2 Números decimais

O chan desta sala do museo ten:

- 43 + (1/5) baldosas ao longo
- 26 + (1/4) baldosas ao ancho

Cada baldosa é un cadrado de 40 cm de lado.

A altura da sala é de 4,65 m.

1

a) Acha a superficie da sala en metros cadrados.

b) Acha o seu volume en metros cúbicos. Exprésao en decímetros cúbicos, en centímetros cúbicos e en milímetros cúbicos.

2

Compara os seguintes números (é dicir, ordénaos de menor a maior):

$340\,000\,000 \qquad 85 \cdot 10^6 \qquad 0{,}031 \cdot 10^{10}$

3

Calcula o valor de n en cada unha das seguintes igualdades:

a) $340\,000\,000 = 3{,}4 \cdot 10^n$

b) $0{,}00000000046 = 4{,}6 \cdot 10^{-n}$

1. Solucións a estes problemas.

1 Expresión decimal dos números

Importancia do sistema de numeración

Os sabios da Grecia clásica foron grandes xeómetras, pero os seus progresos en aritmética foron escasos. Isto foi debido a que o sistema de numeración que posuían (moi parecido ao **romano**) era malo.

Sen dúbida, coñeces a forma de escribir "números romanos". Trátase dun **sistema aditivo.**

Sistema de numeración aditivo

M M C L X X V I (2 176)

significa:

M + M + C + L + X + X + V + I

Por exemplo, 1 347 ponse así:

MCCCXLVII, que significa:

1 000 + 100 + 100 + 100 + (50 – 10) + 5 + 1 + 1

Esta forma de expresar os números, ademais de incómoda, fai que sexa moi difícil comparalos e operar con eles.

O **sistema de numeración decimal** provén dos árabes, que, á súa vez, o aprenderon dos indios. É un **sistema posicional** porque, na expresión dun certo número, o valor de cada cifra depende da posición que ocupa.

Sistema de numeración posicional

3 0 4 3

3 000 40 3

O valor de cada cifra depende do lugar que ocupa.

Vexamos, a continuación, algunhas das vantaxes do sistema de numeración decimal.

■ **ESCRITURA, LECTURA E COMPARACIÓN**

Coa numeración decimal exprésanse e lense con moita comodidade tanto os números enteiros (por exemplo, 27 503) como os fraccionarios (por exemplo, 37,082 ou 0,093). Esta claridade na lectura ten como consecuencia que a comparación de números decimais sexa moi sinxela (cal é maior, 17,92 ou 17,85?).

■ **NÚMEROS APROXIMADOS**

Imaxinemos que, como resultado dun certo problema, obtivemos na calculadora 3987.8641516 e queremos redondealo ás décimas. Resultan moi claros tanto o resultado do redondeo (3 987,9) como a magnitude do erro cometido na aproximación (menor que 4 centésimas).

■ **NÚMEROS MOI GRANDES E MOI PEQUENOS**

Os números moi grandes (384 000 000 000 000 000 000) ou moi pequenos (0,00000000000000000139) son incómodos de ler e interpretar na súa expresión decimal porque debemos *contar* expresamente que lugar ocupan as cifras significativas (é dicir, cantos ceros hai antes ou despois da coma decimal).

Como xa sabes, e repasaremos no apartado 4, a notación científica ofrécenos, dun só golpe de vista, a magnitude do número expresado.

Nese sentido, a notación científica estende as vantaxes da notación decimal a aqueles números nos que esta é incómoda.

2 Fraccións e números decimais

Moitas veces, tanto en matemáticas como na vida cotiá, é conveniente expresa unha fracción como número decimal, e viceversa.

Lembra

En toda división, sabemos que o resto debe ser menor que o divisor. Por tanto, o número máximo de restos distintos que poden darse está limitado polo propio divisor. Por iso, sempre acabaremos chegando a un resto igual a 0, ou ben os restos repetiranse indefinidamente.

Paso de fracción a decimal

Unha fracción pode considerarse como unha división indicada. Por iso, para pa sar de fracción a decimal, bastará con que dividamos o numerador entre o deno minador. Lembremos, mediante algúns exemplos, as distintas situacións que s nos poden presentar:

- $\frac{13}{40} = 0{,}325$

$$\begin{array}{l|l} 130 & 40 \\ \hline \quad 100 & 0{,}325 \\ \quad\;\; 200 & \\ \quad\;\;\; 00 & \end{array}$$

O cociente ten un número li mitado de cifras decimais e resto é 0. Obtivemos un **deci mal exacto,** 0,325.

- $\frac{41}{33} = 1{,}\widehat{24}$

$$\begin{array}{l|l} 41 & 33 \\ \hline 080 & 1{,}242\ldots \\ \quad 140 & \\ \quad\;\; 080 & \\ \quad\;\;\; 14 & \end{array}$$

O cociente ten un número ili mitado de cifras decimais qu se repiten periodicament Obtivemos un **decimal perió dico puro,** $1{,}\widehat{24}$. As cifras qu se repiten chámanse **períod**

- $\frac{32}{15} = 2{,}1\widehat{3}$

$$\begin{array}{l|l} 32 & 15 \\ \hline 020 & 2{,}133\ldots \\ \quad 050 & \\ \quad\;\; 050 & \\ \quad\;\;\; 05 & \end{array}$$

Hai unha primeira parte deci mal que non se repite. A parti dela, as cifras do cociente rep tense periodicamente. Obtive mos un **decimal periódic mixto,** $2{,}1\widehat{3}$.

Toda fracción pode expresarse como un número decimal exacto ou periódico.

Actividades

1 Completa no teu caderno a seguinte táboa:

FRACCIÓN	86/11	59/30	313/500	3/7	1 267/300
EXPRESIÓN DECIMAL					
CLASE DE NÚMERO DECIMAL					

Paso de decimal exacto ou periódico a fracción

DECIMAIS EXACTOS

Expresar como fracción un número decimal exacto é moi fácil. Basta con saber interpretalo correctamente.

Por exemplo:

a) $1,4 = \frac{14}{10}$ b) $7,395 = \frac{7\,395}{1\,000}$ c) $0,0008 = \frac{8}{10\,000}$

DECIMAIS PERIÓDICOS PUROS

Pasar un decimal periódico a fracción é menos fácil. Observa atentamente o seguinte exemplo e repíteo, comprendendo o proceso:

Expresamos $3,\overset{\frown}{84}$ en forma de fracción:

$384,\overset{\frown}{84} - 3,\overset{\frown}{84} = 381$

$$\begin{cases} N = 3,848484\ldots \\ 100N = 384,848484\ldots \end{cases}$$

Restamos: $100N - N = 384 - 3 \rightarrow 99N = 381 \rightarrow N = 3,\overset{\frown}{84} = \frac{381}{99}$

DECIMAIS PERIÓDICOS MIXTOS

Expresamos $1,2\overset{\frown}{34}$ como fracción:

$1\,234,\overset{\frown}{34} - 12,\overset{\frown}{34} = 1\,222$

$N = 1,2343434\ldots$ Multiplicamos por 10 para obter un decimal periódico puro.

$10N = 12,343434\ldots$ Agora, multiplicamos por 100 para obter outro coa mesma parte decimal.

$1\,000N = 1\,234,343434\ldots$ Restando, suprímese a parte decimal e obtense un número enteiro.

$1\,000N - 10N = 1\,234 - 12 \rightarrow 990N = 1\,222 \rightarrow N = 1,2\overset{\frown}{34} = \frac{1\,222}{990}$

Tanto os decimais exactos como os periódicos poden poñerse en forma de fracción. É dicir, son números **racionais.**

Os decimais con infinitas cifras non periódicas, como 13,04004000400004… non se poden poñer en forma de fracción. Por tanto, non son racionais.

Actividades

1 Completa o proceso para expresar como fracción os seguintes decimais:

a) $5,\overset{\frown}{893}$ $\begin{cases} N = 5,893893\ldots \\ 1\,000N = 5\,893,893893\ldots \end{cases}$

b) $0,13\overset{\frown}{45}$ $\begin{cases} N = 0,13454545\ldots \\ 100N = 13,45454545\ldots \\ 10\,000N = 1\,345,45454545\ldots \end{cases}$

2 Identifica cales dos números seguintes son racionais e acha a fracción que lles corresponde:

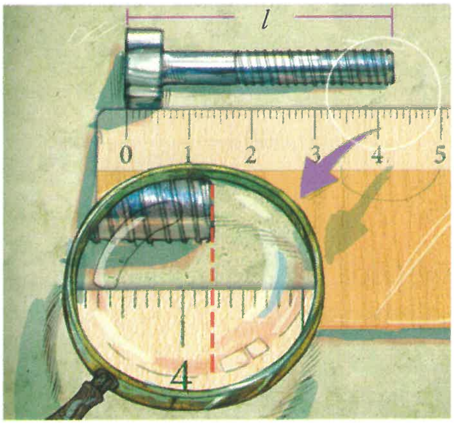
a) 6,78 b) $6,\overset{\frown}{78}$ c) $6,7\overset{\frown}{8}$

d) $5,9\overset{\frown}{83}$ e) 0,004 f) $0,00\overset{\frown}{4}$

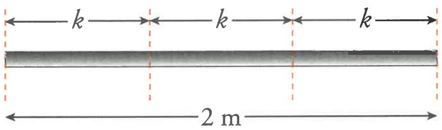
g) 3,101001000100001… h) $0,0\overset{\frown}{04}$

i) $\pi = 3,14159265359\ldots$ k) $3,14\overset{\frown}{16}$

Medida real e medida aproximada



$l \approx 4{,}2$ cm



k → ≈ 67 cm
k → ≈ 667 mm

Tanto na medición directa de magnitudes como nos resultados das medicións ir directas, adóitanse manexar cantidades aproximadas, unhas veces por carecer dou tra alternativa, e outras porque é máis cómodo e práctico.

▶ Exemplos

- Na medición do parafuso que ves á marxe, a regra non aprecia lonxitudes m nores dun milímetro. Por tanto, non sabemos a medida exacta. Con todo, p demos asegurar que:

  $$4{,}2 \text{ cm} < l < 4{,}3 \text{ cm}$$

  Diremos que o parafuso mide, aproximadamente, 4,2 cm ou 42 mm.

- Ao partir en tres partes iguais unha variña de ferro de 2 metros de lonxitud cada anaco mide:

  $$k = 2 : 3 = 0{,}6666\ldots = 0{,}\widehat{6} \text{ m} = 66{,}\widehat{6} \text{ cm}$$

  Diremos que cada anaco mide, aproximadamente, 67 cm, ou ben, con má exactitude, 667 mm.

  As cifras que utilizamos para dar a aproximación reciben o nome de *signifi cativas*.

Chámanse **cifras significativas** as que se usan para expresar un número aproximado.
Só se deben utilizar aquelas que sexan relevantes para a información que se va transmitir.

Exercicio resolto

Expresar, cun número razoable de cifras significativas, as seguintes cantidades:

a) Visitantes dun museo nun ano: 183 594.

b) Número de asistentes a unha manifestación: 234 590.

c) Número de grans nun saco de arroz: 11 892 583.

a) A cantidade pódese dar con todas as súas cifras, pois a entrada a un museo págase e, loxicamente, contabilízase.

Supoñemos, por tanto, que a cantidade é exacta:

$\boxed{183\,594}$ VISITANTES

Non obstante, para certo tipo de comunicacións, podería simplificarse: "case douscentos mil" ou "máis de cento oitenta mil".

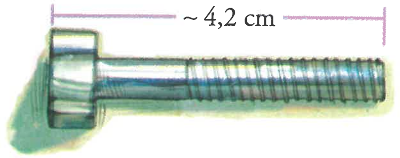
$\boxed{180\,000}$ < VISITANTES < $\boxed{200\,000}$

b) É imposible que ninguén contase os manifestantes con tanta precisión. O razoable sería dicir "máis de douscentos mil".

$\boxed{200\,000}$ < MANIFESTANTES

c) Unha ou dúas cifras significativas é o máximo que este tipo de cantidades permite afinar: "uns 12 millóns de grans".

N.° DE GRANS ≈ $\boxed{\text{12 MILLÓNS}}$



MEDIDA REAL → Descoñecida
APROXIMACIÓN → 4,2 cm
ERRO REAL → Descoñecido
COTA DO ERRO → 1 mm

Erro absoluto

Ao facer unha aproximación, cometemos un erro cuxa contía debemos ter controlada.

Así, no exemplo da páxina anterior, cando diciamos que o parafuso medía 4,2 cm, sabiamos que nos estabamos equivocando en "menos dun milímetro".

Erro absoluto dunha medida aproximada é a diferenza entre o valor real e o valor aproximado.

ERRO ABSOLUTO = VALOR REAL – VALOR APROXIMADO

O valor exacto, xeralmente, é descoñecido. Por tanto, tamén descoñecemos o erro absoluto. Pero o importante é poder acoutalo:

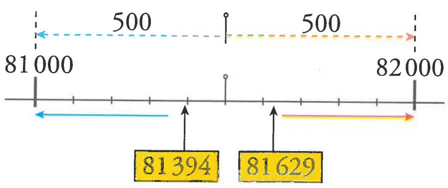
O erro absoluto é menor que...

No caso do parafuso, o erro está acoutado: é menor que 1 mm.

REDONDEO E COTA DO ERRO ABSOLUTO

Lembra que o redondeo consiste en aproximar, nunha determinada orde de unidades, á alza ou á baixa segundo que a primeira cifra que se vai suprimir estea por riba ou por debaixo de 5.

Así, cando redondeamos, por exemplo, aos millares, o erro cometido é inferior a 5 centenas:



$$\left.\begin{array}{l} 81\,394 \xrightarrow{} 81\,000 \\ 81\,629 \xrightarrow[\text{REDONDEO}]{} 82\,000 \end{array}\right\} \text{ERRO} < 500$$

O erro cometido no redondeo é menor que 5 unidades da orde da primeira cifra non utilizada.

Exercicio resolto

Dar unha cota do erro absoluto nas valoracións do anterior exercicio resolto.

a) Visitantes dun museo:

183 594 → 180 000

b) Manifestantes:

234 590 → 200 000

c) Grans de arroz:

11 892 583 → 12 millóns

a) 183 594 ⟶ 180 000
Primeira cifra suprimida.

A primeira cifra non utilizada é da orde dos millares. Por tanto, o erro absoluto é inferior a 5 millares:

ERRO < 5 000

b) 234 590 ⟶ 200 000
Primeira cifra suprimida.

ERRO < 50 000

c) 11 892 583 ⟶ 12 millóns

ERRO < medio millón → 0,5 millóns

Erro relativo

O erro absoluto non dá toda a información necesaria respecto á "finura" da me-
dición, como apreciarás nos seguintes exemplos:

DISTANCIA ENTRE DÚAS CIDADES → 126 km (ERRO ABSOLUTO < 0,5 km

ANCHURA DUN REGATO → 13 m (ERRO ABSOLUTO < 0,5 m)

O erro absoluto é moito máis grande na primeira medición (0,5 km > 0,5 m), no
obstante, a segunda é moito máis bruta, xa que equivocarse en 0,5 m ao medi
13 m é errar máis que equivocarse en 0,5 km ao medir 126 km.

Isto vese con claridade ao dividir o erro absoluto entre a distancia (erro por uni-
dade ou *erro relativo*):

$$\frac{0{,}5}{126} \approx \boxed{0{,}004} \qquad \frac{0{,}5}{13} \approx \boxed{0{,}04}$$

Como ves, o segundo cociente é máis grande que o primeiro.

Erro relativo é o cociente entre o erro absoluto e o valor real.

$$\text{ERRO RELATIVO} = \frac{\text{ERRO ABSOLUTO}}{\text{VALOR REAL}}$$

O erro relativo é tanto menor cantas máis cifras significativas se usen.

▶ **Exemplos**

a) Medida dunha variña → $66{,}\widehat{6}$ cm; Valoración aproximada → 67 cm } ERRO ABSOLUTO < 0,5 cm

ERRO RELATIVO < 0,5/67 < 0,008

b) Medida dunha variña → $666{,}\widehat{6}$ mm; Valoración aproximada → 667 mm } ERRO ABSOLUTO < 0,5 mm

ERRO RELATIVO < 0,5/667 < 0,0008

2. Actividades para **reforzar** o cálculo de erros cometidos ao dar unha aproximación.

Exercicio resolto

Dar unha cota do erro relativo nas valoracións do anterior exercicio resolto:

a) Visitantes dun museo:

183 594 → 180 000

b) Manifestantes:

234 590 → 200 000

c) Grans de arroz:

11 892 583 → 12 millóns

a) Valoración → 180 000 ↓ ERRO ABSOLUTO < 5 000 } E. RELATIVO < 5 000/180 000 < 0,028

b) Valoración → 200 000 ↓ ERRO ABSOLUTO < 50 000 } E. RELATIVO < 50 000/200 000 < 0,25

c) Valoración → 12 millóns; ERRO ABSOLUTO < 0,5 millóns } E. RELATIVO < 0,5/12 < 0,042

4 A notación científica

$A = 634000000000000000$

$B = 928000000000000000$

Saberías decidir, a bote pronto, cal dos dous números anotados na marxe é maior?

Está claro que se fai necesario contar os ceros, e que a tarefa é lenta e molesta, de modo que se mostra o pouco práctica que resulta a notación habitual dos números para expresar cantidades grandes.

Contando as cifras, podemos expresar os números do seguinte modo:

$$\left.\begin{array}{l} \boxed{A = 6{,}34 \cdot 10^{17}} \\ \\ \boxed{B = 9{,}28 \cdot 10^{16}} \end{array}\right\} \rightarrow \text{Agora está claro que } A > B.$$

Os números expresáronse en *notación científica,* que resulta moito máis práctica e manexable.

A notación científica se utiliza, tamén, con números moi pequenos:

$$M = 0{,}000000000098 = \frac{9{,}8}{100\,000\,000\,000} = \frac{9{,}8}{10^{11}}$$

$$\boxed{M = 9{,}8 \cdot 10^{-11}} \rightarrow \text{Notación científica}$$

- Un número en **notación científica** consta de dous factores: un número decimal e unha potencia de base 10.
- O número decimal é maior ou igual que 1 e menor que 10.
- A potencia de base 10 ten expoñente enteiro.

ORDES DE MAGNITUDE

xiga	10^9
mega	10^6
quilo	10^3
hecto	10^2
deca	10
deci	10^{-1}
centi	10^{-2}
mili	10^{-3}
micro	10^{-6}
nano	10^{-9}

Nos números con moitas cifras, adoita ser razoable usar só as primeiras, o que facilita a expresión das aproximacións en notación científica.

▶ Exemplos

- Número de grans nun saco de arroz: 11 892 583 grans

APROXIMACIÓN → 12 millóns → 12 000 000 → $1{,}2 \cdot 10^7$

↓

ERRO ABSOLUTO < 0,5 millóns → 500 000 → $5 \cdot 10^5$

- Poboación da China: 1 313 970 000 habitantes

APROXIMACIÓN → 1 300 millóns → $1{,}3 \cdot 10^9$

↓

ERRO ABSOLUTO < 50 millóns → $5 \cdot 10^7$

Na notación científica, o expoñente serve para interpretar como de grande ou de pequeno é o número, pois indica a cantidade de cifras que ten.

Lembra

- $\boxed{10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}}$

  $10^5 \cdot 10^8 = 10^{13}$

- $\boxed{10^m : 10^n = 10^{m-n}}$

  $10^{11} : 10^8 = 10^3$

  $10^7 : 10^{-3} = 10^{10}$

OPERACIÓNS CON NÚMEROS EN NOTACIÓN CIENTÍFICA

Para operar con números en notación científica, procédese de forma natura tendo en conta que cada número está formado por dous factores: a expresió decimal e a potencia de base 10.

- O **produto** e o **cociente** son inmediatos, utilizando os procedementos habi tuais:

  $$(4{,}25 \cdot 10^9) \cdot (5{,}6 \cdot 10^7) = (4{,}25 \cdot 5{,}6) \cdot (10^9 \cdot 10^7) = 23{,}8 \cdot 10^{16}$$

  Para ofrecer o resultado en notación científica, debemos transformalo dei xando unha soa cifra na parte enteira:

  $$23{,}8 \cdot 10^{16} = 2{,}38 \cdot 10^{17}$$

- A **suma** e a **resta** esixen preparar os sumandos de modo que teñan todos mesma potencia de base 10 e, así, poder sacar factor común:

  $$1{,}43 \cdot 10^8 + 5{,}2 \cdot 10^7 = 14{,}3 \cdot 10^7 + 5{,}2 \cdot 10^7 = (14{,}3 + 5{,}2) \cdot 10^7 =$$
  $$= 19{,}5 \cdot 10^7 = 1{,}95 \cdot 10^8$$

Exercicios resoltos

1. Calcular.

$$\frac{9{,}5 \cdot 10^7 - 3{,}4 \cdot 10^8}{1{,}4 \cdot 10^{-6}}$$

1. $$\frac{9{,}5 \cdot 10^7 - 3{,}4 \cdot 10^8}{1{,}4 \cdot 10^{-6}} = \frac{0{,}95 \cdot 10^8 - 3{,}4 \cdot 10^8}{1{,}4 \cdot 10^{-6}} = \frac{(0{,}95 - 3{,}4) \cdot 10^8}{1{,}4 \cdot 10^{-6}} =$$
$$= \frac{-2{,}45 \cdot 10^8}{1{,}4 \cdot 10^{-6}} = (-2{,}45 : 1{,}4) \cdot 10^{8-(-6)} = -1{,}75 \cdot 10^{14}$$

2. A distancia media da Terra ao Sol é de 149 600 000 km. Expresala en centímetros, con tres cifras significativas, e dar unha cota do erro absoluto e outra cota do erro relativo.

2. MEDIDA ⟶ 149 600 000 km

14 960 000 000 000 cm

APROXIMACIÓN ⟶ 15 000 000 000 000 = $1{,}50 \cdot 10^{13}$

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

ERRO ABSOLUTO ⟶ < 50 000 000 000 = $5 \cdot 10^{10}$

Observa que o primeiro cero da aproximación é cifra significativa. Así, o erro é inferior en 5 unidades do orden seguinte.

ERRO RELATIVO < $5 \cdot 10^{10}/1{,}50 \cdot 10^{13} = 5/1\,500 < 0{,}0034$

Actividades

1 Expresa con todas as súas cifras.

a) $2{,}63 \cdot 10^8$ b) $5{,}8 \cdot 10^{-7}$

2 Expresa en notación científica, con tres cifras significativas.

a) 262 930 080 080 000 b) $2\,361 \cdot 10^9$

c) 0,000000001586 d) $0{,}256 \cdot 10^{-10}$

3 Expresa en gramos, utilizando a notación científica.

a) A masa da Terra: 5 974 trillóns de toneladas.

b) A masa dun electrón: $9{,}10 \cdot 10^{-31}$ quilos.

4 O volume da Terra é 1 083 302 000 000 km^3, aproximadamente. Exprésao en metros cúbicos, con tres cifras significativas, e dá unha cota do erro absoluto e outra do erro relativo.

NOTACIÓN CIENTÍFICA E CALCULADORA

A seguinte potencia obtense facilmente mediante cálculo mental:

$$5\,000^3 = 5\,000 \cdot 5\,000 \cdot 5\,000 = 125\,000\,000\,000$$

Sabendo o resultado, compárao co que se obtén calculadora:

$5\,000 \boxed{\times}\boxed{\times}\ \boxed{=}\ \boxed{=}$ → $\boxed{1.25^{11}}$

$5\,000 \boxed{x^y}\ 3 \boxed{=}$ → $\boxed{1.25^{11}}$

Cando o número non cabe na pantalla, a máquina móstrao en notación científica.

$\boxed{1.25^{11}}$ significa → $1{,}25 \cdot 10^{11}$

E o mesmo ocorre cos números moi pequenos. Para comprobalo, imos calcular $1/5\,000^3$:

$$\frac{1}{5\,000^3} = \frac{1}{1{,}25 \cdot 10^{11}} = (1 : 1{,}25) \cdot 10^{-11} = 0{,}8 \cdot 10^{-11} = 8 \cdot 10^{-12}$$

Para facelo coa calculadora, primeiro garda en memoria o resultado obtido arriba, e, despois, divide 1 entre a memoria:

$5\,000^3$ → $\boxed{1.25^{11}}$ → $\boxed{\text{Min}}$ → $1 \boxed{\div}\ \boxed{\text{MR}}\ \boxed{=}$ → $\boxed{8.^{-12}}$ ← $\dfrac{1}{5\,000^3}$

O resultado significa $8 \cdot 10^{-12}$; é dicir, "oito billonésimas".

Exercicio resolto

Calcular manualmente e coa calculadora.

$$\frac{(4{,}5 \cdot 10^{12}) \cdot (2{,}1 \cdot 10^{-8})}{1{,}34 \cdot 10^{12} - 9{,}2 \cdot 10^{11}}$$

Cálculo manual

$$\frac{(4{,}5 \cdot 2{,}1) \cdot (10^{12} \cdot 10^{-8})}{13{,}4 \cdot 10^{11} - 9{,}2 \cdot 10^{11}} = \frac{9{,}45 \cdot 10^4}{4{,}2 \cdot 10^{11}} = (9{,}45 : 4{,}2) \cdot 10^{4-11} = 2{,}25 \cdot 10^{-7}$$

Coa calculadora

Operamos primeiro o denominador e gardámolo na memoria:

$1{,}34 \boxed{\text{EXP}}\ 12 \boxed{-}\ 9{,}2 \boxed{\text{EXP}}\ 11 \boxed{=}\ \boxed{\text{Min}}$ → $\boxed{\text{M}\quad 4.2^{11}}$

Operamos o numerador:

$4{,}5 \boxed{\text{EXP}}\ 12 \boxed{\times}\ 2{,}1 \boxed{\text{EXP}}\ 8 \boxed{+/-}\ \boxed{=}$ → $\boxed{94500}$

Dividimos o que temos en pantalla entre a memoria:

$\boxed{94500}$ → $\boxed{\div}\ \boxed{\text{MR}}\ \boxed{=}$ → $\boxed{2.25^{-07}}$

3. Actividades para **reforzar** a operativa con números en notación científica.

Actividades

5 Calcula.

a) $1/300^5$ b) $(3{,}145 \cdot 10^{-7}) \cdot (2{,}5 \cdot 10^{18})$ c) $5{,}83 \cdot 10^9 + 6{,}932 \cdot 10^{12} - 7{,}5 \cdot 10^{10}$

Exercicios e problemas

PRACTICA

Relación entre número decimal e fracción

1 Calcula mentalmente o número decimal equivalente a cada fracción.

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{8}{5}$ d) $\frac{17}{10}$

e) $\frac{15}{100}$ f) $\frac{45}{2}$ g) $\frac{7}{20}$ h) $\frac{31}{25}$

2 Transforma en número decimal as seguintes fraccións:

a) $\frac{121}{9}$ b) $\frac{753}{4}$ c) $\frac{1}{18}$ d) $\frac{2}{11}$ e) $\frac{49}{8}$

3 Clasifica os seguintes números racionais en decimais exactos e decimais periódicos.

a) $\frac{13}{8}$ b) $\frac{139}{27}$ c) $\frac{25}{11}$

d) $\frac{9}{250}$ e) $\frac{131}{66}$ f) $\frac{223}{18}$

4 Expresa en forma de fracción irredutible.

a) $1,321$ b) $2,\widehat{4}$ c) $0,008$ d) $5,\widehat{54}$

e) $2,3\widehat{5}$ f) $0,0\widehat{36}$ g) $0,\widehat{945}$ h) $0,11\widehat{6}$

5 Comproba, pasando a fracción, que os seguintes números decimais corresponden a números enteiros:

$$1,\widehat{9};\quad 2,\widehat{9};\quad 7,\widehat{9};\quad 11,\widehat{9}$$

Observando o resultado obtido, que número enteiro lle corresponde a $126,\widehat{9}$?

6 Ordena de menor a maior:

$$5,53;\quad 5,\widehat{53};\quad 5,5\widehat{3};\quad 5,5;\quad 5,56;\quad 5,\widehat{5}$$

7 Cales dos seguintes números poden expresarse como fracción?:

$$3,45;\quad 1,00\widehat{3};\quad \sqrt{2};\quad 2+\sqrt{5};\quad \pi;\quad 1,\widehat{142857}$$

Escribe a fracción que representa a cada un nos casos en que sexa posible.

8 Escribe, en cada caso, un decimal exacto e un decimal periódico comprendidos entre os números dados:

a) $3,5$ e $3,6$ b) $3,\widehat{4}$ e $3,\widehat{5}$ c) $3,2\widehat{5}$ e $3,\widehat{26}$

Números aproximados. Erros

9 Aproxima ás centésimas.

a) $0,318$ b) $3,2414$ c) $18,073$

d) $\frac{100}{71}$ e) $\frac{25}{13}$ f) $\frac{65}{7}$

10 Calcula:

a) O erro absoluto cometido en cada unha das aprox macións realizadas no exercicio anterior.

b) Unha cota do erro relativo cometido en cada caso.

11 Expresa cun número adecuado de cifras signi cativas.

a) Audiencia de certo programa de televisión: 3 017 84 espectadores.

b) Tamaño dun virus: 0,008375 mm.

c) Resultado de 15^7.

d) Prezo dun coche: 18 753 €.

e) Orzamento dun concello: 987 245 €.

f) Porcentaxe de votos dun candidato a delegad 37,285%.

g) Capacidade dun pantano: 3 733 827 000 *l*.

12 Calcula, en cada un dos apartados do exercic anterior, o erro absoluto e o erro relativo das cantidad dadas como aproximacións.

13 Indica, en cada caso, en cal das aproximacións comete menos erro absoluto:

a) $1,\widehat{37} \approx \begin{cases} 1,3 \\ 1,4 \end{cases}$ b) $\frac{17}{6} \approx \begin{cases} 2,8 \\ 2,9 \end{cases}$

14 Nun supermercado véndense nun día 735 un dades dun determinado deterxente a 10,95 € a unid de.

a) Canto diñeiro se recadou coa venda? Aproxima cantidade obtida dando dúas cifras significativas.

b) Di cal é o erro absoluto que se comete ao facer aproximación. Cal sería unha cota do erro absolut

15 Os números 2,5 e 2,6 son dúas aproximacións d valor $n = 18/7$.

a) Calcula o erro absoluto en cada caso. Cal dos dous máis próximo a n?

b) Calcula en cada caso unha cota do erro relativo con prendida entre 0,1 e 0,01.

Notación científica

16 Expresa cunha potencia de base 10.

a) 1 000 b) 1 000 000
c) 1 000 000 000 d) 0,001
e) 0,000001 f) 0,000000001

17 Expresa con todas as cifras.

a) $6,25 \cdot 10^8$ b) $2,7 \cdot 10^{-4}$ c) $3 \cdot 10^{-6}$
d) $5,18 \cdot 10^{14}$ e) $3,215 \cdot 10^{-9}$ f) $-4 \cdot 10^{-7}$

18 Escribe en notación científica.

a) 4 230 000 000 b) 0,00000004
c) 84 300 d) 0,000572

19 Expresa en notación científica.

a) Recadación das quinielas nunha xornada de liga de fútbol: 1 628 000 €.
b) Diámetro dunha punta de alfinete: 0,1 mm.
c) Orzamento destinado a Sanidade: 525 miles de millóns.
d) Diámetro das células sanguíneas: 0,00075 mm.

20 Expresa en notación científica.

a) A centésima parte dunha décima.
b) Tres millares de billón.
c) Dous mil trescentos miles de millóns.
d) Cinco millonésimas.

21 Reduce a unha potencia de base 10.

a) $10^3 \cdot 10^5 \cdot 10$ b) $(10^2 \cdot 10^2)^2$
c) $10^{-4} \cdot 10^6$ d) $10^{-3} \cdot 10^5$
e) $10^8 : 10^3$ f) $10^5 : 10^8$
g) $10^{-2} : 10^{-5}$ h) $10^{-6} : 10^{-2}$

22 Reduce.

a) $\dfrac{10^5 \cdot 10^2}{10^6}$ b) $\dfrac{10^2 \cdot 10^4}{10^8}$ c) $\dfrac{10^5 \cdot 10^7}{10^4 \cdot 10^8}$

23 Calcula mentalmente.

a) $(1,5 \cdot 10^7) \cdot (2 \cdot 10^5)$ b) $(3 \cdot 10^6) : (2 \cdot 10^{-3})$
c) $(4 \cdot 10^{-12}) : (2 \cdot 10^{-4})$ d) $\sqrt{9 \cdot 10^4}$
e) $(2 \cdot 10^{-3})^3$ f) $\sqrt[3]{8 \cdot 10^{-6}}$

24 Calcula con lapis e papel, expresa o resultado en notación científica e compróbao coa calculadora.

a) $(3,5 \cdot 10^7) \cdot (4 \cdot 10^8)$ b) $(5 \cdot 10^{-8}) \cdot (2,5 \cdot 10^5)$
c) $(1,2 \cdot 10^7) : (5 \cdot 10^{-6})$ d) $(6 \cdot 10^{-7})^2$
e) $\sqrt{121 \cdot 10^{-6}}$ f) $(5 \cdot 10^4)^3$

25 Efectúa a man utilizando a notación científica e comproba, despois, coa calculadora.

a) $5,3 \cdot 10^8 - 3 \cdot 10^{10}$ b) $3 \cdot 10^{-5} + 8,2 \cdot 10^{-6}$
c) $3,1 \cdot 10^{12} + 2 \cdot 10^{10}$ d) $6 \cdot 10^{-9} - 5 \cdot 10^{-8}$

26 Expresa en notación científica e calcula.

a) $(75\,800)^4 : (12\,000)^2$

b) $\dfrac{0,000541 \cdot 10\,318\,000}{1\,520\,000 \cdot 0,00302}$

c) $\dfrac{2\,700\,000 - 13\,000\,000}{0,00003 - 0,00015}$

27 Utiliza a calculadora para efectuar as seguintes operacións e expresa o resultado con dúas e con tres cifras significativas.

a) $(4,5 \cdot 10^{12}) \cdot (8,37 \cdot 10^{-4})$
b) $(5,2 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,25 \cdot 10^{-9})$
c) $(8,4 \cdot 10^{11}) : (3,2 \cdot 10^{-6})$
d) $(7,8 \cdot 10^{-7})^3$

28 Efectúa e expresa o resultado en notación científica.

a) $\dfrac{3 \cdot 10^{-5} + 7 \cdot 10^{-4}}{10^6 - 5 \cdot 10^5}$

b) $\dfrac{7,35 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^{-3}} + 3,2 \cdot 10^7$

c) $(4,3 \cdot 10^3 - 7,2 \cdot 10^5)^2$

Comproba os resultados coa calculadora.

29 Asocia cada un destes números cunha das cantidades dadas:

Números:

$5,97 \cdot 10^{31}$; $1,5 \cdot 10^{-1}$; $9,1 \cdot 10^{-31}$

Cantidades:

Paso dun parafuso en milímetros.
Masa do electrón en quilogramos.
Masa da Terra en toneladas.

Exercicios e problemas

PENSA E RESOLVE

30 Comproba, pasando a fracción, que o resultado destas operacións é un número enteiro.

a) $6,\widehat{17} + 3,\widehat{82}$ b) $4,\widehat{36} : 0,\widehat{16}$

c) $2,6\widehat{9} + 9,3$ d) $1,4 : 1,\widehat{5} + 0,1$

31 Escribe unha aproximación dos seguintes números cun erro menor que cinco milésimas:

a) 5,7468 b) 12,5271 c) 8,0018

32 Utiliza a calculadora para expresar en forma decimal as seguintes fraccións:

$$\frac{79}{5}, \frac{23}{6}, \frac{59}{8}, \frac{129}{20}, \frac{425}{9}, \frac{45}{7}$$

Observa os denominadores e razoa sobre que condición debe cumprir unha fracción para que poida transformarse nun decimal exacto ou periódico.

33 Di cal é a vixésima cifra decimal destes números cando os expresamos como decimais.

a) $\frac{47}{111}$ b) $\frac{123}{990}$ c) $\frac{45}{13}$

34 Indica canto debe valer n para que se verifique cada igualdade:

a) $0,0000000023 = 2,3 \cdot 10^n$

b) $87,1 \cdot 10^{-6} = 8,71 \cdot 10^n$

c) $1\,250\,000 = 1,25 \cdot 10^n$

d) $254,2 \cdot 10^4 = 2,542 \cdot 10^n$

e) $0,000015 \cdot 10^{-2} = 1,5 \cdot 10^n$

35 Exercicio resolto

O número de asistentes a unha manifestación é de 850 000 persoas.

a) Expresar a cantidade en notación científica.

b) É unha cantidade exacta ou aproximada?

c) Dar unha cota do erro absoluto e outra do erro relativo que se comete tomando tres cifras significativas.

a) $850\,000 = 8,5 \cdot 10^5$

b) É unha cantidade aproximada, pois é imposible calcular con precisión o número de persoas que acoden a unha manifestación tan numerosa.

c) Tres cifras significativas significan que o primeiro que aparece está controlado $\rightarrow$ $8,50 \cdot 10^5$ en notación científica.

Medición $\rightarrow$ 850 miles de persoas

ERRO ABSOLUTO < 0,5 miles

ERRO RELATIVO $< \frac{0,5 \text{ miles}}{850 \text{ miles}} = \frac{0,5}{850} < 0,0006$

36 O orzamento destinado a infraestruturas pa certa rexión é de 3 430 millóns de euros.

a) Expresa a cantidade en notación científica.

b) Dá unha cota do erro absoluto e outra do erro rel tivo cometido ao tomar dúas cifras significativas.

37 Calcula utilizando a notación científica. Expre o resultado con tres cifras significativas e dá unha co do erro absoluto cometido en cada caso:

a) $(7,5 \cdot 10^6) : (0,000086)$

b) $\dfrac{13\,000\,000 - 2\,700\,000}{0,00015 - 0,00003}$

c) $328\,000\,000 \cdot (0,0006)^2$

d) $(45\,000)^2 - 85\,400\,000$

38 A masa do Sol é 330 000 veces a da Terra, apr ximadamente, e esta é $5,98 \cdot 10^{21}$ t. Expresa en not ción científica a masa do Sol en quilogramos.

39 O ser vivo máis pequeno é un virus que pesa arr dor de 10^{-18} g, e o máis grande é a balea azul, que pes aproximadamente, 138 t. Cantos virus serían necesari para conseguir o peso dunha balea?

40 Nun saco de area de 50 kg hai, aproximadame te, $3 \cdot 10^6$ grans. Calcula o número de grans que hab rá nunha tonelada.

41 A dose dunha vacina é 0,05 cm^3. Se a vacina te 100 000 000 bacterias por centímetro cúbico, cant bacterias haberá nunha doses? Exprésao en notació científica.

42 Se a velocidade de crecemento do cabelo hum no é $1,6 \cdot 10^{-8}$ km/h, cantos centímetros medra o pe nun mes? E nun ano?

43 En 18 g de auga hai $6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas de es composto. Cal é a masa en gramos dunha molécula auga?

Desenvolve as túas competencias

2

Aplica o que sabes

Peso medio

Un arrieiro leva no seu carro vinte sacos de trigo que pesan, de media, 35,5 kg. Tras pasar a noite nunha pousada, págalle ao hospedeiro en especie, para o cal quita 1 kg de trigo do primeiro saco, 2 kg do segundo, 3 kg do terceiro e así, sucesivamente, ata o último. Cal é agora o peso medio dos sacos?

Cada vez máis pequeno

Supón que vas elevando **dúas décimas** a sucesivas potencias

$$(0,2)^1 \quad (0,2)^2 \quad (0,2)^3 \quad \dots$$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$0,2 \qquad 0,04 \qquad 0,008$$

Ata que potencia debes chegar para obter un decimal menor que unha millonésima? É dicir:

$$\boxed{(0,2)^n < 10^{-6}} \leftrightarrow n?$$

Utiliza o teu enxeño

Outra longa conta

$$0,001 - 0,002 + 0,003 - \dots - 0,998 + 0,999 = ?$$

Autoavaliación

Reflexiona sobre a túa aprendizaxe

- Identificas que números se poden expresar como fracción? Sabes obter o número decimal asociado a unha fracción, e viceversa?
- Sabes expresar unha cantidade cun número adecuado de cifras significativas e valorar o erro cometido?
- Manexas con axilidade a notación científica e controlas o erro cometido cando das unha aproximación?
- Manexas con soltura a calculadora?

Verifícao resolvendo exercicios

1 Indica cales dos seguintes números se poden expresar como fracción e escríbea nos casos posibles:

$$18,6 \qquad 3+\sqrt{5} \qquad \frac{\pi}{2} \qquad 1,0\widehat{3} \qquad 12,\widehat{6} \qquad 7\sqrt{3} \qquad 6,12$$

2 Calcula o número decimal asociado a estas fraccións:

a) $\frac{11}{4}$ b) $\frac{347}{100}$ c) $\frac{19}{3}$ d) $\frac{85}{11}$ e) $\frac{134}{5}$

3 Expresa cun número adecuado de cifras significativas e calcula o erro absoluto e o erro relativo que se comete en cada caso:

a) Prezo dunha praza de garaxe: 29 350 €.

b) Resultado de 9^{10}.

c) Oíntes dun programa de radio: 2 970 350.

4 a) Expresa en notación científica e, despois, acha coa calculadora, dando o resultado con tres cifras significativas:

$$\frac{15\,000 \cdot 25 \cdot 10^7}{0,00007}$$

b) Dá unha cota do erro absoluto e outra do erro relativo ao dar o resultado aproximado.

4. No teu CD-ROM tes unha **autoavaliación moito máis ampla e completa.** Nel encontrarás, ademais, orientacións e, se o desexas, as solucións dos exercicios.