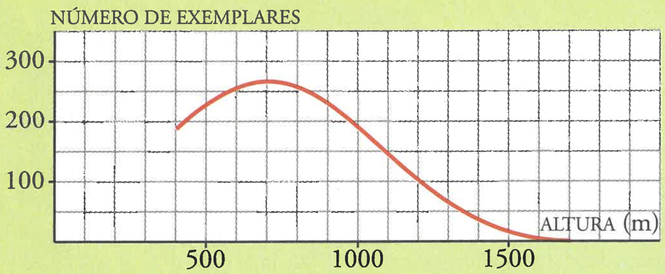
8 Funcións. Características

Nunha comarca hai unha certa especie de vexetal que se encontra con frecuencia. Estudouse a *cantidade media de exemplares por hectárea* que hai a distintas alturas. O resultado dáse na gráfica seguinte:



1 Cal é o número medio de exemplares a 500 m? E a 1200 m?
A que altura hai maior número de exemplares?

2 Noutra comarca de características similares hai alturas de 2 000 m. Cantos exemplares desas plantas cres que se encontrarán nesas cotas?

3 Fai unha descrición global da función, de modo que se diga con brevidade como evoluciona o *número de exemplares por hectárea* coa *altura*.

1. Solucións a estes problemas.

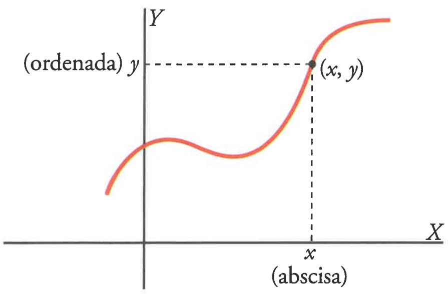
1 Conceptos básicos

Unha función liga dúas variables numéricas ás que, habitualmente, se lles chama x e y:

x é a **variable independente** y é a **variable dependente**

A función, que se adoita denotar por $y = f(x)$, asocia a cada valor de x **un único** valor de y:

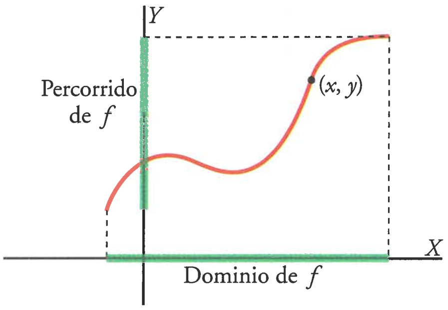
$$x \rightarrow y = f(x)$$



Para visualizar o comportamento dunha función, recorremos á súa representación gráfica: sobre uns eixes cartesianos con cadansúa escala, representamos as dúas variables:

- O x sobre o eixe horizontal (eixe de **abscisas**).
- O y sobre o eixe vertical (eixe de **ordenadas**).

Cada punto da gráfica ten dúas **coordenadas,** a súa abscisa, x, e a súa ordenada, y.



Chámaselle **dominio de definición** dunha función, f, e desígnase por $Dom\, f$, ao conxunto de valores de x para os cales existe a función.

Chámaselle **percorrido** de f ao conxunto de valores que toma a función. É dicir, ao conxunto de valores de y para os cales hai un x de maneira que $f(x) = y$.

Exercicio resolto

Explicar por que é función a relación descrita na páxina inicial da unidade.

Cales son as variables?

Cales son o seu dominio de definición e o seu percorrido?

No exercicio da primeira páxina líganse dúas variables: a *altitude*, a, medida en metros, e o *número medio de exemplares por ha*, n.

A primeira é a variable independente. A segunda é a variable dependente.

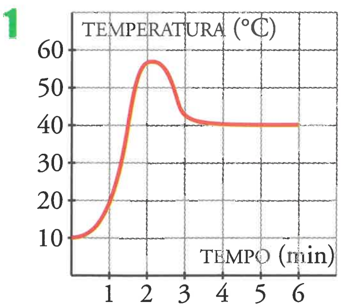
Para cada valor de a hai un único valor de n. Por tanto, n é unha función que depende de a: $n = f(a)$

O dominio de definición é o intervalo [400, 1 700]. O percorrido é o intervalo [0, 260].

Actividades

2. **Reforza** o cálculo do dominio de definición dunha función.

1



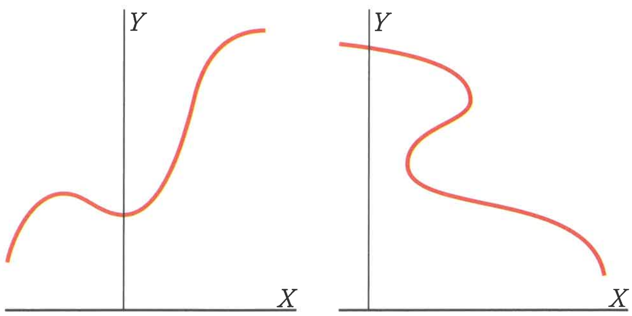
A gráfica describe a temperatura á que sae a auga dunha billa que está un intre aberta.

a) Cales son as dúas variables?

b) Explica por que é unha función.

c) Cales son o dominio de definición e o percorrido?

2



Unha destas dúas gráficas corresponde a unha función, e a outra, non. Identifica cada cal razoadamente.

2 Como se nos presentan as funcións

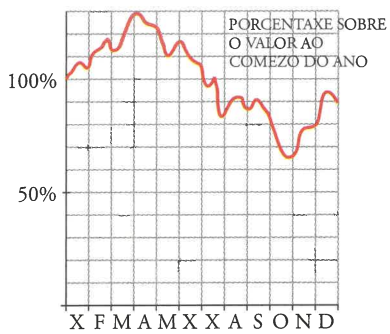
Tanto para o estudo das matemáticas como para outras ciencias ou na vida coti encontrámonos frecuentemente con funcións.

Como vimos nas dúas páxinas anteriores, estas véñennos dadas de moi divers formas: mediante a súa gráfica, por unha táboa de valores, por unha fórmula o mediante unha descrición verbal.

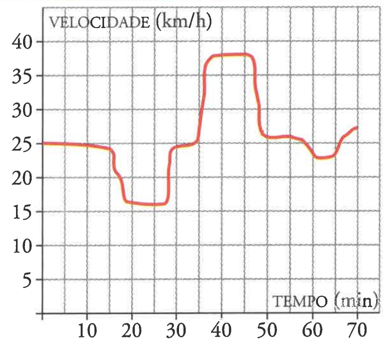
Mediante a súa expresión gráfica

As seguintes dúas funcións veñen dadas polas súas representacións gráficas:

ÍNDICE DA BOLSA NUN ANO



VELOCIDADE DUN CICLISTA
EN CADA INSTANTE DUN PERCORRIDO



Observa

A gráfica dunha función permite apreciar o seu comportamento global cun simple golpe de vista.

Como mellor se pode apreciar o comportamento global dunha función é me diante a súa **representación gráfica.** Por iso, sempre que pretendamos analiz unha función, intentaremos representala graficamente, calquera que sexa a form na cal, en principio, nos veña dada.

Mediante un enunciado

Cando unha función vén dada por un enunciado ou unha descrición (como a qu se fai na seguinte actividade 1 para describir o percorrido de Alberte ata a escola a idea que nos podemos facer dela é, case sempre, cuantitativamente pouco pr cisa.

Actividades

1 Fai unha gráfica na que se vexa representado o percorrido de Alberte desde a súa casa ata o colexio, en función do tempo: da casa saíu ás 8:30 h e foi ata casa do seu amigo Íker. Esperou por el un pouco sentado nun banco e logo fóronse xuntos, moi amodo, cara ao colexio.

Cando xa estaban chegando, deuse conta de que deixara a carteira no banco. Volveu correndo, recuperouna e chegou ao colexio ás 9 en punto.

2 Imos analizar a gráfica que describe a velocidade do ciclista:

a) Canto tempo tarda en facer o percorrido?

b) Nos primeiros 15 minutos circula en terreo chan. A que velocidade o fai? Que distancia percorre?

c) Entre os 18 e os 22 minutos vai costa arriba. Di a que velocidade.

d) Sinala un intervalo de 5 minutos no que marcha costa abaixo. A que velocidade o fai?

Mediante unha táboa de valores

Con frecuencia dánsenos os valores dunha función mediante unha táboa na cal se obteñen directamente os datos buscados. Con todo, noutros casos, como na táboa seguinte, hai que efectuar complexos cálculos para obter o que se busca.

Esta táboa de valores permite calcular o que cada persoa debe pagar a Facenda un certo ano (cota íntegra) en función do que gaña (base liquidable).

BASE LIQUIDABLE ATA EUROS	COTA ÍNTEGRA EUROS	RESTO BASE LIQUIDABLE ATA EUROS	TIPO APLICABLE %
0	0	4 000	15
4 000	600	10 000	25
14 000	3 000	12 000	28
26 000	6 360	20 000	37
46 000	13 760	en adiante	45

Exemplo

Alguén que gañe 32 500 €:

- Sitúase na 4.ª fila.
- Polos primeiros 26 000 € paga 6 360 €, e polo resto, o 37%:

  32 500 – 26 000 = 6 500 €

  37% de 6 500 = 6 500 × 0,37 = = 2 405 €

Por tanto, paga 6 500 + 2 405.

É dicir, se gaña 32 500 €, debe pagar 8 905 €.

Exercicio resolto

Obter a cota que corresponde a cada unha das seguintes bases liquidables:

a) 3 278 €

b) 14 000 €

c) 41 293,85 €

d) 80 000 €

a) Esta cantidade corresponde á primeira liña:

15% de 3 278 = 3 278 · 0,15 = 491,70 → Cota: 491,70 €

b) A cota correspondente a esta cantidade encóntrase directamente, sen cálculos, na fila 3.ª → Cota: 3 000 €

c) Situámonos na 4.ª fila:

41 293,85 – 26 000 = 15 293,85

26 000 ⟶ **6 360**

37% de 15 293,85 = **5 658,72**

Cota correspondente a 41 293,85 €:

6 360 + 5 658,72 = **12 018,72 €**

d) Situámonos na 5.ª fila: 80 000 – 46 000 = 34 000

46 000 ⟶ **13 760**

45% de 34 000 = **15 300**

Cota correspondente a 80 000 €:

13 760 + 15 300 = **29 060 €**

Actividades

3 Acha a cota que corresponde a cada unha das seguintes bases liquidables:

a) 2 500 € b) 12 640 € c) 25 000 € d) 93 000 €

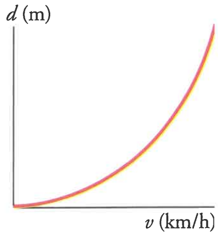
Mediante a súa expresión analítica ou fórmula

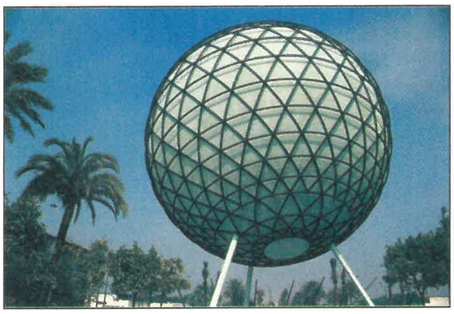
A **expresión analítica** é a forma máis precisa e operativa de dar unha función Pero require un minucioso estudo posterior.

Vexamos algúns exemplos:

Exemplo 1

A distancia, d, en m, que percorre un coche desde que o condutor aprecia un perigo ata que o coche para por completo como consecuencia da freada, en función da velocidade, v, en km/h, que levaba nese instante, vén dada pola fórmula $d = 0{,}0074v^2 + 0{,}21v$.

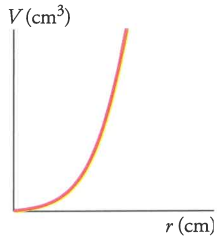




Exemplo 2

O volume dunha esfera en función do seu raio é:

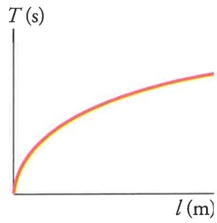
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (r \text{ en cm}, \; V \text{ en cm}^3)$$



Exemplo 3

O período, T, dun certo péndulo vén dado en función da súa lonxitude, l (en m), pola fórmula $T = \sqrt{4l}$.

O período é o tempo, en s, que tarda en dar unha oscilación, ida e volta.

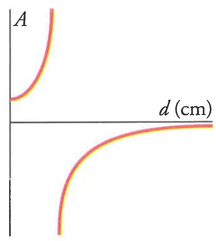


Exemplo 4

O aumento, A, do tamaño dun obxecto que se mira a través dunha lupa é $A = \dfrac{2}{2-d}$.

d: distancia da lupa ao obxecto, en cm.

A: aumento (número polo que se multiplica o tamaño).

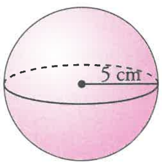


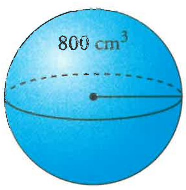
Actividades

4 No EXEMPLO 1, calcula a distancia de freada para velocidades de 10, 40, 80, 100, 120, 150 e 200 km/h.

A que velocidade corresponde unha distancia de 60 m?

5 No EXEMPLO 2, acha o volume dunha esfera de raio 5 cm e o raio dunha esfera de volume 800 cm^3.





6 Acha (EXEMPLO 3) o período dun péndulo de 1 m de longo. Dise que ese péndulo "bate segundos". É razoable a expresión?

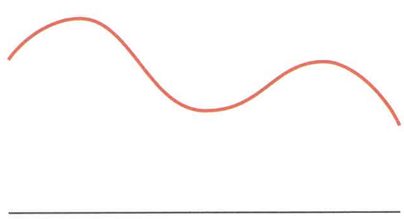
7 Calcula o tamaño aparente, A, dun obxecto (EXEMPLO 4) para os seguintes valores de d:

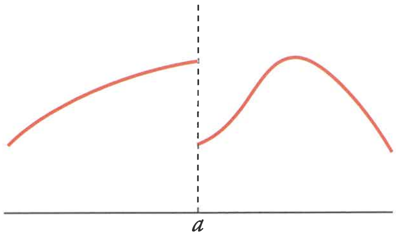
0; 0,5; 1; 1,5; 1,9; 1,99

Para $d = 4$ obtense $A = -1$. Iso significa que o obxecto se ve do mesmo tamaño, pero invertido. Interpreta os valores de A para d:

10; 5; 2,5; 2,1; 2,01

3 Funcións continuas. Descontinuidades





Exemplos

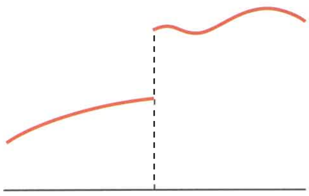
Na páxina da esquerda hai tres gráficas continuas. Por exemplo, a terceira: unha pequena variación na lonxitude do péndulo trae como consecuencia unha pequena variación no seu período.

Con todo, no exemplo 4 hai un punto de descontinuidade en $d = 2$ cm. Se un obxecto estaba a 1,99 cm da lupa e o pasamos a 2,01 cm (unha pequena variación en d) o aumento A varía drasticamente.

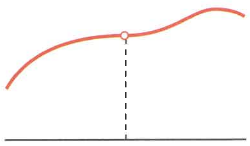
A función da esquerda é continua en todo o seu dominio de definición.

A función da dereita non é continua, porque presenta unha descontinuidade no punto de abscisa a.

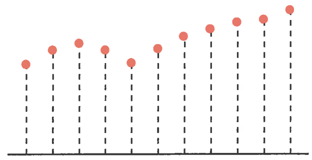
Hai distintos tipos de descontinuidade. Observa algúns:



Hai un salto.



Fáltalle un punto.

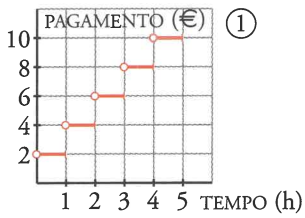


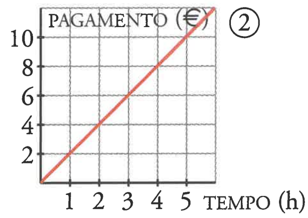
Só está definida en puntos illados.

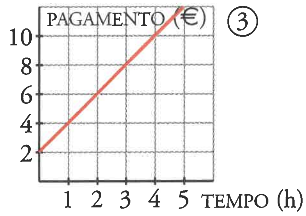
Unha función é **continua** cando non presenta descontinuidades de ningún tipo.

Pódese dicir dunha función que é **continua nun intervalo** $[a, b]$ se non presenta ningunha descontinuidade nel.

Moitos aparcadoiros cobran "por horas". Isto quere dicir que só por entrar xa se paga 1 h. Se se está 1 h e 10 min páganse 2 h. A primeira das dúas gráficas seguintes describe esta forma de pagamento:







Os usuarios prefiren que as tarifas se rexan pola función continua do medio. Os representantes dos aparcadoiros replican que, se queren que a función sexa continua, poñerán a da dereita.

Observa

A primeira gráfica, descontinua, reflicte o pagamento "por horas". (Hora empezada, hora pagada). A segunda consiste en pagar exactamente o que se gasta. Na terceira, hai un pagamento inicial (por entrar no aparcamento, 2€). E, a continuación, págase o que se gasta.

Actividades

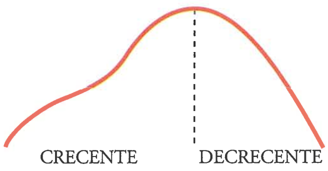
1 a) Canto vale aparcar media hora segundo cada modelo ①, ② e ③?

b) Canto diñeiro custa aparcar 1 h 15 min segundo cada modelo?

c) E aparcar 4 h e 6 minutos?

d) Propón un modelo de tarifa que sexa intermedio entre o que propoñen os usuarios e o que queren os representantes dos aparcadoiros.

4 Crecemento, máximos e mínimos



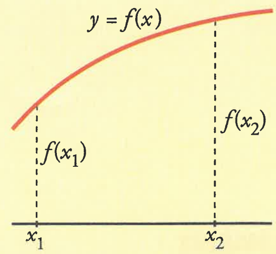
A función f é **crecente** neste tramo porque

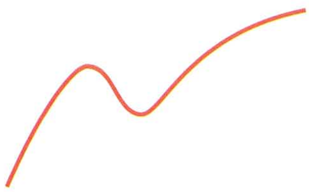
se $x_1 < x_2$, entón $f(x_1) < f(x_2)$.

Analogamente, unha función é **decrecente** nun intervalo cando

se $x_1 < x_2$, entón $f(x_1) > f(x_2)$.

Unha función pode ser crecente nuns intervalos e decrecente noutros.

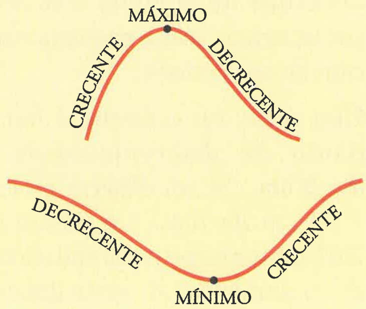




A función pode tomar noutros puntos valores maiores que un máximo relativo e menores que un mínimo relativo.

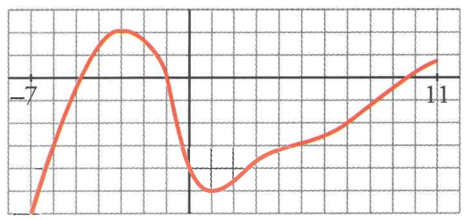
Unha función ten un **máximo relativo** nun punto cando nel a función toma un valor maior que nos puntos próximos. En tal caso, a función é crecente ata o máximo e decrecente a partir del.

Analogamente, se f ten un **mínimo relativo** nun punto, é decrecente antes do punto e crecente a partir del.



Exercicio resolto

Dicir os intervalos en que é crecente e en que é decrecente a función dada graficamente á dereita. Cales son os seus máximos e os seus mínimos relativos?



A función está definida entre –7 e 11.

É crecente nos intervalos (–7, –3) e (1, 11).

É decrecente no intervalo (–3, 1).

Ten un máximo relativo no punto de abscisa –3. O seu valor é 2.

Ten un mínimo relativo no punto de abscisa 1. O seu valor é –5.

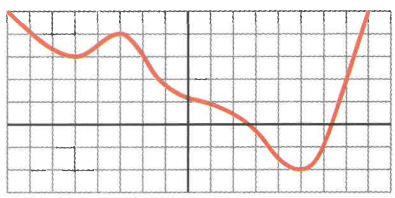
Hai puntos nos que a función toma valores menores que no mínimo relativo. Por exemplo, para $x = -7$, a función toma o valor –8.

Actividades

1 Da función da dereita di:

a) En que intervalos é crecente e en cales é decrecente.

b) Cales son os seus máximos e os seus mínimos relativos.

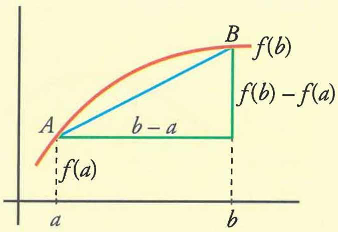


Taxa de variación media (T.V.M.)

Para medir a variación (aumento ou diminución) dunha función nun intervalo, utilízase a **taxa de variación media.**

Observa

A T.V.M. dunha función nun intervalo é a "media" da variación da función no intervalo: *canto varía en relación coa lonxitude do intervalo.*



Chámaselle taxa de variación media da función f no intervalo $[a, b]$ ao cociente entre a variación da función e a lonxitude do intervalo.

$$\text{T.V.M. de } f \text{ en } [a, b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Observa que a T.V.M. de f en $[a, b]$ é a pendente do segmento AB.

A velocidade media dun móbil nun intervalo de tempo (distancia percorrida/tempo transcorrido) é un caso particular de T.V.M.

Problemas resoltos

1. Achar a taxa de variación media (T.V.M.) da función dada graficamente á dereita nos intervalos [1, 5] e [5, 8].

1.

Na figura observamos que:

$f(1) = 6$, $f(5) = 9$, $f(8) = 3$. Por tanto:

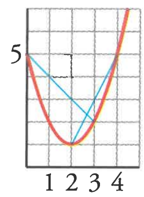
$$\text{T.V.M. de } f \text{ en } [1, 5] = \frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{9 - 6}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{T.V.M. de } f \text{ en } [5, 8] = \frac{f(8) - f(5)}{8 - 5} = \frac{3 - 9}{3} = \frac{-6}{3} = -2$$

2. Achar a T.V.M. da función $y = x^2 - 4x + 5$ nos intervalos [2, 4] e [0, 3].

2. $$\text{T.V.M. en } [2, 4] = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{5 - 1}{4 - 2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{T.V.M. en } [0, 3] = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{2 - 5}{3 - 0} = \frac{-3}{3} = -1$$

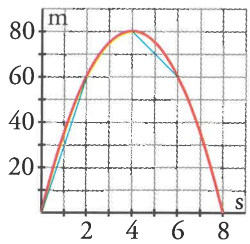


3. A altura dunha pedra lanzada cara a arriba vén dada pola ecuación $e = 40t - 5t^2$. Achar a velocidade media nos intervalos [0, 2] e [4, 6].

3. $$\text{T.V.M. en } [0, 2] = \frac{e(2) - e(0)}{2 - 0} = \frac{60 - 0}{2} = 30 \text{ m/s}$$

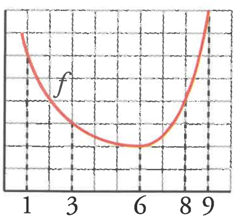
$$\text{T.V.M. en } [4, 6] = \frac{e(6) - e(4)}{6 - 4} = \frac{60 - 80}{2} = -10 \text{ m/s}$$

A velocidade considérase positiva cando a pedra sobe e negativa cando a pedra baixa.



Actividades

2



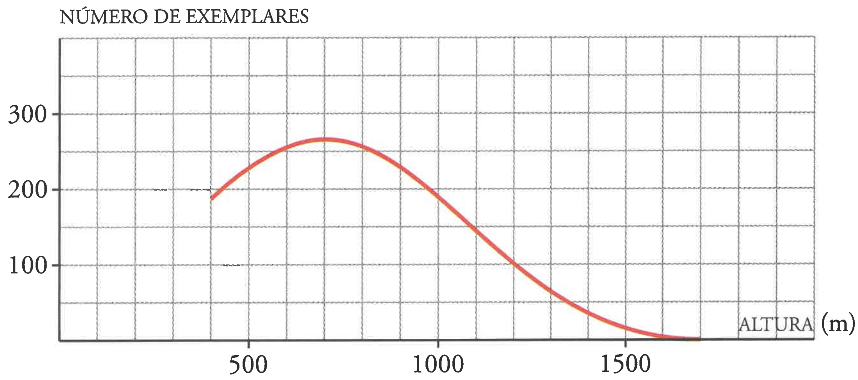
Acha a taxa de variación media (T.V.M.) da función f representada, nos intervalos [1, 3], [3, 6], [6, 8], [8, 9] e [3, 9].

3 Acha a T.V.M. da función $y = x^2 - 4x + 5$ (EXERCICIO RESOLTO 2) en [0, 2], [1, 3] e [1, 4].

4 Acha a velocidade media da pedra do EXERCICIO RESOLTO 3 nos intervalos [0, 1], [0, 3], [3, 4] e [4, 8].

5 Tendencia e periodicidade

Vexamos de novo a gráfica da función que estudamos na páxina inicial da unid
de, relativa á *cantidade de plantas* dun certo tipo en función da *altura* da zona:



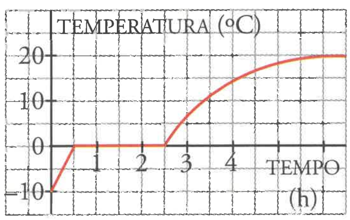
Observamos que, a partir dunha certa altura, canto máis se sobe menos exem
plares se encontran. E que, a partir de 1 600 m, case non hai plantas deste tip
Podemos afirmar que:

Cando a altura aumenta por riba dos 1 600 m, o número de plantas tende a cero.

Hai funcións nas que, aínda que só coñezamos un anaco delas, podemos predicir como se comportarán lonxe do intervalo no que foron estudadas, porque
teñen **ramas** cunha **tendencia** moi clara.

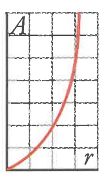
Exercicios resoltos

1. **Ao limpar o conxelador, quedou, nun vaso, un anaco de xeo. Facer unha gráfica coa variación da temperatura desa auga sabendo que o xeo sae do conxelador a –10°C, e tarda 1/2 h en poñerse a 0°C e 2 h máis en desconxelarse. A temperatura exterior é de 20°C.**



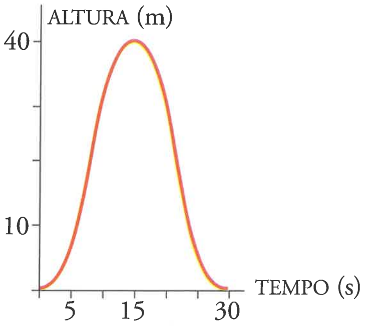
O xeo desconxélase mantendo a temperatura de 0°C ata que se licuou todo. A partir de aí, sobe a temperatura da auga que *tende* a igualarse coa do cuarto no que se encontra.

2. **A canto tende a área dun círculo cando o raio crece?**



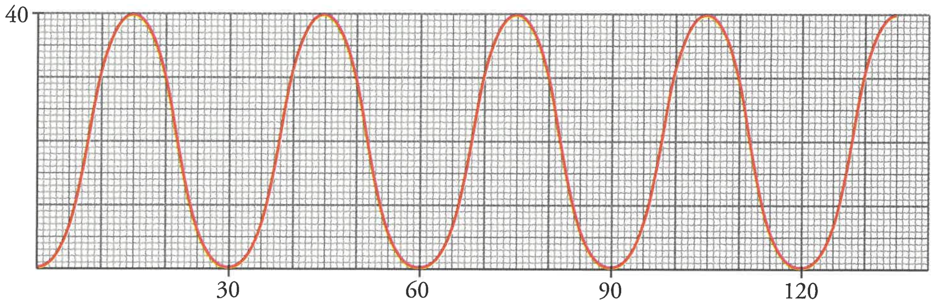
A área do círculo, en función do seu raio, é $A = \pi r^2$. Canto máis grande sexa o raio, máis grande é a área. É dicir, a área crece indefinidamente. Isto exprésase do seguinte modo:

Cando o raio crece, a área *tende a infinito.*



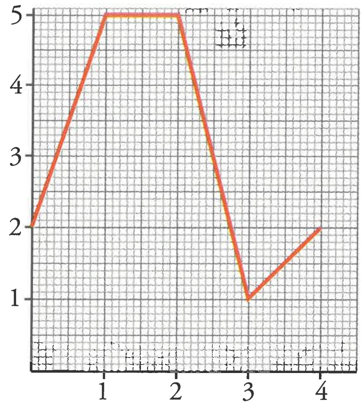
Periodicidade

Na marxe representouse a variación da altura dun cesto dunha nora cando esta dá unha volta. Tarda medio minuto (30 segundos), e nese tempo sobe, chega ao punto máis alto, baixa e chega ao chan. Pero este movemento repítese unha e outra vez. A súa representación gráfica é esta:



Nesta función, o que ocorre no intervalo [0, 30] repítese reiteradamente. Trátase dunha *función periódica* de *período* 30.

Función periódica é aquela cuxo comportamento se repite cada vez que a variable independente percorre un certo intervalo. A lonxitude dese intervalo chámase **período.**



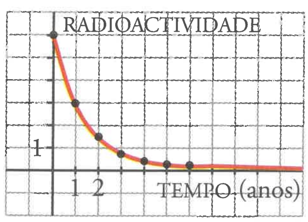
Exercicio resolto

Na marxe está representado o comezo dunha función periódica de período 4. Indaga os valores desa función nestes puntos de abscisa:

***a* = 9** $\to$ $f(9) = f(1) = 5$ (pois $9 = 2 \cdot 4 + 1$, e cada 4 unidades repítese)
***b* = 7** $\to$ $f(7) = f(3) = 1$ (pois $7 = 4 + 3$)
***c* = 418,5** $\to$ $f(418{,}5) = f(2{,}5) = 3$ (pois $418{,}5 = 4 \cdot 104 + 2{,}5$)
***d* = 1603,5** $\to$ $f(1603{,}5) = f(3{,}5) = 1{,}5$ (pois $1603{,}5 = 4 \cdot 400 + 3{,}5$)
Os valores $f(1)$, $f(3)$, $f(2{,}5)$ e $f(3{,}5)$, mirámolos na gráfica.

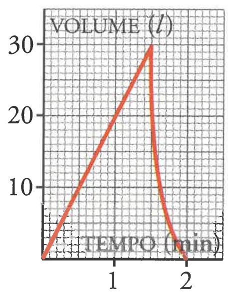
Actividades

1 A cantidade de radioactividade que posúe unha substancia redúcese á metade cada ano. A gráfica adxunta describe a cantidade de radioactividade que hai nunha porción desa substancia ao transcorrer o tempo.



A canto tende a radioactividade co paso do tempo?

2 A cisterna duns servizos públicos énchese e baléirase, automaticamente, cada dous minutos, seguindo o ritmo da gráfica adxunta.



a) Debuxa a gráfica correspondente a 10 min.

b) Canta auga haberá na cisterna nos seguintes instantes?

I) 17 min II) 40 min 30 s

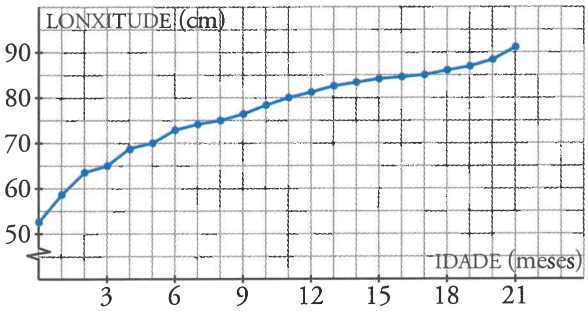
III) 1 h 9 min 30 s

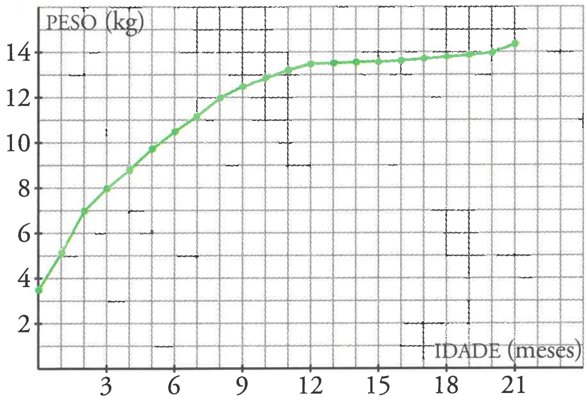
Exercicios e problemas

PRACTICA

Interpretación de gráficas

1 Pepe e Susana mediron e pesaron o seu fillo, David, cada mes desde que naceu ata os 21 meses. Estas son as gráficas da lonxitude e do peso de David en función da idade:





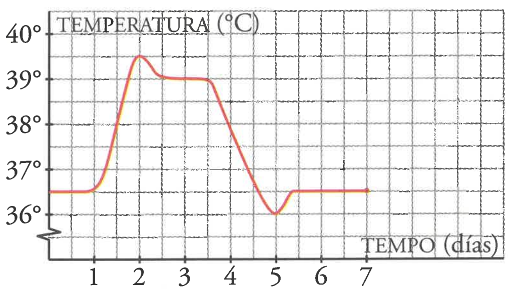
a) Canto medía e pesaba David cando naceu?

b) Canto medrou David os seis primeiros meses? E dos seis a os vinte un meses? En que meses foi maior o seu crecemento?

c) Canto aumentou de peso David os dous primeiros meses? E do mes 12 ao mes 18?

d) Canto pesaba David cando medía 80 cm? Que idade tiña nese momento?

2 Esta é a gráfica da evolución da temperatura dun enfermo:



a) Canto tempo estivo en observación?

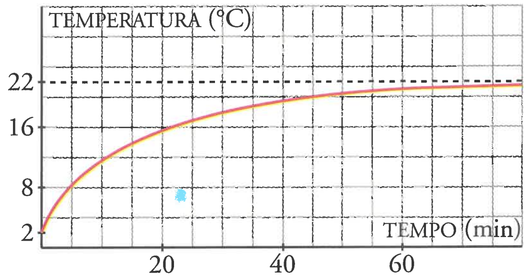
b) En que día a temperatura alcanza un máximo? E u[n] mínimo?

c) En que intervalos de tempo crece a temperatura e e[n] cales decrece?

d) Que tendencia ten a temperatura?

e) Elabora un pequeno informe interpretando os teu[s] resultados.

3 Sacamos un vaso con auga da neveira e deixámo[-]lo sobre a mesa da cociña. Esta gráfica mostra a tempe[-]ratura da auga en graos centígrados ao pasar o tempo.



a) A que temperatura está o interior da neveira?

b) A que temperatura está o cuarto?

c) Imaxina que nese mesmo momento sacamos do mi[-]croondas un vaso con auga a 98 °C e o deixamos so[-]bre a mesa. Debuxa unha gráfica aproximada qu[e] mostre a temperatura da auga neste segundo vaso a[o] pasar o tempo.

Gráficas, fórmulas e táboas

4 Un nadador déixase caer desde un trampolín. [O] seu adestrador mediu o espazo que percorre cada catr[o] décimas de segundo mediante un método fotográfico. Obtén a seguinte táboa:

TEMPO (S)	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2	2,4
ESPAZO (m)	0	0,78	3,13	7,05	12,5	12,58	16,6

O nadador detívose aos 17 metros.

a) Representa a gráfica espazo-tempo.

b) Saberías dicir en que momento entrou na auga?

c) Que velocidade estimas que levaba no momento d[e] entrar na auga?

d) Que altura ten o trampolín?

5 Representa a función $y = x^3 - 3x + 2$ definida en [–2, 3]. Para iso, completa a táboa:

x	–2	–1	0	1	2	3
y						

Cal é o percorrido da función?

6 Tres deportistas estiveron nadando durante media hora. O seu adestrador mediu as distancias percorridas cada 5 minutos e obtivo os seguintes datos:

TEMPO (min)	5	10	15	20	25	30
DISTANCIA A (m)	95	235	425	650	875	1 100
DISTANCIA B (m)	250	500	750	1 000	1 250	1 500
DISTANCIA C (m)	360	710	1 020	1 300	1 490	1 600

a) Debuxa a gráfica que relaciona a distancia e o tempo de cada nadador e descríbeas.

b) Houbo algún adiantamento durante a media hora?

c) Calcula a velocidade media de cada un en todo o percorrido.

d) Cal é o dominio e o percorrido de cada unha das tres funcións?

7 Cando unha persoa sa toma 50 g de glicosa en xaxún, a súa glicemia (% de glicosa no sangue) elévase, nunha hora aproximadamente, desde 90 mg/*dl*, que é o nivel normal, ata 120 mg/*dl*. Logo, nas tres horas seguintes, diminúe ata valores algo por debaixo do nivel normal, e volve á normalidade ao cabo de 5 horas.

a) Representa a curva de glicemia dunha persoa sa.

b) Di cal é o seu máximo, o seu mínimo e explica súa tendencia.

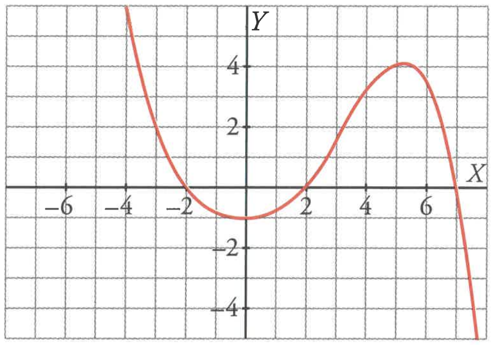
8 A intensidade do son dun foco sonoro é menor a medida que nos afastamos del.

a) Representa a intensidade do son en función da distancia ao foco sonoro.

b) Cal é a tendencia?

PENSA E RESOLVE

9 Observa esta función dada graficamente:



Calcula a súa T.V.M. nos intervalos seguintes:

[0, 4], [0, 5], [5, 7], [0, 7], [–4, 0], [–4, –2]

Copia no teu caderno a gráfica da función e debuxa en cada caso o segmento do cal estás achando a pendente.

10 Acha a T.V.M. da función:

$$y = 3x^3 + 9x^2 - 3x - 9$$

nos intervalos seguintes:

[–2, 0], [–1, 0], [–3, –1], [0, 1]

11 A posición dunha partícula vén dada pola función:

$$s = \frac{1}{2}(t^4 - 8t^3 + 18t^2)$$

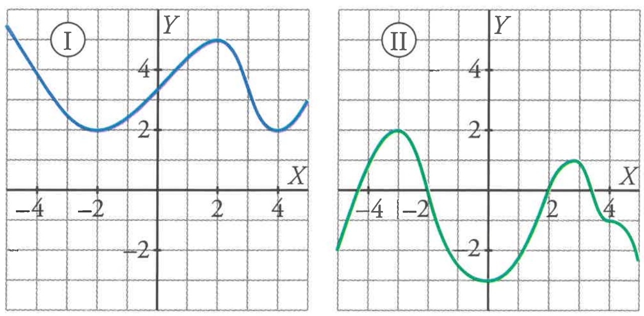
Calcula a velocidade media da devandita partícula nos intervalos seguintes:

[2, 4], [1, 2], [1, 3], [2, 3]

12 De cada unha das seguintes funcións di:

a) En que intervalos é crecente e en cales é decrecente.

b) Cales son os seus máximos e os seus mínimos relativos.



Exercicios e problemas

13 A gráfica adxunta describe o valor dunha empresa desde que abriu. Responde:

a) Cal era o seu valor no momento da apertura?

b) A canto se reduciu o seu valor despois de 4 meses?

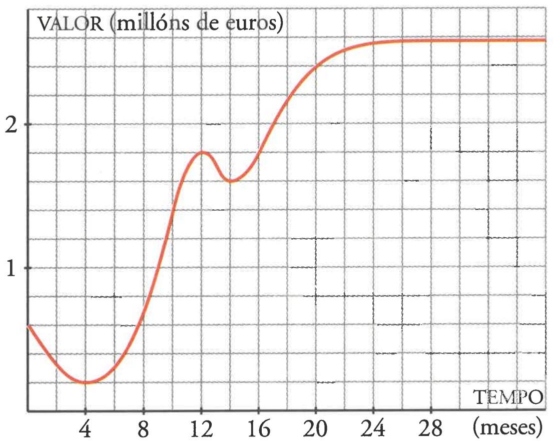
c) Cal é a T.V.M. no intervalo [4, 12]? Dá o resultado en miles de euros por mes.

d) Cal é a T.V.M. en [12, 14] e en [14, 20]?

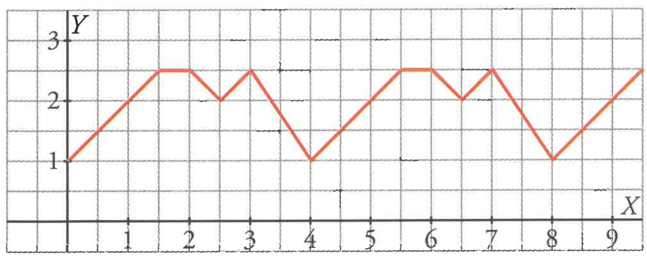
e) Esta función ten un máximo e dous mínimos relativos. Descríbeos.

f) Cal parece a tendencia de esta función para os próximos meses?

g) Fai unha descrición global do valor de esta empresa nos seus tres primeiros anos.

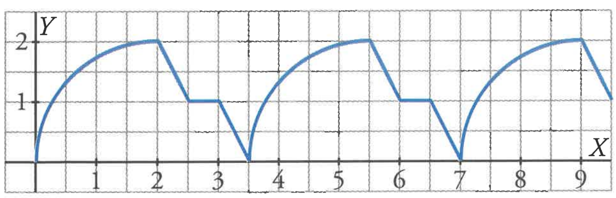


14 É periódica esta función? Cal é o seu período?



Indaga os valores da función nos puntos de abscisas $x = 1$, $x = 3$, $x = 20$, $x = 23$ e $x = 42$.

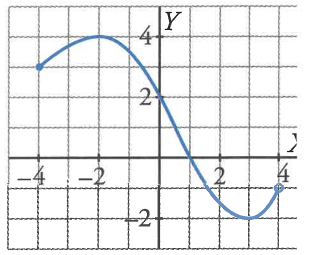
15 Continúa esta gráfica sabendo que se trata dunha función periódica. Di cal é o seu período.



16 Indaga se os puntos $A(0, 3)$, $B(1, 5)$ $C(-1, 1)$ pertencen á gráfica da función:

$$y = 3x^2 - x + 3$$

17 Observa a gráfica da función e responde:



a) Cales son o seu dominio de definición e o seu perco rrido?

b) Ten máximo e mínimo relativos? En caso afirmativo cales son?

c) Cales son os puntos de corte cos eixes?

d) En que intervalos é a función crecente e en cales decrecente?

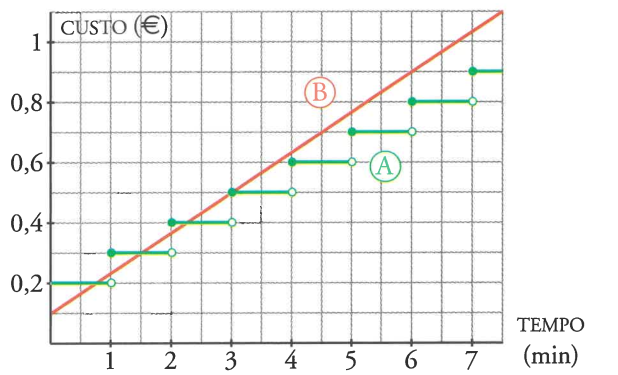
18 a) Calcula a T.V.M. da función $y = 2x - 3$ no intervalos [0, 1], [5, 6], [1, 5], [0, 7].

b) Observa que en todos os intervalos o valor obtido igual. Con que elemento característico da recta coin cide ese valor?

c) Xeneraliza completando a frase:

"Nas funcións lineais, a T.V.M. en calquera interva lo é igual a ....".

19 Dúas compañías telefónicas, A e B, teñen dife rentes tarifas. Observa as gráficas e contesta:



a) Que dúas variables se relacionan nestas gráficas? Ca é a independente e cal a dependente?

b) Di se cada unha destas funcións é continua. Escrib os puntos de descontinuidade se é que os hai.

c) Di canto vale unha chamada de 3 minutos con cad unha das dúas compañías. E unha de media hora?

Desenvolve as túas competencias

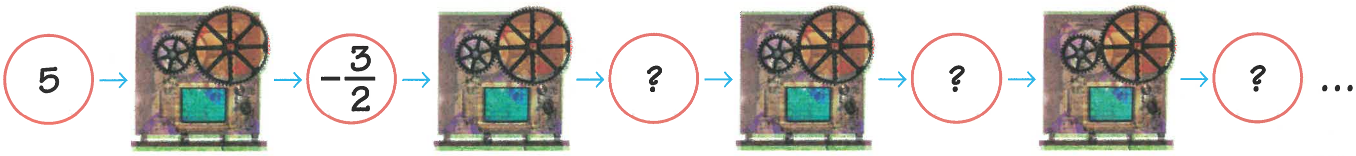
Experimenta, proba e saca conclusións

Máquina transformadora

Supón que temos unha máquina que transforma os números, segundo mostra a ilustración; é dicir:

$$f(x) = \frac{1 + x}{1 - x}$$

Comproba, por exemplo, que se entra 5, sae –3/2. Introduce agora –3/2 e volve introducir o resultado obtido.



Repite a experiencia con outros números. Que observas?

Escribe as túas conclusións.

Autoavaliación

Reflexiona sobre a túa aprendizaxe

- Relacionas as distintas formas en que se presentan as funcións: ecuación-táboa-gráfica-enunciado?
- Recoñeces as características máis relevantes dunha función? Sabes achar a súa T.V.M. nun intervalo?

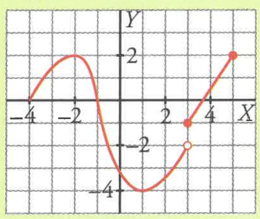
Verifícao resolvendo exercicios

1 Un ciclista fai unha excursión a un lugar que dista 30 km da súa casa. Ao cabo dunha hora, cando percorreu 15 km, fai unha parada de media hora. Reinicia a marcha coa mesma velocidade ata chegar ao seu destino, onde descansa outra media hora, e regresa ao punto de partida sen facer ningunha parada. Representa a gráfica *tempo-distancia ao punto de partida.*

2 Observa a gráfica e acha:

a) Dominio e percorrido.

b) Máximos e mínimos.



c) Onde crece e onde decrece.

d) Onde é continua e os puntos de descontinuidade.

3 Calcula a T.V.M. da función $y = \frac{x^2 + 4x - 5}{2}$ nos intervalos $[-5, 2]$, $[-2, 1]$ e $[-1, 2]$.

4 Representa a función $y = -x^3 + 9x^2 - 15x + 26$, definida en $[0, 6]$, dándolle a x valores enteiros.

Supón que y é o valor en bolsa, en millóns de euros, dunha empresa que acaba de cambiar de enderezo e que x é o número de meses transcorridos desde que cambiou.

Describe súa evolución nestes seis meses, sinalando crecemento, decrecemento, máximos e mínimos.

3. No teu CD-ROM tes unha **autoavaliación moito máis ampla e completa.** Nel encontrarás, ademais, orientacións e, se o desexas, as solucións de os exercicios.