

Antes de empezar

Para empezar, te propongo un problema sencillo

*Por presumir de certero
un tirador atrevido
se encontró comprometido
en el lance que os refiero.*


*Y fue, que ante una caseta
de la feria del lugar
presumió de no fallar
ni un tiro con la escopeta,*

*y el feriante alzando el gallo
un duro ofreció pagarle
por cada acierto y cobrarle
a tres pesetas el fallo*

*Dieciséis veces tiró
el tirador afamado
al fin dijo, despechado
por los tiros que falló:*

*"Mala escopeta fue el cebo
y la causa de mi afrenta
pero ajustada la cuenta
ni me debes ni te debo".*

*Y todo el que atentamente
este relato siguió
podrá decir fácilmente
cuántos tiros acertó.*



Aciertos	Fallos	Premio
16	0	80
15	1	72
14	2	64
13	3	56
12	4	48
11	5	40
10	6	32
9	7	24
8	8	16
7	9	8
6	10	0

Se puede ver que ha acertado 6 tiros.

Sistemas de Ecuaciones

1. Ecuaciones Lineales

Definición.

Una ecuación de primer grado se denomina **ecuación lineal**.

Una **ecuación lineal con dos incógnitas** es una ecuación que se puede expresar de la forma **$ax+by=c$** , donde x e y son las incógnitas, y a , b y c son números conocidos

Solución

Una **solución de una ecuación lineal** con dos incógnitas es un par de valores (x_i, y_i) que hacen cierta la igualdad.

Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones y si las representamos forman una recta.

$$3x + y = 12$$

Coficiente de $x = 3$, Coeficiente de $y = 1$
Término independiente = 12

Una solución de la ecuación es:

$$x=1 \quad y=9$$

Observa que $3 \cdot (1) + 9 = 12$

Para obtener más soluciones se da a x el valor que queramos y se calcula la y

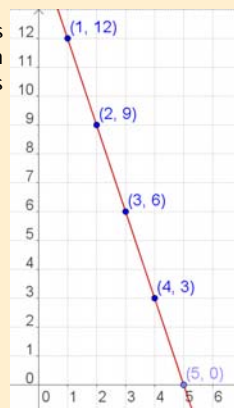
$$x = 0 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 0 = 12$$

$$x = 1 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 1 = 9$$

$$x = 2 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 2 = 6$$

$$x = 3 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 3 = 3$$

Si representamos los puntos en un sistema de ejes coordenados forman una recta:

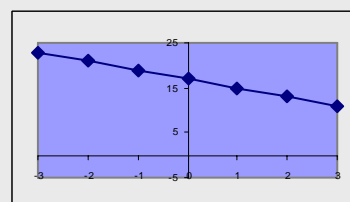


EJERCICIOS resueltos

- Dada la ecuación: $3x + 2y = 17$, razona si los siguientes pares son solución.
a) $x=1, y=3$ Sol: No es solución $3(1) + 2(3) = 4 + 6 = 10 \neq 17$
b) $x=5, y=1$ Sol: Si es solución $3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17$
- Dada la ecuación $5x - 2y = c$, halla el valor de c sabiendo que una solución es:
a) $x=3, y=6$ Sol: $5(3) - 2(6) = 15 - 12 = 3 \rightarrow c = 3$
b) $x=4, y=1$ Sol: $5(4) - 2(1) = 20 - 2 = 18 \rightarrow c = 18$
- Halla una solución (x, y) de la ecuación $-4x + 5y = 17$ sabiendo que:
a) $x=7$ Sol: $-4(7) + 5y = 17 \rightarrow 5y = 45 \rightarrow y = 9 \rightarrow \text{sol} = (7, 9)$
b) $y=1$ Sol: $-4x + 5(1) = 17 \rightarrow -4x = 12 \rightarrow x = 3 \rightarrow \text{sol} = (3, 1)$
- Escribe una ecuación lineal con dos incógnitas cuya solución sea:
a) $x=1, y=3$ Sol: $2x + 5y = 17$
b) $x=-2, y=1$ Sol: $2x + y = -3$
- Haz una tabla de valores (x, y) que sean solución de la ecuación: $2x + y = 17$, y representa estos valores en un sistema de coordenadas.

Sol:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	23	21	19	17	15	13	11



2. Sistemas de ecuaciones lineales

Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 3x + 4y = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

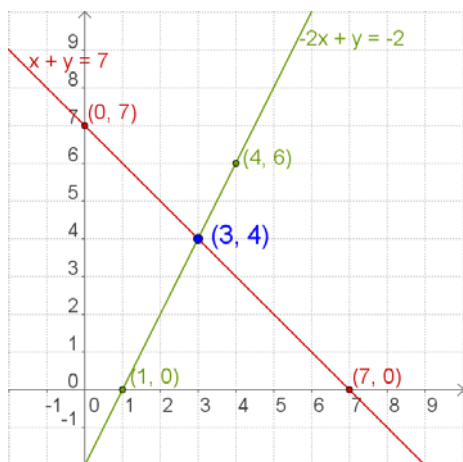
Es una solución del sistema anterior

$$\begin{cases} 2(1) + 3(4) = 2 + 12 = 14 \\ 3(1) + 4(4) = 3 + 16 = 19 \end{cases}$$

Definición. Solución

Un **sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** son dos ecuaciones lineales de las que se busca una solución común.

Una **solución de un sistema de dos ecuaciones lineales** con dos incógnitas es un par de valores (x_i, y_i) que verifican las dos ecuaciones a la vez. **Resolver el sistema** es encontrar una solución.



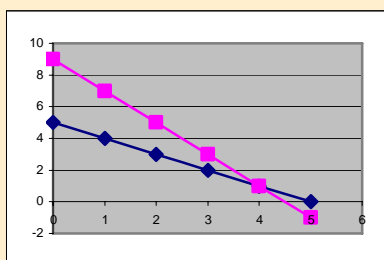
Número de Soluciones

Un sistema de ecuaciones, según el número de soluciones que tenga, se llama:

- **Sistema Compatible Determinado**, si tiene una única solución. La representación gráfica del sistema son dos rectas que se cortan en un punto.
- **Sistema Compatible Indeterminado**, si tiene infinitas soluciones. La representación gráfica del sistema son dos rectas coincidentes.
- **Sistema Incompatible**, si no tiene solución. La representación gráfica del sistema son dos rectas que son paralelas.

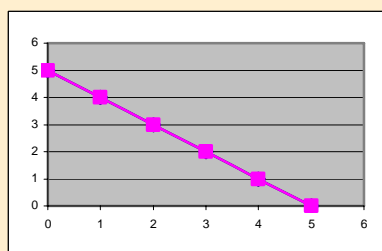
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \rightarrow \text{sol} = \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Sistema Compatible Determinado



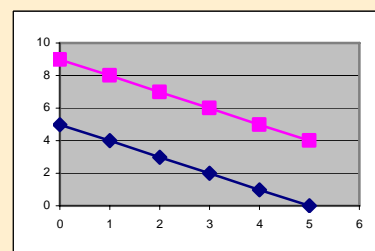
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

Sistema Compatible Indeterminado



$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

Sistema Incompatible



Sistemas de Ecuaciones

EJERCICIOS resueltos

6. Dado el sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$, razona si los siguientes pares son solución.

a) $x=3, y=4$ Sol: Si es solución $\begin{cases} 3(3) + 2(4) = 9 + 8 = 17 \\ 5(3) - (4) = 15 - 4 = 11 \end{cases}$

b) $x=5, y=1$ Sol: No es solución $\begin{cases} 3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17 \\ 5(5) - (1) = 25 - 1 = 24 \neq 11 \end{cases}$

c) $x=3, y=1$ Sol: Si es solución $\begin{cases} 3(3) + 2(1) = 9 + 2 = 11 \neq 17 \\ 5(3) - (1) = 15 - 1 = 14 \neq 11 \end{cases}$

7. Escribe un sistema de dos ecuaciones cuya solución sea:

a) $x=1, y=2$ Sol: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

b) $x=3, y=1$ Sol: $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

c) $x=2, y=3$ Sol: $\begin{cases} 3x + 5y = 21 \\ x - 4y = -10 \end{cases}$

8. Haz una tabla de valores y da la solución del sistemas: $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$

Sol: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ $3x + 2y = 8 \rightarrow$

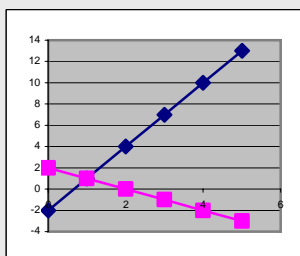
x	-2	-1	0	1	2
y	7	11/2	4	5/2	1

 $5x - y = 9 \rightarrow$

x	-2	-1	0	1	2
y	-19	-14	-9	-4	1

9. Indica cuántas soluciones tiene el sistema: $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$

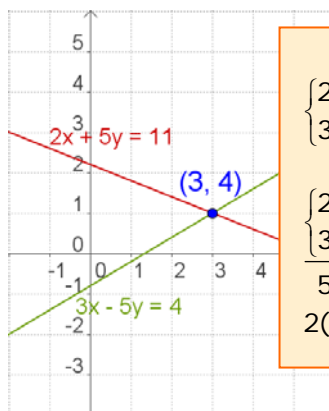
Sol: Una solución, Sistema Compatible Determinado



3. Métodos de resolución

- ✓ Resolver un sistema por el **método de reducción** consiste en encontrar otro sistema, con las mismas soluciones, que tenga los coeficientes de una misma incógnita iguales o de signo contrario, para que al restar ó sumar las dos ecuaciones la incógnita desaparezca.

Reducción



Reducción

$$\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

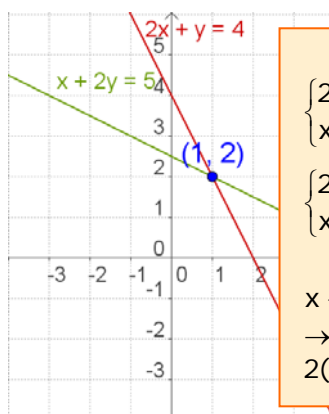
$$\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

$$5x = 15 \rightarrow x = 3$$

$$2(3) + 5y = 11 \rightarrow 5y = 5 \rightarrow y = 1$$

- ✓ Para resolver un sistema por el **método de sustitución** se despeja una incógnita en una de las ecuaciones y se sustituye su valor en la otra.

Sustitución



Sustitución

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 4 - 2x \\ x + 2(4 - 2x) = 5 \end{cases}$$

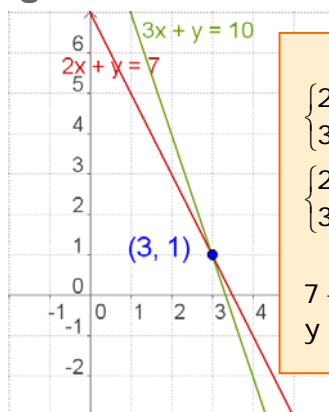
$$x + 2(4 - 2x) = 5 \rightarrow x + 8 - 4x = 5$$

$$\rightarrow -3x = -3 \rightarrow x = 1$$

$$2(1) + y = 4 \rightarrow y = 2$$

- ✓ Para resolver un sistema por el **método de igualación** se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones y se igualan.

Igualación



Igualación

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ y = 10 - 3x \end{cases}$$

$$7 - 2x = 10 - 3x \rightarrow x = 3$$

$$y = 7 - 2x = 7 - 2(3) = 1 \rightarrow y = 1$$

EJERCICIOS resueltos

10. Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de reducción:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} 2x + 7y = 20 \\ 3x - 7y = 4 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} 2x + 7y = 20 \\ \underline{3x - 7y = -5} \\ 5x = 15 \rightarrow x = 3 \rightarrow 6 + 7y = 20 \rightarrow 7y = 14 \rightarrow y = 2 \end{cases} \\
 \text{sol } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} 10x + 15y = 45 \\ 9x - 15y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ \underline{3x - 5y = 4} \\ 19x = 57 \rightarrow x = 3 \rightarrow 6 + 3y = 9 \rightarrow 3y = 3 \rightarrow y = 1 \end{cases} \\
 \text{sol } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}
 \end{array}$$

11. Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de sustitución:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} x + 7y = 11 \\ 3x - 5y = 7 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} x + 7y = 11 \rightarrow x = 11 - 7y \\ 3(11 - 7y) - 5y = 7 \rightarrow 33 - 21y - 5y = 7 \rightarrow -26y = -26 \\ y = 1 \rightarrow x = 11 - 7(1) = 4 \end{cases} \\
 \text{sol } \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b) } \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + 4y = 13 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} 2x + y = 7 \rightarrow y = 7 - 2x \\ 3x + 4(7 - 2x) = 13 \rightarrow 3x + 28 - 8x = 13 \rightarrow -5x = -15 \\ x = 3 \rightarrow y = 7 - 2(3) = 1 \end{cases} \\
 \text{sol } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}
 \end{array}$$

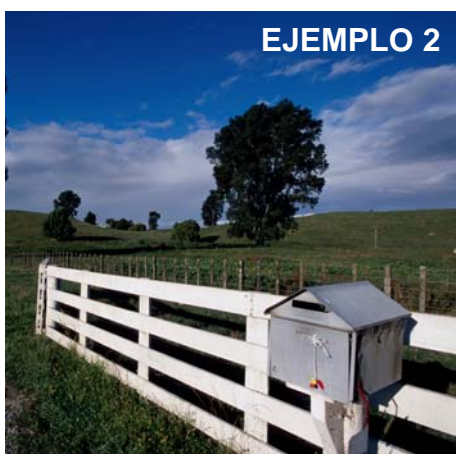
12. Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de igualación:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} x + 7y = 23 \\ x - 5y = -13 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} x + 7y = 23 \rightarrow x = 23 - 7y \\ x - 5y = -13 \rightarrow x = -13 + 5y \end{cases} \rightarrow 23 - 7y = -13 + 5y \rightarrow -12y = -36 \rightarrow y = 3 \\
 x = 23 - 7(3) \rightarrow x = 23 - 21 = 2 \\
 \text{sol } \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b) } \begin{cases} 2x + y = 13 \\ x + y = 9 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{cases} 2x + y = 13 \rightarrow y = 13 - 2x \\ x + y = 9 \rightarrow y = 9 - x \end{cases} \rightarrow 13 - 2x = 9 - x \rightarrow -x = -4 \rightarrow x = 4 \\
 y = 13 - 2(4) \rightarrow y = 13 - 8 = 5 \\
 \text{sol } \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}
 \end{array}$$

Recuerda los pasos:

- Comprender el enunciado
- Identificar las incógnitas
- Traducir a lenguaje algebraico
- Plantear las ecuaciones
- Resolver el sistema
- Comprobar la solución



4. Aplicaciones prácticas

Resolución de problemas

Para resolver un problema mediante un sistema, hay que traducir al lenguaje algebraico las condiciones del enunciado y después resolver el sistema planteado.

Comienza por leer detenidamente el enunciado hasta asegurarte de que comprendes bien lo que se ha de calcular y los datos que te dan.

Una vez resuelta el sistema no te olvides de dar la solución al problema.

- ✓ *La suma de las edades de un padre y de su hijo es 39 y su diferencia es 25, ¿cuál es la edad de cada uno?*

Llamamos x a la edad del padre
y a la edad del hijo

La suma de las edades es 39: $x + y = 39$

La diferencia de las edades es 25: $x - y = 25$

El sistema es:
$$\begin{cases} x + y = 39 \\ x - y = 25 \end{cases}$$

resolvemos el sistema por el método de reducción:

$$\begin{cases} x + y = 39 \\ x - y = 25 \end{cases}$$

$$2x = 64 \rightarrow x = 32$$

$$y = 39 - x = 39 - 32 \rightarrow y = 7$$

La edad del padre es 32 años y la del hijo es 7 años

- ✓ *Una parcela rectangular tiene un perímetro de 320 m. Si mide el triple de largo que de ancho, ¿cuáles son las dimensiones de la parcela?*

Llamamos x al ancho e y al largo

El largo es triple que el ancho: $y = 3x$

El perímetro es 320: $2x + 2y = 320$

El sistema es:
$$\begin{cases} y = 3x \\ 2x + 2y = 320 \end{cases}$$

Que resolvemos por sustitución:

$$2 \cdot 3x + 2x = 320 \rightarrow 6x + 2x = 320 \rightarrow 8x = 320 \rightarrow x = 40 \text{ m}$$

$$y = 3x \rightarrow y = 120 \text{ m}$$

La parcela mide 40 m de ancho por 120 m de largo.

EJERCICIOS resueltos

13. Ana tiene en su cartera billetes de 10€ y 20€, en total tiene 20 billetes y 440€
¿Cuántos billetes tiene de cada tipo?

$$\begin{array}{l} x : \text{Billetes de 20€} \\ y : \text{Billetes de 10€} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ 20x + 10y = 440 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \rightarrow y = 20 - x \\ 5x + y = 44 \rightarrow y = 44 - 5x \end{cases}$$

$$\text{Sol: } \begin{cases} 20 - x = 44 - 5x \rightarrow 4x = 24 \rightarrow x = 6 \\ y = 20 - x = 20 - 6 = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 14 \end{cases}$$

Tiene 6 billetes de 20€ y 14 billetes de 10€

14. La suma de las edades de Miguel y Pedro es 97. Dentro de 4 años la edad de Pedro será cuatro veces la edad de Miguel. ¿Qué edades tienen ambos?

$$\begin{array}{l} x : \text{Edad de Miguel} \\ y : \text{Edad de Pedro} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 97 \\ y + 4 = 4(x + 4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 97 \\ 4x - y = -12 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} 5x = 85 \rightarrow x = 17 \end{array}$$

$$\text{Sol: } 17 + y = 97 \rightarrow y = 80 \rightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = 80 \end{cases}$$

La edad de Miguel es 17 años y la de Pedro es 80 años

15. Se quiere obtener 90 kg de café a 8'5 €/kg mezclando café de 15 €/kg con café de 6 €/kg, ¿cuántos kg de cada clase hay que mezclar?

$$\begin{array}{l} x : \text{Kg de café de 15€ / kg} \\ y : \text{Kg de café de 6€ / kg} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 90 \\ 15x + 6y = 765 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 90 - y \\ 15(90 - y) + 6y = 765 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } 1350 - 15y + 6y = 765 \rightarrow -9y = -585 \rightarrow y = 65$$

$$x = 90 - y = 90 - 65 \rightarrow x = 25 \rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 65 \end{cases}$$

Hay que mezclar 25kg de café de 15€/kg con 65kg de café de 6€/kg

16. En un taller hay 154 vehículos entre coches y motocicletas, si el número de ruedas es de 458, ¿cuántas motocicletas y coches hay?

Sol:

$$\begin{array}{l} x : \text{número de coches} \\ y : \text{número de motocicletas} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 154 \\ 4x + 2y = 458 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 154 \\ 2x + y = 229 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x - y = -154 \\ 2x + y = 229 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} x = 75 \end{array}$$

$$y = 154 - x = 154 - 75 \rightarrow y = 79 \rightarrow \begin{cases} x = 75 \\ y = 79 \end{cases}$$

Hay 75 coches y 79 motocicletas



Para practicar

- Calcula el valor de c para qué la solución de la ecuación, $x + 7y = c$ sea:
 - $x = 1$, $y = 2$
 - $x = 3$, $y = -3$
 - $x = 5$, $y = 0$
 - $x = -2$, $y = 3$
- Halla una solución (x,y) de la ecuación $-4x + y = 17$ sabiendo que:
 - $x = 1$
 - $y = -7$
- Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución:
 - $x = 4$, $y = -3$
 - $x = 1$, $y = -2$
 - $x = 0$, $y = 5$
 - $x = 1$, $y = 1$
- Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que:
 - tenga infinitas soluciones
 - tenga una sola solución
 - no tenga solución
- Razona si el punto (x,y) es solución del sistema:
 - $x = 3$, $y = 4 \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$
 - $x = 1$, $y = 2 \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$
- Resuelve gráficamente los siguientes sistemas:
 - $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + 2y = 12 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + y = 6 \\ x + y = 10 \end{cases}$
- Resuelve por reducción:
 - $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$
 - $\begin{cases} -7x + 6y = -29 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$
 - $\begin{cases} -9x - 4y = -53 \\ 9x + 8y = 61 \end{cases}$
- Resuelve por sustitución:
 - $\begin{cases} x - 12y = 1 \\ -4x - 9y = 15 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + 6y = 3 \\ -9x + 2y = -83 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + 2y = -17 \\ 5x + 2y = -21 \end{cases}$
- Resuelve por igualación:
 - $\begin{cases} x - 2y = 17 \\ 7x - 6y = 47 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x - 4y = 32 \\ x - 3y = -17 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x - 2y = -14 \\ x + 4y = 4 \end{cases}$

Sistemas de Ecuaciones

10. Hallar dos números sabiendo que el mayor más seis veces el menor es igual a 62 y el menor más cinco veces el mayor es igual a 78.
11. Al dividir un número entre otro el cociente es 2 y el resto es 5. Si la diferencia entre el dividendo y el divisor es de 51, ¿de qué números se trata?
12. La base de un rectángulo mide 20 dm más que su altura. Si el perímetro mide 172 dm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?
13. En una clase hay 80 alumnos entre chicos y chicas. En el último examen de matemáticas han aprobado 60 alumnos, el 50% de las chicas y el 90 % de los chicos. ¿Cuántos chicos y chicas hay en la clase?
14. La base de un rectángulo mide 70 dm más que su altura. Si el perímetro mide 412 dm, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?
15. Juan ha realizado un examen que constaba de 68 preguntas, ha dejado sin contestar 18 preguntas y ha obtenido 478 puntos. Si por cada respuesta correcta se suman 10 puntos y por cada respuesta incorrecta se resta un punto, ¿cuántas preguntas ha contestado bien y cuántas ha contestado mal?
16. Paco tiene en su monedero 210€ en billetes de 5 y 20 euros. Si dispone de 15 billetes, ¿cuántos billetes tiene de cada clase?
17. La suma de dos números es 85 y su diferencia es 19. ¿Cuáles son los números?
18. La suma de las edades de Luisa y de Miguel es 32 años. Dentro de 8 años la edad de Miguel será dos veces la edad de Luisa. ¿Qué edades tienen ambos?
19. María ha comprado un pantalón y un jersey. Los precios de estas prendas suman 77€, pero le han hecho un descuento del 10% en el pantalón y un 20% en el jersey, pagando en total 63'6€. ¿Cuál es el precio sin rebajar de cada prenda?
20. Encontrar un número de dos cifras sabiendo que suman 10 y que si le restamos el número que resulta al intercambiar sus cifras el resultado es 72.
21. Halla las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 88cm y que el triple de la base más el doble de la altura es igual a 118.
22. La suma de las edades de Raquel y Luisa son 65 años. La edad de Luisa más cuatro veces la edad de Raquel es igual a 104. ¿Qué edades tienen ambos?
23. Se quiere obtener 25 kg de café a 12'36 €/kg, mezclando café de 15 €/kg con café de 9 €/kg. ¿Cuántos kilogramos de cada clase hay que mezclar?
24. Un hotel tiene 94 habitaciones entre dobles e individuales. Si el número de camas es 170. ¿Cuántas habitaciones dobles tiene? ¿Cuántas individuales?
25. Halla dos números tales que si se dividen el primero por 3 y el segundo por 4, la suma de los cocientes es 15, mientras si se multiplica el primero por 2 y el segundo por 5 la suma de los productos es 188.
26. En un corral hay gallinas y conejos: si se cuentan las cabezas, son 50, si se cuentan las patas son 134. ¿Cuántos animales de cada clase hay?
27. Calcula dos números que sumen 150 y cuya diferencia sea cuádruple del menor.



Método de Gauss

Puedes observar que algunos sistemas son muy fáciles de resolver.

Por ejemplo

$$\begin{cases} x + 4y = 9 \\ 2y = 6 \end{cases} \quad (\text{Sistema Escalonado})$$

Se despeja la **y** en la segunda ecuación y luego se sustituye en la primera para hallar **x**.

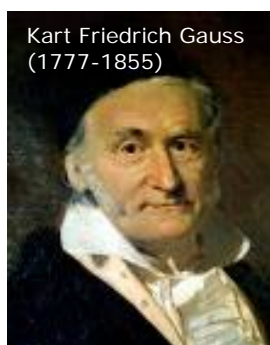
- ✓ Cualquier sistema se puede transformar en uno escalonado, y resolverlo de esta forma. Este procedimiento se llama **método de Gauss**.

Además este método también es cómodo para sistemas de tres ecuaciones y tres incógnitas.

Por ejemplo

$$\begin{cases} x + 4y - z = 10 \\ 2y + z = 5 \\ z = 1 \end{cases}$$

De forma cómoda puedes ver que la solución es **z=1, y=2, x=3**



Karl Friedrich Gauss
(1777-1855)

El método de Gauss consiste en obtener un sistema equivalente al dado que sea escalonado:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = p \\ b_2y + c_2z = q \\ c_3z = r \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 11 \\ 2x + 5y = 19 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{cambio la fila 2 por} \\ \text{la suma de ella con} \\ \text{la primera} \\ \text{multiplicada por } -2}}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 11 \\ -y = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 11 - 3(3) = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ 2x + 3y + z = 13 \\ x + 2y + z = 12 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{cambio la fila 2 por} \\ \text{la suma de ella con} \\ \text{la primera fila} \\ \text{multiplicada por } -2}}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ y - 2z = 2 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{cambio la fila 3 por} \\ \text{la suma de ella con} \\ \text{la primera fila} \\ \text{multiplicada por } -1}}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ y - 2z = 2 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{cambio la fila 3 por} \\ \text{la suma de ella con} \\ \text{la segunda fila} \\ \text{multiplicada por } -1}}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \rightarrow \\ 3z = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 - 8 - 9 = -7 \\ y = -7 + 15 = 8 \rightarrow \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -7 \\ y = 8 \\ z = 3 \end{cases}$$



Recuerda lo más importante

Ecuación de primer grado con dos incógnitas. $ax + by = c$

a y b son los **coeficientes**.
c es el **término independiente**.

Las soluciones de la ecuación son pares de números (x,y) que la verifican.

Hay infinitas soluciones.

Las soluciones, si las representamos, están alineadas

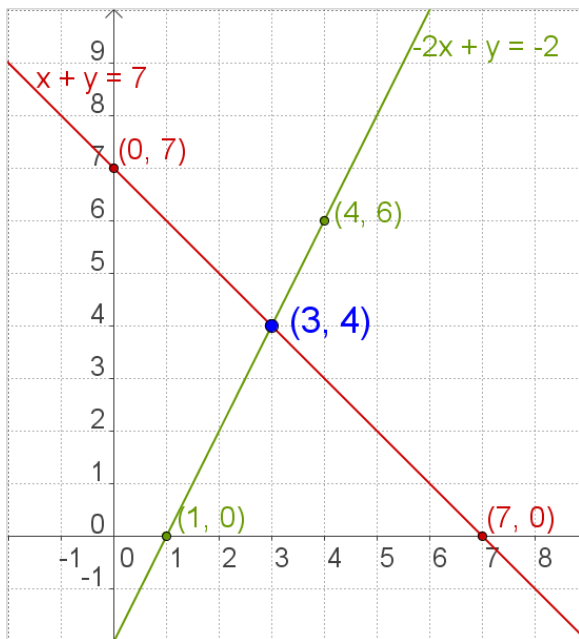
Sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

Viene dado por la expresión:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

a, b, p, q son los coeficientes

c y r son los términos independientes



Cada una de las ecuaciones se representa mediante una recta, las coordenadas (x,y) del punto en que se cortan son la solución del sistema.

Métodos de solución.

- **Reducción**
- **Sustitución**
- **Igualación**

Sistema Compatible Determinado

El que tiene una única solución

Sistema Compatible Indeterminado

El que tiene infinitas soluciones

Sistema Incompatible

El que no tiene solución

Para resolver problemas

- 1) Identificar las incógnitas
- 2) Escribir el sistema
- 3) Resolver
- 4) Comprobar las soluciones
- 5) Dar la solución del problema

Autoevaluación



1. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya única solución sea: $x=5$, $y=-9$
2. Halla el valor de c para qué el sistema tenga infinitas soluciones.
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = c \end{cases}$$
3. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que no tenga solución.
4. Escribe una solución de la ecuación: $-x + y = -5$
5. Resuelve por reducción:
$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$
6. Resuelve por sustitución:
$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$$
7. Resuelve por igualación:
$$\begin{cases} x + 4y = 23 \\ x + 5y = 28 \end{cases}$$
8. Encuentra dos números cuya diferencia sea 53 y su suma sea 319
9. El cuadrado de un número positivo más el doble de su opuesto es 960. ¿Cuál es el número?
10. Halla las dimensiones de un rectángulo de perímetro 140 cm si la base es 10 cm mayor que la altura.

Sistemas de Ecuaciones

Soluciones de los ejercicios para practicar

- a) 15 b) -18 c) 5 d) 19
- a) $x = 1$ $y = 21$
b) $x = -6$ $y = -7$
- a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$
- a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$
- a) no b) si
- a) Hay infinitas soluciones
b) $x = 5$ $y = 3$ c) No hay solución
- a) $x = 3$ $y = 9$
b) $x = 5$ $y = 1$
c) $x = 5$ $y = 2$
- a) $x = -3$ $y = -1/3$
b) $x = 9$ $y = -1$
c) $x = -1$ $y = -8$
- a) $x = -1$ $y = -9$
b) $x = 4$ $y = 7$
c) $x = -8$ $y = 3$
10. 14 y 8
11. 97 y 46
12. 52 y 33
13. 50 chicos y 30 chicas
14. 138 y 68
15. 48 bien y 2 mal
16. 6 de 5€ y 9 de 20€
17. 52 y 33
18. El pantalón 20€ y el jersey 57€
19. Luisa tiene 8 y Miguel 24 años
20. 91
21. La base 30 y la altura 14 cm
22. Luisa tiene 52 y Raquel 13 años
23. 14 kg de 15€/kg con 11 kg de 9€/kg
24. 18 individuales y 76 dobles
25. el primero 24 y el segundo 28
26. 33 gallinas y 17 conejos
27. 125 y 25

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

- $\begin{cases} x + y = -4 \\ x - y = 14 \end{cases}$
- $c = 6$
- $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 7 \end{cases}$
- $x = 4$ $y = 1$
- $x = 2$ $y = 3$
- $x = 3$ $y = 5$
- 186 y 133
- 32
- base=40 altura=30

No olvides enviar las actividades al tutor ►