

## MATEMÁTICAS II

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira.

### 1. Números e Álgebra

a) Supoñendo que  $A$  e  $X$  son matrices cadradas e que  $A + I$  é invertible, despexe  $X$  na ecuación  $A - X = AX$ .

b) Se  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ , calcule  $X$  tal que  $A - X = AX$ .

### 2. Números e Álgebra

Discuta, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema: 
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ my + (3 - m)z = -6, \\ 2x - y + mz = 6. \end{cases}$$

### 3. Análise

a) Dada a función  $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{se } x \in (0, e], \\ ax + b & \text{se } x \in (e, \infty), \end{cases}$  diga que relación ten que existir entre os parámetros  $a$  e  $b$  para que  $f$  sexa continua e cales teñen que ser os seus valores para que  $f$  sexa derivable.

b) Calcule a área da rexión encerrada polo eixe  $X$ , a recta  $x = 4$  e a gráfica de  $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{se } x \in (0, e], \\ \frac{x}{e} & \text{se } x \in (e, \infty). \end{cases}$

### 4. Análise

a) De entre todos os triángulos rectángulos contidos no primeiro cuadrante que teñen un vértice na orixe, outro sobre a parábola  $y = 4 - x^2$ , un cateto sobre o eixe  $X$  e o outro paralelo ao eixe  $Y$ , obteña os catetos e a hipotenusa daquel cuxa área é máxima.

b) Enuncie os teoremas de Bolzano e de Rolle.

### 5. Xeometría

a) Estude a posición relativa dos planos  $\pi_1: mx - y + 2 = 0$  e  $\pi_2: 2x + 3y = 0$  en función do parámetro  $m$ .

b) Obteña a ecuación implícita do plano que pasa polos puntos  $A(0,0,0)$ ,  $B(1,0,1)$  e  $C(0,1,0)$ .

### 6. Xeometría

a) Obteña a ecuación implícita do plano que pasa polo punto  $P(1,-3,0)$  e é perpendicular á recta

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ y - z = 0. \end{cases}$$

b) Calcule a distancia do punto  $Q(1,1,1)$  ao plano  $\pi: -x + y + z + 4 = 0$  e o punto simétrico de  $Q$  respecto a  $\pi$ .

### 7. Estatística e Probabilidade

O 40% dos habitantes dunha certa comarca teñen camelias, o 35% teñen rosas e o 21% teñen camelias e rosas. Se se elixe ao azar a un habitante desa comarca, calcule as tres probabilidades seguintes: de que non teña nin camelias nin rosas; de que teña rosas, sabendo que ten camelias; e de que soamente teña rosas ou soamente teña camelias.

### 8. Estatística e Probabilidade

Nun determinado lugar, a temperatura máxima durante o mes de xullo segue unha distribución normal de media  $25^\circ\text{C}$  e desviación típica  $4^\circ\text{C}$ . Calcule a probabilidade de que a temperatura máxima dun certo día estea comprendida entre  $21^\circ\text{C}$  e  $27.2^\circ\text{C}$ . En cantos días do mes se espera que a temperatura máxima permaneza dentro dese rango?

## MATEMÁTICAS II

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera.

### 1. Números y Álgebra

- a) Suponiendo que  $A$  y  $X$  son matrices cuadradas y que  $A + I$  es invertible, despeje  $X$  en la ecuación  $A - X = AX$ .  
b) Si  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ , calcule  $X$  tal que  $A - X = AX$ .

### 2. Números y Álgebra

Discuta, según los valores del parámetro  $m$ , el siguiente sistema: 
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ my + (3 - m)z = -6, \\ 2x - y + mz = 6. \end{cases}$$

### 3. Análisis

- a) Dada la función  $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ ax + b & \text{si } x \in (e, \infty), \end{cases}$  diga qué relación tiene que existir entre los parámetros  $a$  y  $b$  para que  $f$  sea continua y cuáles tienen que ser sus valores para que  $f$  sea derivable.  
b) Calcule el área de la región encerrada por el eje  $X$ , la recta  $x = 4$  y la gráfica de  $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ \frac{x}{e} & \text{si } x \in (e, \infty). \end{cases}$

### 4. Análisis

- a) De entre todos los triángulos rectángulos contenidos en el primer cuadrante que tienen un vértice en el origen, otro sobre la parábola  $y = 4 - x^2$ , un cateto sobre el eje  $X$  y el otro paralelo al eje  $Y$ , obtenga los catetos y la hipotenusa de aquel cuya área es máxima.  
b) Enuncie los teoremas de Bolzano y de Rolle.

### 5. Geometría

- a) Estudie la posición relativa de los planos  $\pi_1: mx - y + 2 = 0$  y  $\pi_2: 2x + 3y = 0$  en función del parámetro  $m$ .  
b) Obtenga la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos  $A(0,0,0)$ ,  $B(1,0,1)$  y  $C(0,1,0)$ .

### 6. Geometría

- a) Obtenga la ecuación implícita del plano que pasa por el punto  $P(1, -3, 0)$  y es perpendicular a la recta 
$$\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ y - z = 0. \end{cases}$$
  
b) Calcule la distancia del punto  $Q(1, 1, 1)$  al plano  $\pi: -x + y + z + 4 = 0$  y el punto simétrico de  $Q$  respecto a  $\pi$ .

### 7. Estadística y Probabilidad

El 40% de los habitantes de una cierta comarca tienen camelias, el 35% tienen rosas y el 21% tienen camelias y rosas. Si se elige al azar a un habitante de esa comarca, calcule las tres probabilidades siguientes: de que no tenga ni camelias ni rosas; de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias; y de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias.

### 8. Estadística y Probabilidad

En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media  $25^\circ\text{C}$  y desviación típica  $4^\circ\text{C}$ . Calcule la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre  $21^\circ\text{C}$  y  $27.2^\circ\text{C}$ . ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?