Boletín 19. Producto vectorial y mixto.

1. Determina el angulo que forman los vectores (4,-1,3) y (3,0,2), usando el producto vectorial

2. Halla el área encerrada en los triángulos cuyos vértices son:
a) *A*(0, 0, 0) *B*(−1, 2, 1) *C* (−1, −1, −1)
b) *A*(3, 0, 0) *B*(0, 2, 0) *C* (0, 0, 1)

3. Halla la distancia del punto P (1,0,2) a las rectas:

a) $r: \left.\begin{matrix} x-y=0 \\ y+3z=0 \end{matrix}\right\}$ b) $s: \frac{x}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-5}{2}$

4. Halla la distancia del origen de coordenadas a las siguientes rectas

a) $r: \left.\begin{matrix} x=1+3\lambda \\ y=2-\lambda \\ z=0 \end{matrix}\right\}$ b) $s: \frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+4}{2}$

5. Determina la ecuación de una recta perpendicular a r y s que pase por el punto P(3,-2,0)

$r: x=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+2}{3}$ $s: \left.\begin{matrix} x=2 \\ y=-3+\lambda \\ z=5-2\lambda \end{matrix}\right\}$

6. Calcula el producto mixto $[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]$,siendo los vectores
$\vec{u}=(0,1,0),\vec{v}=(1,1,1),\vec{w}=(0,0,-1)$

7. Calcula el volumen del paralelepípedo definido por los vectores:
a) $\vec{u}=(-2,0,0),\vec{v}=(3,2,1),\vec{w}=(-2,0,4)$
b) $\vec{u}=(-1,-1,-1),\vec{v}=(1,1,1),\vec{w}=(0,0,2)$

8. Determina la distancia entre las rectas que se cruzan:

$r: \left.\begin{matrix} y=1 \\ x+z=-2 \end{matrix}\right\}$ $s: \frac{x+1}{-2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-4}{-2}$

9. Encuentra dos vectores que tengan módulo 5 y que sean perpendiculares a los vectores $\vec{u}=(2,0,-1),\vec{v}=(6,-3,2)$

10. Comprueba que la distancia entre las siguientes rectas es 3, y halla un punto de cada una de las rectas que se encuentre a esa distancia.

$r: \left.\begin{matrix} x=4+2\lambda \\ y=-1 \\ z=6+4\lambda \end{matrix}\right\}$ $s: \frac{x-1}{3}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-1}{4}$

11. Halla la recta que pasa por el punto (1,-1,0) y es paralela a los planos
π_1: x+y=1
π_2: x+z=1

12. Calcula el valor de *a* para que el producto vectorial de los vectores (*a*, **−***a*, 2) y (2, *a*, 1) sea proporcional al vector (1, 1, 0).

13. Encuentra una recta paralela al plano x-2y+z-2 =0 que se halle a distancia 2 del plano

14. Dadas las rectas:

$$r: \left.\begin{array}{l} x+y-z=0 \\ x+2y=7 \end{array}\right\} \qquad s: \left.\begin{array}{l} x=2 \\ y=-5 \end{array}\right\}$$

Halla un punto en cada una de ellas, de tal forma que el vector que los una sea perpendicular a ambas

15. Demuestra que las rectas l_1 y l_2 se cruzan en el espacio, y encuentra la distancia entre dichas rectas

$$l_1: \left.\begin{array}{l} x=t \\ y=-t \\ z=2+t \end{array}\right\} \qquad l_2: \left.\begin{array}{l} x+y-z=0 \\ 2x+y+1=0 \end{array}\right\}$$

Soluciones

1.
α=11º44’

2.
a) $\frac{\sqrt{14}}{2}$; b) 7/2

3.
a) $\frac{\sqrt{1786}}{19}$; b) $\sqrt{13}$

4.
a) $7\frac{\sqrt{10}}{10}$; b) $\frac{\sqrt{30}}{6}$

5.

$$\left.\begin{array}{l} x = 3+\lambda \\ y = -2+2\lambda \\ z = \lambda \end{array}\right\}.$$

6. 1

7.
a) 16 (módulo del producto vectorial)
b) 0 (no se genera paralelepípedo)

8. $\frac{7}{\sqrt{42}}$

9.

$$\vec{w}_1 = \frac{5}{\sqrt{145}}(-3,-10,-6) = \left(-\frac{3\sqrt{145}}{29}, -\frac{10\sqrt{145}}{29}, -\frac{6\sqrt{145}}{29}\right).$$

$$\vec{w}_2 = -\frac{5}{\sqrt{145}}(-3,-10,-6) = \left(\frac{3\sqrt{145}}{29}, \frac{10\sqrt{145}}{29}, \frac{6\sqrt{145}}{29}\right).$$

10. Los puntos son R=(8,-1,14) y S(10,1,13)

11.

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{-1}$$

12. a=-2

13.
Múltiples soluciones. Ejemplo: $(x,y,z)=(\frac{2}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}},2+\frac{2}{\sqrt{6}})+t(1,1,1)$

14. Los puntos son: *A*(5, 1, 6) y *B*(2, −5, 6)

15. $d=\frac{\sqrt{14}}{14}$