \Leftrightarrow x \in (0'4, 1'2)$

$$[x \in \mathbb{R} / |5x-4| < 2] = (0'4, 1'2)$$



$$2.- \text{ a) } \sqrt[3]{\frac{1}{9} \cdot \sqrt{27}} = \sqrt[3]{3^{-2} \cdot 3^{3/2}} = \sqrt[3]{3^{-2+3/2}} = \sqrt[3]{3^{-\frac{1}{2}}} = \left(3^{-\frac{1}{2}}\right)^{1/3} = 3^{-\frac{1}{6}}$$

$$\text{ b) } \frac{\mathbf{a} \cdot \sqrt{\mathbf{a}^3}}{\sqrt[3]{\mathbf{a}^5}} = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}^{3/2}}{\mathbf{a}^{5/3}} = \mathbf{a}^{5/2 - 5/3} = \mathbf{a}^{5/6}$$

3.-

$$\text{b) } x = \log_3 1/3 = \log_3 3^{-1} = -1$$

$$\text{c) } x = \log_5 \sqrt{125} = \log_5 5^{3/2} = 3/2$$

$$4.- \text{ a) } 5 \cdot 2^{x-1} = 15 \Leftrightarrow 2^{x-1} = 3 \Leftrightarrow \ln(2^{x-1}) = \ln 3 \Leftrightarrow (x-1) \cdot \ln 2 = \ln 3 \Leftrightarrow x-1 = \frac{\ln 3}{\ln 2} \Leftrightarrow x = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2} = 2'5849625$$

b)

$$\log(x+1) + \log(3x+8) = 2 \Leftrightarrow \log((x+1)(3x+8)) = 2 \Leftrightarrow 3x^2 + 11x + 8 = 10^2 \Leftrightarrow 3x^2 + 11x - 92 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = -\frac{23}{3}$$

A única solución é $x=4$ porque para $x=-\frac{23}{3}$ $x+1$ é negativo e non existen logaritmos de números negativos.

$$\text{c) } \log_2(x-1) = -1 \Leftrightarrow x-1 = 2^{-1} \Leftrightarrow x = 1 + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

5.-

$$\text{a) } x - (1-x)^2 = x - (1 - 2x + x^2) = -x^2 + 3x - 1$$

$$\text{b) } (-x-1)(-1+x) - \frac{1}{2}(3-x) = x - x^2 + 1 - x - 3/2 + \frac{1}{2}x = -x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

6.- O resto coincide co valor numérico do polinomio $(3+2x)^5 - x + 7$ para $x=-2$

$$\text{Resto} = (3+2 \cdot (-2))^5 - (-2) + 7 = (-1)^5 + 2 + 7 = 8$$

$$7.- \text{ a) } (x^2 - 2) \cdot (2x + 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 = 0 \text{ ou } 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \text{ ou } x = -\sqrt{2} \text{ ou } x = -1/2$$

$$\text{b) } 1 - \sqrt{2x-1} = x - 7 \Leftrightarrow 8 - x = \sqrt{2x-1} \Rightarrow 64 - 16x + x^2 = 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 18x + 65 = 0 \Leftrightarrow x = 13 \text{ ou } x = 5$$

A única solución é 5 xa que para $x=13$ non se verifica a igualdade.

8.- Á vista da gráfica son obvias as respuestas:

$$\text{a) } \mathbf{Dom f} = [-6, +\infty) \quad \text{b) } \mathbf{Imax f} = [-0'5, +\infty) \quad \text{c) A soluciones son } x=-6, x=1 \text{ e } x=5$$

d) O conxunto de soluciones é o intervalo $(1, 5)$ e) $x=-5, x=-1$ e $x=6$

$$\text{g) } S = (-5, -1) \cup (6, +\infty)$$

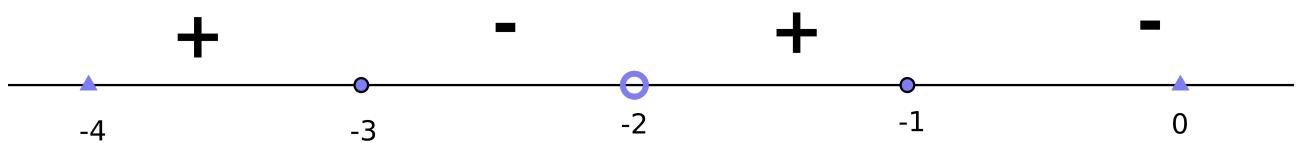
$$9.- \frac{x+4}{x+2} \geq 2x+5 \Leftrightarrow \frac{x+4}{x+2} - 2x - 5 \geq 0$$

Trátase de atopar aqueles valores de x para os que a función $f(x) = \frac{x+4}{x+2} - 2x - 5$ toma valores positivos ou ben toma o valor cero.

Representando sobre o dominio de f os puntos onde a función vale cero, e tomindo un punto en cada intervalo definido por este dominio e os puntos onde a función se anula:

$$\mathbf{Dom f} = (-\infty, -2) \cup (-2, +\infty), \quad \frac{x+4}{x+2} - 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = -1$$

Signo de $f(x) = \frac{x+4}{x+2} - 2x - 5$



Á vista do signo de $f(x)$ o conxunto de soluciós da inecuación é $S = (-\infty, -3] \cup (-2, -1]$