XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA
Dirección Xeral de Educación, Formación
Profesional e Innovación Educativa

Educación secundaria
para persoas adultas

Ámbito científico tecnolóxico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 3

Unidade didáctica 3

Funcións

Índice

1. Introdución

1.1 Descrición da unidade didáctica

Nesta unidade veremos como analizar e describir as gráficas que representan os fenómenos da vida cotiá e doutros ámbitos do coñecemento.

Estudaremos tamén as funcións lineais e as de segundo grao aprendendo a representalas, a calcular os seus elementos principais e a identificar algunhas das súas características antes de representalas. É dicir, antes de representalas xa imos ter unha idea aproximada de como vai ser a gráfica da función.

1.2 Coñecementos previos

Para traballar con esta unidade é necesario recordar os conceptos sobre funcións estudados nos módulos anteriores, en especial:

- As coordenadas cartesianas (ver unidade 3 do módulo 1).
- Concepto e formas de representación dunha función (ver unidade 3 do módulo 1).
- As características e elementos principais das funcións (ver unidade 3 do módulo 2).
- As ecuacións lineais e as de segundo grao (ver unidade 2 do módulo 3).
- Os sistemas de ecuacións lineais (ver unidade 2 do módulo 3).

1.3 Criterios de avaliación

- Coñecer os elementos que interveñen no estudo das funcións e a súa representación gráfica.
- Recoñecer as situacións de relación funcional que necesitan ser descritas mediante funcións lineais e cuadráticas, calculando os seus parámetros e as súas características.

2. Secuencia de contidos e actividades

2.1 Relacións entre magnitudes

Como norma xeral, son moitos os fenómenos nos que interveñen varias magnitudes que están relacionadas entre elas.

As veces son só dúas as magnitudes que interveñen como por exemplo cando imos á compra para mercar mazás. O prezo que paguemos por elas dependerá do que pesen.

Outras veces interveñen máis de dúas magnitudes como pasa, por exemplo, no recibo da luz no que o que pagamos depende do consumo e da potencia contratada entre outros factores.

Nós ímonos centrar nos casos nos que interveñen unicamente dúas magnitudes.

Como xa sabemos de cursos anteriores, a relación entre dúas magnitudes podémola expresar a través de fórmulas, de táboas ou de gráficas. Ímolo lembrar a través dun exemplo.

Actividade resolta

O tendeiro do meu barrio vende as mazás a 1,25 € o kg. Exprese en forma de táboa, fórmula e gráfica esta relación.

TÁBOA

Como o que imos pagar dependerá do peso das mazás, faremos unha táboa na que lle daremos os valores que queiramos ao peso das mazás e calcularemos o seu prezo.

O peso das mazás representarémolo por *x* e o prezo por *y*.

x = peso en kg	y = prezo en €
1	1,25
2	2,50
3	3,75
4	5
5	6,25
6	7,50
7	8,75

FÓRMULA

Como cada kg de mazás custa 1,25 €, o total que temos que pagar calculámolo multiplicando os kg que mercamos polo prezo de cada kg.

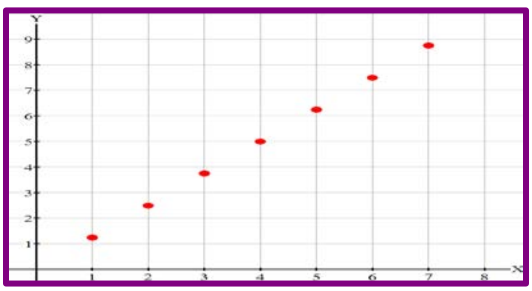
Polo tanto temos que:

Prezo = 1,25 · nº de kg mercados

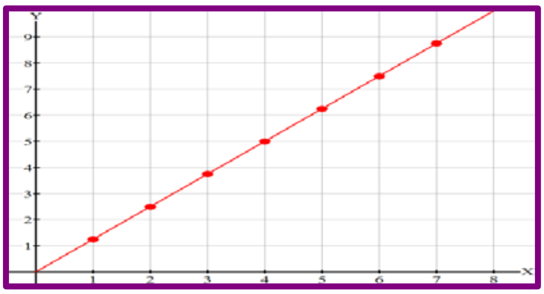
Lembre que o peso das mazás representámolo por *x* e o prezo por *y*. Así a expresión obtida é:

$$y = 1{,}25 \cdot x$$

GRÁFICA



Que se os unimos temos a gráfica que representa esta relación.



2.2 As funcións

2.2.1 Concepto de función

Unha **función** é una relación entres varias magnitudes que cumpre unha serie de características. Como xa indicamos anteriormente, ímonos centrar nesta unidade nas relacións entre dúas magnitudes.

Así, unha función é unha relación entre dúas magnitudes na que a cada valor dunha magnitude se lle asocia un único valor da outra.

Un exemplo é o da actividade resolta do apartado anterior. Como as mazás custan a 1,25 € o kg, a cada peso das mazás correspóndelle un único prezo en €.

A magnitude que se fixa previamente, que no noso exemplo é o peso das mazás, denomínase **variable independente**, e a magnitude que se calcula a partir da anterior, que no noso exemplo é o prezo que temos que pagar, chámase **variable dependente**.

A variable independente represéntase habitualmente pola letra ***x*** e a variable dependente represéntase pola letra ***y***. A variable dependente tamén se pode representar por $f(x)$.

Á hora de representar graficamente unha función, os valores da variable independente (***x***) represéntanse no eixe horizontal, tamén chamado **eixe de abscisas**. Os valores da variable dependente (***y***) represéntanse no eixe vertical, chamado **eixe de ordenadas**.

Os puntos marcados nas gráficas da actividade resolta do apartado anterior (puntos e liñas de cor vermello) son os que cumpren que o valor de ***y*** (prezo en €) é igual ao valor de ***x*** (peso en kg) multiplicado por 1,25.

Polo tanto a gráfica dunha función está formada polos puntos do plano cuxas coordenadas cumpren a relación indicada pola función. No noso exemplo, os puntos en vermello son os que teñen a segunda coordenada igual á primeira multiplicada por 1,25.

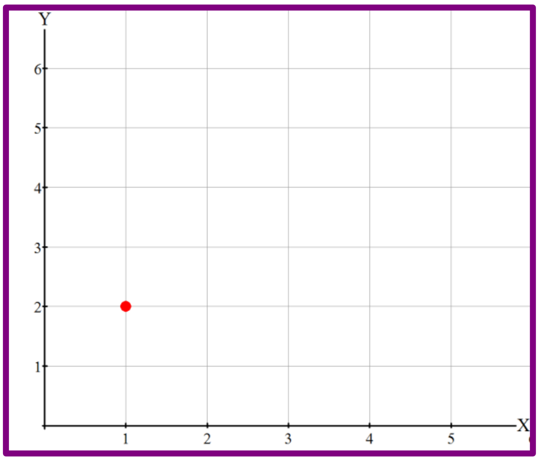
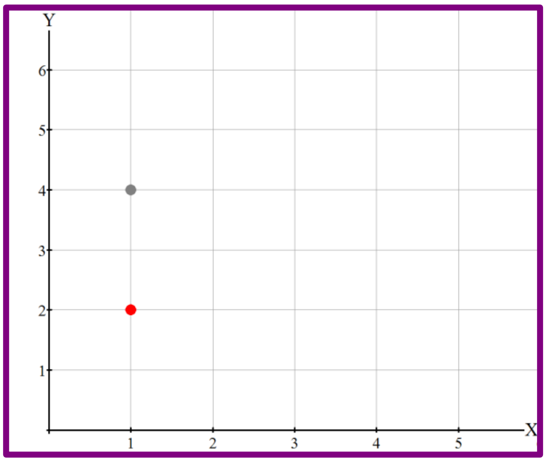
Unha vez que temos explicada a idea de función e a súa relación coa representación gráfica, imos ver a definición matemática do que é unha función.

Unha **función** é unha relación entre dúas variables na que para cada valor da variable independente (***x***) lle corresponde un único valor da variable dependente (***y***).

A cada función correspóndelle a súa representación gráfica que nos axuda a coñecer o comportamento da función: onde corta aos eixes, onde crece, onde decrece...

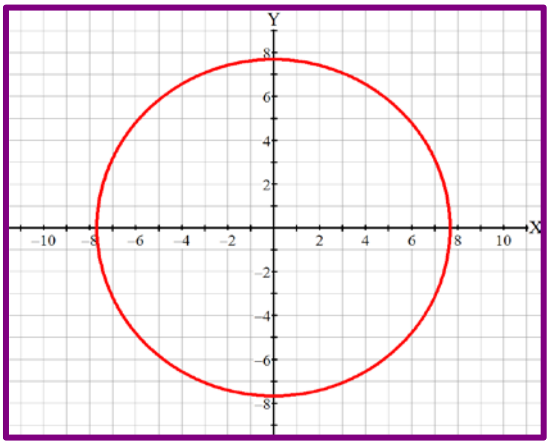
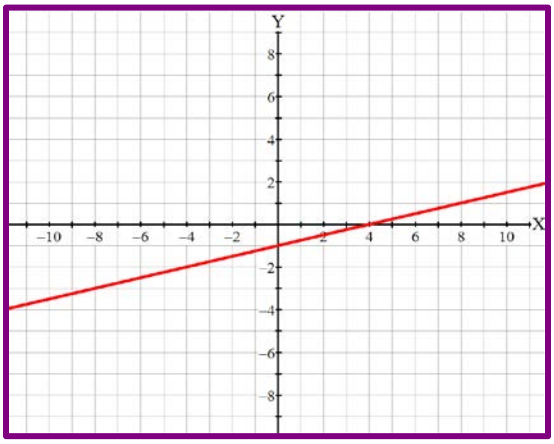
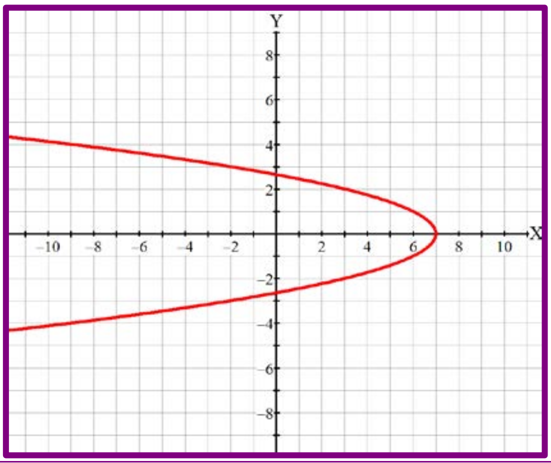
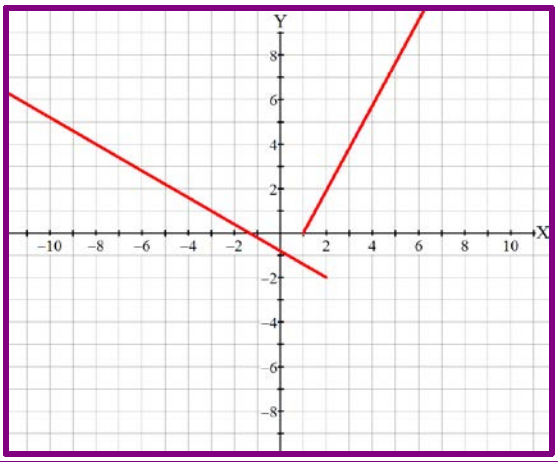
Xa que a gráfica dunha función nos axuda a coñecer o seu comportamento, como podemos diferenciar cando unha liña debuxada nun eixes representa ou non unha función?

Nunha función, para cada valor de ***x*** correspóndelle un único valor de ***y***. É dicir, se a $x = 1$ lle corresponde o valor $y = 2$, non lle pode corresponder outro valor diferente. Polo tanto, se a gráfica dunha función pasa polo punto (1,2) non pode pasar por outro punto diferente coa primeira coordenada 1. Se así fose, ao valor de $x = 1$ corresponderíanlle dous valores diferentes.

<table>
<tr><td>Se a $x = 1$ lle corresponde só o valor $y = 2$, temos a seguinte representación gráfica.</td><td>Se a $x = 1$ lle corresponden os valores $y = 2$ e $y = 4$, temos a seguinte representación gráfica.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Polo tanto, se estamos nunha función non pode pasar o que aparece no debuxo da dereita. É dicir, a gráfica dunha función non pode pasar dúas veces pola mesma "vertical".</td></tr>
</table>

Actividade resolta

Indique cales das seguintes gráficas representan unha función e cales non.

	
Non é a gráfica dunha función xa que, por exemplo, a x=2 correspóndenlle dous valores, un positivo e outro negativo.	É a gráfica dunha función.
	
Non é a gráfica dunha función pois a todos os valores de x menores ca 7 lles corresponden dous valores de y.	Non é a gráfica dunha función pois a todos os valores de x entre 1 e 2 lles corresponden dous valores de y.

Ao único valor da variable ***y*** que lle corresponde a un valor determinado de ***x***, $x = a$, chámaselle **imaxe** de ***a***. Represéntase por $f(a)$.

Actividade resolta

O tendeiro do meu barrio vende as mazás a 1,25 € o kg. Xa temos visto que a expresión que lle corresponde a esta situación é $y = 1{,}25 \cdot x$, se é ***x*** o peso das mazás en kg e ***y*** o seu prezo en €. Calcule a imaxe de 2 mediante esta función.

A imaxe de x=2 é o valor que lle corresponde mediante a función polo que temos que substituír na expresión x polo número 2 e facer as operacións correspondentes.

$$f(2) = 1{,}25 \cdot 2 = 2{,}5$$

Polo tanto a imaxe de 2 é 2,5 que expresamos $f(2) = 2{,}5$.

Ás veces temos un valor da variable dependente e queremos saber cal é o valor da variable independente que lle corresponde. Pense no exemplo das mazás que custan a 1,25 € o kg. Imaxine que leva 4 € e que quere mercar 4 € de mazás. Cantos kg de mazás pode mercar?

Como a expresión que relaciona o peso en kg das mazás co prezo en € é:

$$y = 1{,}25 \cdot x$$

E sabemos que ***y*** = 4 xa que temos 4 €, para calcular ***x*** o que debemos facer é resolver a ecuación:

$$4 = 1{,}25 \cdot x$$

Polo tanto:

$$4 = 1{,}25 \cdot x \Rightarrow x = \frac{4}{1{,}25} = 3{,}2 \text{ kg}$$

Así sabemos que con 4 € podemos mercar 3,2 kg de mazás.

O que fixemos aquí foi calcular o orixinal de 4 mediante a función $y = 1{,}25 \cdot x$.

Chámase **orixinal** dun valor ***b*** da variable ***y*** ao valor da variable ***x*** que ten como imaxe o valor ***b***. É dicir, se a función se chama ***f***, é dicir $y = f(x)$, é a solución da ecuación $f(x) = b$.

Actividade resolta

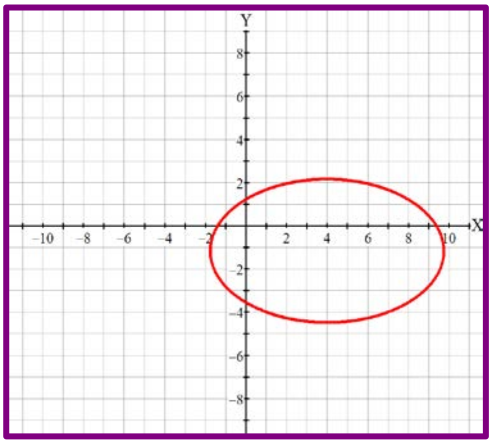
A función que relaciona o tempo transcorrido en horas (x) coa distancia percorrida en km (y) é $y = 75 \cdot x$. Canto tempo tardará en percorrer 525 km?

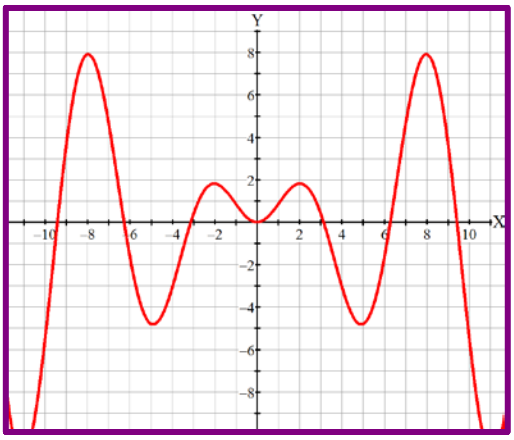
O que temos que calcular é o orixinal de 525 mediante a función $y = 75 \cdot x$ polo que temos:

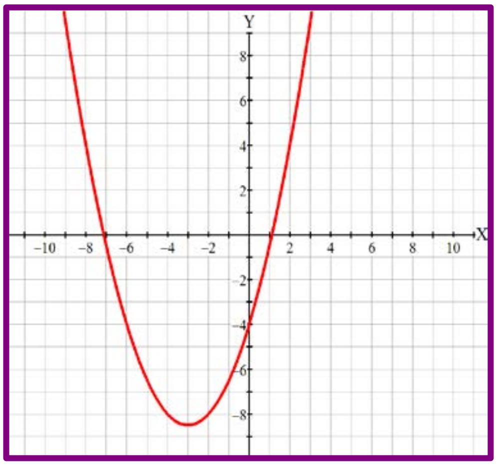
$$525 = 75 \cdot x \Rightarrow x = \frac{525}{75} = 7 \text{ horas}$$

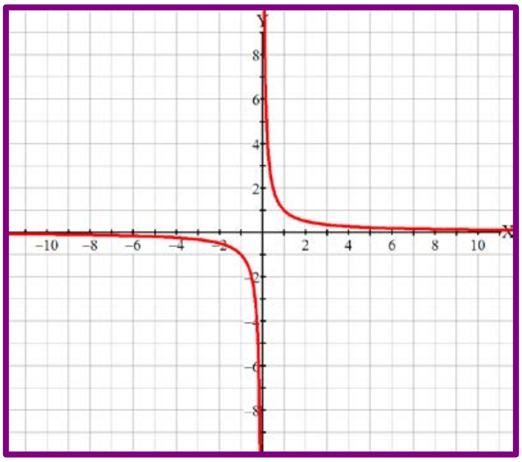
Actividades propostas

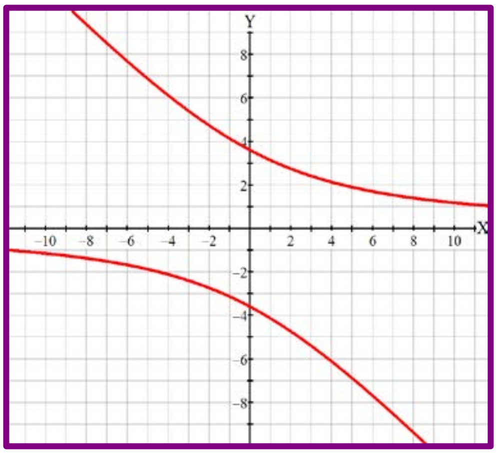
S1. Indique cales das seguintes gráficas representan funcións.

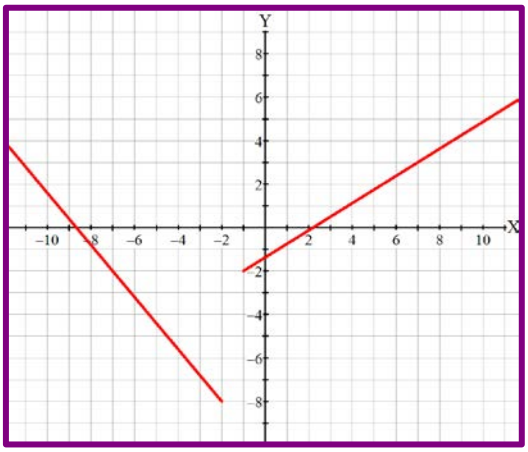












S2. Calcule a imaxe de *x* = 1 mediante as seguintes funcións:

$f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$	$f(x) = x^2 + 8x + 21$	$f(x) = 7x - 3$

S3. Calcule o orixinal de $y = -6$ mediante as funcións:

$f(x) = 7x + 8$	$f(x) = x^2 + 5x$	$f(x) = 3x^2 - 10x - 3$

2.2.2 Representación de funcións

Se unha función vén dada por unha fórmula, para representala graficamente procederemos da seguinte forma:

1. Damos valores á variable ***x*** *e* obtemos para cada un dos valores dados a súa imaxe**.** É dicir, obtemos unha táboa de valores.
2. Representamos eses pares de valores nos eixes de coordenadas.
3. Por último, únense os puntos obtidos.

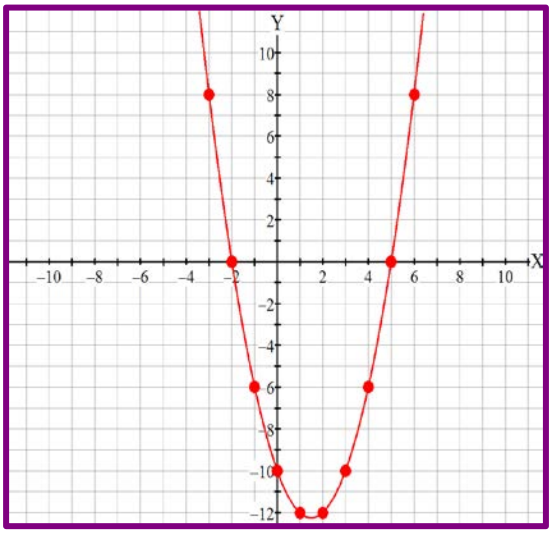
Actividade resolta

Represente graficamente a función $f(x) = x^2 - 3x - 10$.

Construímos a táboa

x	$y = x^2 - 3x - 10$
-3	$(-3)^2 - 3\cdot(-3) - 10 = 9 + 9 - 10 = 8$
-2	$(-2)^2 - 3\cdot(-2) - 10 = 4 + 6 - 10 = 0$
-1	$(-1)^2 - 3\cdot(-1) - 10 = 1 + 3 - 10 = -6$
0	$0^2 - 3\cdot 0 - 10 = 0 - 0 - 10 = -10$
1	$1^2 - 3\cdot 1 - 10 = 1 - 3 - 10 = -12$
2	$2^2 - 3\cdot 2 - 10 = 4 - 6 - 10 = -12$
3	$3^2 - 3\cdot 3 - 10 = 9 - 9 - 10 = -10$
4	$4^2 - 3\cdot 4 - 10 = 16 - 12 - 10 = -6$
5	$5^2 - 3\cdot 5 - 10 = 25 - 15 - 10 = 0$
6	$6^2 - 3\cdot 6 - 10 = 36 - 18 - 10 = 8$

Marcamos os puntos na gráfica e unímolos. Obtemos a seguinte gráfica.



Actividades propostas

S4. Representе graficamente as seguintes funcións:

$f(x) = x^2 - 5x + 6$	$f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$	$f(x) = \dfrac{x + 2}{2}$
$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 1$	$f(x) = -3x + 2$	$f(x) = -x^2 + 8x - 7$

2.3 Estudo gráfico de funcións

Para coñecer mellor unha función, pódese realizar o estudo da súa gráfica. Neste estudo imos analizar unha serie de características da función. Estas características vense de forma moi clara na súa representación gráfica e son as seguintes:

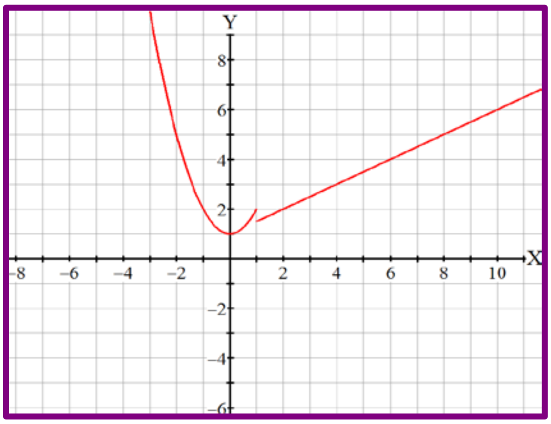
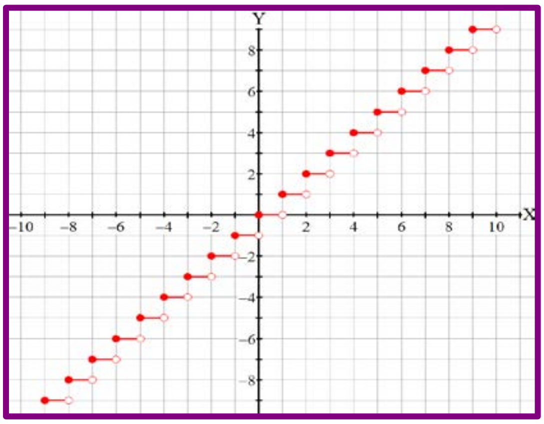
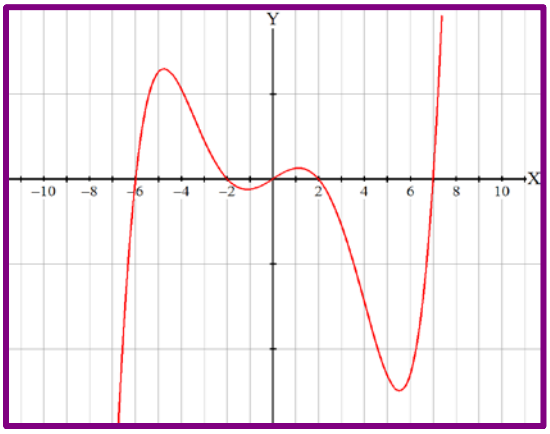
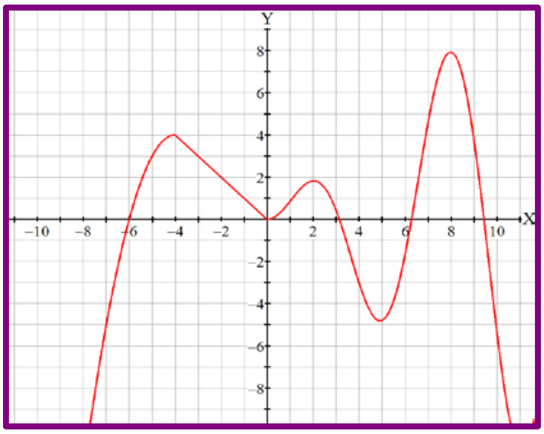
- Continuidade
- Crecemento e decrecemento
- Máximos e mínimos
- Puntos de corte cos eixes

2.3.1 Continuidade dunha función

Unha función denomínase continua entre dous valores do eixe de abscisas cando a súa gráfica pode debuxarse sen levantar o lapis do papel. Os puntos onde non é continua a función chámanse puntos de descontinuidade.

Actividade resolta

Estude a continuidade das seguintes funcións:

	
Esta función é continua para calquera valor de x agás para x = 1. É dicir, esta función é descontinua para x = 1.	Esta función é continua para calquera valor de x agás para os números enteiros nos que é descontinua.
	
Esta función é continua para calquera valor de x.	Esta función é continua para calquera valor de x.

2.3.2 Crecemento e decrecemento

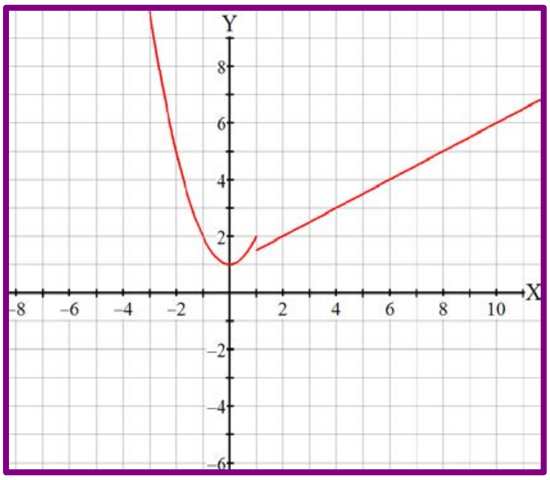
Unha función é **crecente** nun intervalo cando ao aumentar valor da variable x, aumenta o valor da variable y. É dicir, unha función é crecente cando ao percorrer a súa gráfica de esquerda a dereita a función vai cara arriba.

Unha función é **decrecente** nun intervalo cando, ao aumentar o valor da variable x, diminúe o valor da variable y. É dicir, unha función é decrecente cando ao percorrer a súa gráfica de esquerda a dereita a función vai cara abaixo.

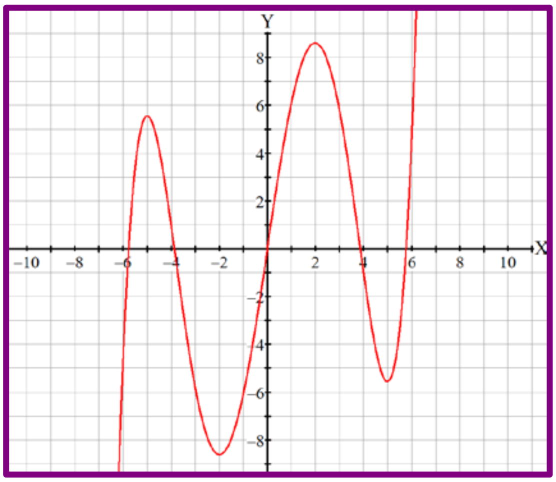
Unha función é **constante** nun intervalo cando mantén o mesmo valor en todo o intervalo.

Actividade resolta

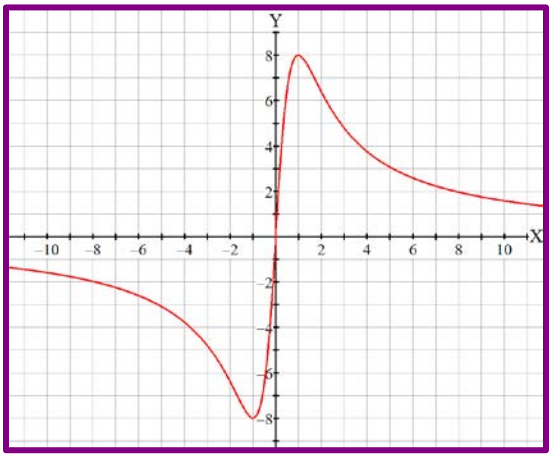
Estude o crecemento e o decrecemento das seguintes funcións:



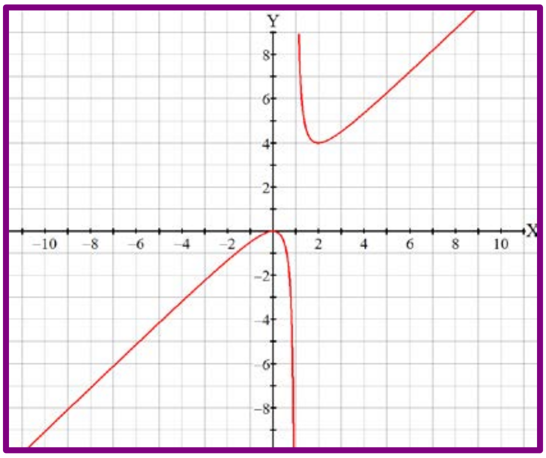
Esta función é decrecente ata x = 0 e é crecente de x = 0 en adiante.



Esta función é crecente ata $x = -5$, de $x = -2$ a $x = 2$ e de $x = 5$ en adiante. É decrecente de $x = -5$ a $x = -2$ e de $x = 2$ a $x = 5$.



Esta función é decrecente ata $x = -1$ e de $x = 1$ en adiante. É crecente entre $x = -1$ e $x = 1$.



Esta función é crecente ata $x = 0$ e de $x = 2$ en adiante. É decrecente de $x = 0$ a $x = 1$ e de $x = 1$ a $x = 2$.

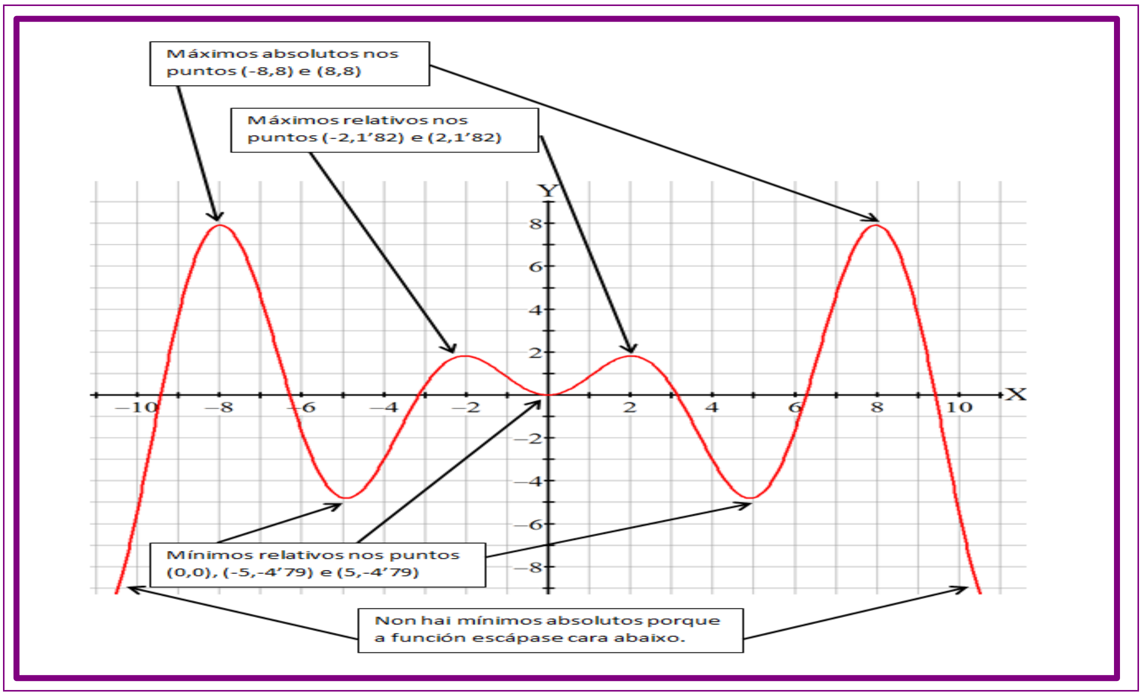
2.3.3 Máximos e mínimos

Chámase **máximo absoluto** dunha función ao punto no que a ordenada toma o maior valor. É dicir, ao punto que na gráfica está máis alto.

Chámase **mínimo absoluto** dunha función ao punto no que a ordenada toma o menor valor. É dicir, ao punto que na gráfica está máis abaixo.

Chámase **máximo relativo** dunha función aos puntos nos que a súa ordenada é maior que a de todos os puntos do seu arredor, tanto á súa esquerda como á súa dereita.

Chámase **mínimo relativo** dunha función aos puntos nos que a súa ordenada é menor que a de todos os puntos do seu arredor, tanto á súa esquerda como á súa dereita.



2.3.4 Puntos de corte cos eixes

Unha función só pode cortar ao eixe Y ou de ordenadas unha única vez xa que pola definición de función cada valor da variable ***x*** debe ter unha única imaxe.

Todos os puntos do eixe de ordenadas teñen como primeira coordenada cero polo que, como o punto de corte tamén ten que estar na función, o punto de corte da función co eixe de ordenadas terá por coordenadas $(0, f(0))$.

En cambio, como podes ver na gráfica anterior, unha función pode cortar o eixe de abscisas (X) moitas veces. Os puntos do eixe de abscisas teñen como segunda coordenada cero polo que os puntos de corte da función co eixe de abscisas terán que verificar que a súa imaxe sexa cero.

Así os puntos de corte dunha función co eixe de abscisas son da forma (a,0) onde ***a*** é unha solución da ecuación $f(x) = 0$.

Actividade resolta

Calcule os punto de corte cos eixes da función $f(x) = x^2 - 5x + 6$:

Para calcular o punto de corte co eixe Y, calculamos $f(0)$:

$$f(0) = 0^2 - 5 \cdot 0 + 6 = 0 + 0 + 6 = 6$$

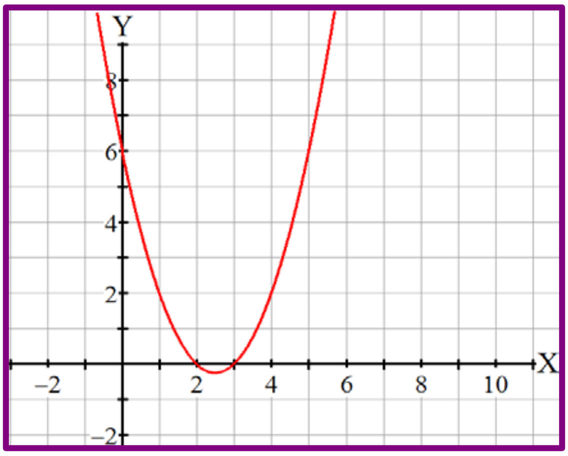
Polo tanto, a función $f(x)$ corta o eixo de ordenadas no punto (0,6).

Para calcular onde corta a función $f(x)$ o eixo de abscisas (X), temos que resolver a ecuación $f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{5+1}{2} = 3 \\ \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

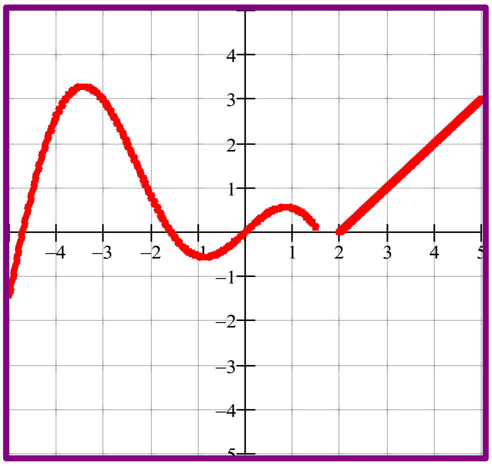
Polo tanto a función $f(x)$ corta o eixo de abscisas nos puntos (3,0) e (2,0).

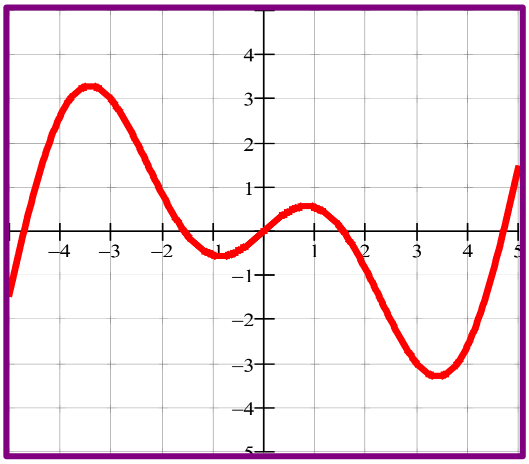
Pode comprobalo na gráfica da función que ten a continuación:



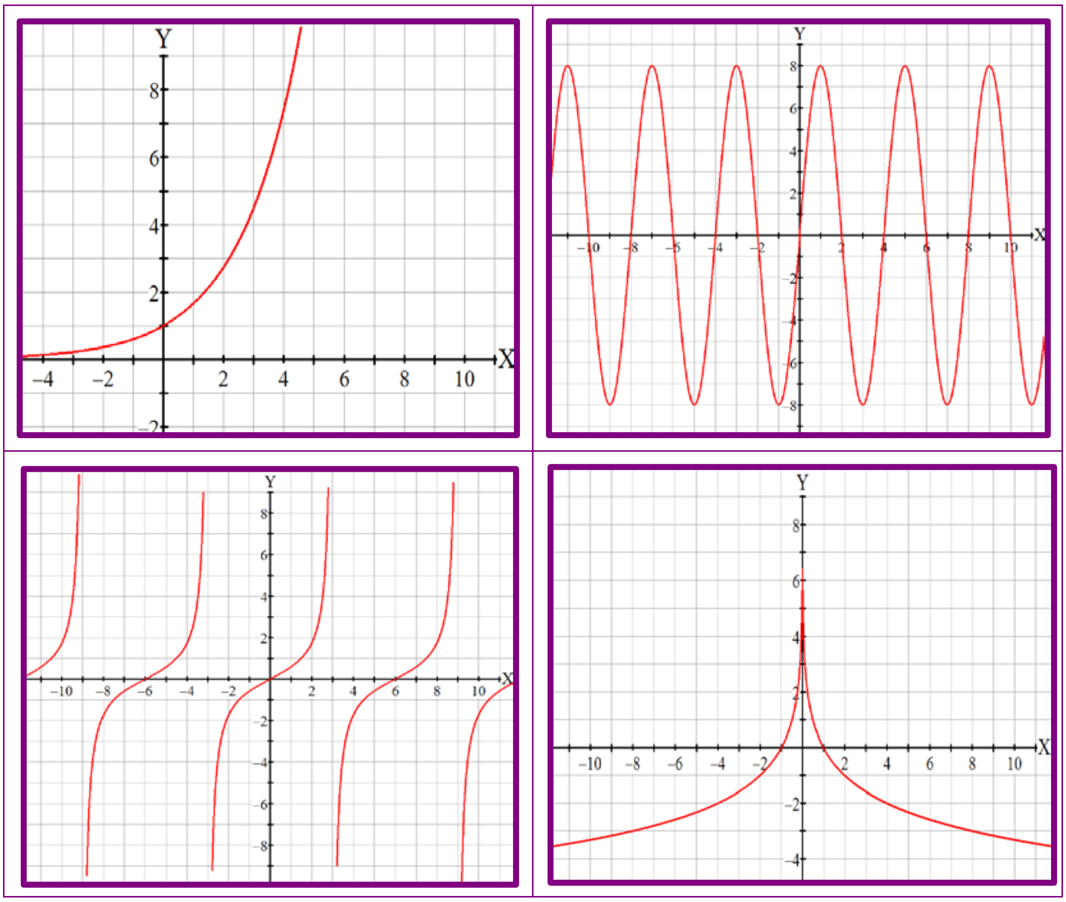
Actividades propostas

S5. Indique onde son continuas e onde descontinuas as seguintes funcións:





S6. Indique onde son crecentes e onde decrecentes as seguintes funcións:



S7. Indique os máximos e mínimos, tanto relativos coma absolutos, que presentan as funcións da actividade exercicio anterior.

S8. Indique os puntos de corte cos eixes das funcións da actividade 6.

S9. Calcule os puntos de corte cos eixes das seguintes funcións:

.$f(x) = x^2 - 5x + 6$	$f(x) = \frac{x+2}{2}$
$f(x) = -3x + 2$	$f(x) = -x^2 + 8x - 7$

2.4 Funcións lineais e afíns

2.4.1 Concepto de función lineal. Principais elementos e características. Representación gráfica

A función **lineal**, ou función de proporcionalidade directa; ten estas características:

- Exprésase de forma $y = m \cdot x$.
- A súa gráfica é unha liña recta.

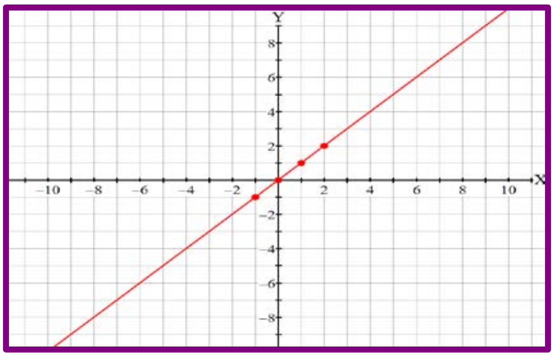
Ao número ***m*** chámaselle **pendente** da función lineal ou pendente da recta e, como o seu nome indica, mide a inclinación da recta.

Actividades resoltas

Represente graficamente a seguinte función lineal e indique cal é a súa pendente. Indique tamén se a pendente é positiva ou negativa e se a función é crecente ou decrecente:

$$y = x$$

x	$y=x$
-1	-1
0	0
1	1
2	2

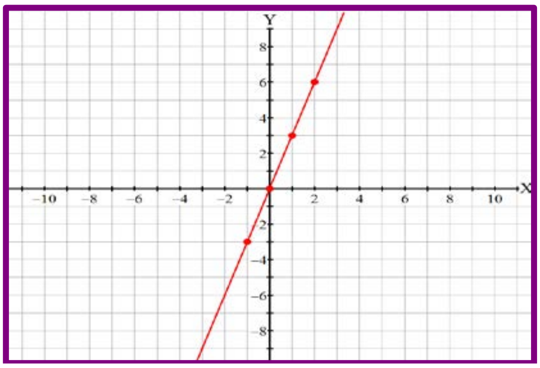


A pendente é positiva e é $m = 1$. A función é crecente sempre.

Represente graficamente a seguinte función lineal e indique cal é a súa pendente. Indique tamén se a pendente é positiva ou negativa e se a función é crecente ou decrecente:

$$y = 3x$$

x	$y=3x$
-1	-3
0	0
1	3
2	6

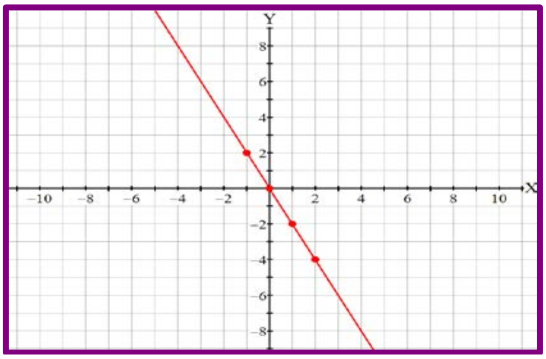


A pendente é positiva e é $m = 3$. A función é crecente sempre.

Represente graficamente a seguinte función lineal e indique cal é a súa pendente. Indique tamén se a pendente é positiva ou negativa e se a función é crecente ou decrecente:

$$y = -2x$$

x	$y=-2x$
-1	2
0	0
1	-2
2	-4

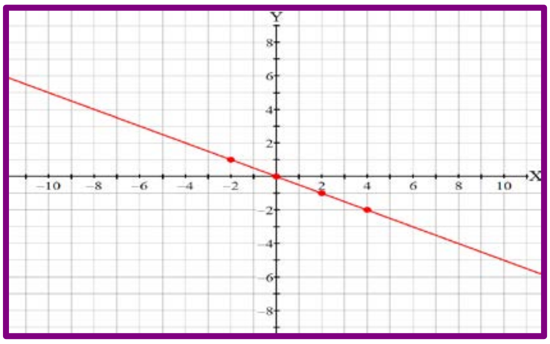


A pendente é negativa e é $m = -2$. A función é decrecente sempre.

Represente graficamente a seguinte función lineal e indique cal é a súa pendente. Indique tamén se a pendente é positiva ou negativa e se a función é crecente ou decrecente:

$$y = \frac{-1}{2}x$$

x	$y = \frac{-1}{2}x$
-2	1
0	0
2	-1
4	-2



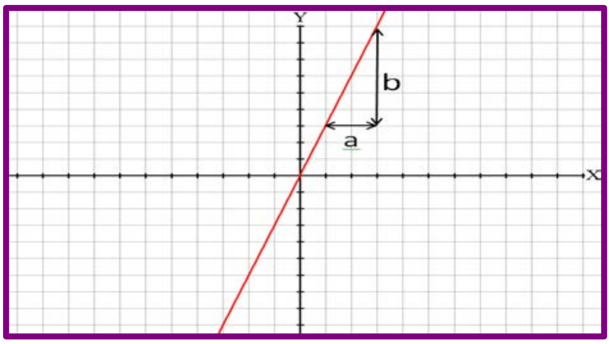
A pendente é negativa e é $m = \frac{-1}{2}$. A función é decrecente sempre.

A **pendente** m dunha recta $y = mx$ é a medida do seu crecemento:

- Se m é positiva, a recta é crecente.
- Se m é negativa, a recta é decrecente.
- Dúas rectas son paralelas se teñen a mesma pendente.

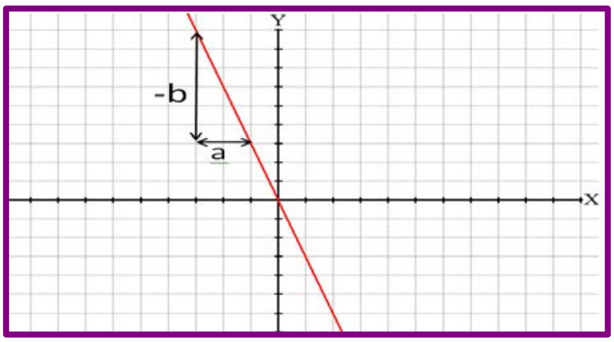
A pendente dunha recta indica a súa inclinación, tendo en conta a súa situación con respecto ao eixe X e ao eixe Y. Vexamos como:

A recta $y = \frac{b}{a}x$, "b" indica a situación no eixe Y e "a" no eixe X.



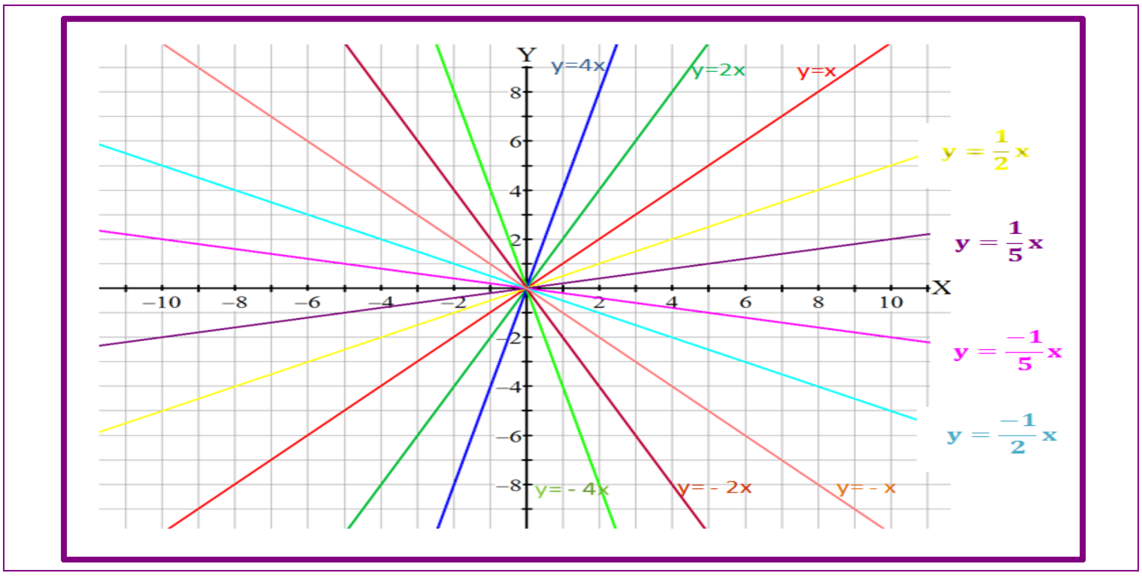
Por cada "a" unidades que avanza no eixe X, sobe "b" unidades no eixe Y.

Se a pendente é negativa, $y = \frac{-b}{a}x$, a situación é a seguinte:



Por cada "a" unidades que avanza no eixe X, baixa "b" unidades no eixe Y.

Aquí están representadas varias funcións lineais. Cómpre sinalar que todas elas pasan polo punto (0,0) e tamén polo punto (1,***m***) sendo ***m*** a pendente da recta.



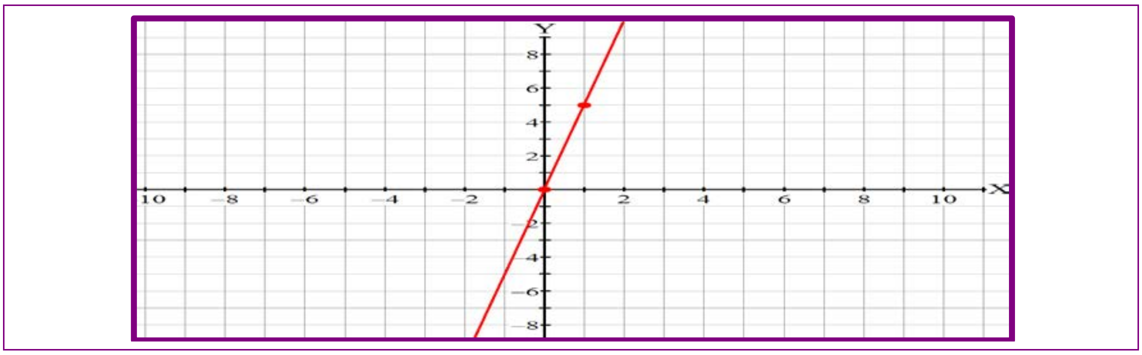
Como a representación gráfica é unha recta, cando nos dan a expresión da función, se queremos debuxar a gráfica, basta con calcular dous puntos.

Actividade resolta

Represente graficamente a función lineal $y = 5x$.

x	$y=5x$
0	0
1	5

A súa representación gráfica é:



Actividades propostas

S10. Cales das seguintes funcións son lineais?

$y = 7x$	$y = -4x + 8$	$y = \frac{-2}{3}x$	$y = \frac{7}{2}x$

S11. Indique se son crecentes ou decrecentes as seguintes funcións:

$y = 7x$	$y = -4x$	$y = \frac{-2}{3}x$	$y = \frac{7}{2}x$

S12. Represente as funcións:

$y = 3x$	$y = -5x$	$y = \dfrac{-3}{4}x$	$y = \dfrac{5}{2}x$

S13. Nunha función de proporcionalidade directa cando ***x*** vale 3, ***y*** vale 12. Escriba a expresión alxébrica da función, calcule a pendente e indique se é crecente ou decrecente.

2.4.2 Concepto de función afín. Principais elementos e características. Representación gráfica

A función **afín** ten as seguintes características:

- Exprésase de forma $y = m \cdot x + n$ con $n \neq 0$.
- A súa gráfica é unha liña recta.

Ao número ***m*** chámaselle **pendente** e xoga o mesmo papel ca na función lineal, é a pendente da recta.

Ao número ***n*** chámaselle **ordenada na orixe** por ser o valor que ten a ordenada (***y***) cando ***x*** vale cero. É dicir, a recta $y = mx + n$ pasa polo punto $(0, n)$.

A gráfica da función afín $y = mx + n$ obtense desprazando a función lineal $y = mx$ ***n*** unidades (cara arriba se ***n*** é positivo e cara abaixo se ***n*** é negativo).

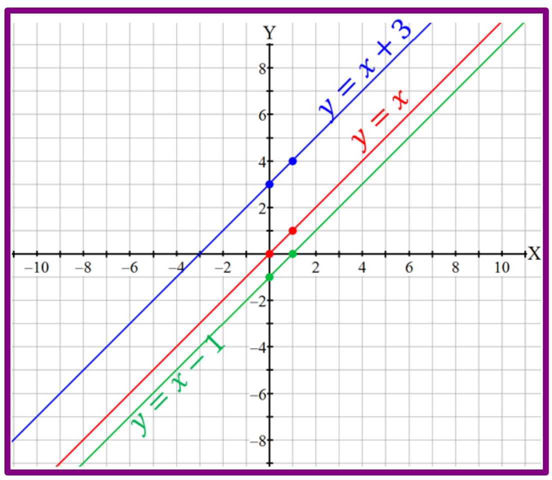
Actividades resoltas

Represente graficamente as seguintes funcións $y = x$; $y = x + 3$ e $y = x - 1$. Indique cal é a pendente de cada unha. Como son as tres gráficas?

x	*y=x*
0	0
1	1

x	*y=x+3*
0	3
1	4

x	*y=x-1*
0	-1
1	0



Todas teñen pendente 1 e son rectas paralelas.

A **pendente** m dunha recta $y = mx + n$ é a medida do seu crecemento:

- Se m é positiva, a recta é crecente.
- Se m e negativa, a recta é decrecente.
- Dúas rectas son paralelas se teñen a mesma pendente.

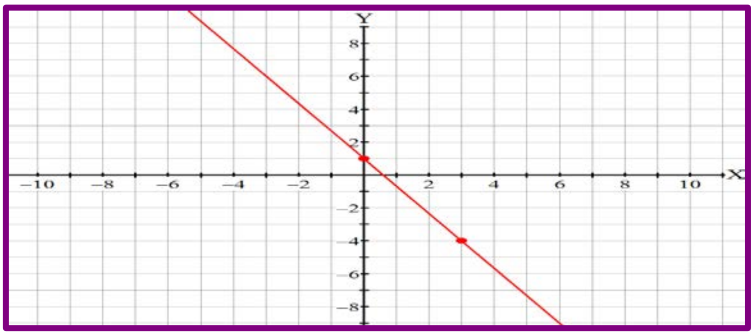
Como a súa representación gráfica é unha recta, cando nos dan a expresión da función afín, se queremos debuxar a gráfica, basta con calcular dous puntos.

Actividade resolta

Represente graficamente a función afín $y = \frac{-5}{3}x + 1$.

x	$y = \frac{-5}{3}x + 1$
0	1
3	-4

A súa representación gráfica é:



Actividades propostas

S14. Sinale cales das funcións seguintes son afíns:

$y = 7x$	$y = -4x + 8$	$y = \frac{-2}{3}x + 10$	$y = \frac{7}{2}x - 3$

S15. Indique se son crecentes ou decrecentes as seguintes funcións:

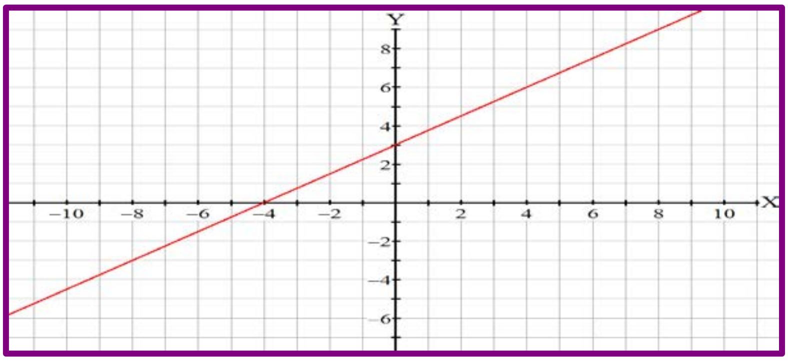
$y = 7x - 3$	$y = -4x + 8$	$y = \frac{-2}{3}x + 10$	$y = \frac{7}{2}x - 3$

S16. Represente as funcións:

$y = 7x - 3$	$y = -4x + 8$	$y = \frac{-2}{3}x + 5$	$y = \frac{7}{2}x - 3$

S17. A gráfica dunha función afín pasa polos puntos de coordenadas (-2, -7) e (3, 8). Escriba a expresión da función afín. Cal é a súa pendente?

S18. A partir da gráfica, determine a ordenada na orixe, a pendente e a expresión alxébrica da función afín.



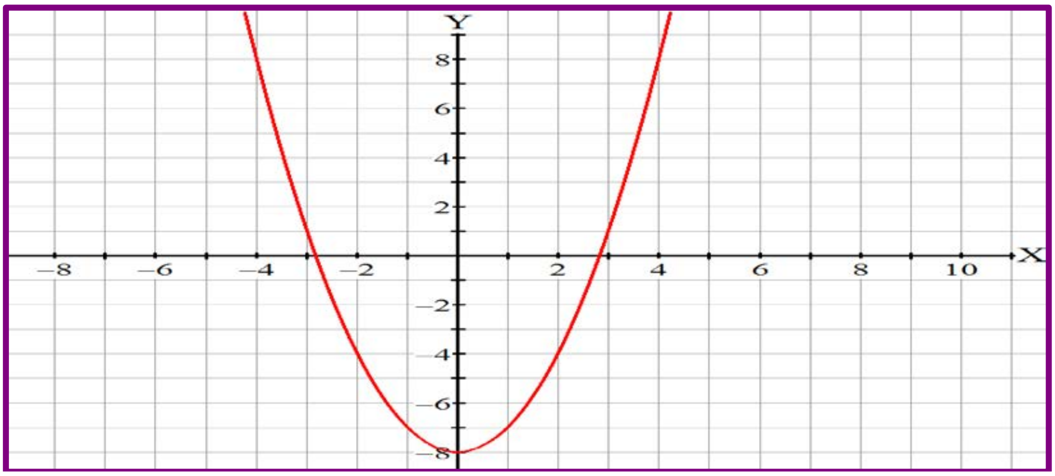
2.5 Funcións cuadráticas

2.5.1 Concepto de función cuadrática. Vértice e eixe de simetría

As funcións cuadráticas son as que se expresan mediante un polinomio de grao 2. Son da forma:

$$y = ax^2 + bx + c \text{ con a} \neq 0$$

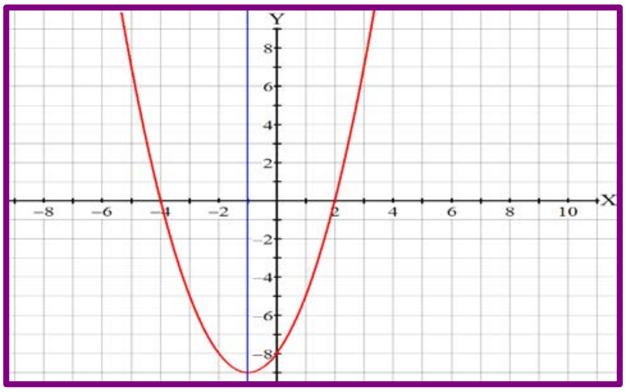
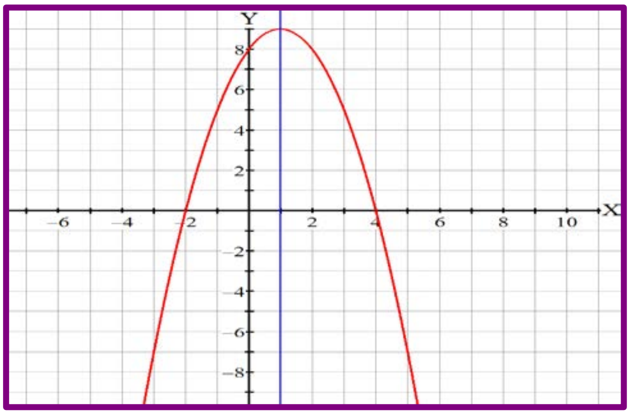
A gráfica dunha función cuadrática é sempre unha parábola.



Na gráfica anterior observamos:

- O punto máis baixo da curva é, neste caso, o punto de coordenadas (0, -8). A este punto máis baixo chámaselle **vértice** da parábola.
- A curva é simétrica respecto do eixe OY, é dicir, o eixe de ordenadas é un eixe de simetría.
- A función é decrecente para valores negativos de *x* (*x* < 0) e crecente para valores positivos de *x* (x > 0).
- A curva é convexa: está aberta cara arriba (ten forma de U).

Pero non sempre é así. Por exemplo:

	$y = x^2 + 2x - 8$ O vértice é o punto (-1,-9). O vértice é o mínimo da función. A curva é simétrica respecto á recta $x = -1$ (de cor azul). Ten un eixe de simetría que pasa polo vértice. A función é decrecente para valores de *x* que están á esquerda do vértice e é crecente para os valores de *x* que están á dereita do vértice. A función é convexa (ten forma de U).
	$y = -x^2 + 2x + 8$ O vértice é o punto (1,9). O vértice é o máximo da función. A curva é simétrica respecto á recta $x = 1$ (de cor azul). Ten un eixe de simetría que pasa polo vértice. A función é crecente para valores de *x* que están á esquerda do vértice e é decrecente para os valores de *x* que están á dereita do vértice. A función é cóncava (ten forma de ∩).

Aínda que como pode ver, todas teñen unhas características comúns:

- Se *a* é positivo (*a* é o coeficiente de x^2) a función é convexa (U) e se é negativo é cóncava (∩).
- O vértice é un mínimo (cando é U) ou un máximo (cando é ∩).
- A recta vertical que pasa polo vértice é un eixe de simetría.

2.5.2 Representación das funcións cuadráticas

Gráfica das funcións de tipo $y = ax^2$

Vexamos agora as gráficas das funcións $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = 4x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ e $y = \frac{1}{4}x^2$

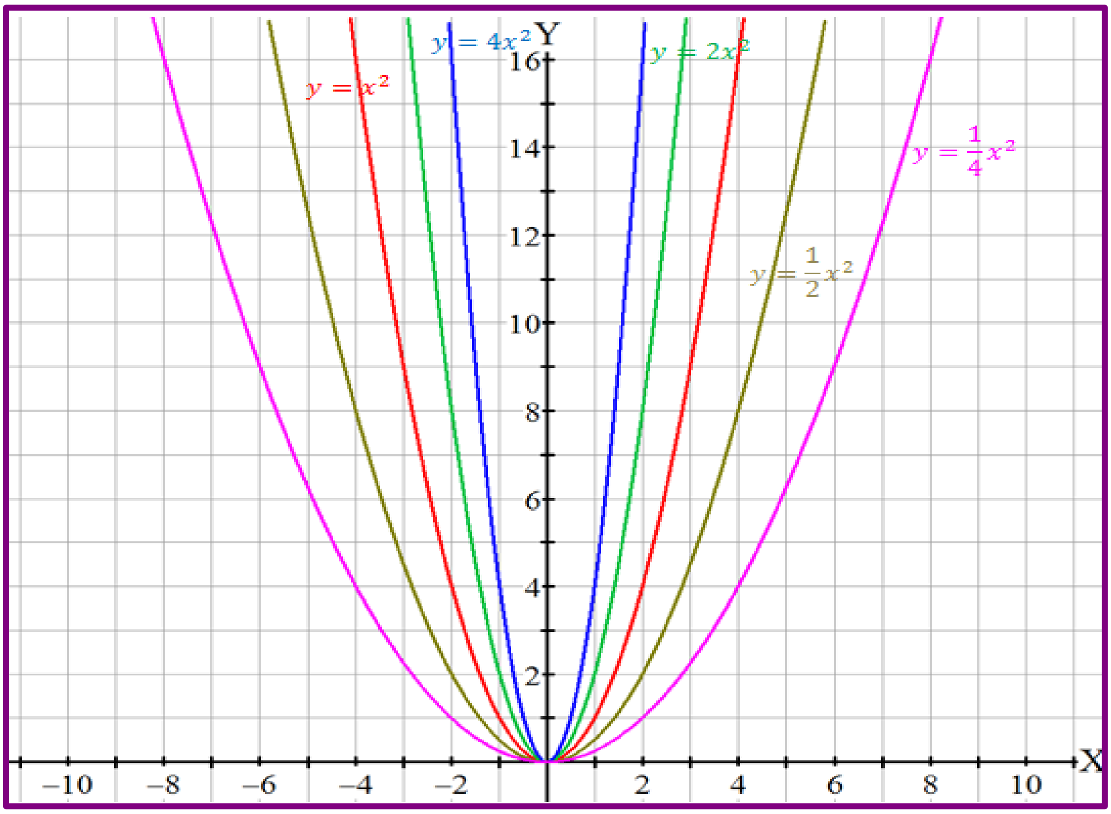
x	$y = x^2$
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

x	$y = 2x^2$
-2	8
-1	2
0	0
1	2
2	8

x	$y = 4x^2$
-2	16
-1	4
0	0
1	4
2	16

x	$y = \frac{1}{2}x^2$
-2	2
-1	$1/2$
0	0
1	$1/2$
2	2

x	$y = \frac{1}{4}x^2$
-2	1
-1	$1/4$
0	0
1	$1/4$
2	1



Todas as parábolas teñen o vértice no mesmo punto (0,0) e son convexas (forma de U), pero canto maior é o valor do coeficiente ***a***, máis pechada é a parábola. O vértice é un mínimo.

Que ocorre cando o coeficiente ***a*** é negativo? Fíxese:

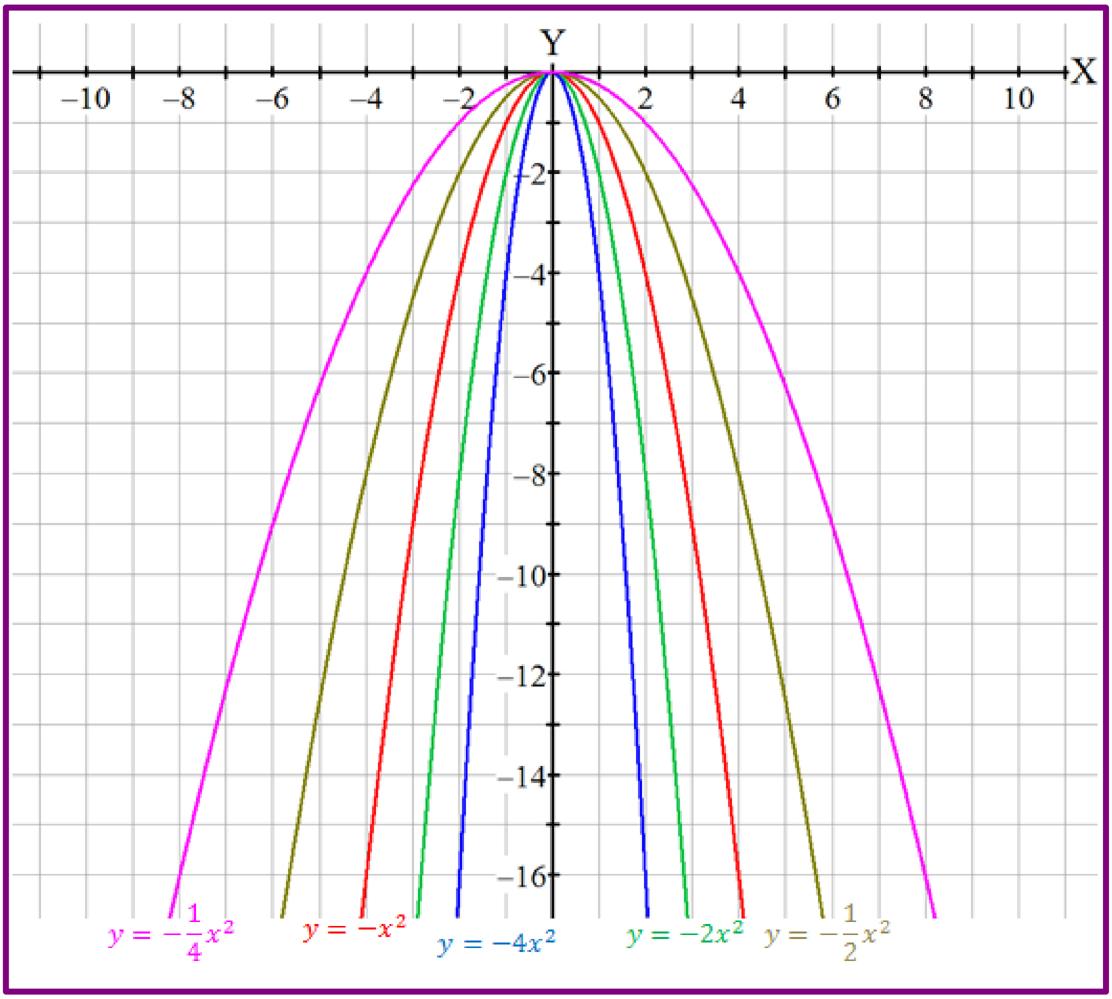
x	$y=-x^2$
-2	-4
-1	-1
0	0
1	-1
2	-4

x	$y=-2x^2$
-2	-8
-1	-2
0	0
1	-2
2	-8

x	$y=-4x^2$
-2	-16
-1	-4
0	0
1	-4
2	-16

x	$y=-\frac{1}{2}x^2$
-2	-2
-1	$-1/2$
0	0
1	$-1/2$
2	-2

x	$y=-\frac{1}{4}x^2$
-2	-1
-1	$-1/4$
0	0
1	$-1/4$
2	-1



Xa ve o resultado: se o coeficiente ***a*** é negativo, a parábola é *cóncava*, é dicir, está aberta cara a abaixo (ten forma de ∩). O vértice da parábola agora é un máximo.

Gráfica das funcións de tipo $y = ax^2 + c$

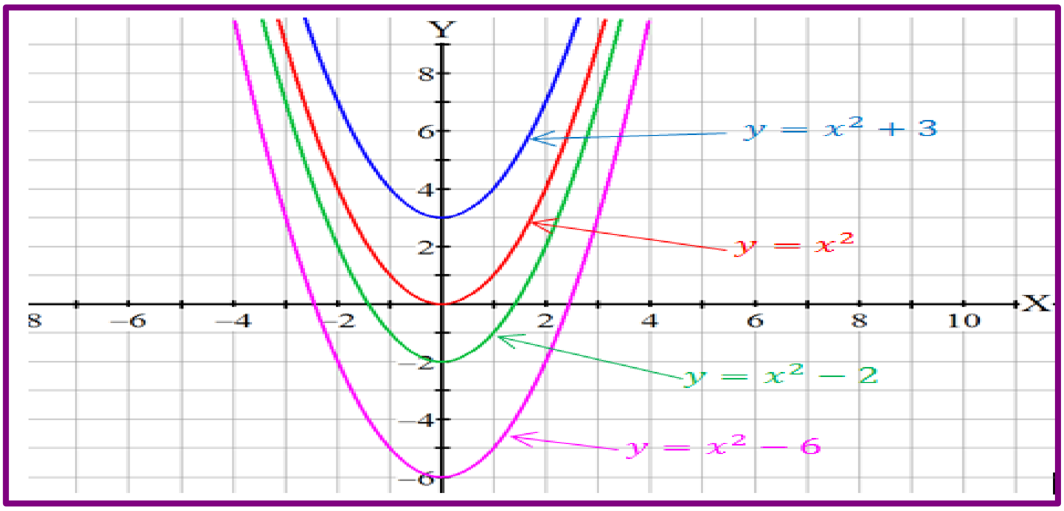
A continuación representaremos as función de segundo grao $y = x^2$, $y = x^2 + 3$, $y = x^2 - 2$ e $y = x^2 - 6$ e compararemos as gráficas obtidas:

x	$y = x^2$
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

x	$y = x^2 + 3$
-2	7
-1	4
0	3
1	4
2	7

x	$y = x^2 - 2$
-2	2
-1	-1
0	-2
1	-1
2	2

x	$y = x^2 - 6$
-2	-2
-1	-5
0	-6
1	-5
2	-2



As catro parábolas teñen a mesma forma, a única diferenza que hai é que, comparadas con $y = x^2$, unhas están máis arriba e outras están máis abaixo.

Así temos:

- A parábola $y = x^2 + 3$ é igual ca $y = x^2$ pero desprazada 3 unidades cara arriba.
- A parábola $y = x^2 - 2$ é igual ca $y = x^2$ pero desprazada 2 unidades cara abaixo.
- A parábola $y = x^2 - 6$ é igual ca $y = x^2$ pero desprazada 6 unidades cara abaixo.

Daquela, o parámetro libre ***c*** ten como efecto subir “c” unidades a parábola, se ***c*** é positivo, ou baixala “c” unidades se é negativo.

Gráfica da función cuadrática completa $y = ax^2 + bx + c$

Para representar unha parábola debemos ter en conta que cando nós representamos unha función só estamos a representar un fragmento da gráfica. O que pasa é que non representamos as partes da gráfica nas que non hai cambios na función.

Polo tanto, antes de indicar como facemos para representar a función de segundo grao completa, estudaremos cal é a parte da gráfica que debemos debuxar.

Está claro que a gráfica ten que incluír o vértice da parábola xa que nese punto cambia o crecemento da función. Polo tanto, o primeiro que temos que facer é calcular cal é o vértice da parábola para saber como debemos debuxar os eixes e a escala que debemos poñer neles.

Pode demostrarse que, para calquera parábola, a primeira coordenada do vértice vén dada pola expresión:

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

Unha vez calculada a primeira coordenada do vértice debemos calcular a súa segunda coordenada. Para iso substituímos na expresión da función $y = ax^2 + bx + c$ o valor obtido para a primeira coordenada do vértice e facemos as contas correspondentes.

Actividade resolta

Calcule o vértice da función $y = 2x^2 - 8x + 7$.

En primeiro lugar calculamos a primeira coordenada do vértice que vén dada pola expresión

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

Neste caso:

$$a = 2,\ \ b = -8,\ \ \ c = 7$$

Polo tanto:

$$x_v = \frac{-(-8)}{2 \cdot 2} = \frac{8}{4} = 2$$

A segunda coordenada obtense substituíndo en $y = 2x^2 - 8x + 7$ a variable *x* por 2 e facer as contas. Así:

$$f(2) = 2 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 + 7 = 8 - 16 + 7 = -1$$

Así, o vértice da parábola $y = 2x^2 - 8x + 7$ é o punto $(2, -1)$.

Unha vez calculado o vértice da parábola debemos pensar na forma da parábola.

- Se ***a*** (o número que multiplica a x^2) é positivo, a parábola é ∪ e non teremos que debuxar nada por debaixo do vértice.
- Se ***a*** (o número que multiplica a x^2) é negativo, a parábola é ∩ e non teremos que debuxar nada por enriba do vértice.

Ademais, para representar a función debemos dar valores á variable ***x*** que estean cerca da primeira coordenada do vértice, tanto a un lado coma ao outro.

Por último, tamén debemos calcular os puntos de corte cos eixes que foi explicado no apartado 2.3.4 desta unidade.

Actividade resolta

Represente a función $y = 2x^2 - 8x + 7$.

En primeiro lugar, debemos calcular o vértice da parábola que xa o temos feito na actividade resolta anterior. O vértice é o punto $(2, -1)$.

En segundo lugar, como o valor do coeficiente de x^2 é 2, que é positivo, a parábola será ∪ polo que non debuxaremos nada por debaixo do vértice. É dicir, non debuxaremos nada por debaixo do valor de $y = -1$.

Agora daremos valores á variable *x* para construír a táboa de valores. Como a primeira coordenada do vértice é $x = 2$, darémoslle a *x* dous valores maiores ca 2, é dicir, que estean á dereita do 2 (3 e 4); e outros dous valores menores ca 2, é dicir, que estean á súa esquerda (1 e 0):

x	$y = 2x^2 - 8x + 7$
2	$2 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 + 7 = 8 - 16 + 7 = -1$
3	$2 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 + 7 = 18 - 24 + 7 = 1$
4	$2 \cdot 4^2 - 8 \cdot 4 + 7 = 32 - 32 + 7 = 7$
1	$2 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 + 7 = 2 - 8 + 7 = 1$
0	$2 \cdot 0^2 - 8 \cdot 0 + 7 = 0 - 0 + 7 = 7$

Agora calcularemos os puntos de corte cos eixes.

- Co eixe Y: é o punto $(0, f(0))$ que xa está calculado na táboa e é $(0,7)$.
- Co eixe X: debemos resolver a ecuación

$2x^2 - 8x + 7 = 0$. Esta ecuación resólvese así:

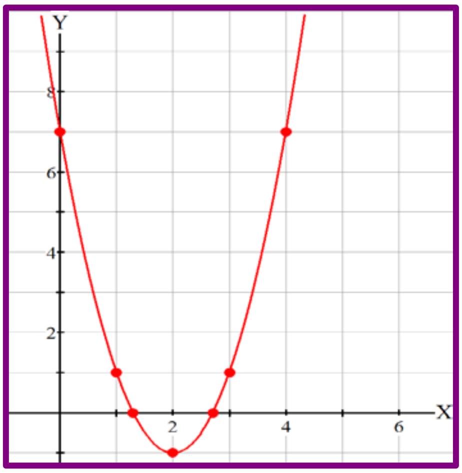
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$= \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7}}{2 \cdot 2} = \frac{8 \pm \sqrt{8}}{4} =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{8 + \sqrt{8}}{4} = \dfrac{8 + 2{,}8184}{4} = 2{,}7071 \\ \dfrac{8 - \sqrt{8}}{4} = \dfrac{8 - 2{,}8184}{4} = 1{,}2929 \end{cases}$$

Así, os puntos de corte co eixe X son: $(2'7071{,}0)$ e $(1'2929{,}0)$.

Agora representámola:



Actividade resolta

Represente a función $y = -2x^2 - 4x + 5$.

En primeiro lugar, debemos calcular o vértice da parábola. A primeira coordenada do vértice é:

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2\cdot(-2)} = \frac{4}{-4} = -1$$

Agora calculamos a segunda coordenada do vértice:

$$f(-1) = -2\cdot(-1)^2 - 4\cdot(-1) + 5 = -2 + 4 + 5 = 7$$

Así o vértice é o punto $(-1,7)$.

En segundo lugar, como o valor do coeficiente de x^2 é -2 que é negativo, a parábola será ∩, polo que non debuxaremos nada por riba do vértice. É dicir, non debuxaremos nada por riba do valor de $y = 7$.

Agora darémoslle valores á variable *x* para construír a táboa de valores:

x	$y = -2x^2 - 4x + 5$
-1	$-2\cdot(-1)^2 - 4\cdot(-1) + 5 = -2 + 4 + 5 = 7$
0	$-2\cdot 0^2 - 4\cdot 0 + 5 = 0 - 0 + 5 = 5$
1	$-2\cdot 1^2 - 4\cdot 1 + 5 = -2 - 4 + 5 = -1$
-2	$-2\cdot(-2)^2 - 4\cdot(-2) + 5 = -8 + 8 + 5 = 5$
-3	$-2\cdot(-3)^2 - 4\cdot(-3) + 5 = -18 + 12 + 5 = -1$

Agora calcularemos os puntos de corte cos eixes.

- Co eixe Y: é o punto $(0, f(0))$ que xa está calculado na táboa e é $(0,5)$.
- Co eixe X: debemos resolver a ecuación $-2x^2 - 4x + 5 = 0$. Esta ecuación resólvese así:

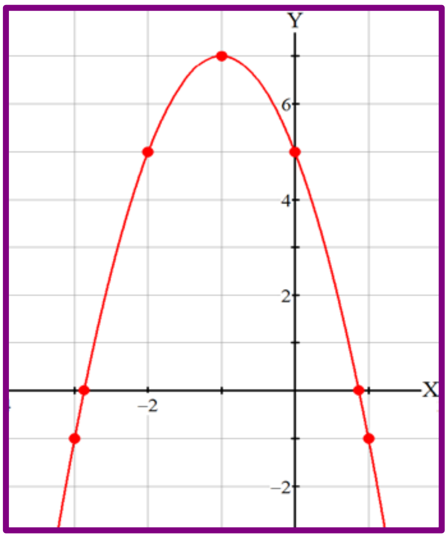
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4\cdot(-2)\cdot 5}}{2\cdot(-2)} = \frac{4 \pm \sqrt{56}}{-4} =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{4 + \sqrt{56}}{-4} = \dfrac{4 + 7{,}4833}{-4} = -2{,}8708 \\ \dfrac{4 - \sqrt{56}}{-4} = \dfrac{4 - 7{,}4833}{-4} = 0{,}8708 \end{cases}$$

Así, os puntos de corte co eixe X son: $(-2'8708,0)$ e $(0'8708,0)$.

Agora representámola:



Actividades propostas

S19. Das funcións cadráticas seguintes, cales son cóncavas e cales convexas?

$y = \frac{-3}{2}x^2$	$y = \frac{3}{5}x^2$	$y = 7x^2$	$y = -0{,}32x^2$

S20. Comprobe que o efecto do parámetro ***c*** nas parábolas de tipo $\mathrm{y} = \mathrm{ax}^2 + \mathrm{c}$ é desprazalas cara a arriba ou abaixo, debuxando a gráfica das parábolas $\mathrm{y} = 2\mathrm{x}^2 + 3$, $\mathrm{y} = 2\mathrm{x}^2$ e $\mathrm{y} = 2\mathrm{x}^2 - 3$.

S21. Compare as gráficas das seguintes funcións: $\mathrm{y} = -\mathrm{x}^2$ e $\mathrm{y} = -\mathrm{x}^2 + 4$. Que observa?

S22. Calcule as coordenadas do vértice das parábolas:

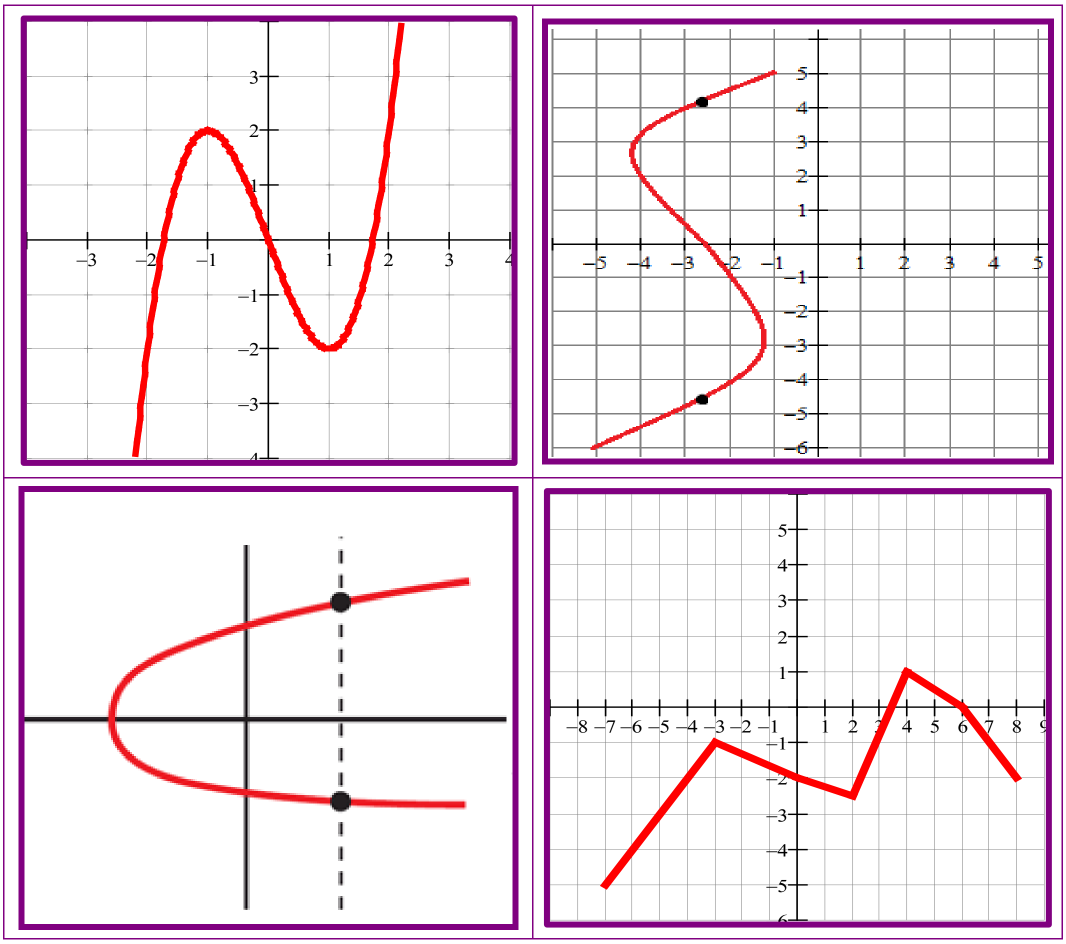
$y = x^2 - 8$	$y = x^2 - x + 5$	$y = -x^2 - 2x + 4$	$y = 3x^2 + 6x - 1$

S23. Represente graficamente as funcións: $\mathrm{y} = \mathrm{x}^2 - 9\mathrm{x}$, $\mathrm{y} = \mathrm{x}^2 - 6\mathrm{x} + 1$ e $\mathrm{y} = \mathrm{x}^2 - 2$.

S24. Sen debuxar a gráfica, determine se o eixe de simetría e o vértice das parábolas están á esquerda ou á dereita do eixe OY: $y = x^2 - 3x + 5$; $y = -x^2 - 4x$.

3. Actividades finais

S25. Explique porque cada unha destas gráficas é ou non é unha función.



S26. Calcule as imaxes de $x = 0$ mediante as seguintes funcións:

$f(x) = x^3 + 3x + 2 + \dfrac{x+1}{x-3}$	$g(x) = 5(x^2 + 1)$
$h(x) = 3^{x+2} - 3x - 5$	$i(x) = \dfrac{x+5}{x+4} - \dfrac{x-3}{x-5}$

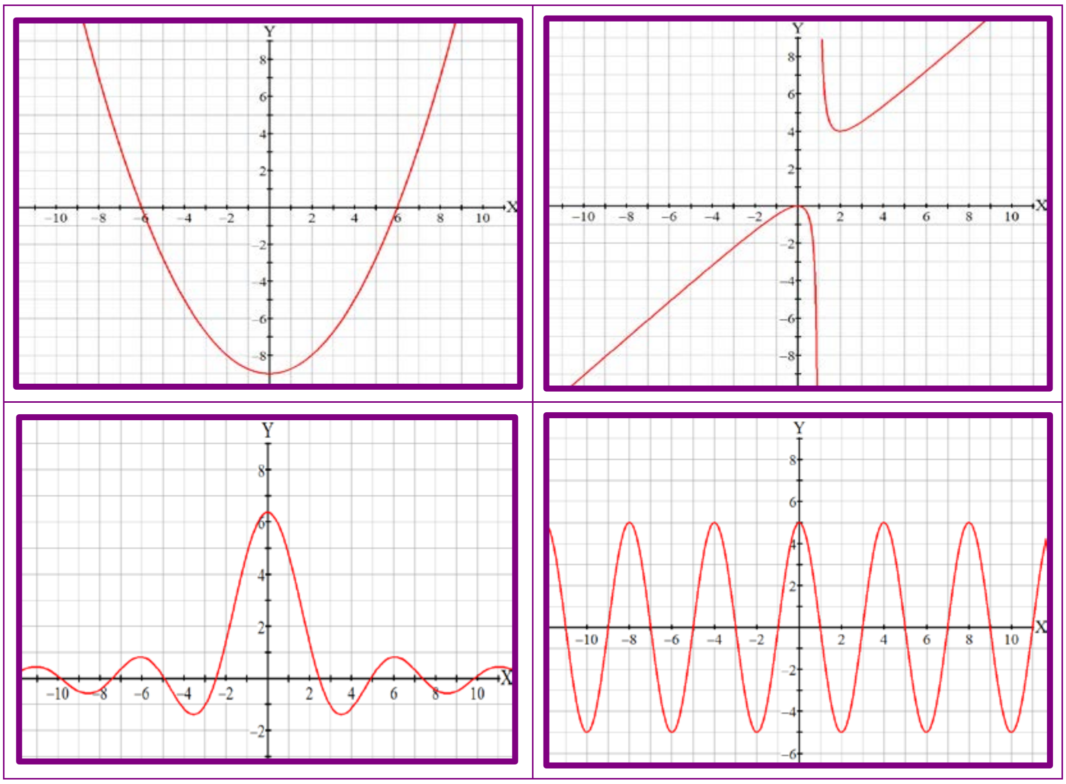
S27. Calcule os orixinais de 5 mediante as seguintes funcións:

$f(x) = 3x - 4$	$g(x) = x^2 + 3x + 9$
$h(x) = 5$	$i(x) = x^2$

S28. Represente graficamente as seguintes funcións:

$f(x) = \dfrac{-3x+5}{7}$	$f(x) = \dfrac{3x}{4}$
$f(x) = x^2 - x + 1$	$f(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 + 2$

S29. Dadas as seguintes funcións, indique: onde son continuas e onde descontinuas, onde son crecentes e onde decrecentes, os seus máximos e mínimos e os puntos de corte cos eixes.



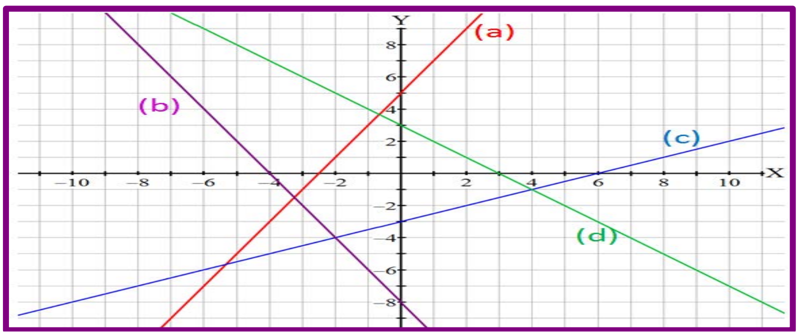
S30. Calcule os puntos de corte cos eixes das funcións:

$f(x) = 3x - 4$	$g(x) = x^2 + 3x + 9$
$h(x) = 5$	$i(x) = x^2$

S31. O volume ***V*** de líquido que contén un tubo é proporcional á altura ***h*** que o líquido alcanza no tubo. Cando a altura do líquido no tubo é de 4 cm, o volume de líquido é de 6 cm^3. Calcule o volume de líquido cando a altura sexa 7 cm.

S32. En Gran Bretaña usan a milla para medir distancias. No resto de Europa, as distancias largas mídense en km. Se 5 millas son 8 km, escribe a función que pasa as distancias de km a millas.

S33. Calcule a expresión das seguintes funcións:



S34. Escriba as expresións de dúas funcións paralelas á función afín $y = 3x - 4$.

S35. Calcule o punto no que cortan o eixe de ordenadas as seguintes funcións:

$y = 3x + 8$	$y = -x + 6$
$2x + 3y = 3$	$8x - y = 1$

S36. A gráfica dunha función é unha liña recta e paralela á da ecuación $y = -3x + 7$ e corta o eixe de ordenadas no punto (0,3). Calcule a expresión desa función.

S37. O punto de coordenadas $(8{,}3)$ está na gráfica dunha función afín de pendente $\frac{1}{2}$. Calcule a dita función.

S38. O punto de coordenadas $(5{,}3)$ está na gráfica dunha función afín que ten como ordenada na orixe 13. Calcule a dita función.

S39. Calcule a pendente e a ordenada na orixe das seguintes funcións afíns:

$4x + y = 5$	$-x - 2y = 8$	$3x + 3y = 5$	$4x - 2y = 6$
$x - 3y = 7$	$2x + 3y = 5$	$x - y = 14$	$2x - 5y = 1$

S40. A función que permite calcular a temperatura en graos Fahrenheit a partir da temperatura en graos Celsius (graos centígrados) é: ºF = 32 + 1,8 ºC.

a) Que tipo de función é?

b) Cal é a súa pendente? E a súa ordenada na orixe?

c) No verán, cando estamos a 30 ºC, canto marca un termómetro Fahrenheit?

S41. Sabemos que a función cadrática $y = ax^2 + bx$ pasa polos puntos $(-1, -5)$ e $(1, -3)$. Determine o valor dos coeficientes ***a*** e ***b***.

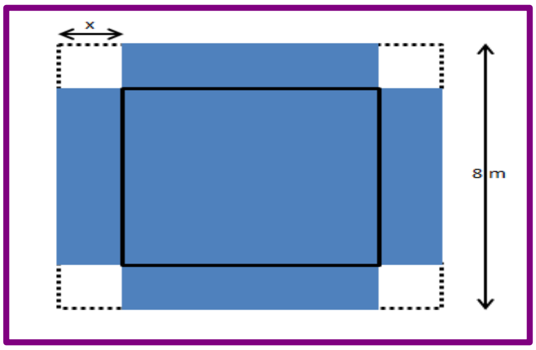
S42. Atope a función cadrática que ten o vértice no punto $(2, -1)$ e pasa polo punto $(0{,}3)$.

S43. Temos un cadrado de cartón de 8 metros de lado e queremos utilizalo para facer unha caixa sen a tapa. O procedemento é o seguinte:

1º Cortamos en cada esquina un cadrado.

2º Dobramos o cartón polas liñas negras do debuxo de forma que as caras sexan perpendiculares.

Calcule a función que expresa a superficie do fondo da caixa en función do lado do cadrado que cortamos.



S44. O perímetro dun rectángulo é de 24 metros. Chamamos *x* á lonxitude da súa base. Atope a expresión da función que nos dá a área en función da lonxitude da base. Para que valor da lonxitude da base obtemos a área máxima?

S45. Unha pinza de tender a roupa cae pola ventá. O espazo percorrido pola pinza vén dado pola expresión $s = 4{,}9 \cdot t^2$, sendo ***t*** o tempo transcorrido desde que nos caeu a pinza (expresado en segundos) e ***s*** é o espazo expresado en metros. Represente esta función e calcule o tempo que tardará en chegar ao chan se a ventá do meu piso está a 30,62 metros de altura.

S46. Calcule os puntos de corte co eixe de abscisas (X) das seguintes funcións. Hai algunha relación entre o número de puntos que cortan o eixe de abscisas e o discriminante da ecuación de segundo grao asociada ás funcións dadas?

$y = x^2 - 5x + 6$	$y = -x^2 - 5$	$y = x^2 - 8x + 16$	$y = x^2 - 5x$

S47. Represente a función $y = (x-2) \cdot (x-4)$. Calcule tamén o vértice e os puntos de corte cos eixes.

S48. Represente a función $y = (1-x) \cdot (3+x)$. Calcule tamén o vértice e os puntos de corte cos eixes.

S49. Represente a función $y = 16 - (x+3)^2$. Calcule tamén o vértice e os puntos de corte cos eixes.

S50. Utilizando o discriminante dunha ecuación de segundo grao e sen representar a función, indique se as seguintes funcións cortan o eixe de abscisas ou non e, no caso de cortalo, en cantos puntos o fai.

$y = x^2 + 5x + 6$	$y = -x^2 - 5x - 8$	$y = x^2 - 4x + 4$	$y = x^2 + x + 1$

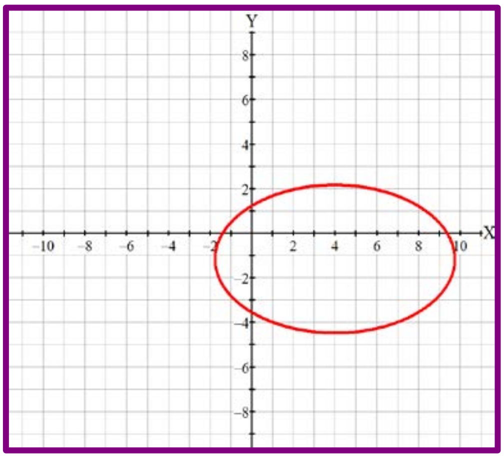
S51. Calcule o valor de k para que a parábola $y = 6x^2 + 2x + k$ corte o eixe X nun único punto.

S52. Unha alfombra rectangular ten a base 4 metros máis de longo ca a súa altura. Calcule a expresión que nos dá a superficie da alfombra en función da lonxitude da altura.

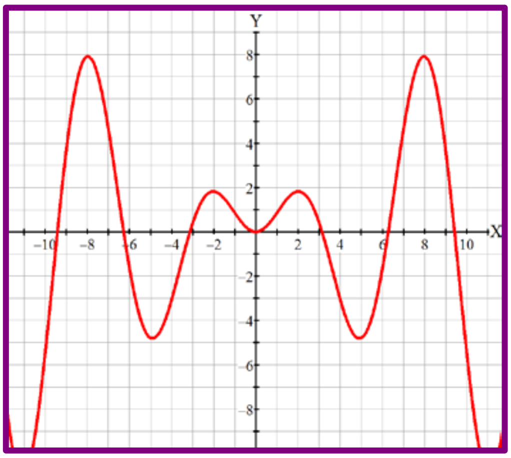
4. Solucionario

4.1 Solucións das actividades propostas

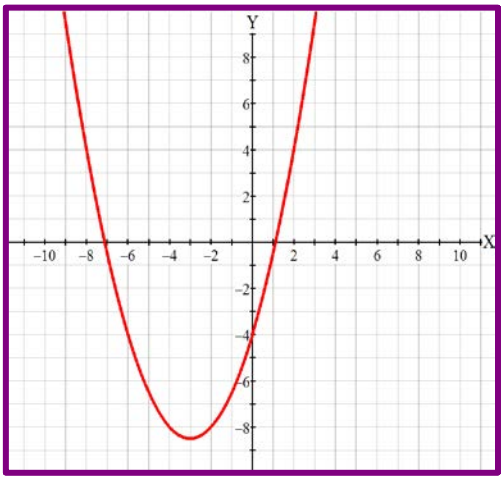
S1.



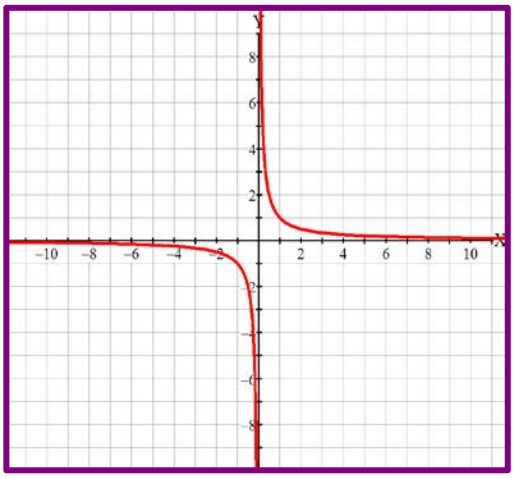
Non é a gráfica dunha función.



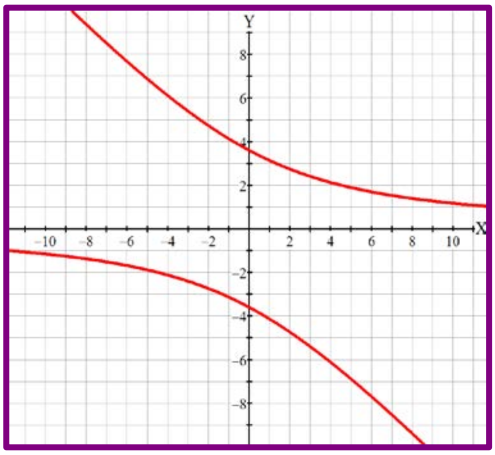
É a gráfica dunha función.



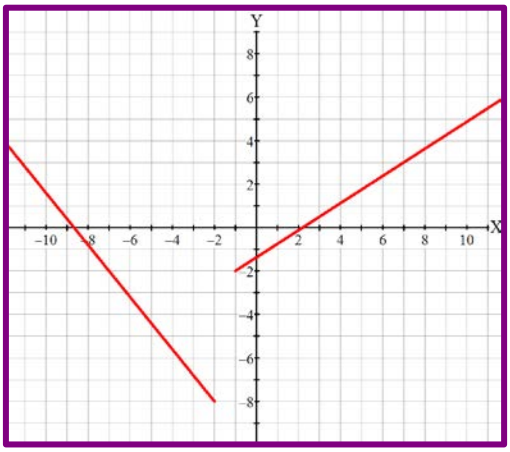
É a gráfica dunha función.



É a gráfica dunha función.



Non é a gráfica dunha función.



É a gráfica dunha función.

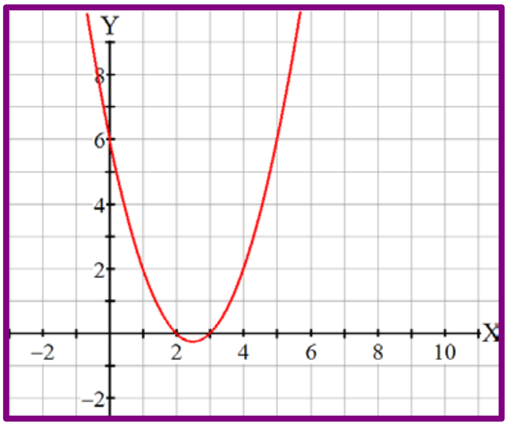
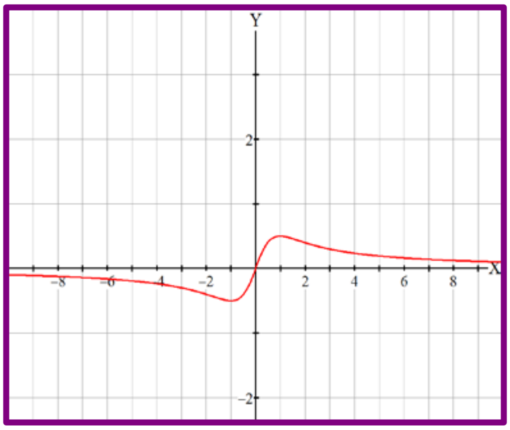
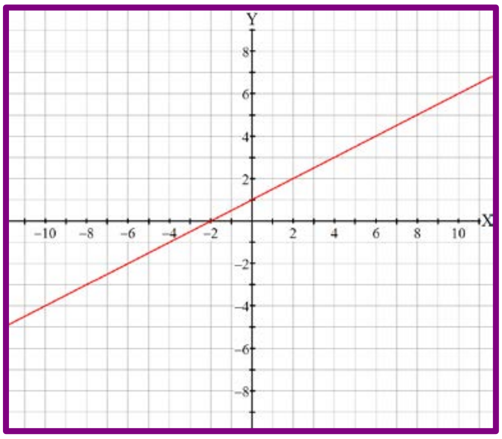
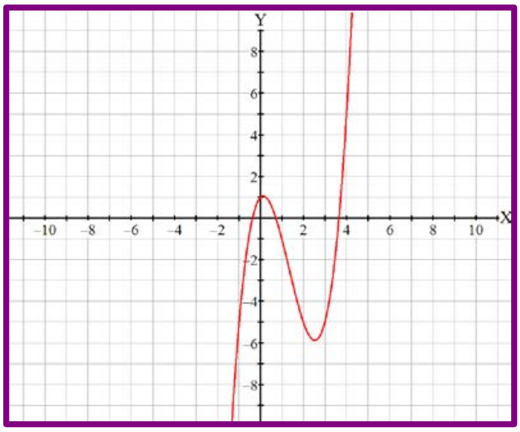
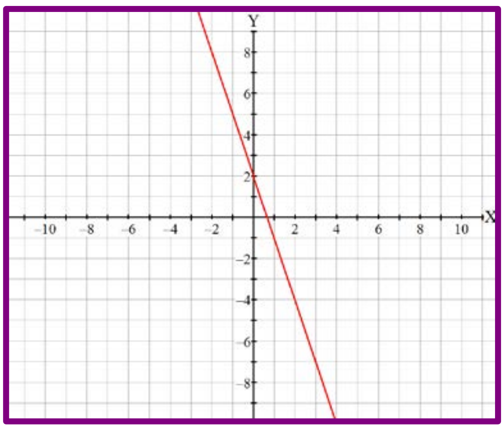
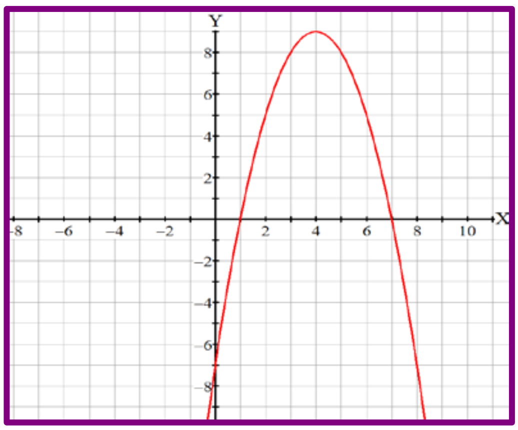
S2.

$f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}\,; f(1) = -2$	$f(x) = x^2 + 8x + 21\,; f(1) = 30$	$f(x) = 7x - 3\,; f(1) = 4$

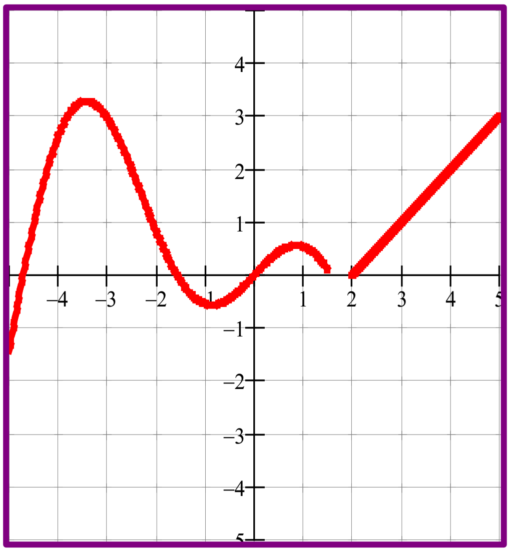
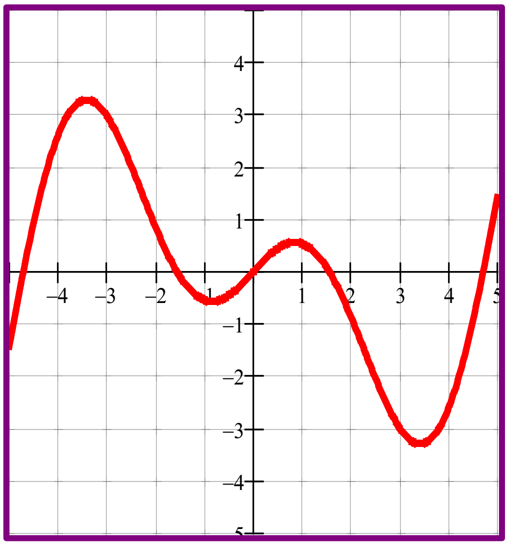
S3.

$f(x) = 7x + 8$ Orixinal de -6 é $x = -2$	$f(x) = x^2 + 5x$ Orixinais de -6 é $x = -2$ e $x = -3$	$f(x) = 3x^2 - 10x - 3$ Orixinais de -6 é $x = 3$ e $x = \frac{1}{3}$

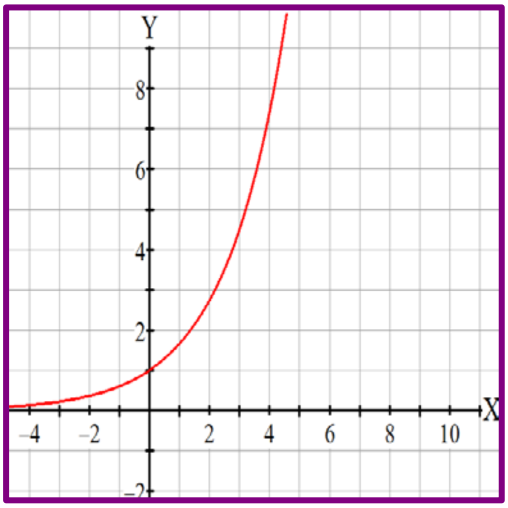
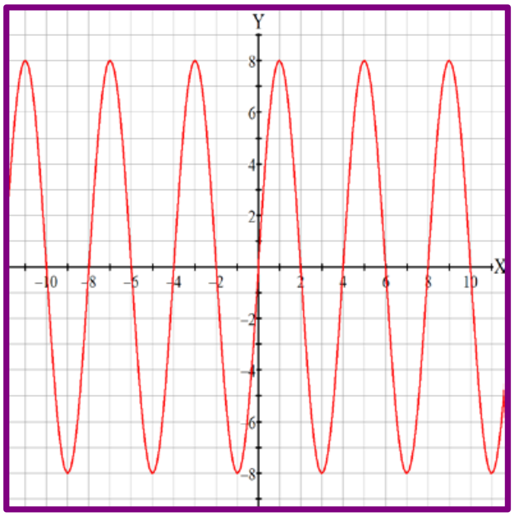
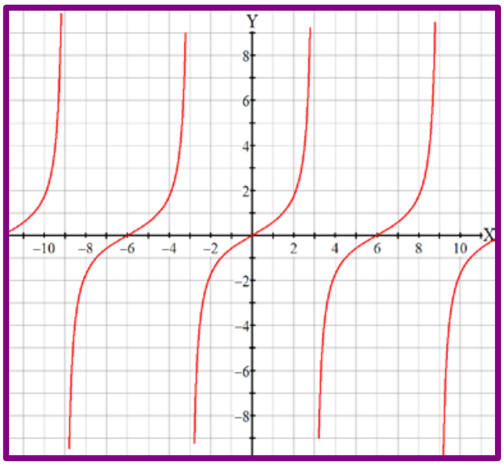
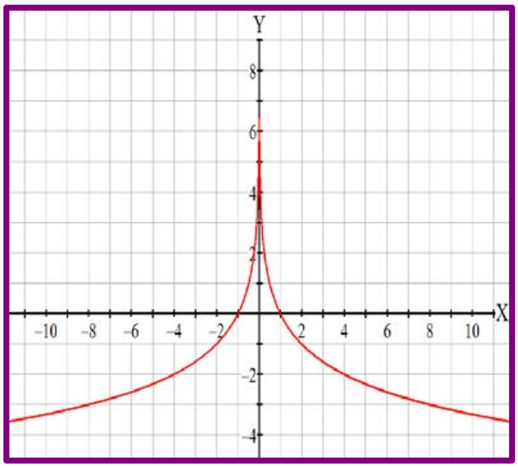
S4.

$f(x) = x^2 - 5x + 6$	$f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$
	
$f(x) = \dfrac{x+2}{2}$	$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 1$
	
$f(x) = -3x + 2$	$f(x) = -x^2 + 8x - 7$
	

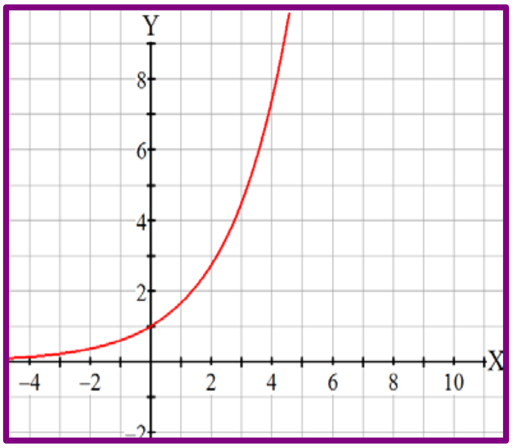
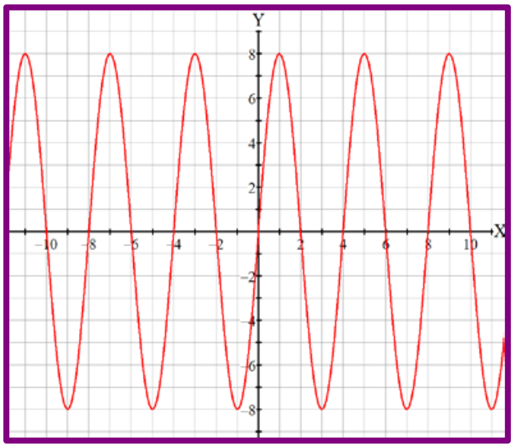
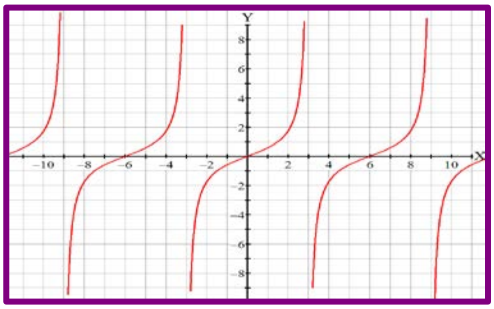
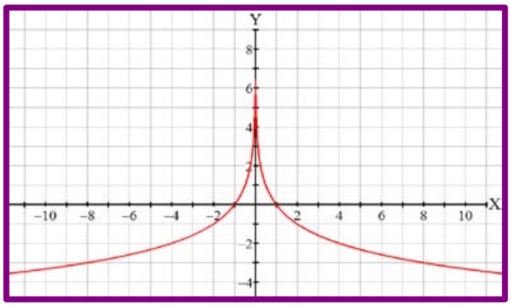
S5.

	
É continua agás no punto x=1,5 e x=2.	É continua sempre.

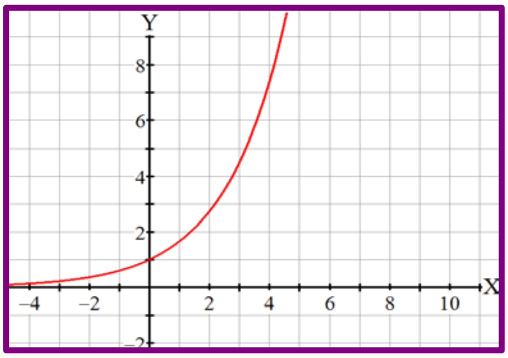
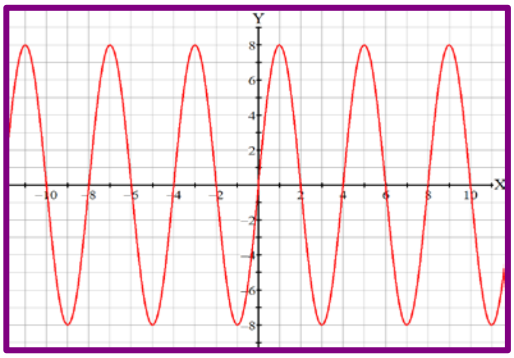
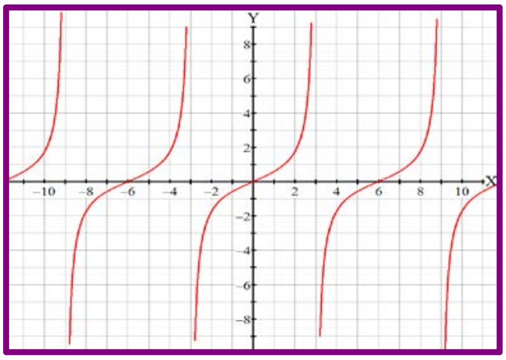
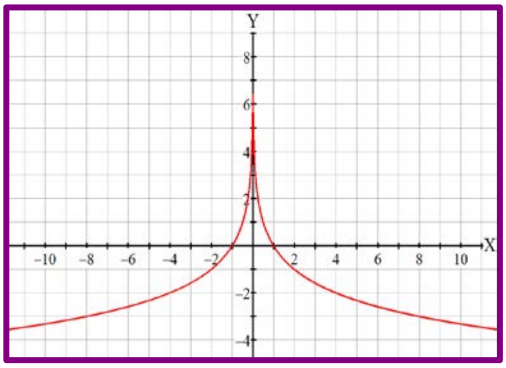
S6.

	
Sempre é crecente.	É decrecente nos intervalos (-11,-9), (-7,-5), (-3,-1), (1,3), (5,7) e (9,11). É crecente nos intervalos: (-9,-7), (-5,-3), (-1,1), (3,5), (7,9), (11,13)...
	
Sempre é crecente.	É crecente ata o cero e decrecente do cero en adiante.

S7.

	
Non ten nin máximos nin mínimos.	Máximos, tanto absolutos como relativos, nos puntos (11,8), (-7,8), (-3,8), (1,8), (5,8), (9,8),... Mínimos, tanto absolutos como relativos, nos puntos: (-9,-8), (-5,-8), (-1,-8), (3,-8), (7,-8), (11,-8)...
	
Non ten nin máximos nin mínimos.	Ten un máximo relativo e absoluto no punto (0,6'5).

S8.

	
Corte no eixe Y: (0,1) Non corta o eixe X.	Corte no eixe Y: (0,0) Corte eixe X: todos os da forma (nº par,0)
	
Corte no eixe Y: (0,0) Corte no eixe X: todos os da forma (múltiplo de 6,0)	Corte no eixe Y: (0,6'5) Corte no eixe X: (-1,0) e (1,0)

S9.

$.f(x) = x^2 - 5x + 6$ Corte no eixe Y: (0,6). Corte no eixe X: (2,0) e (3,0)	$f(x) = \frac{x+2}{2}$ Corte no eixe Y (0,1). Corte no eixe X: (-2,0)
$f(x) = -3x + 2$ Corte no eixe Y: (0,2). Corte no eixe X: $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$	$f(x) = -x^2 + 8x - 7$ Corte no eixe Y: (0,-7). Corte no eixe X: (1,0) e (7,0)

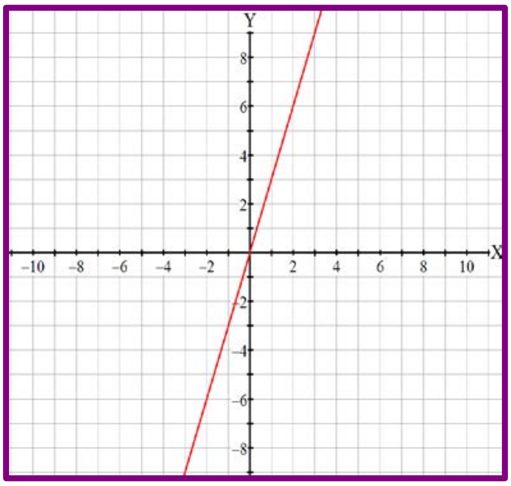
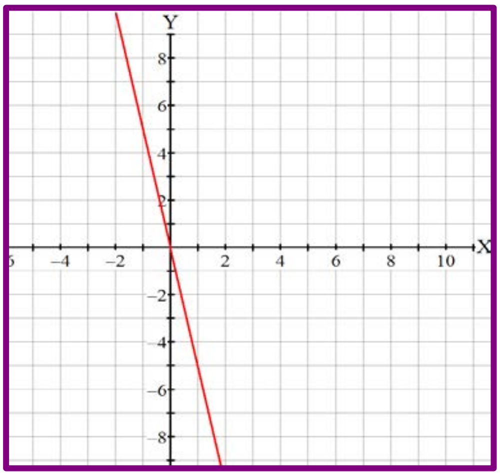
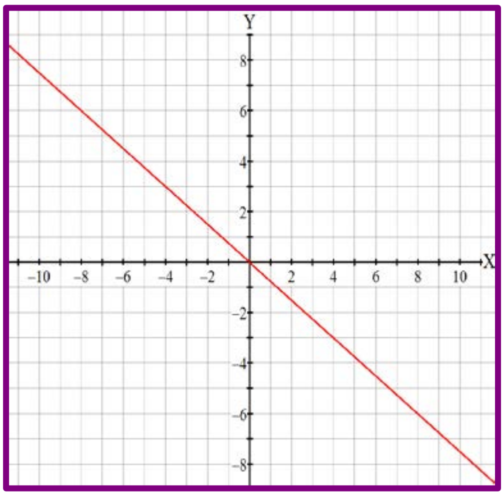
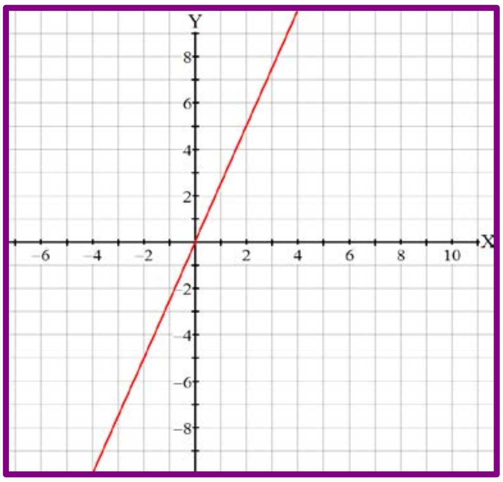
S10.

$y = 7x$ Lineal	$y = -4x + 8$ Non lineal	$y = \frac{-2}{3}x$ Lineal	$y = \frac{7}{2}x$ Lineal

S11.

$y = 7x$ Crecente	$y = -4x$ Decrecente	$y = \frac{-2}{3}x$ Decrecente	$y = \frac{7}{2}x$ Crecente

S12.

$y = 3x$	$y = -5x$
	
$y = \frac{-3}{4}x$	$y = \frac{5}{2}x$
	

S13. $y = 4x$, *pendente = 4 e a función é crecente.*

S14.

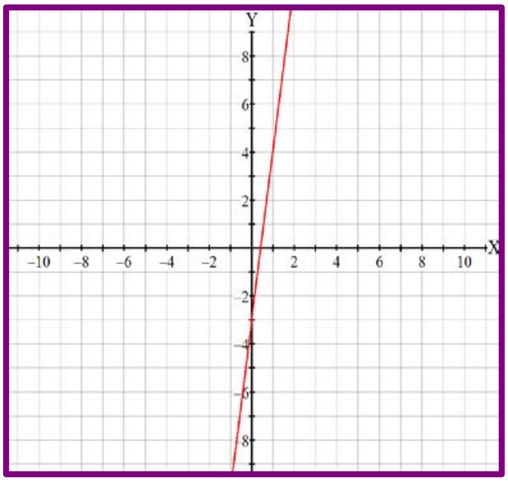
$y = 7x$ Non é afín.	$y = -4x + 8$ É afín.	$y = \frac{-2}{3}x + 10$ É afín.	$y = \frac{7}{2}x - 3$ É afín.

S15.

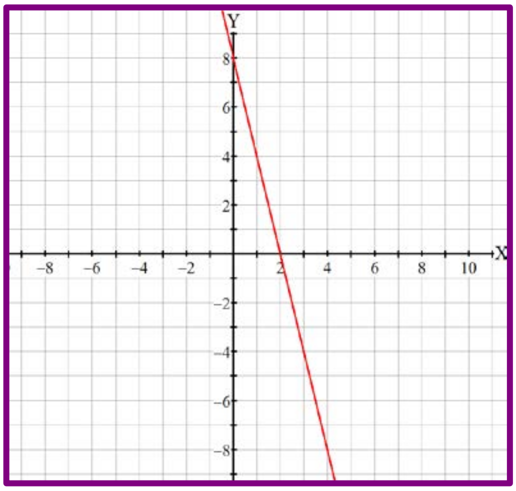
$y = 7x - 3$ Crecente	$y = -4x + 8$ Decrecente	$y = \frac{-2}{3}x + 10$ Decrecente	$y = \frac{7}{2}x - 3$ Crecente

S16.

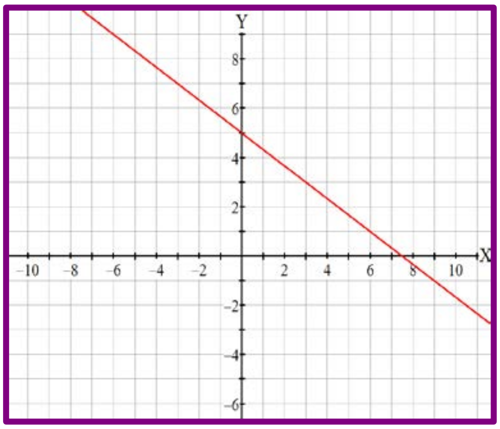
$y = 7x - 3$



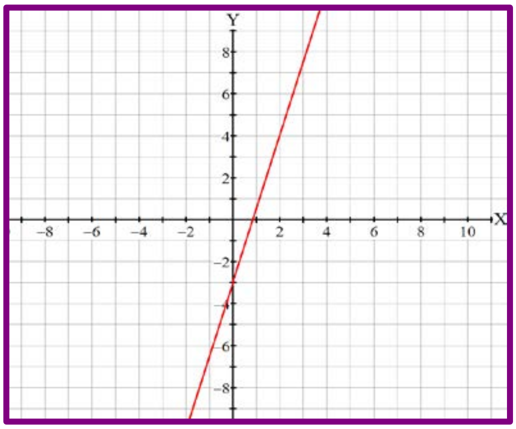
$y = -4x + 8$



$y = \frac{-2}{3}x + 5$



$y = \frac{7}{2}x - 3$



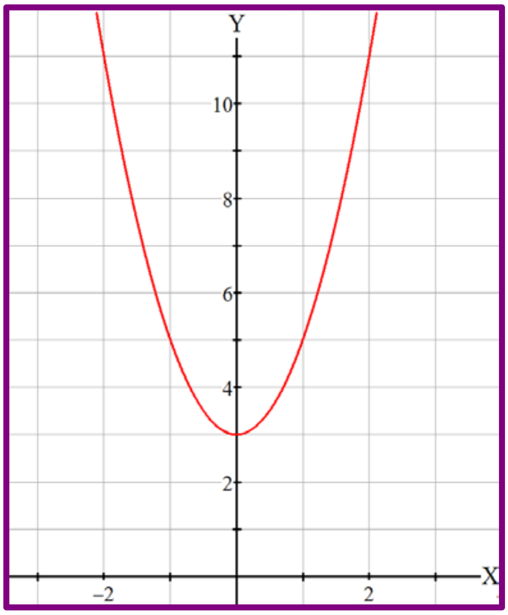
S17. $y = 3x - 1$. *A pendente vale 3.*

S18. *Ordenada na orixe = 3, Pendente = ¾, Expresión* $y = \frac{3}{4}x + 3$

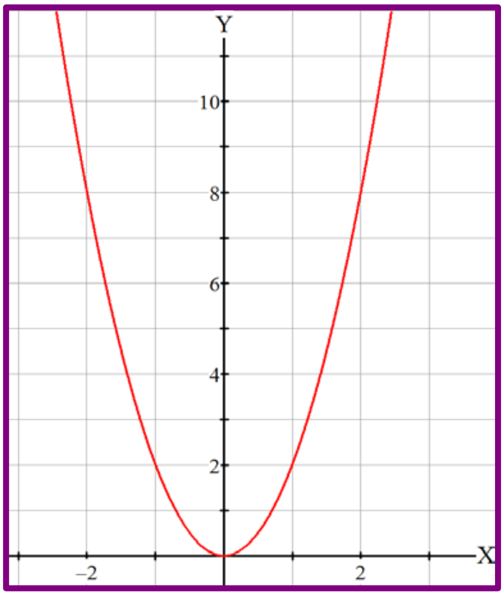
S19.

$y = \frac{-3}{2}x^2$ Cóncava	$y = \frac{3}{5}x^2$ Convexa	$y = 7x^2$ Convexa	$y = -0{,}32x^2$ Cóncava

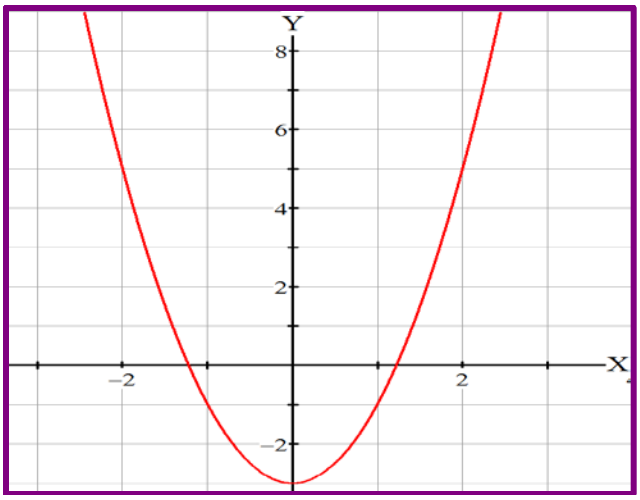
S20.



$y = 2x^2 + 3$

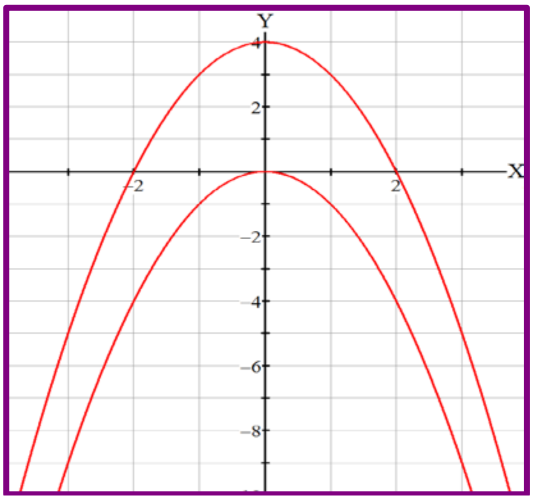


$y = 2x^2$



$y = 2x^2 - 3$

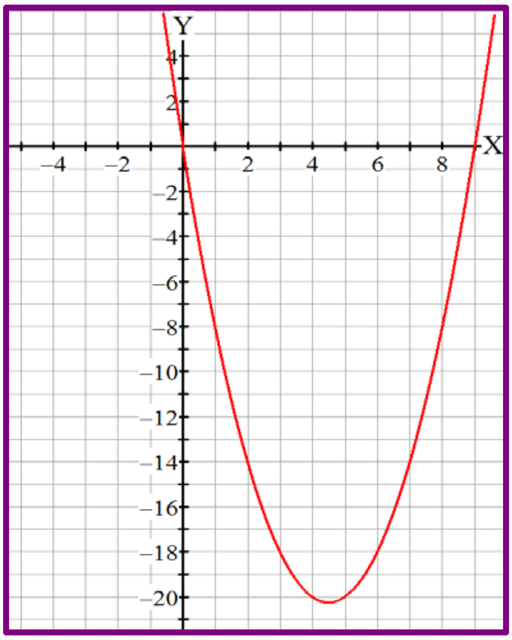
S21. *A segunda é igual cá primeira pero desprazada catro unidades cara enriba.*



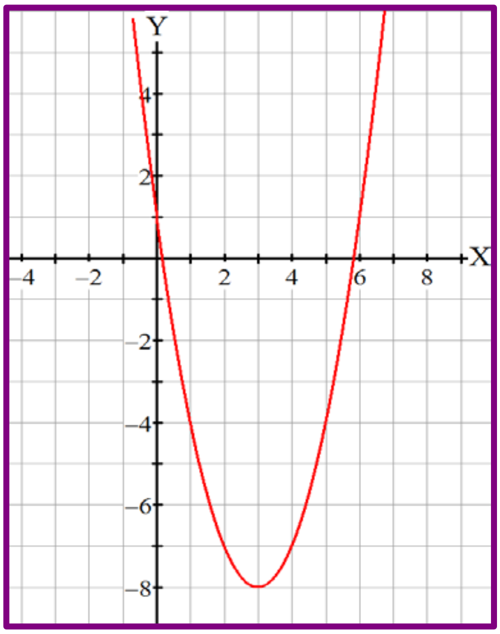
S22.

$y = x^2 - 8$ Vértice: $(0, -8)$	$y = x^2 - x + 5$ Vértice: $\left(\frac{1}{2}, \frac{19}{4}\right)$	$y = -x^2 - 2x + 4$ Vértice: $(-1, 5)$	$y = 3x^2 + 6x - 1$ Vértice: $(-1, -4)$

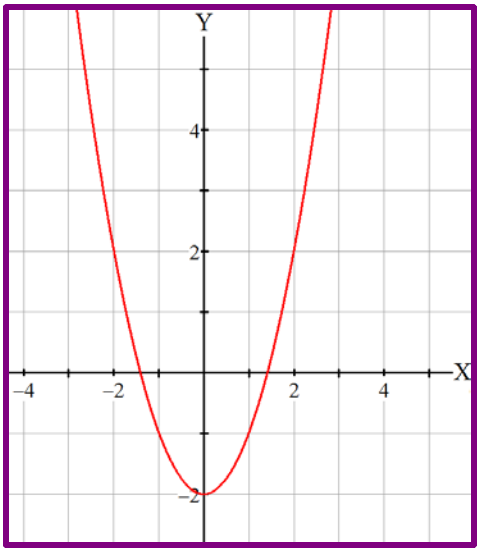
S23.



$y = x^2 - 9x$



$y = x^2 - 6x + 1$



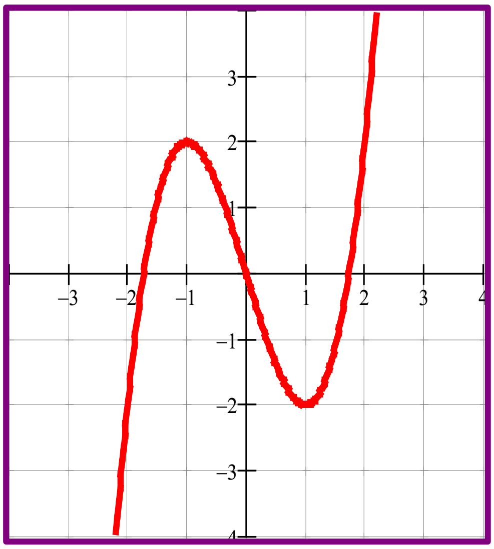
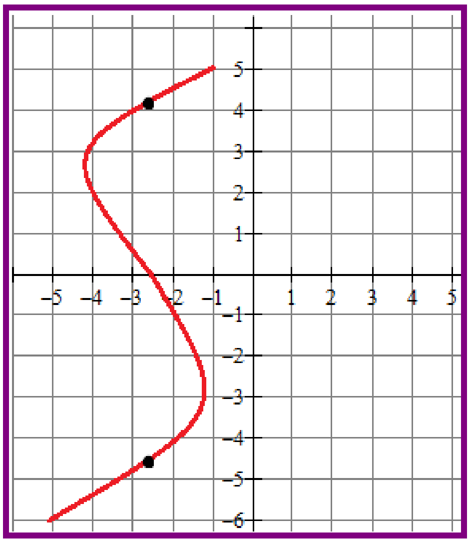
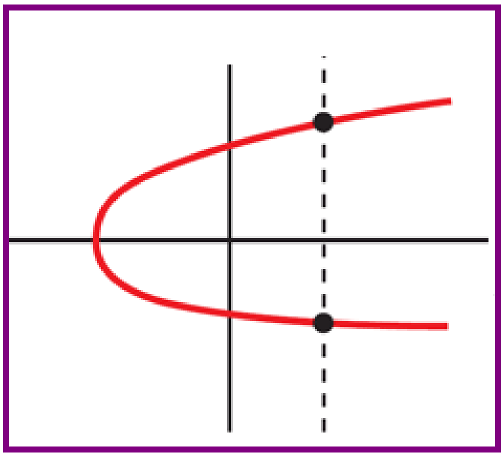
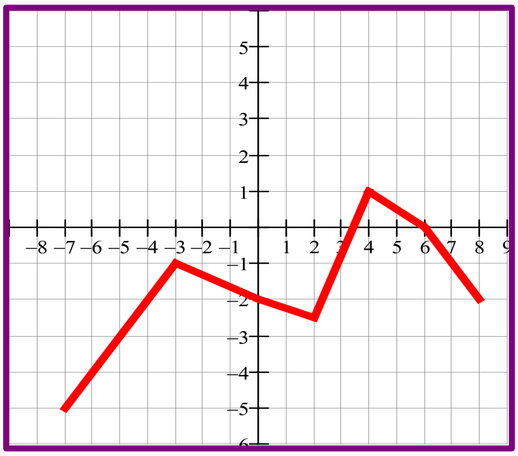
$y = x^2 - 2$

S24.

$y = x^2 - 3x + 5$ Á dereita	$y = -x^2 - 4x$ Á esquerda

4.2 Solucións das actividades finais

S25.

	
É a gráfica dunha función.	Non é a gráfica dunha función.
	
Non é a gráfica dunha función.	É a gráfica dunha función.

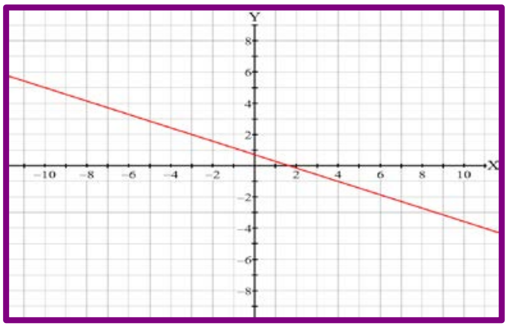
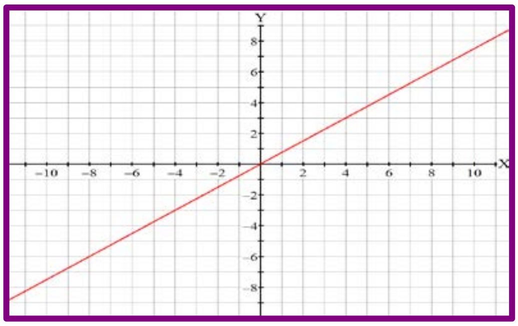
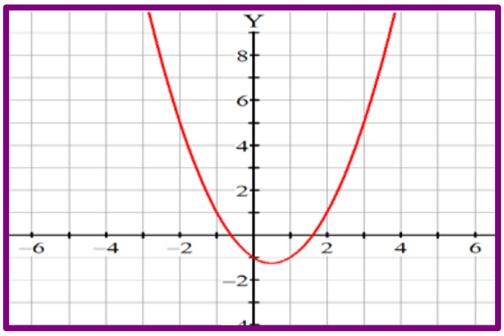
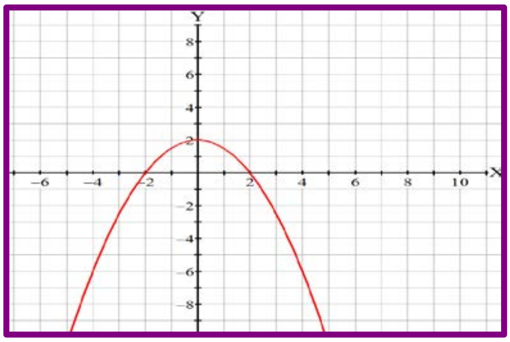
S26.

$f(0) = \frac{5}{3}$	$g(0) = 5$	$h(0) = 4$	$i(0) = \frac{13}{20}$

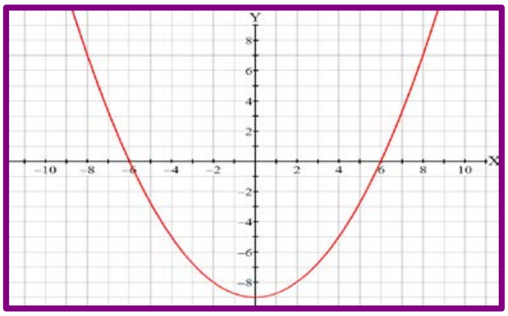
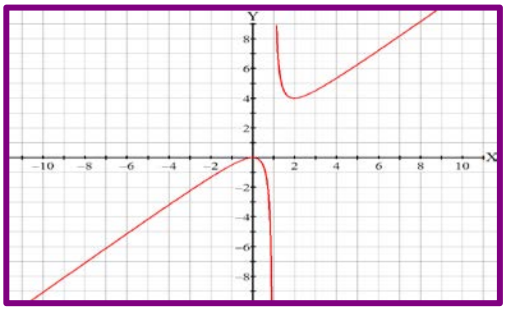
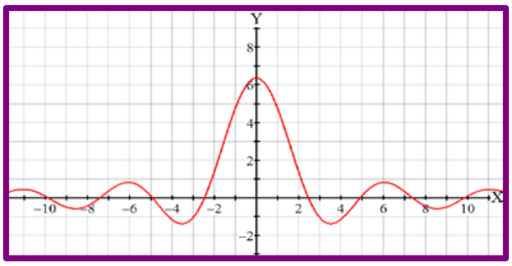
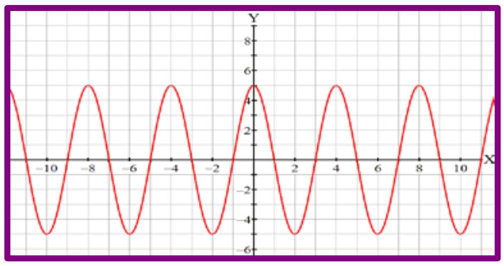
S27.

$f(x) = 3x - 4$. O orixinal de 5 é x=3.	$g(x) = x^2 + 3x + 9$ O orixinal do 5 non existe.
$h(x) = 5$. Calquera número é orixinal do 5.	$i(x) = x^2$ Os orixinais do 5 son $x = \sqrt{5}$ e $x = -\sqrt{5}$.

S28.

$f(x) = \frac{-3x+5}{7}$	$f(x) = \frac{3x}{4}$
	
$f(x) = x^2 - x + 1$	$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$
	

S29.

	
É continua. Decrece ata x=0 e crece de x=0 en adiante. Ten un mínimo absoluto e relativo no punto (0,-9). Corte no eixe Y: (0,-9). Corte eixo X: (6,0) e (-6,0)	É continua agás en x=1. É crecente ata x=0 e de x=2 en adiante. Decrece de x=0 a x=1 e de x=1 a x=2. Ten un máximo relativo no (0,0) e un mínimo relativo no (2,4). Corta os eixes no punto (0,0).
	
É continua. Crece ata x=-11, de x=-8,5 ata x=-6, de x= -3,5 ata x=0, de x=3,5 a x=6, de x=8,5 ata x=11. Decrece de x=-11 a x=-8,5; de x=-6 a x=-3,5; de x=0 a x=3,5; de x=6 a x=8,5. Corta o eixe Y no punto (0,6'5) e o eixo X nos puntos (-10,0), (-7'5,0), (-5,0), (-2'5,0),(2'5,0), (5,0), (7'5,0), (10,0).	É continua. Crece nos intervalos (-10,-8), (-6,-4), (-2,0), (2,4), (6,8), (10,12),… Decrece nos intervalos: (-12,-10), (-8,-6),(-4,-2) (0,2), (4,6), (8,10). Ten máximos, que son absolutos e relativos, nos puntos: (-12,5), (-8,5), (-4,5), (0,5), (4,5), (8,5), (12,5)… Ten mínimos, que son absolutos e relativos, nos puntos: (-10,-5), (-6,-5), (-2,-5), (2,-5), (6,-5), (10,-5). Corta o eixo Y no punto (0,5). Corta o eixo X nos puntos da forma (nº impar,0).

S30.

$f(x) = 3x - 4.$ (0,-4) e $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$	$g(x) = x^2 + 3x + 9$ (0,9) e non corta ao eixe de abscisas
$h(x) = 5$ (0,5) e non corta o eixe de abscisas.	$i(x) = x^2$ Corta a ambos os eixes no mesmo punto, o punto (0,0).

S31. *10,5 cm^3.*

S32. $y = \frac{5}{8}x$, *onde y=millas e x=km.*

S33. *(a)* $y = 2x + 5$ *(b)* $y = -2x - 8$ *(c)* $y = \frac{1}{2}x - 3$ *(d)* $y = -x + 3.$

S34. *Calquera con pendente 3. Por exemplo* $y = 3x$ *e* $y = 3x + 1.$

S35.

$y = 3x + 8$ (0,8)	$y = -x + 6$ (0,6)
$2x + 3y = 3$ (0,1)	$8x - y = 1$ (0,-1)

S36. $y = -3x + 3.$

S37. $y = \frac{1}{2}x - 1.$

S38. $y = -2x + 13.$

S39.

$4x + y = 5$ Pendente:-4, Ordenada na orixe: 5	$-x - 2y = 8$ Pendente:-1/2, Ordenada na orixe: -4	$3x + 3y = 5$ Pendente:-1, Ordenada na orixe: $\frac{5}{3}$	$4x - 2y = 6$ Pendente:2, Ordenada na orixe: -3
$x - 3y = 7$ Pendente:$\frac{1}{3}$, Ordenada na orixe: $-\frac{7}{3}$	$2x + 3y = 5$ Pendente:$-\frac{2}{3}$, Ordenada na orixe: $\frac{5}{3}$	$x - y = 14$ Pendente:1, Ordenada na orixe: -14	$2x - 5y = 1$ Pendente:$\frac{2}{5}$, Ordenada na orixe: $-\frac{1}{5}$

S40. *a) É unha función afín . b) Pendente = 1'8; Ordenada na orixe = 32*

c) F = 32 + 1,8·30 = 86 ºF.

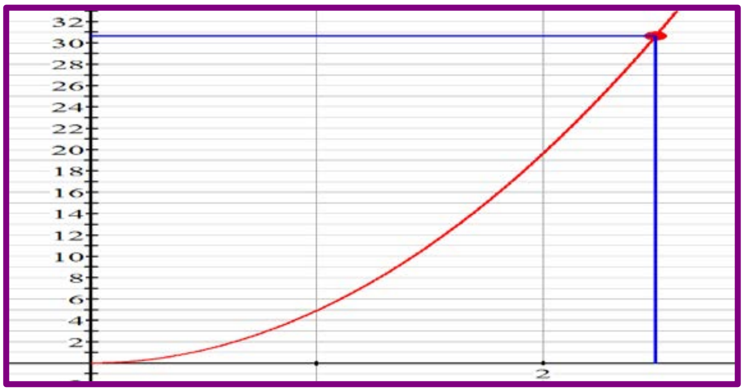
S41. $a = -4, b = 1.$ *Así* $y = -4x^2 + x$

S42. $y = x^2 - 4x + 3$

S43. $y = (8 - 2x)^2 \Rightarrow y = 4x^2 - 32x + 64$

S44. $\mathrm{y} = (12 - \mathrm{x}) \cdot \mathrm{x} \Rightarrow \mathrm{y} = 12\mathrm{x} - \mathrm{x}^2$. A área máxima obtense no vértice que é para $\mathrm{x} = 6$ metros, é dicir, a área máxima obtense para o cadrado.

S45. Resolvemos a ecuación $4{,}9 \cdot t^2 = 30{,}62$ e obtemos que $t = 2{,}5$ segundos.



S46. O discriminante indica o número de solucións da ecuación de segundo grao e as solucións da ecuación son as primeiras coordenadas dos puntos de corte co eixe X.

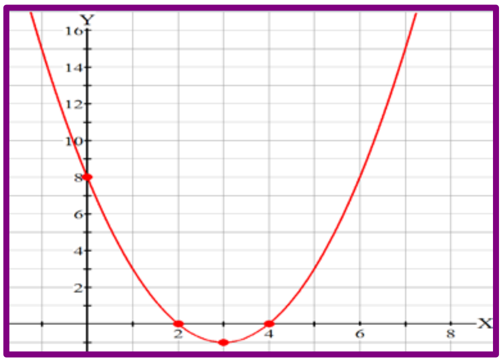
$y = x^2 - 5x + 6$ $(2{,}0)$ e $(3{,}0)$	$y = -x^2 - 5$ Non corta ao eixe X	$y = x^2 - 8x + 16$ $(4{,}0)$	$y = x^2 - 5x$ $(0{,}0)$ e $(5{,}0)$

S47.

Vértice $(3, -1)$

Puntos de corte co eixe X: $(2, 0)$ e $(4{,}0)$

Punto de corte co eixe Y: $(0{,}8)$

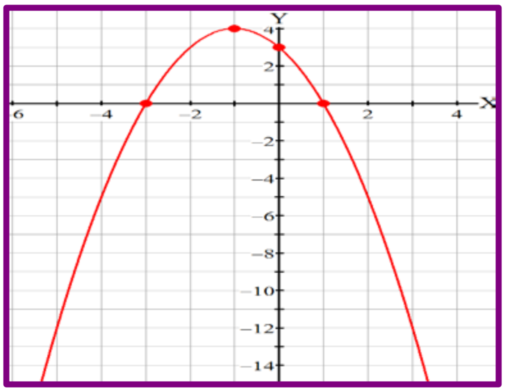


S48.

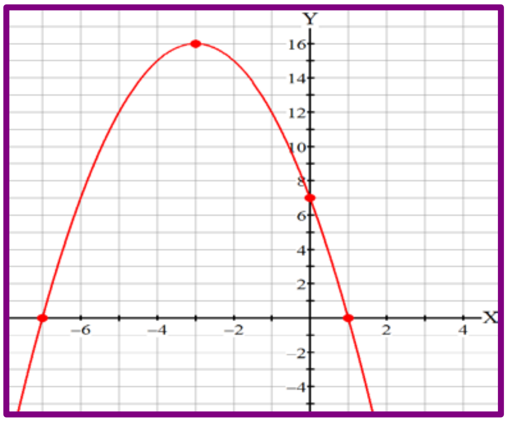
Vértice $(-1{,}4)$

Puntos de corte co eixe X: $(1, 0)$ e $(-3{,}0)$

Punto de corte co eixe Y: $(0{,}3)$



S49.

Vértice $(-3,16)$ Puntos de corte co eixe X: $(1,0)$ e $(-7,0)$ Punto de corte co eixe Y: $(0,7)$	

S50.

$y = x^2 + 5x + 6$	$y = -x^2 - 5x - 8$	$y = x^2 - 4x + 4$	$y = x^2 + x + 1$
Discriminante positivo, polo que corta o eixe X en dous puntos.	Discriminante negativo, polo que non corta o eixe X.	Discriminante igual a 0, polo que corta o eixe X nun único punto.	Discriminante negativo, polo que non corta o eixe X.

S51. $k = \frac{1}{6}$ xa que o discriminante da ecuación de segundo grao asociada á función ten que valer 0.

S52. $y = x \cdot (x + 4)$ *ou ben* $y = x^2 + 4x$.

5. Glosario

E	▪ Eixe de abscisas	Eixe das X ou eixe horizontal.
	▪ Eixe de ordenadas	Eixe das Y ou eixe vertical.
F	▪ Función	Relación entre dúas magnitudes na que a cada valor dunha magnitude se lle asocia un único valor da outra.
	▪ Función afín	Función que ten como expresión un polinomio de 1º grao con termo independente distinto de cero e a súa representación gráfica é unha liña recta.
	▪ Función constante	Función que mantén sempre o mesmo valor.
	▪ Función crecente	Función na que ao aumentar o valor da variable x, aumenta o valor da variable y.
	▪ Función decrecente	Función na que ao aumentar valor da variable x, diminúe o valor da variable y.
	▪ Función lineal	Función que ten como expresión un polinomio de 1º grao sen termo independente e a súa representación gráfica é unha liña recta.
I	▪ Imaxe	Valor que lle corresponde a un número mediante unha función.
M	▪ Máximo absoluto	Punto no que a ordenada toma o maior valor.
	▪ Máximo relativo	Punto no que a súa ordenada é maior que a de todos os puntos do seu arredor.
	▪ Mínimo absoluto	Punto no que a ordenada toma o menor valor.
	▪ Mínimo relativo	Punto no que a súa ordenada é menor que a de todos os puntos do seu arredor.
O	▪ Ordenada na orixe	Termo independente dunha función afín. Coincide coa segunda coordenada do punto no que a función corta o eixe de ordenadas.
P	▪ Pendente	Coeficiente de primeiro grao nunha función lineal ou afín. Indica a inclinación da recta.
V	▪ Vértice	Punto no que a parábola cambia o seu crecemento.

6. Bibliografía e recursos

Bibliografía

- *Libros para a educación secundaria a distancia de adultos. Ámbito tecnolóxico-matemático.* Consellería de Educación e Ordenación Universitaria.
- *Matemáticas ESO 1.* Ed. Anaya 2016.
- *Matemáticas ESO 2.* Ed. Anaya.2016.
- *Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas ESO 3.* Ed. Anaya, 2016.
- *Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas ESO 3.* Ed. Anaya, 2016.
- *Matemáticas enseñanzas académicas ESO 3.* Ed. Santillana.
- *Matemáticas enseñanzas aplicadas ESO 3.* Ed. Santillana.

Ligazóns de Internet

Nestas ligazóns pode atopar trucos e información que pode consultar para mellorar a súa práctica.

- http://www.colexioabrente.com/descargas/mate/3eso/3eso3.2boletinfunciones.pdf
- http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Funcion_lineal/index.htm
- http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Funcion_afin/index.htm
- http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Tablas_y_expresiones_algebraicas/teg_0.htm
- http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Interpretacion_graficas/Indice_graficas.htm
- http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Funcion_cuadratica_parabola/index.htm
- http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_4eso_B_funciones2/impresos/quincena9.pdf
- https://www.matematicasonline.es/terceroeso/mat3eso14.html
- http://www.disfrutalasmatematicas.com/conjuntos/funcion.html
- http://www.vitutor.com/fun/1/graficas.html

- http://www.vitutor.com/fun/2/c_3_e.html
- http://www.vitutor.com/fun/2/c_4_e.html
- http://www.vitutor.com/fun/2/c_5_e.html
- http://www.vitutor.com/fun/2/r_e.html
- http://www.vitutor.com/fun/2/e_c.html
- https://matesenelinsti.files.wordpress.com/2012/05/repaso-funciones.pdf
- https://www.matematicasonline.es/terceroeso/mat3eso13.html
- https://www.math10.com/en/math-games/games/linear-functions/games-functions.html
- https://www.matesfacil.com/ESO/rectasparabolas/problemas-resueltos-rectas-parabolas.html
- http://www.uv.es/lonjedo/esoProblemas/3eso12funcioncuadratica.pdf