

12

# Áreas e volumes

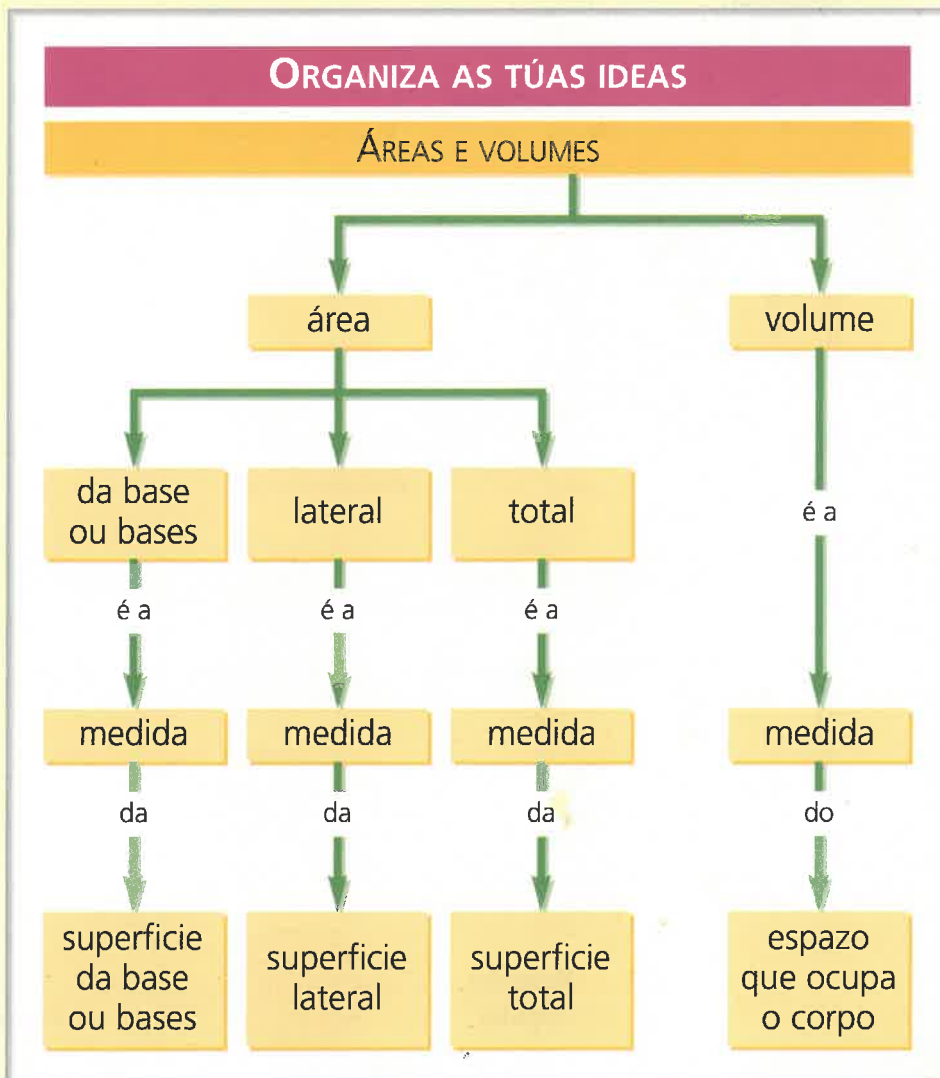


O tema comeza co estudo do cálculo de perímetros e áreas de figuras planas: triángulo, cadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapezio, trapezoide e polígono regular; e o cálculo de lonxitudes e áreas de figuras circulares: circunferencia, arco, círculo, sector circular, segmento circular, coroa circular e trapezio circular.

Continúase co cálculo da área e o volume do prisma, o cilindro, a pirámide e o cono.

O tema finaliza co cálculo da área e o volume do tronco de pirámide, o tronco de cono e a esfera.

Hai moitos obxectos da vida real que teñen forma de poliedro regular, prisma, cilindro, esfera, etc. Por exemplo, nun porto é fácil observar que hai depósitos con forma esférica e colectores con forma de prisma.



# 1. Área de figuras planas

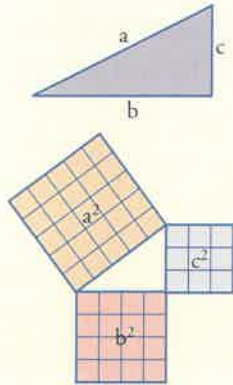
## PENSA E CALCULA



Calcula mentalmente as áreas dun cadrado de 7 m de lado e dun rectángulo de 9 m de longo e 5 m de alto.

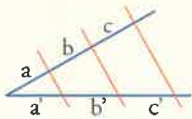
### Teorema de Pitágoras

$$a^2 = b^2 + c^2$$



### Teorema de Tales

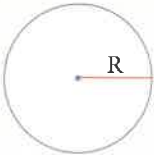
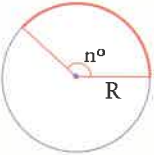
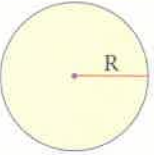
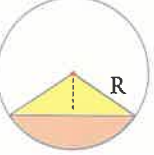
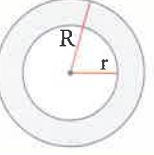
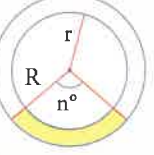
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



## 1.1. Perímetro e área de polígonos

Polígono	Debuxo	Perímetro	Área
Triángulo		$P = a + b + c$	$A = \frac{b \cdot h}{2}$ Fórmula de Herón: $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p = \text{semiperímetro}$
Cadrado		$P = 4a$	$A = a^2$
Rectángulo		$P = 2(b + a)$	$A = b \cdot a$
Rombo		$P = 4a$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Romboide		$P = 2(b + c)$	$A = b \cdot a$
Trapezio		$P = B + c + b + d$	$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$
Trapezoide		$P = a + b + c + d$	$A = \text{suma das áreas dos dous triángulos}$
Polígono regular		$P = n\ell$ $n = n^\circ \text{ de lados}$	$A = \frac{P \cdot a}{2}$

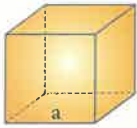
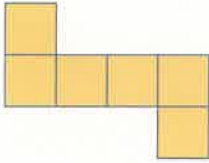
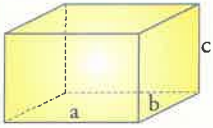
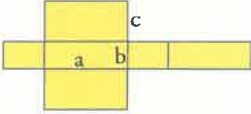
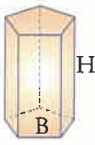
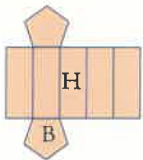

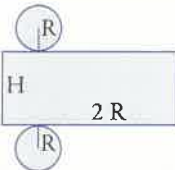
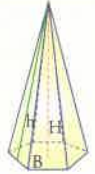
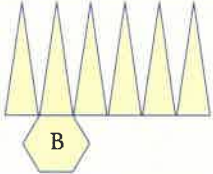
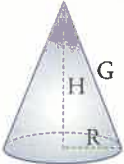
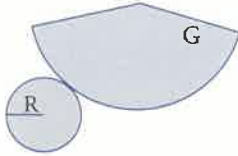
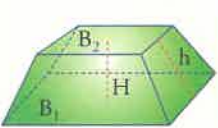
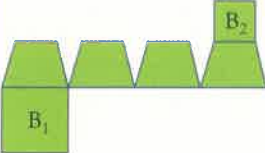
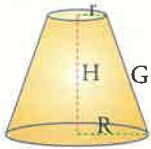
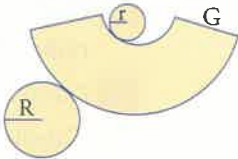
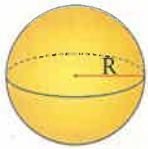
## 1.2. Lonxitude e área de figuras circulares

Nome	Debuxo	Lonxitude	Área
Circunferencia		$L = 2\pi R$	
Arco		$L_{\text{Arco}} = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot n^\circ$	
Círculo			$A = \pi R^2$
Sector circular			$A_{\text{Sector}} = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ$
Segmento circular			$A_{\text{Segmento}} = A_{\text{Sector}} - A_{\text{Triángulo}}$
Coroa circular			$A_{\text{Coroa}} = \pi(R^2 - r^2)$
Trapezio circular			$A_{\text{Trapezio circular}} = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{360^\circ} \cdot n^\circ$

### APLICA A TEORÍA

- Calcula a área dun triángulo cuxos lados miden 7 m, 8 m e 13 m
- Calcula mentalmente a área dun rombo cuxas diagonais miden 8 cm e 10 cm
- Calcula mentalmente a área dun romboide no que a base mide 12 m e a altura ten 5 m
- Calcula a área dun trapezio no que as bases miden 5,4 cm e 3,5 cm e a altura ten 4,6 cm
- Calcula a área dun hexágono regular de lado 6 m
- Calcula a lonxitude dunha circunferencia cuxo radio mide 5 cm
- Calcula a área dun círculo cuxo radio mide 3,7 m
- Calcula a lonxitude dun arco de 4,6 cm de radio e cuxa amplitude é de  $120^\circ$
- Calcula a área dun sector circular de 23,5 m de radio e cuxa amplitude é de  $76,5^\circ$
- Calcula a área dunha coroa circular cuxos radios miden:  $R = 6,7$  m e  $r = 5,5$  m

## 2. Área e volume de corpos no espazo

Nome	Debuxo	Desenvolvemento	Área	Volume
Cubo ou hexaedro			$A = 6a^2$	$V = a^3$
Paralelepípedo ou ortoedro			$A = 2(ab + ac + bc)$	$V = abc$
Prisma			$A_T = 2A_B + A_L$	$V = A_B \cdot H$
Cilindro			$A_B = \pi R^2$ $A_L = 2\pi RH$ $A_T = 2A_B + A_L$	
Pirámide			$A_T = A_B + A_L$	$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$
Cono			$A_B = \pi R^2$ $A_L = \pi RG$ $A_T = A_B + A_L$	
Tronco de pirámide			$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$	$V = \frac{1}{3} (A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}) \cdot H$
Tronco de cono			$A_{B_1} = \pi R^2$ $A_{B_2} = \pi r^2$ $A_L = \pi(R + r)G$ $A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$	
Esfera		Non ten desenvolvemento plano	$A = 4\pi R^2$	$V = \frac{4}{3} \pi R^3$

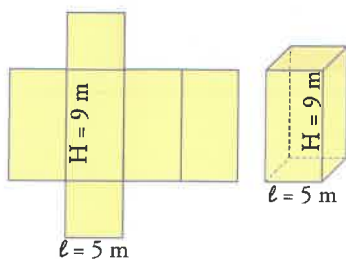


- a) Calcula mentalmente a área e o volume dun cubo de 3 m de aresta.  
 b) Calcula mentalmente a área e o volume dun paralelepípedo ou ortoedro de 5, 4 e 3 m de arestas.

### Volumen de prismas e cilindros

Todos eles teñen dúas bases iguais, por iso, o volume calcúlase aplicando a mesma fórmula:

$$V = A_B \cdot H$$



## 2.1. Área e volume do prisma

A **área total do prisma** dedúcese do seu desenvolvemento plano, formado por dúas bases iguais que son polígonos regulares, e tantos rectángulos iguais como arestas teña a base.

O **volumen do prisma** obtense multiplicando a área da base pola altura.

### Exemplo

Calcula a área e o volume dun prisma cuadrangular no que a aresta da base mide 5 m e a altura ten 9 m

Área total:  $A_T = 2A_B + A_L$

a)  $A_B = \ell^2 \Rightarrow A_B = 5^2 = 25 \text{ m}^2$

b)  $A_L = 4\ell H \Rightarrow A_L = 4 \cdot 5 \cdot 9 = 180 \text{ m}^2$

$A_T = 2 \cdot 25 + 180 = 50 + 180 = 230 \text{ m}^2$

Volume:  $V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 25 \cdot 9 = 225 \text{ m}^3$

## 2.2. Área e volume do cilindro

A **área total do cilindro** dedúcese do seu desenvolvemento plano, formado por dúas bases iguais que son círculos, e un rectángulo.

O **volumen do cilindro** obtense multiplicando a área da base pola altura.

### Exemplo

Calcula a área total e o volume dun cilindro recto cuxa base ten 3 m de radio e a súa altura é de 7 m

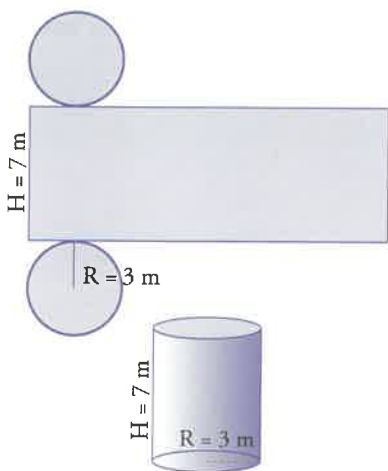
Área total:  $A_T = 2A_B + A_L$

a)  $A_B = \pi R^2 \Rightarrow A_B = \pi \cdot 3^2 = 28,27 \text{ m}^2$

b)  $A_L = 2\pi R H \Rightarrow A_L = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 7 = 131,95 \text{ m}^2$

$A_T = 2 \cdot 28,27 + 131,95 = 188,49 \text{ m}^2$

Volume:  $V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 28,27 \cdot 7 = 197,89 \text{ m}^3$



## APLICA A TEORÍA

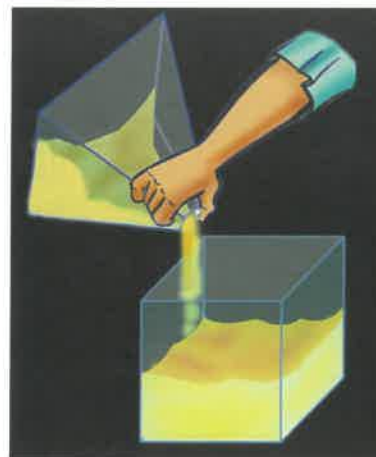
- 11 Calcula mentalmente a área e o volume dun cubo de 5 m de aresta.
- 12 Calcula a área e o volume dun cilindro recto cuxa base mide 7,5 m de radio e cuxa altura é o dobre do radio da base.
- 13 Calcula a área e o volume dun ortoedro cuxas arestas miden 8,5 cm, 7,4 cm e 5,2 cm
- 14 Calcula a área e o volume dun prisma cuadrangular no que a aresta da base mide 6 m e a súa altura é de 11 m
- 15 Calcula a área e o volume dun prisma hexagonal no que a aresta da base mide 12 m e a súa altura é de 25 m
- 16 O depósito de gasóleo dun sistema de calefacción ten forma de ortoedro, cuxas dimensións en metros son 1,5 m  $\times$  0,75 m  $\times$  1,8 m. Calcula canto custa enchelo se cada litro de gasóleo custa 0,55 €. Se a calefacción consome uniformemente todo o gasóleo en 120 días, canto se gasta diariamente en calefacción?

### 3. Área e volume de pirâmides e conos

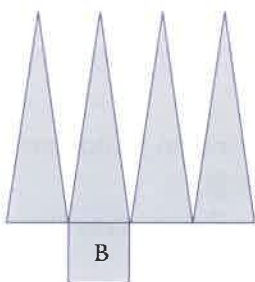
#### PENSA E CALCULA



- a) Tes un recipiente baleiro en forma de prisma e outro en forma de pirámide, coa mesma base e a mesma altura. Compara a fórmula do volume do prisma coa da pirámide, e calcula cantas veces tes que encher de sal a pirámide e botalo no prisma para enchelo.
- b) Tes un recipiente baleiro en forma de cilindro e outro en forma de cono, coa mesma base e a mesma altura. Compara a fórmula do volume do cilindro coa do cono, e calcula cantas veces tes que encher de sal o cono e botalo no cilindro para enchelo.



#### 3.1 Área e volume da pirámide



A **área total da pirámide** dedúcese do seu desenvolvemento plano, porque está formada por unha base que é un polígono regular, e tantos triángulos isósceles iguais como arestas teña a base:

$$A_T = A_B + A_L$$

O **volume da pirámide** obtense multiplicando un terzo pola área da base e pola altura:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

##### Exemplo

Calcula a área e o volume dunha pirámide cuadrangular cuxa base ten unha aresta de 6 m e cuxa altura é de 10 m

Área total:  $A_T = A_B + A_L$

Calcúlase a área da base e a área lateral:

a)  $A_B = \ell^2 \Rightarrow A_B = 6^2 = 36 \text{ m}^2$

b)  $A_L = 4 \cdot \frac{\ell \cdot h}{2}$

Hai que calcular o apotema da pirámide, **h**:

$$h = \sqrt{3^2 + 10^2} = \sqrt{109} = 10,44 \text{ m}$$

$$A_L = 4 \cdot 6 \cdot 10,44 : 2 = 125,28 \text{ m}^2$$

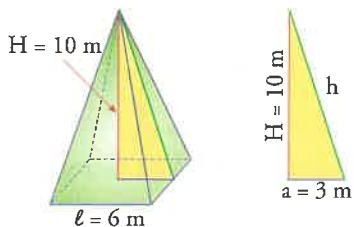
Logo:

$$A_T = 36 + 125,28 = 161,28 \text{ m}^2$$

Volume:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 10 = 120 \text{ m}^3$$



## 3.2. Área e volume do cono

### Volume de pirámides e conos

Todos eles teñen unha base e un pico, por iso, o volume calcúlase aplicando a mesma fórmula:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

A **área total do cono** dedúcese do seu desenvolvemento plano, porque está formado por unha base que é un círculo, e un sector circular:

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_L = \pi R G$$

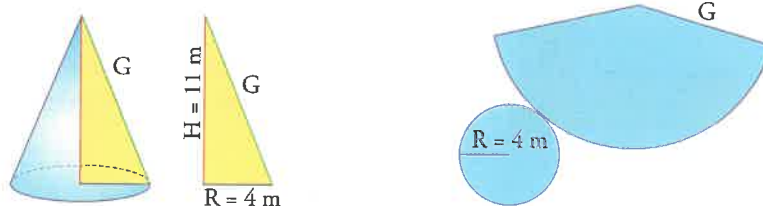
$$A_T = A_B + A_L$$

O **volume do cono** obtense multiplicando un terzo pola área da base e pola altura:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$$

### Exemplo

Calcula a área e o volume dun cono recto sabendo que o radio da base mide 4 m e a altura é de 11 m



Área total:  $A_T = A_B + A_L$

Calcúlase a área da base e a área lateral:

a)  $A_B = \pi R^2 \Rightarrow A_B = \pi \cdot 4^2 = 50,27 \text{ m}^2$

b)  $A_L = \pi R G$

Hai que calcular a xeratriz, G:

$$G = \sqrt{4^2 + 11^2} = \sqrt{137} = 11,7 \text{ m}$$

$$A_L = \pi \cdot 4 \cdot 11,7 = 147,03 \text{ m}^2$$

Logo:

$$A_T = 50,27 + 147,03 = 197,3 \text{ m}^2$$

Volume:

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 50,27 \cdot 11 = 184,32 \text{ m}^3$$

$$1 \div 3 \times 50,27 \times 11 = 184,32$$

$$\sqrt{(4 \times x^2 + 11 \times x^2)}$$

$$= 11,7$$

$$\pi \times 4 \times 11,7$$

$$= 147,03$$

## APLICA A TEORÍA

**17** Calcula a área e o volume dunha pirámide cuadrangular cuxa base ten 7 m de aresta e cuxa altura mide 15 m

**18** Calcula a área e o volume dun cono recto no que o radio da base mide 3,5 m e a altura é o triplo do dito radio.

**19** Calcula a área e o volume dunha pirámide hexagonal cuxa base ten unha aresta de 8 m e cuxa altura é de 23 m

**20** Una tenda de campaña ten forma de cono recto; o radio da base mide 1,5 m e a altura é de 3 m. O metro cadrado de solo custa 15 €, e o resto, 7 € o metro cadrado. Canto custa o material para construíla?



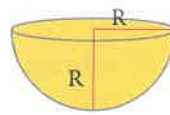
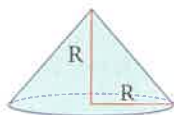
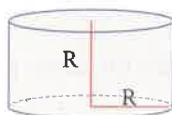
# 4. Área e volume de troncos e esfera

## PENSA E CALCULA



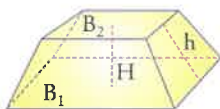
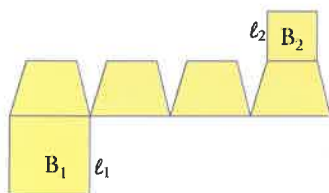
Aplicando mentalmente as fórmulas do volume:

a) Calcula o volume dos seguintes corpos en función de R: cilindro, cono e semiesfera.



b) O volume dun dos corpos é igual á suma dos volumes dos outros dous. Cal é a relación?

### 4.1. Área e volume do tronco de pirámide



A **área total dun tronco de pirámide** dedúcese do seu desenvolvemento plano, formado por dúas bases que son polígonos regulares desiguais, e tantos trapezios isósceles iguais como arestas teña a base:

$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$$

O **volume dun tronco de pirámide** obtense multiplicando un terzo pola suma das áreas das bases, máis a raíz cadrada do produto das devanditas áreas, multiplicado todo pola altura:

$$V = \frac{1}{3} (A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}) \cdot H$$

#### Exemplo

Calcula a área e o volume dun tronco de pirámide cadrada, no que a aresta da base maior mide 26 cm; a aresta da base menor, 14 cm; e a altura, 8 cm

Área total:  $A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$

Área das bases e área lateral:

a)  $A_{B_1} = \ell_1^2 \Rightarrow A_{B_1} = 26^2 = 676 \text{ cm}^2$

b)  $A_{B_2} = \ell_2^2 \Rightarrow A_{B_2} = 14^2 = 196 \text{ cm}^2$

c)  $A_L = 4 \cdot \frac{\ell_1 + \ell_2}{2} \cdot h$

Hai que calcular o apotema do tronco de pirámide **h**:

$$h = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

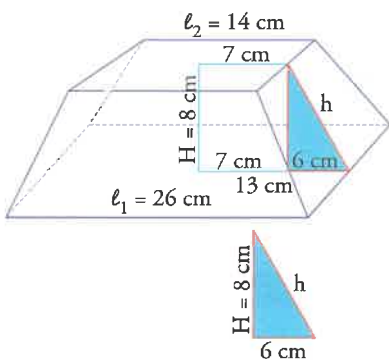
$$A_L = 4 \cdot \frac{26 + 14}{2} \cdot 10 = 800 \text{ cm}^2$$

Logo:

$$A_T = 676 + 196 + 800 = 1672 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} (A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}) \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} (676 + 196 + \sqrt{676 \cdot 196}) \cdot 8 = 3296 \text{ cm}^3$$



#### Volume de troncos de pirámide e conos

Todos eles teñen dúas bases desiguais; por iso, o volume calcúlase aplicando a mesma fórmula.

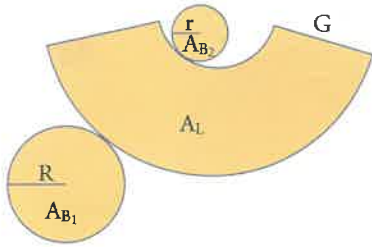
## 4.2. Área e volume do tronco de cono

A **área total dun tronco de cono** dedúcese do seu desenvolvemento plano, formado por dúas bases que son dous círculos desiguais e un trapezio circular:

$$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L; \quad A_{B_1} = \pi R^2; \quad A_{B_2} = \pi r^2; \quad A_L = \pi(R + r)G$$

O **volume dun tronco de cono** obtense multiplicando un terzo pola suma das áreas das bases, máis a raíz cadrada do produto das devanditas áreas, multiplicado todo pola altura.

$$V = \frac{1}{3} (A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}) \cdot H$$



### Exemplo

Calcula a área e o volume dun tronco de cono no cal o radio da base maior mide 9 m; o radio da base menor, 4 m; e a altura, 12 m

Área total:  $A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$

Área das bases e área lateral:

a)  $A_{B_1} = \pi R^2 \Rightarrow A_{B_1} = \pi \cdot 9^2 = 254,47 \text{ m}^2$

b)  $A_{B_2} = \pi r^2 \Rightarrow A_{B_2} = \pi \cdot 4^2 = 50,27 \text{ m}^2$

c)  $A_L = \pi(R + r)G$

Hai que calcular a xeratriz:  $G = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ m}$

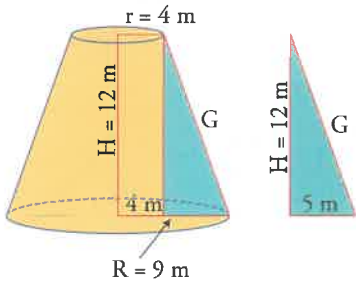
$$A_L = \pi \cdot (9 + 4) \cdot 13 = 530,93 \text{ m}^2$$

Logo:  $A_T = 254,47 + 50,27 + 530,93 = 835,67 \text{ m}^2$

Volume:

$$V = \frac{1}{3} (A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}) \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} (254,47 + 50,27 + \sqrt{254,47 \cdot 50,27}) \cdot 12 = 1671,37 \text{ cm}^3$$



## 4.3. Área e volume da esfera

A esfera non ten desenvolvemento plano. A **área da esfera** é igual á de catro círculos máximos:  $A = 4\pi R^2$

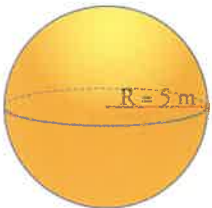
O **volume da esfera** obtense multiplicando catro terzos por  $\pi$  e polo radio ao cubo:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

### Exemplo

Calcula a área e o volume dunha esfera cuxo radio mide 5 m

$$A = 4\pi R^2 \Rightarrow A = 4\pi \cdot 5^2 = 314,16 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = 523,60 \text{ m}^3$$



## APLICA A TEORÍA

**21** Calcula a área e o volume dun tronco de pirámide cuadrangular sabendo que a aresta da base maior mide 16 m; a aresta da base menor, 12 m; e a altura, 20 m

**22** Calcula a área e o volume dun tronco de cono sabendo que o radio da base maior mide 7 m; o da base menor, 4 m; e a altura, 11 m

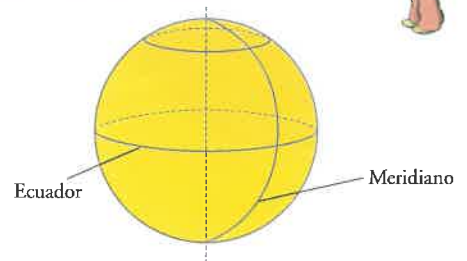
**23** Calcula a área e o volume dunha esfera cuxo radio mide 7,5 m

## 5. A esfera e o globo terráqueo

### PENSA E CALCULA



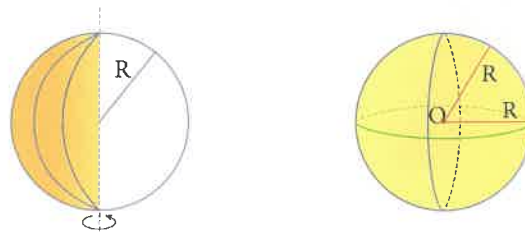
Sabendo que un **metro** é a dezmilionésima parte do cuadrante dun meridiano terrestre, e supoñendo que o globo terráqueo é unha esfera perfecta, calcula a lonxitude dun meridiano e a lonxitude do Ecuador. Exprésao en quilómetros.



### 5.1. A esfera

Unha **esfera** é un corpo de revolución que se obtén ao xirar un semicírculo sobre o seu diámetro.

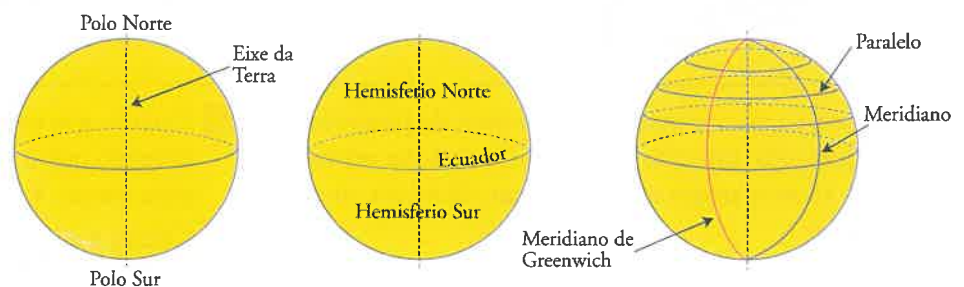
Unha esfera queda determinada polo seu centro e polo seu radio.



### 5.2. O globo terráqueo

O planeta **Terra** é case unha esfera na que se distinguen as seguintes partes:

- **Eixe da Terra:** recta imaxinaria arredor da cal xira a Terra sobre si mesma. Este movemento chámase de **rotación**.
- **Polos:** puntos de intersección do eixe coa superficie terrestre. Chámanse **Polo Norte** e **Polo Sur**.
- **Ecuador terrestre:** circunferencia máxima perpendicular ao eixe. O Ecuador divide a superficie terrestre en **Hemisferio Norte** e **Hemisferio Sur**.
- **Paralelos:** circunferencias paralelas ao Ecuador.
- **Meridianos:** circunferencias máximas que pasan polos polos.



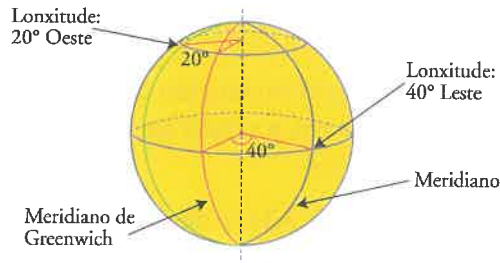
### 5.3. Coordenadas xeográficas

Todo punto da superficie terrestre queda determinado polo meridiano e o paralelo que pasan polo dito punto.

O meridiano de Greenwich e o Ecuador son o sistema de referencia.

As **coordenadas xeográficas** dun punto da superficie terrestre son a **lonxitude** e a **latitude**.

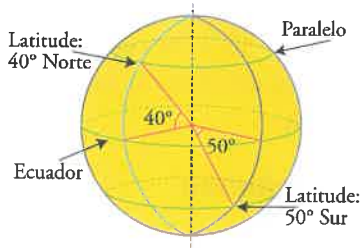
A **lonxitude** dun lugar é o arco de paralelo que forman o meridiano de Greenwich e o meridiano que pasa por ese lugar.



A lonxitude mídese de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  a partir do meridiano de Greenwich, distinguíndose entre Leste e Oeste.

A **latitude** dun lugar é o arco de meridiano que forman entre o Ecuador e o paralelo que pasa por ese lugar.

A latitude mídese de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  a partir do Ecuador, distinguíndose entre latitude Norte e latitude Sur.



## APLICA A TEORÍA

**24** Expresa de forma aproximada en graos e minutos a lonxitude e a latitude de:

- a) Sevilla                      b) Ourense  
c) Castelló                     d) Albacete

**25** Se a lonxitude do Ecuador é duns 40 000 km, calcula a distancia que se percorre sobre o Ecuador ao avanzar  $1^\circ$  en lonxitude.

**26** Busca no mapa as cidades cuxas coordenadas xeográficas son as seguintes:

- a)  $2^\circ 28' \text{ O } 36^\circ 50' \text{ N}$   
b)  $3^\circ 41' \text{ O } 40^\circ 24' \text{ N}$   
c)  $4^\circ 25' \text{ O } 36^\circ 43' \text{ N}$   
d)  $5^\circ 34' \text{ O } 42^\circ 36' \text{ N}$

**27** Se a lonxitude dun meridiano é duns 40 000 km, calcula a distancia que se percorre sobre un meridiano ao avanzar  $1^\circ$  en latitude.

**28** Calcula de forma aproximada a distancia que hai entre as localidades de Dos Hermanas (Sevilla) e Avilés (Asturias) se as coordenadas xeográficas de ambas as localidades son máis ou menos estas:

- Dos Hermanas:  $5^\circ 55' \text{ O}, 37^\circ 17' \text{ N}$
- Avilés:  $5^\circ 55' \text{ O}, 43^\circ 33' \text{ N}$



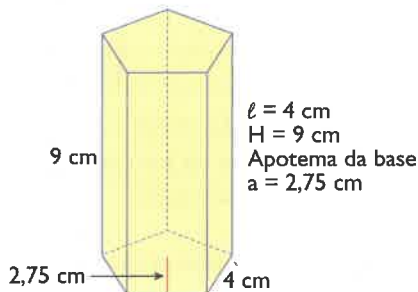


## 1. Área de figuras planas

- 29** Calcula mentalmente a área dun triángulo cuxa base mide 7 cm e cuxa altura é de 5 cm
- 30** Calcula mentalmente a área dun cadrado cuxo lado mide 0,6 m
- 31** Calcula mentalmente a área dun rectángulo que mide a metade de alto que de longo e cuxa altura é de 5 m
- 32** Calcula a área dun trapezio rectángulo cuxas bases miden 7,5 cm e 6,4 cm, e o lado perpendicular ás bases mide 5,3 cm
- 33** Calcula a área dun círculo de 7,23 m de radio.

## 2. Área e volume de corpos no espazo

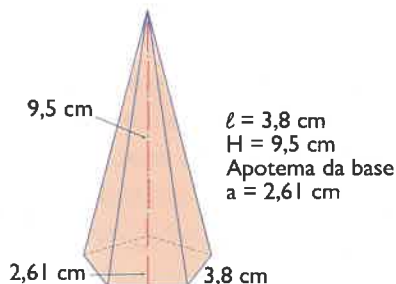
- 34** Calcula mentalmente a área e o volume dun cubo de 4 m de aresta.
- 35** Calcula mentalmente a área e o volume dun ortoedro cuxas arestas miden 10 m, 8 m e 2 m
- 36** Calcula a área e o volume do prisma pentagonal do seguinte debuxo:



- 37** Calcula a área e o volume dun cilindro recto no que o radio da base mide 12,5 m e cuxa altura é de 27,6 m

## 3. Área e volume de pirámides e conos

- 38** Calcula a área e o volume da pirámide pentagonal do seguinte debuxo:



- 39** Calcula a área e o volume dun cono recto no que o radio da base mide 43,5 m e cuxa altura é de 125,6 m

## 4. Área e volume de troncos e esfera

- 40** Calcula a área e o volume dun tronco de pirámide cuadrangular sabendo que a aresta da base maior mide 15 cm; a aresta da base menor, 9 cm; e a altura, 10 cm
- 41** Calcula a área e o volume dun tronco de cono sabendo que o radio da base maior mide 4 m, o da base menor é a metade e a altura é 7 m
- 42** Calcula a área e o volume dunha esfera cuxo radio mide 5,25 cm
- 43** As dimensións en centímetros dun cartón de leite dun litro son  $9,5 \times 6,4 \times 16,5$ . De construílo con forma esférica, cantos centímetros cadrados de cartón aforrariamos?

## 5. A esfera e o globo terráqueo

- 44** Expresa de forma aproximada a lonxitude e a latitude de Valencia e Zaragoza.



- 45** Busca no mapa as cidades cuxas coordenadas xeográficas son as seguintes:
- a)  $1^\circ 52' \text{ O } 39^\circ \text{ N}$     b)  $2^\circ 11' \text{ E } 41^\circ 23' \text{ N}$   
 c)  $8^\circ 39' \text{ O } 42^\circ 26' \text{ N}$     d)  $3^\circ 47' \text{ O } 37^\circ 46' \text{ N}$

- 46** Calcula a distancia que hai entre as localidades de Carmona (Sevilla) e Aller (Asturias) se as coordenadas xeográficas de ambas as localidades son:

Carmona:  $5^\circ 38' \text{ O}, 43^\circ 10' \text{ N}$

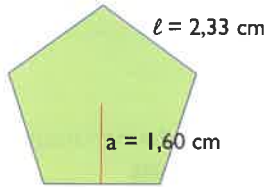
Aller:  $5^\circ 38' \text{ O}, 37^\circ 28' \text{ N}$

# Exercicios e problemas

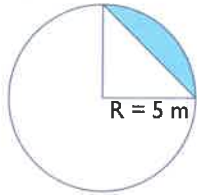


## Para ampliar

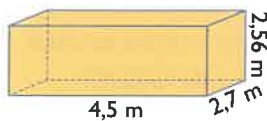
- 47 Calcula a área dun trapezio isósceles no que as bases miden 10 cm e 4 cm e os outros dous lados teñen 5 cm cada un.
- 48 Calcula a área do seguinte pentágono:



- 49 Calcula a lonxitude dun arco cuxo radio mide 5,4 cm e cuxa amplitude é de  $95^\circ$
- 50 Calcula a área do segmento circular coloreado de azul na seguinte figura:



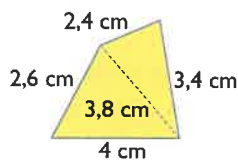
- 51 Calcula a área dun trapezio circular de radios  $R = 8,4$  m e  $r = 6,5$  m, e de amplitude  $43^\circ$
- 52 Calcula a aresta dun cubo de  $85 \text{ m}^2$  de área redondeando o resultado a dous decimais.
- 53 Calcula a área e o volume do seguinte ortoedro:



- 54 Calcula a área e o volume dun ortoedro sabendo que as súas arestas forman unha progresión xeométrica decrecente de razón  $1/2$  e que a aresta maior mide 5 m

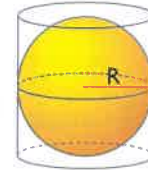
## Problemas

- 65 Calcula a área do seguinte trapezoide:



- 66 Calcula o número de voltas que dá unha roda de bicicleta para percorrer 1 km, se o radio da bicicleta mide 40 cm
- 67 Calcula o radio dunha pista de patinaxe circular que ten de área  $452,4 \text{ m}^2$

- 55 A un tarro de mel que ten forma cilíndrica queremos poñerlle unha etiqueta que o rodee completamente. O diámetro do tarro mide 9 cm e a altura da etiqueta é de 5 cm. Calcula a área da etiqueta.
- 56 Calcula a área e o volume dunha pirámide heptagonal na que a aresta da base mide 2 cm; o apotema, 2,08 cm; e a altura, 11 cm
- 57 Calcula a área e o volume dun cono recto no que o diámetro da base é igual á altura que mide 10 m
- 58 Calcula o radio dunha esfera de volume 1 litro.
- 59 Unha esfera de 4 cm de diámetro está inscrita nun cilindro. Cal é a altura do cilindro?



## Con calculadora

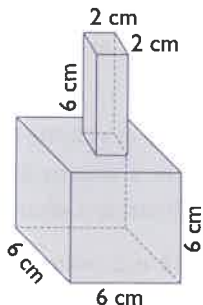
- 60 Calcula a lonxitude dunha circunferencia cuxo radio é de 3,85 cm
- 61 Calcula a área dunha coroa circular cuxos radios son  $R = 5,3$  m e  $r = 4,7$  m
- 62 Calcula a área dun sector circular cuxo radio mide 10,8 m e cuxa amplitude é de  $157^\circ$
- 63 Calcula a aresta dun cubo cuxo volume mide  $2 \text{ m}^3$ , redondeando o resultado a dous decimais.
- 64 Calcula a área e o volume dunha pirámide hexagonal no que a aresta da base mide 7,4 m e a altura ten 17,9 m



# Exercicios e problemas

**68** Calcula o radio da Terra sabendo que un cuadrante mide 10 000 km

**69** Calcula o volume da seguinte peza:



**70** Un silo, que é un edificio para almacenar cereais, ten forma de prisma cuadrangular. Se a aresta da base mide 10 m e a altura é de 25 m, que volume contén?

**71** Calcula a altura que debe ter un bote de conservas dun litro, sabendo que o diámetro da base mide 8 cm

**72** Comprobamos que as dimensións en centímetros dun cartón de leite dun litro son:  $9,5 \times 6,4 \times 16,5$ . De construílo de forma cúbica, cantos centímetros cadrados de cartón afrrariamos?

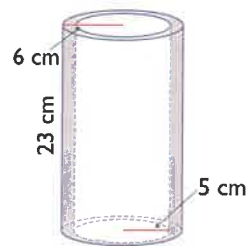
**73** Un tellado ten forma de pirámide cuadrangular. A aresta da súa base mide 15 m e a altura é de 5 m. Se reparar un metro cadrado custa 18 €, canto custará reparar todo o tellado?

**74** Nun xeadó con forma de cono,  $1/5$  do contido sobresaé do cornete. Se o radio da base do cornete mide 2,5 cm e a altura é de 12 cm, cantos xeados se poderán facer con 10 litros de masa?

**75** Calcula o volume dun fragmento do tronco dunha árbore, no que o radio da base maior mide 15,9 cm; o radio da base menor, 12,5 cm; e a súa altura, 4 m

**76** Un cubo do lixo en forma de tronco de cono ten as seguintes medidas: radio da base menor, 10 cm; radio da base maior, 12 cm; e altura, 50 cm. Se non ten tapa, calcula a súa superficie e o seu volume.

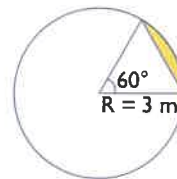
**77** Calcula o volume da seguinte peza:



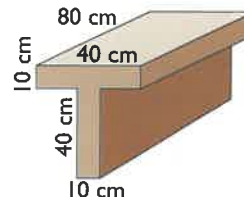
## Para profundar

**78** Calcula o radio dunha circunferencia que mide 37,5 m de lonxitude.

**79** Calcula a área do segmento circular coloreado de amarelo na seguinte figura:



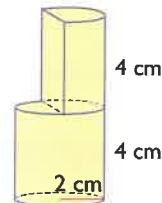
**80** Calcula o volume da seguinte mesa:



**81** Unha piscina ten forma de prisma hexagonal. A aresta da súa base mide 12 m e a altura ten 3,5 m. Canto custará enchela se o litro de auga ten un prezo de 0,02 €?

**82** Supoñamos que un bote de refresco é totalmente cilíndrico e que o diámetro da base mide 6,5 cm. Se ten unha capacidade de 33 cl, canto medirá a altura?

**83** Calcula o volume da seguinte peza:



**84** Calcula o volume da Terra sabendo que o radio mide 6 400 km. Dá o resultado en notación científica.

# Aplica as túas competencias



## Construción de estradas

O cálculo de áreas e volumes aplícase de forma habitual na construción de estradas. Normalmente, esta construción comeza coa expropiación de terreos, que é necesario medir para darlles un prezo e pagalos. Logo hai que facer os planos coas medidas correspondentes. Se hai montículos, haberán de rebaixarse; se hai pozas, haberán de ser enchidas; polo que cómpre calcular a cantidade de terra que se debe mover. Por último, hai que botar o piso de asfalto, que, segundo o grosor, posuirá certo volume.

- 85 Calcula o custo dos terreos que hai que expropiar para facer unha autoestrada de 50 km cunha anchura de 80 m, pagando a 5 € o metro cadrado.
- 86 Hai que rebaixar un montículo con forma de semiesfera cuxo radio mide 25 m. Calcula o número de viaxes que ten que facer un camión que leva cada vez 5 metros cúbicos.
- 87 Calcula os metros cúbicos totais de asfalto que hai que botar nunha autoestrada se ten 50 km de lonxitude e dúas direccións, cada unha cunha anchura de 20 m. O grosor do asfalto é de 5 cm

## Comproba o que sabes



- 1 Define paralelos e meridianos. Pon un exemplo facendo un debuxo e marcando varios deles.
- 2 Calcula a área dun sector circular de 7 cm de radio e  $150^\circ$  de amplitude.
- 3 Calcula a área dun prisma hexagonal no que a aresta da base mide 6 m e cuxa altura é de 15 m
- 4 Calcula o volume dunha pirámide cuadrangular tendo en conta que a aresta da base mide 5 m, tendo unha altura de 9 m
- 5 Calcula a área dun tronco de pirámide cuadrangular no que a aresta da base maior mide 8 m; a da base menor, 5 m; e a altura, 12 m
- 6 Calcula o volume dun tronco de cono no que o radio da base maior mide 7 m; o da base menor, 5 m; e a altura, 11 m
- 7 Calcula a altura que deberá ter un bote de conservas dun litro, sabendo que o diámetro da base mide 8 cm
- 8 Calcula o volume dun xeado con forma de cono, que enche o interior do cono e do que sobresa unha semiesfera na parte superior. O radio do cono mide 2,5 cm e a altura é de 15 cm

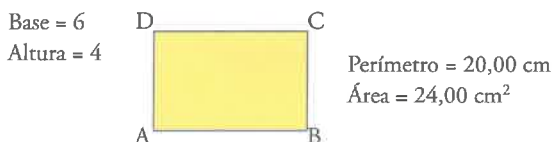




## 12. ÁREAS E VOLUMES

### Paso a paso

- 88** Debuxa un rectángulo cuxos lados miden 6 cm e 4 cm e calcula o perímetro e a área.



#### Solución:

- Elixo **Número** e escribe 6. Fai *clik* na pantalla e escribe 4
- Elixo **Texto** e escribe **Base =**. Co punteiro *arrastra* este comentario e pono diante do 6. Fai o mesmo con **Altura =**
- Elixo **Semirrecta**, fai *clik* no punto A e escribe a letra A. Para que sexa horizontal, mantén pulsada a tecla [**Maiús**] e fai *clik* noutro punto á dereita para indicar a dirección.
- Elixo **Transferencia de medidas**, fai *clik* na medida 6 e na semirrecta e escribe a letra B
- Transfire de igual forma a medida 4 sen escribir a letra.
- Elixo **Recta perpendicular** e fai *clik* na semirrecta e na orixe A da semirrecta.
- Debuxa outra recta perpendicular polo punto B que está a 6 cm
- Elixo **Círculo** e traza unha circunferencia con centro na orixe A da semirrecta e que pase polo punto que está a 4 cm
- Elixo **Punto(s) de intersección** e fai *clik* na circunferencia e na recta perpendicular que pasa pola orixe A da semirrecta.
- Elixo **Nomear**, fai *clik* no punto de intersección superior e escribe a letra D
- Debuxa a recta perpendicular á recta vertical que pase polo punto D
- Busca o punto de intersección da recta

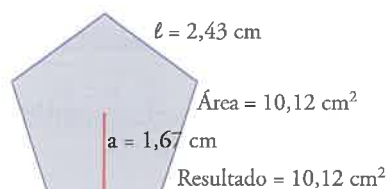
vertical que pasa por B e a horizontal que pasa por D, chámalo C

- Elixo **Polígono** e escolle en atributos cor azul e grosor mediano. Debuxa o rectángulo facendo *clik* nos vértices A, B, C, D e outra vez en A. Éncheo de cor.
- Elixo **Ocultar/Mostrar** e fai *clik* en todos os elementos, agás no rectángulo.
- Elixo **Distancia ou lonxitude**, fai *clik* no bordo e escribe diante do número **Perímetro =**
- Elixo **Área**, fai *clik* no bordo e escribe diante do número **Área =**
- Gárdao na túa carpeta co nome de **Rectángulo**

#### Xeometría dinámica: interactividade

- Edita as medidas dos lados e ponlles 5,7 e 2,6; verás como o rectángulo cambia de tamaño. Así, xa tes calculado o perímetro e a área de todos os rectángulos.

- 89** Debuxa un pentágono regular. Mide o lado, o apotema e a área. Comproba coa calculadora de CABRI a fórmula da área.



#### Solución:

- Debuxa o pentágono regular.
- Debuxa o apotema.
- Mide o lado, o apotema e a área.
- Elixo **Calculadora...**, escribe na calculadora  $1/2 * 5 *$ , fai *clik* na medida do lado, escribe outro  $*$  e fai *clik* na medida do apotema e no signo  $=$



- e) *Arrastra* o resultado fóra da calculadora á dereita do pentágono.
- f) Gárdao.

### Xeometría dinámica: interactividade


*Arrastra* un vértice e comproba como se segue verificando a igualdade.

## Así funciona

### Orde nas construcións

Ao construír unha figura xeométrica, débese prestar especial atención á orde dos obxectos que se constrúen, pois cando un obxecto depende doutro, para mover o segundo, débese facer a través do primeiro.

### Punto de intersección de dous obxectos

Escóllese **Puntos/**  **Punto(s) de intersección**, faise *clic* nos obxectos e obtéñense os puntos de intersección.

### Obxectos superpostos

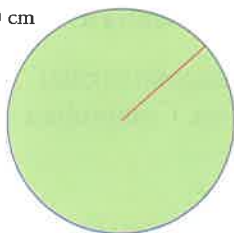
Cando hai varios obxectos superpostos e se achega o punteiro do rato sobre eles, pregunta *Que obxecto?* Ao facer *clic*, desprégase unha lista cos obxectos ordenados segundo se construíron.

Polígono  
Recta  
Segmento

## Practica

- 90** Debuxa un círculo de radio 2,2 cm

R = 2,20 cm

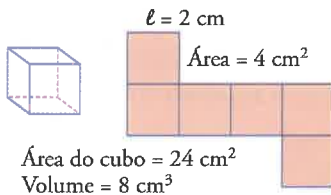


Área = 15,21 cm<sup>2</sup>  
Resultado = 15,21 cm<sup>2</sup>

### Xeometría dinámica: interactividade

Edita a medida do radio e modifícaa.

- 91** Debuxa un cubo e o seu desenvolvemento plano. Calcula a área e o volume.



ℓ = 2 cm

Área = 4 cm<sup>2</sup>

Área do cubo = 24 cm<sup>2</sup>  
Volume = 8 cm<sup>3</sup>

### Solución:

- a) Debuxa o cubo a man alzada.
- b) Debuxa o seu desenvolvemento plano.
- c) Calcula a área do primeiro cadrado.
- d) Para calcular a área do cubo, utiliza a calculadora de CABRI.
- e) *Arrastra* o resultado á parte inferior do desenvolvemento.

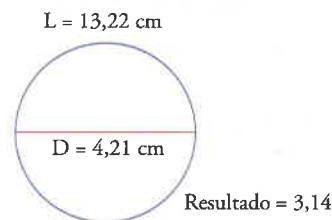
- f) Para calcular o volume do cubo, utiliza a calculadora de CABRI.

- g) *Arrastra* o resultado á parte inferior do cubo.

### Xeometría dinámica: interactividade

- h) *Arrastra* un dos vértices do cadrado inicial do desenvolvemento; verás como vai cambiando a área do cadrado e o volume.

- 92** Calcula o valor de  $\pi$ . Para iso, debuxa unha circunferencia e un diámetro; mide o diámetro e a lonxitude da circunferencia; e coa calculadora de CABRI, divide a lonxitude da circunferencia entre o diámetro.



L = 13,22 cm

D = 4,21 cm

Resultado = 3,14

### Xeometría dinámica: interactividade

*Arrastra* un punto da circunferencia para que esta cambie de tamaño e comproba que o valor de  $\pi$  non varía.

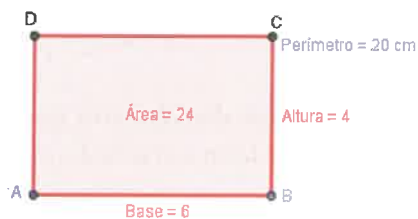
- 93** **Internet.** Abre a web: [www.xerais.es](http://www.xerais.es) e elixe **Matemáticas, curso e tema.**



## 12. ÁREAS E VOLUMES

### Paso a paso

- 88 Debuxa un rectángulo cuxos lados miden 6 cm e 4 cm, e calcula o perímetro e a área.



#### Debuxo dous segmentos

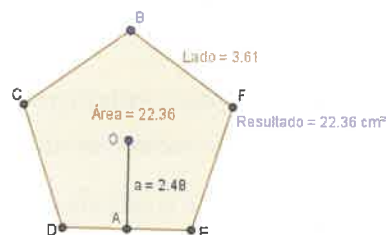
- Elixo **Visualiza** e desactiva **Eixes**
- No **Campo de Entrada** escribe  $b = 6$  e preme **[Intro]**. Introduce tamén  $a = 4$
- Elixo **Segmento dados a súa lonxitude e o punto de extremo inicial**. Fai clic no punto A. Na ventá que aparece, escribe  $b$  e fai clic no botón **Aplicar**
- Debuxa dúas rectas perpendiculares ao segmento AB polos puntos A e B
- Debuxa unha circunferencia de centro B e de radio  $a$
- Busca a intersección da recta perpendicular que pasa por B e da circunferencia. Se é necesario renomea este punto como C
- Debuxa unha recta paralela ao segmento AB polo punto C
- Busca a intersección da recta perpendicular que pasa por A e da paralela ao segmento, renoméao como D
- Oculto todos os elementos menos os catro vértices.
- Elixo **Polígono**, fai clic nos vértices de maneira que o último coincida co primeiro.
- No menú **Contextual** da base, elixe **Propiedades/Expón rótulo**. A continuación, elixe **Nome & valor**. Renoméao como **Base =**
- Fai o mesmo coa altura e oculta os nomes dos outros dous lados.
- No menú **Contextual** do rectángulo, elixe **Propiedades/Expón rótulo**. Logo, elixe **Nome & valor**. Escribe a área.
- Renomea a área como **Área =**

- No **Campo de Entrada** escribe  $P = 2(b + a)$
- Elixo **Inserta texto**. Fai clic na **Zona Gráfica**. Na ventá **Texto** escribe “**Perímetro = “+P+” cm**” e preme **Aceptar**
- No menú **Contextual** do perímetro, elixe **Propiedades**. A continuación, ponlle cor azul e no cadro combinado **Orix**, elixe ou escribe **C**

#### Xeometría dinámica: interactividade

- No **Campo de Entrada** escribe  $b = 10$  e preme **[Intro]**
- Elixo **Despraza** e na ventá **Álgebra** fai clic sobre a medida  $b = 10$ . Preme reiteradamente do teclado numérico as teclas **[+]** e **[-]** e observa como o valor de **Base** vai cambiando de **0,1** en **0,1**. Para cambiar de **1** en **1** preme **[Ctrl] [+]** ou **[Ctrl] [-]**. Ao final, deixa  $b = 6$
- Fai o mesmo coa altura  $a$

- 89 Debuxa un pentágono regular. Mide o lado, o apotema e a área. Comproba a área utilizando a fórmula.



#### Solución:

- Debuxa unha circunferencia de centro A e na parte superior un punto B
- O ángulo central dun pentágono regular mide  $360^\circ : 5 = 72^\circ$ . Introduce no **Campo de Entradas** o ángulo  $\alpha = 72^\circ$
- Elixo **Rotación dun obxecto en torno a un punto segundo o ángulo indicado**. A continuación, fai clic no punto B; logo no punto A e, cando che pregunte o ángulo, introduce  $\alpha$ . Obtén o punto C
- Xira de igual maneira o punto C e obtén o punto D. Logra da mesma forma o resto de vértices do pentágono regular.

- e) Debuxa o polígono.
- f) *Arrastrando* os puntos A ou B, podes cambiar de tamaño o pentágono e xirallo.
- g) Renomea o centro como O
- h) Debuxa o apotema.
- i) Oculta todos os obxectos que non necesites.

- j) Mide o lado, o apotema e a área.
- k) Introduce no campo de entrada a fórmula da área dun polígono regular.

### Xeometría dinámica: interactividade

*Arrastra* o centro ou o vértice B e comproba como se segue verificando a igualdade.

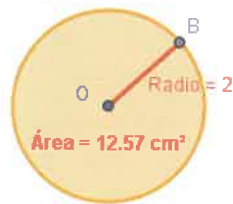
## Así funciona

o Expón/Oculta obxecto

AA Expón/Oculta rótulo

## Practica

- 90** Debuxa un círculo de radio 2 cm e calcula a súa área.



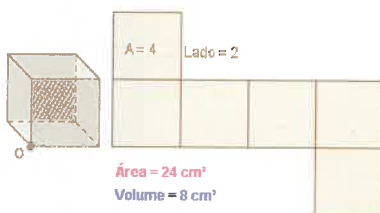
### Solución:

- a) No **Campo de Entrada** escribe  $R = 2$  e preme **[Intro]**
- b) No **Campo de Entrada** escribe  $A = \pi * R^2$ ; o expoñente  $^2$  telo no cadro de lista **Símbolos**
- c) Elixe <sup>ABC</sup> **Inserta texto**. Fai *clik* na **Zona Gráfica**. Na ventá **Texto** escribe “Área = “+A+” cm<sup>2</sup>” e preme **Aceptar**
- d) No menú **Contextual** do texto obtido, elixe **Propiedades**. A continuación, ponlle negra, cor vermella e, no cadro combinado **Orix**e, elixe ou escribe **O**

### Xeometría dinámica: interactividade

- e) Introduce un novo radio e verás como cambia de tamaño e de área.
- f) Na ventá **Álgebra** fai *clik* no radio e proba as teclas **[+]** e **[-]**. Utiliza tamén **[Ctrl] [+]** e **[Ctrl] [-]**

- 91** Debuxa un cubo de 2 cm de lado e o seu desenvolvemento plano. Calcula a área e o volume.



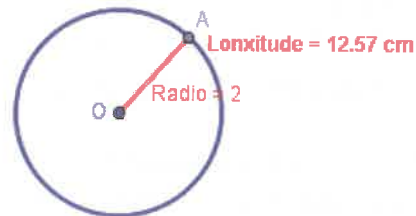
### Solución:

- a) Debuxa o cubo.
- b) Debuxa o seu desenvolvemento plano.
- c) Calcula a área do primeiro cadrado.
- d) Para calcular a área do cubo, utiliza no **Campo de entrada** a fórmula.
- e) De igual forma calcula o volume.

### Xeometría dinámica: interactividade

- f) Introduce no **Campo de entrada**,  $l = 3$  e verás como cambia de tamaño, de área e de volume.
- g) Selecciona na ventá **Álgebra** a aresta do cubo e usa as teclas **[+]** e **[-]**; **[Ctrl] [+]** e **[Ctrl] [-]**; verás como sobe e baixa automaticamente o seu valor.

- 92** Debuxa unha circunferencia de radio 2 cm e calcula a lonxitude da circunferencia.



### Xeometría dinámica: interactividade

Selecciona na ventá **Álgebra** o radio e usa as teclas **[+]** e **[-]**; **[Ctrl] [+]** e **[Ctrl] [-]**; verás como sobe e baixa automaticamente o seu valor.

- 93** **Internet**. Abre a web: [www.xerais.es](http://www.xerais.es) e elixe **Matemáticas**, curso e tema.