

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Recoñecer os ángulos importantes nunha circunferencia e as súas relacións.
- Investigar cando dous triángulos son semellantes.
- Utilizar o teorema de Pitágoras para resolver algúns problemas.
- Identificar a mediatriz dun segmento e a bisectriz dun ángulo como conxuntos de puntos.
- Calcular a área de recintos limitados por liñas rectas e por liñas curvas.

Antes de empezar

1. Ángulos na circunferencia páx. 90
Ángulo central e ángulo inscrito
2. Semellanza páx. 91
Figuras semellantes
Semellanza de triángulos, criterios.
3. Triángulos rectángulos páx. 94
Teorema de Pitágoras
Aplicacións do Teorema de Pitágoras
4. Lugares xeométricos páx. 96
Definición e exemplos
Máis lugares xeométricos: as cónicas
5. Áreas de figuras planas páx. 98

Exercicios para practicar

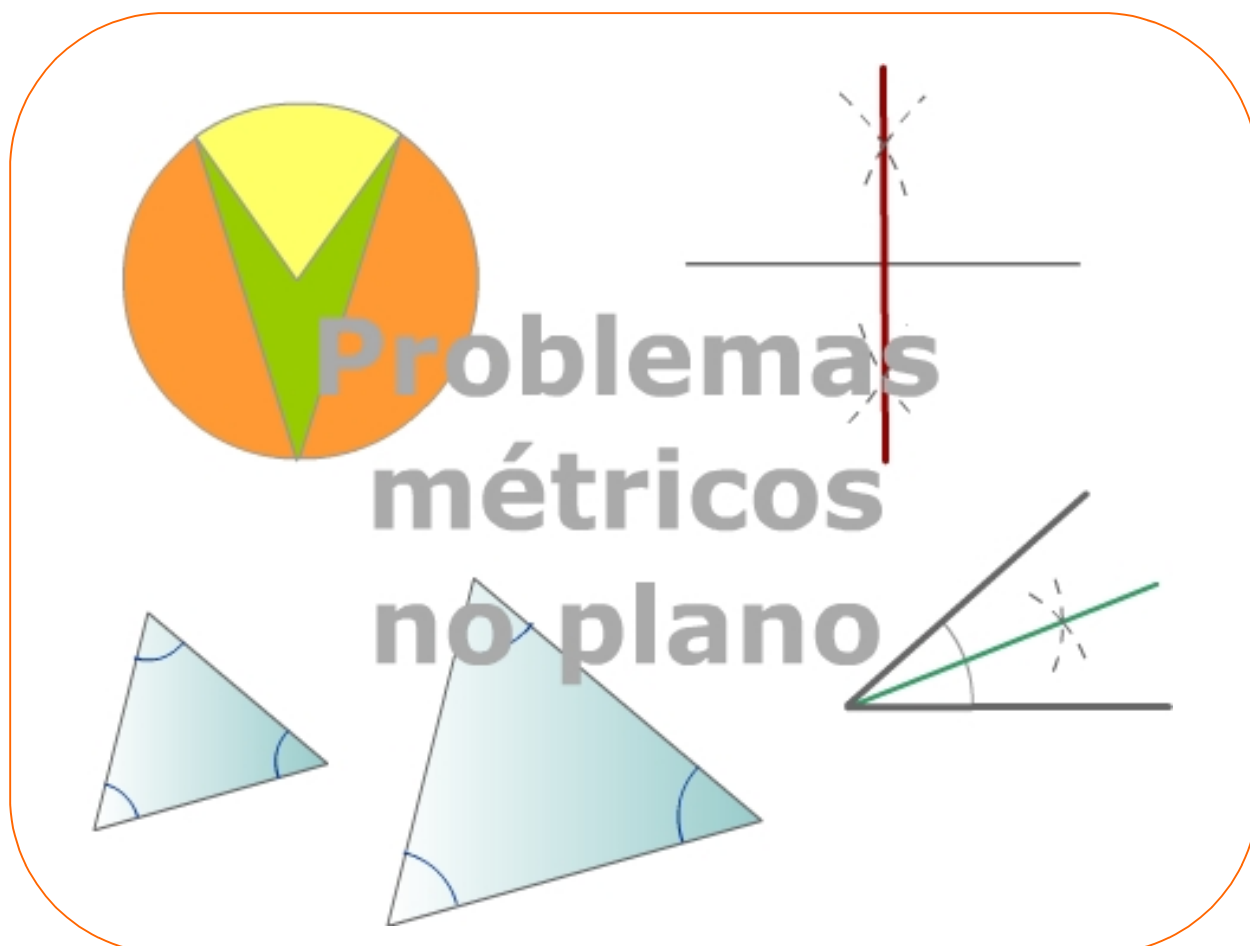
Para saber máis

Resumo

Autoavaliación

Actividades para enviar ao titor

Antes de empezar



Lembra unha propiedade importante dos triángulos:

A suma dos ángulos interiores dun triángulo é igual a 180° .

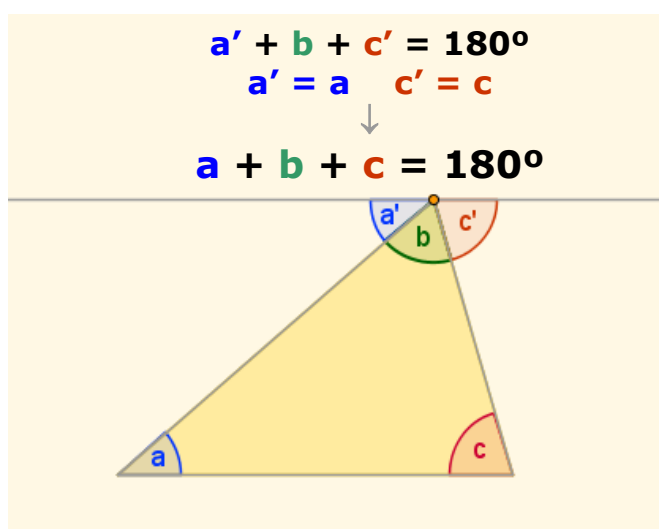
- ✓ Trázase unha paralela á base polo vértice oposto.

O ángulo $a'=a$, dinse alternos internos. O ángulo $c'=c$ polo mesmo motivo.

$$a' + b + c' = 180^\circ$$

por tanto

$$a + b + c = 180^\circ$$



Figuras planas, propiedades métricas

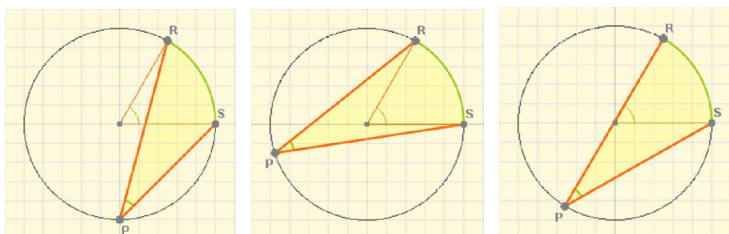
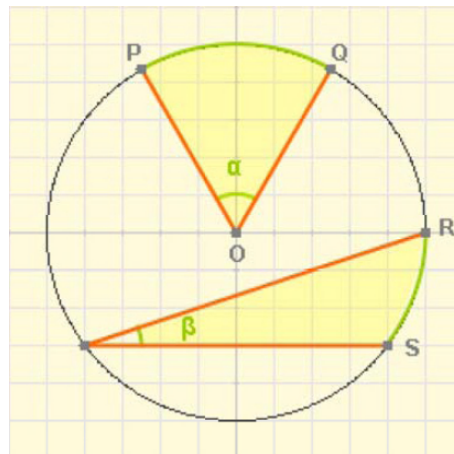
1. Ángulos na circunferencia

Ángulo central e ángulo inscrito

Na circunferencia da escena da dereita o ángulo α , que ten o seu vértice no centro da circunferencia, chámase **ángulo central** e representa a medida angular do arco PQ.

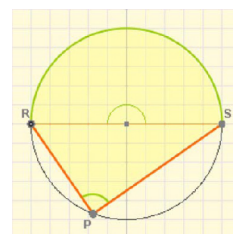
O ángulo β , que ten o vértice na mesma circunferencia, chámase **ángulo inscrito** e dise que abrangue o arco RS.

O **ángulo inscrito** que abarca un arco de circunferencia determinado, é igual á **metade do ángulo central** que abrangue o mesmo



Aínda que se cambie a posición do vértice P, o ángulo non varía. Os ángulos inscritos que abarcan o mesmo arco de circunferencia son iguais.

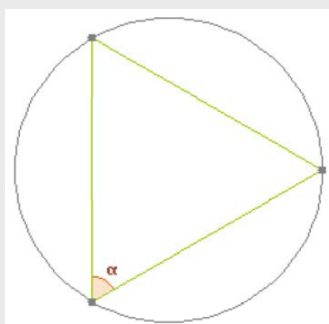
O ángulo central abrangue unha semicircunferencia, mide 180° , o ángulo inscrito é recto.



EXERCICIOS resoltos

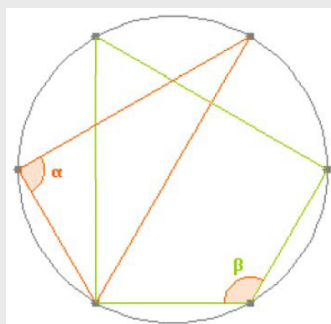
1. Calcula o valor do ángulo ou os ángulos marcados en cada caso.

a) A circunferencia dividiuse en 3 partes iguais



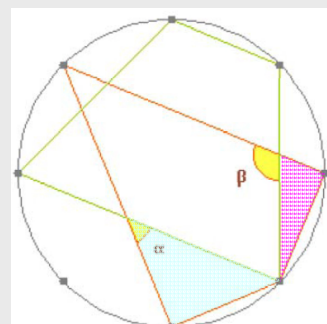
Sol: O ángulo α abrangue 120° ; o seu valor é a metade, 60° .

a) A circunferencia dividiuse en 6 partes iguais



Sol: O ángulo α abrangue 180° ; o seu valor é a metade, 90° . O ángulo β abrangue 240° , catro divisións de circunferencia, a súa medida é 120° .

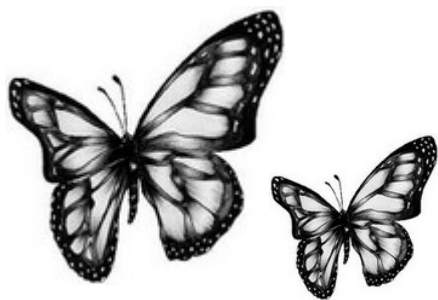
a) A circunferencia dividiuse en 8 partes iguais



Sol: No triángulo azul $B=90^\circ, C=45^\circ$
 $\alpha=180^\circ-90^\circ-45^\circ=45^\circ$
 No triángulo rosa $B=22,5^\circ$ e $D=90^\circ$
 $\beta=90^\circ+22,5^\circ=112,5^\circ$

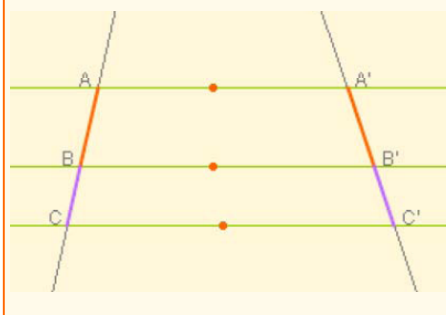
Figuras planas, propiedades métricas

2. Semellanza

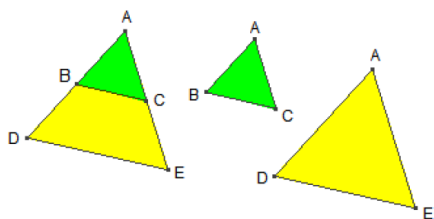


A semellanza está baseada no **Teorema de TALES**: dúas rectas que cortan a varias paralelas determinan nestas segmentos proporcionais.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$



Observa na figura que os dous polígonos, verde e amarelo, teñen os ángulos iguais, e os lados proporcionais, son **semellantes**.

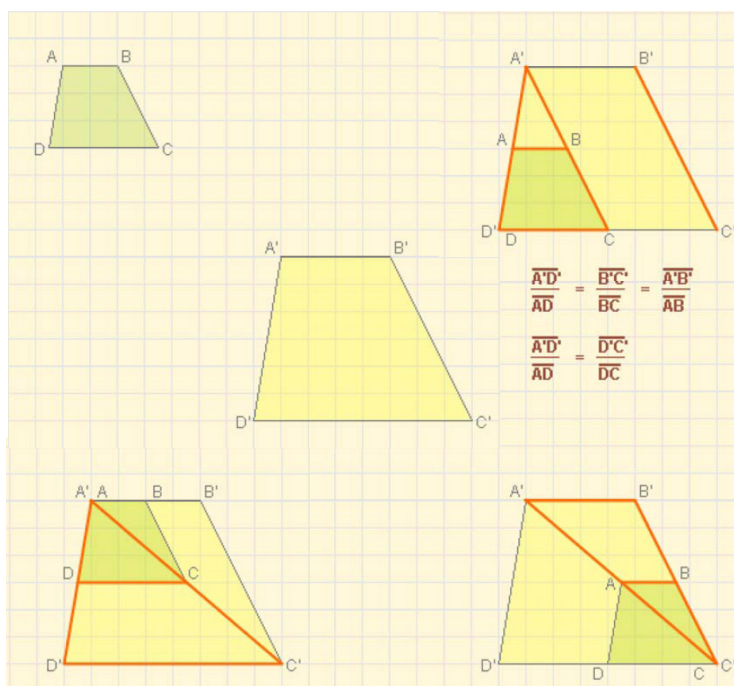
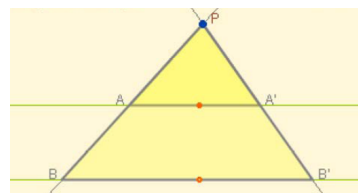


Figuras semellantes

Observa á esquerda a parella de **figuras semellantes**. Teñen a **mesma forma** pero están representadas con **tamaños diferentes**, unha pode considerarse unha ampliación da outra.

- Dúas figuras planas considéranse semellantes se existe a mesma proporción, chamada **razón de semellanza**, entre os seus lados homólogos e ademais os seus ángulos homólogos son iguais.

Triángulos en posición de **Tales**: os lados homólogos son proporcionais, os ángulos son iguais. Son **semellantes**.



Semellanza de triángulos

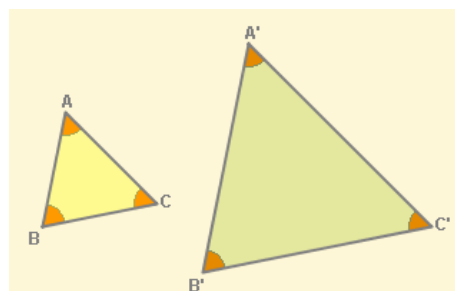
Dous triángulos son **semellantes** se se poden poñer en **posición de Tales**. Como vimos na sección anterior, isto significa que os seus **lados homólogos** gardan a mesma proporción e que os **seus ángulos** son **iguais**.

No caso dos triángulos, para que sexan semellantes, bastará que se cumpra un dos seguintes criterios:

Figuras planas, propiedades métricas

Criterios de semejanza de triángulos

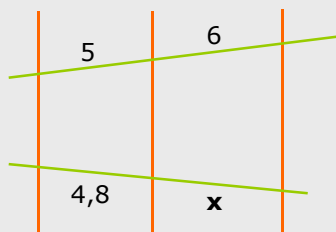
- 1) Se dous triángulos teñen os **ángulos iguais**, entón son semellantes; bastará que teñan dous, o terceiro é o que falta ata 180° .
- 2) Se dous triángulos teñen **un ángulo igual e os lados que o forman son proporcionais**, son semellantes.
- 3) Se dous triángulos teñen os seus tres **lados proporcionais**, entón son semellantes.



EXERCICIOS resoltos

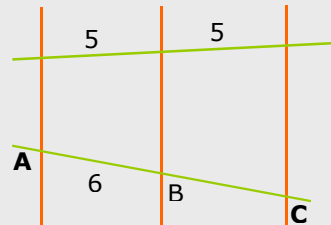
2. As rectas de cor laranxa son paralelas

a) Calcula x



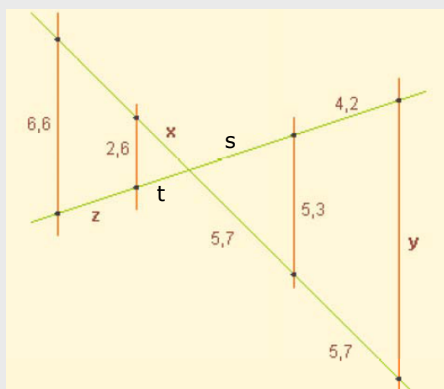
$$\frac{6}{5} = \frac{x}{4,8} \Rightarrow x = \frac{4,8 \cdot 6}{5} = 5,76$$

b) Calcula a distancia entre A e C.



Posto que os segmentos homólogos son iguais $\overline{AB} = \overline{BC} = 6$, logo $\overline{AC} = 12$

3. Calcula x, y, z.



$$\frac{x}{5,7} = \frac{2,6}{5,3} \rightarrow x = \frac{5,7 \cdot 2,6}{5,3} = 2,8$$

$$\frac{5,7}{5,3} = \frac{2 \cdot 5,7}{y} \rightarrow y = 10,6$$

Para calcular z hai varias formas; por exemplo: O segmento s mide 4,2 xa que debe gardar a proporción cos que miden 5,7.

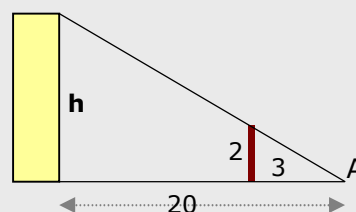
$$\text{Cálculase } t: \frac{t}{2,6} = \frac{4,2}{5,3} \rightarrow t = 2,06$$

$$\text{E, coñecido } t: \frac{2,06}{2,6} = \frac{2,06 + z}{6,6} \rightarrow z = 3,17$$

4. Dende o punto A vense aliñados os extremos do poste marrón e do edificio amarelo. Cal é a altura deste?

Como o edificio e o poste son paralelos, segundo o teorema de Tales:

$$\frac{h}{2} = \frac{20}{3} \rightarrow h = \frac{20 \cdot 2}{3} = 13,3\text{m}$$

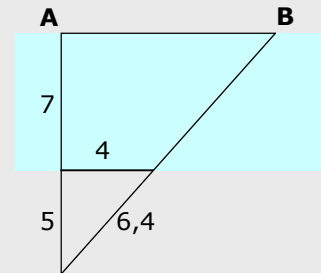


EXERCICIOS resoltos

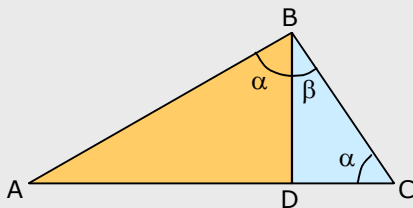
10. Calcula a distancia entre os puntos A e B situados ao outro lado do río.

Polo Teorema de Tales: $\frac{7+5}{5} = \frac{AB}{4}$

Logo $AB = \frac{48}{5} = 9,6$



11. Nun triángulo rectángulo ABC ($B=90^\circ$) trázase a altura sobre o lado AC, formándose así os triángulos tamén rectángulos, BDA e BCD. Son semellantes tamén estes triángulos?, que criterio aplicas?

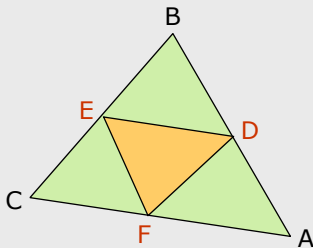


En efecto; son semellantes xa que teñen os ángulos iguais (primeiro criterio).

1) Ambos teñen un ángulo $D=90^\circ$

2) O ángulo α é igual en ambos xa que é $90^\circ - \beta$. No triángulo laranxa vese a simple vista e, no azul, lembra que a suma dos tres debe ser 180° ; polo que $\alpha + \beta = 90^\circ$

12. Nun triángulo calquera ABC, únense os puntos medios dos lados para formar outro triángulo DEF. Son semellantes estes dous triángulos?, que criterio aplicas?



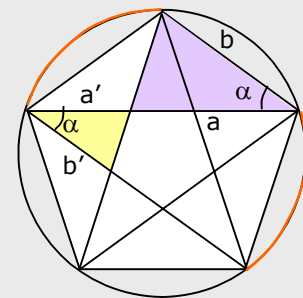
ABC e DEF son semellantes.

Observa que os triángulos ABC e DBE están en posición de Tales, polo que $AC/DE=CB/EB=2$ xa que E é o punto medio de BC.

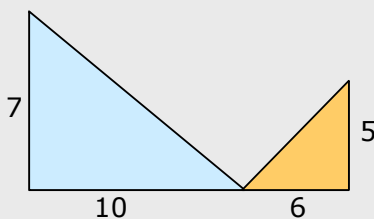
Seguindo o mesmo razoamento $AB/EF=2$ e $BC/DF=2$, por tanto os tres pares de ángulos gardan a mesma proporción. (Criterio 3)

13. A figura era coñecida na antigüidade como "pentagrama pitagórico". Nela pódense ver bastantes parellas de triángulos semellantes. Os de cor amarelo e morado, son semellantes?, que criterio aplicas?

Son semellantes xa que os ángulos chamados α son iguais pois abarcan o mesmo arco de circunferencia ($360^\circ/5$). Ademais, polo Teorema de Tales, $a/a' = b/b'$; por tanto, os lados que forman o ángulo α son proporcionais. (Criterio 2º)



14. Os triángulos da figura, son semellantes?.



Non son semellantes xa que os lados non son proporcionais,

$$\frac{10}{6} \neq \frac{7}{5}$$

Figuras planas, propiedades métricas

3. Triángulos rectángulos

Teorema de Pitágoras

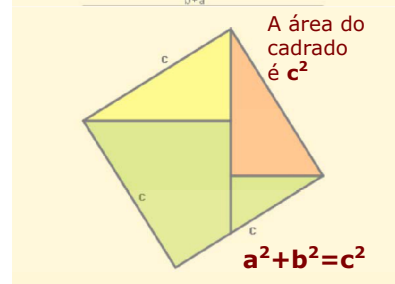
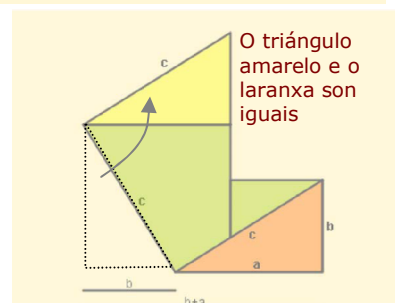
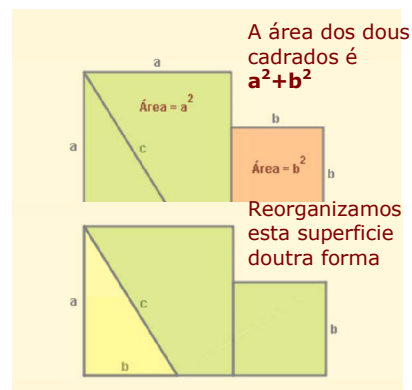
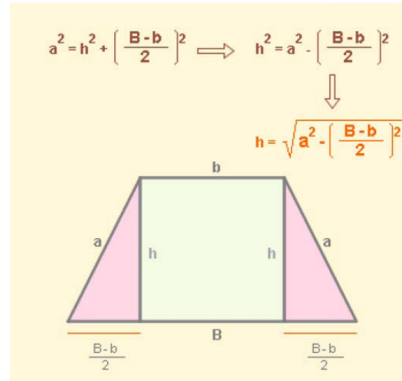
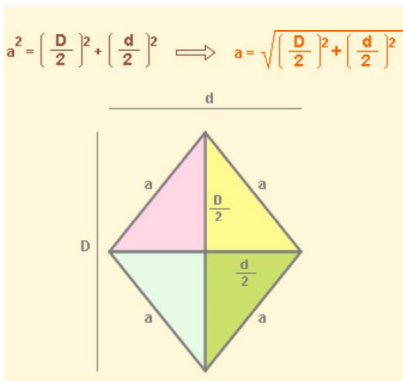
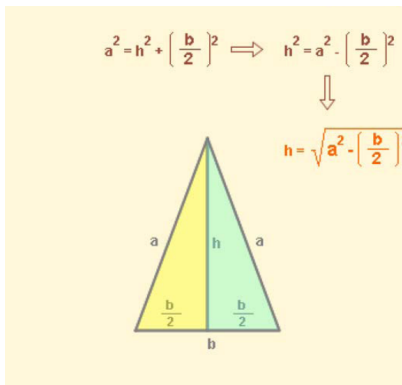
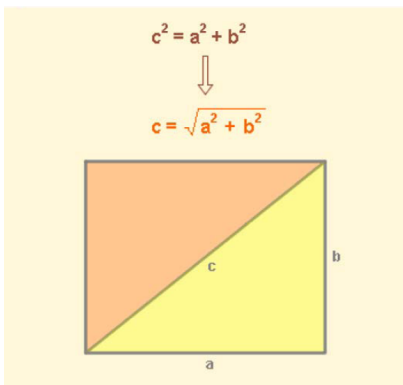
Nun triángulo rectángulo o cadrado da hipotenusa é igual á suma dos cadrados dos catetos.



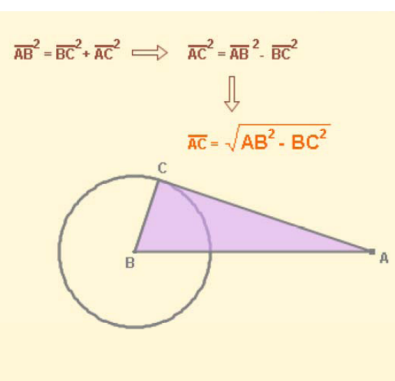
Observa a demostración da dereita.

Aplicacións do Teorema de Pitágoras

O **teorema de Pitágoras** é de gran utilidade en moitos problemas nos que se presenta algún triángulo rectángulo. Aquí podes ver algúns exemplos.



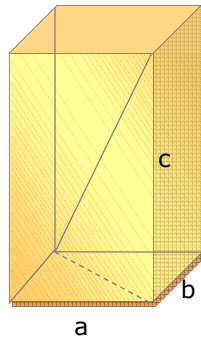
- Calcular a diagonal dun rectángulo.
- Calcular a altura nalgúns triángulos.
- Calcular os lados dun rombo.
- Calcular a altura dun trapecio
- Calcular segmentos de tanxente a unha circunferencia.



Figuras planas, propiedades métricas

A diagonal dun ortoedro de arestas a , b e c é:

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$



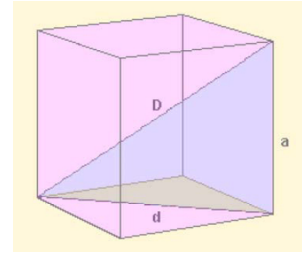
O Teorema de Pitágoras no espazo

- Calcular a **diagonal dun cubo** de aresta a

$$D^2 = a^2 + d^2$$

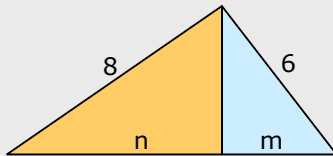
$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$D^2 = 3a^2 \text{ y } D = a\sqrt{3}$$



EXERCICIOS resoltos

10. No triángulo rectángulo da figura trázase a altura sobre a hipotenusa dando lugar aos triángulos laranxa e azul. Calcula o valor de m e de n .



A hipotenusa do triángulo inicial é $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

No triángulo laranxa: $64 = h^2 + n^2$

No triángulo azul: $36 = h^2 + m^2$

restando ambas ecuacións e como $m+n=10$, queda:

$$28 = n^2 - (10-n)^2; \quad 28 = n^2 - 100 + 20n - n^2 \quad 128 = 20n$$

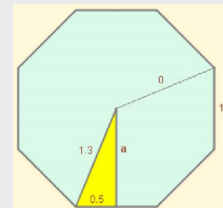
$$n = 6,4$$

$$m = 3,6$$

11. Calcula canto mide o apotema dun octógono regular de lado 1 dm e raio 1,3 dm.

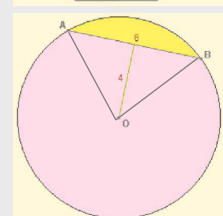
No triángulo rectángulo que determinan o apotema, o raio e a metade do lado:

$$a = \sqrt{1,3^2 - 0,5^2} = \sqrt{1,69 - 0,25} = \sqrt{1,44} = 1,2$$



12. Nunha circunferencia sábese a lonxitude dunha corda AB, 6 cm, e a distancia desta ao centro da circunferencia, 4 cm. Canto mide o raio?.

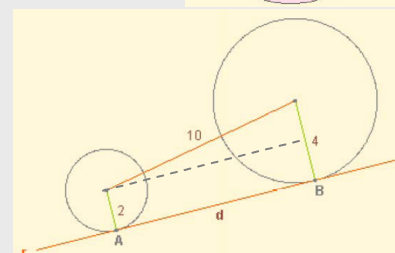
O triángulo AOB é isóscele ($OA=OB$ =raio) e, como a distancia do centro á corda se toma sobre a perpendicular, a altura deste triángulo é 4cm, $r = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ cm



13. A recta r é tanxente ás dúas circunferencias nos puntos A e B. Acha a distancia que hai entre ambos puntos de tanxencia.

Observa o triángulo rectángulo:

$$d = \sqrt{10^2 - (4-2)^2} = \sqrt{96} = 9,8$$

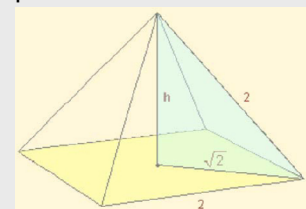


14. A pirámide da figura é regular, as súas caras son triángulos equiláteros e a súa base un cadrado de lado 2m. Calcula a súa altura.

A diagonal da base mide $\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

A altura é un cateto do triángulo azul:

$$h = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{4-2} = \sqrt{2}$$



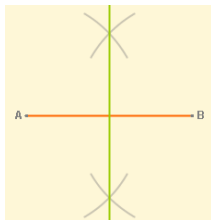
Figuras planas, propiedades métricas

4. Lugares xeométricos

Definición e exemplos

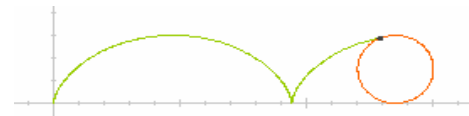
Un **lugar xeométrico** no plano é un **conxunto de puntos** que cumpren todos eles unha mesma propiedade.

- A **mediatriz** dun segmento



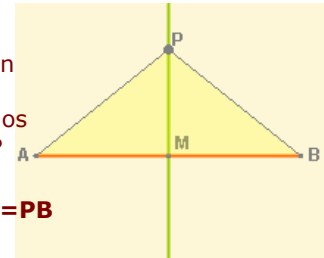
É a perpendicular polo punto medio do segmento.

A **mediatriz** dun segmento AB é o lugar xeométrico dos puntos do plano que **equidistan** de A e de B.



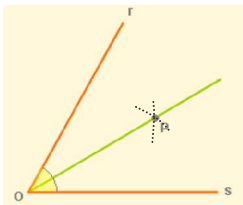
Observa a curva que describe un punto P ao rodar a circunferencia sobre o eixe OX, chámase **cicloide**.

$MA=MB$
O ángulo en M é recto.
Os triángulos AMP e BMP son iguais.



$$PA=PB$$

- A **bisectriz** dun ángulo

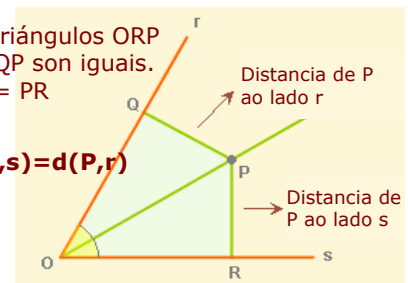


É a recta que o divide en dous ángulos iguais.

A **bisectriz** dun ángulo é o lugar xeométrico dos puntos do plano que **equidistan** dos lados do devandito ángulo.

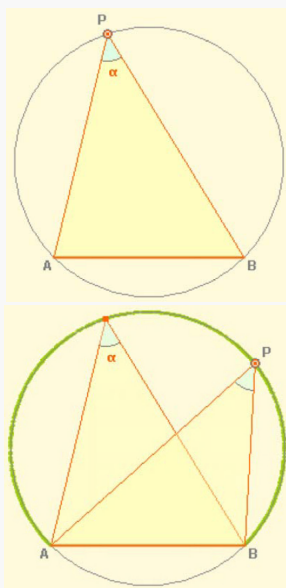
Os triángulos ORP e OQP son iguais.
 $PQ = PR$

$$d(P,s)=d(P,r)$$



Un EXEMPLO interesante

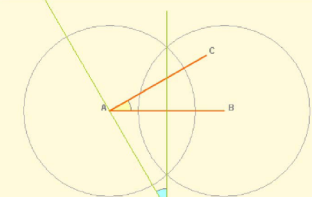
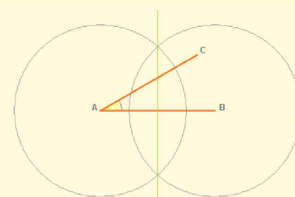
O **arco capaz** dun ángulo α sobre un segmento \overline{AB} é o lugar xeométrico dos puntos do plano dende os que se ve o segmento \overline{AB} dende un ángulo α .



construción

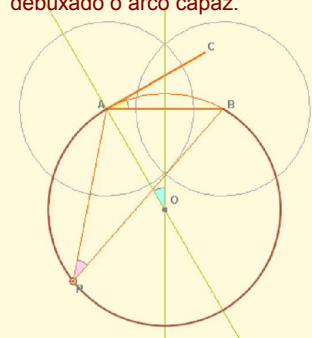
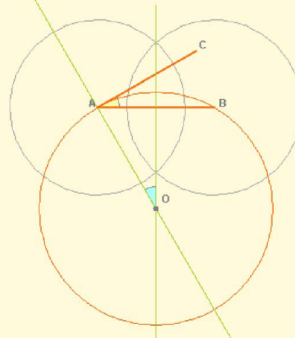
1) Elixido o ángulo, α , debúxase a mediatriz do segmento AB.

2) Dende A trázase a perpendicular a AC. O ángulo azul é igual a α .

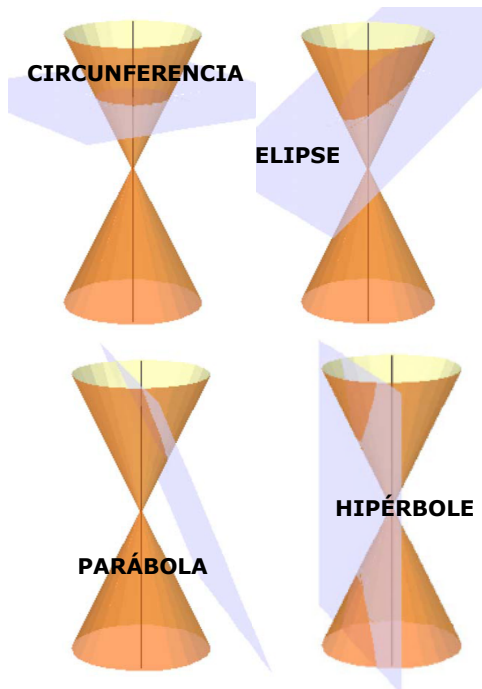


3) Trázase a circunferencia con centro en O e raio $OA=OB$.

4) O ángulo de vértice P é inscrito e mide a metade do AOB; é dicir, α , co que temos debuxado o arco capaz.



Figuras planas, propiedades métricas



Máis lugares xeométricos: as cónicas

As curvas cónicas, coñecidas dende a antigüidade, poden obterse seccionando un cono cun plano.

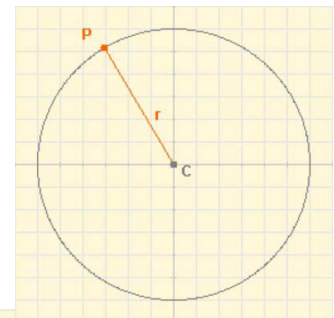
As curvas cónicas son tres:

- Elipse (conten á circunferencia como caso particular)
- Hipérbola
- Parábola

Circunferencia

Lugar xeométrico dos puntos que están a igual distancia dun fixo, o **centro**.

distancia(P,C)=raio



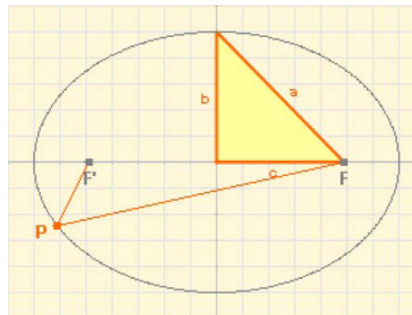
Observa o triángulo rectángulo:

a = semieixe maior

b = semieixe menor

2c = distancia focal

$$a^2 = b^2 + c^2$$



Elipse:

Lugar xeométrico dos puntos cuxa suma de distancias a dous fixos, os **focos**, é constante

$$D(P,F) + d(P,F') = 2a$$

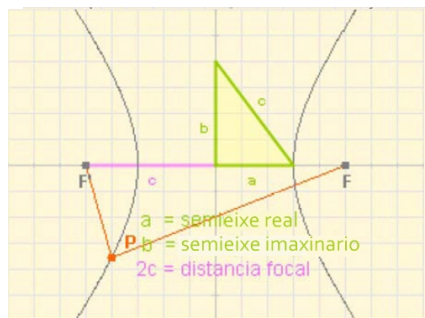
Observa o triángulo rectángulo:

a = semieixe "real"

b = semieixe "imaxinario"

2c = distancia focal

$$c^2 = a^2 + b^2$$



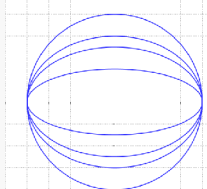
Hipérbola

Lugar xeométrico dos puntos do plano cuxa diferenza de distancias a dous fixos, os **focos**, é constante.

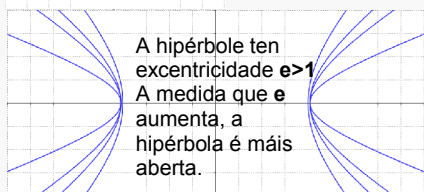
$$D(P,F) - D(P,F') = 2a$$

A excentricidade

$$e = \frac{c}{a}$$



A elipse ten excentricidade $e < 1$
A medida que e diminúe, a elipse é menos achatada.
A circunferencia ten $e = 0$



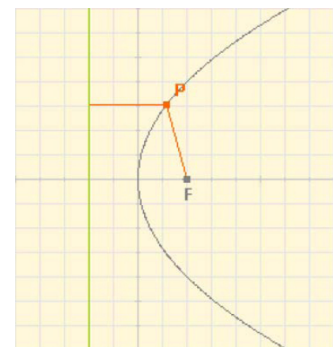
A hipérbola ten excentricidade $e > 1$
A medida que e aumenta, a hipérbola é máis aberta.

$e = 0$: circunferencia
 $e < 1$: elipse
 $e = 1$: parábola
 $e > 1$: hipérbola

Parábola

Lugar xeométrico dos puntos do plano que están á mesma distancia dun punto, o **foco**, e dunha recta chamada **directriz**.

$$D(P,F) = D(P,r)$$



Figuras planas, propiedades métricas

5. Áreas de figuras planas

Lembra as áreas de figuras coñecidas

Polígonos

Triángulo $A = \frac{b \cdot h}{2}$

Triángulo equilátero $A = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$

Polígono regular $A = \frac{\text{perímetro} \cdot ap}{2}$

Cadrado $A = \text{lado}^2$

Rectángulo $A = b \cdot a$

Rombo $A = \frac{d \cdot d'}{2}$

Romboide $A = b \cdot h$

Trapezio $A = \frac{b + b'}{2} \cdot h$

Figuras Curvas

Círculo $A = \pi \cdot r^2$

Coroa circular $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

Sector circular $A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot a}{360}$

Recinto elíptico $A = \pi \cdot a \cdot b$

A proporción entre a área do círculo e da elipse é a mesma que entre a área da elipse e do rectángulo:

$$\frac{A_{\text{CÍRC}}}{A_{\text{CUAD}}} = \frac{\pi a^2}{4a^2} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{A_{\text{ELIPSE}}}{A_{\text{RECT}}} = \frac{\pi ab}{4ab} = \frac{\pi}{4}$$

EXERCICIOS resoltos

15. A figura da dereita está composta por áreas de cor branca (cadrados e triángulos), vermella (pentágonos) e negra. Calcula a área de cada cor. Toda a figura é un cadrado de 12m de lado.

Unha das formas de afrontar o problema:

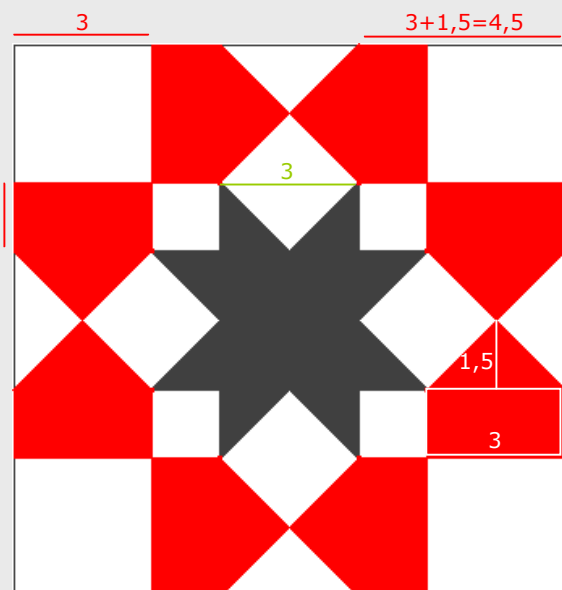
A área total é $12^2 = 144 \text{ m}^2$

A área de cor vermella é a de 8 pentágonos, cada un dos cales está formado por un rectángulo e un triángulo.
Área vermella = $8 \cdot (3 \cdot 1,5 + 3 \cdot 1,5 / 2) = 54 \text{ m}^2$

A área da estrela de cor negra é a de dous cadrados de lado 3 (o central e as 8 puntas que compoñen outro).
Área negra = $2 \cdot 3^2 = 18 \text{ m}^2$

A área de cor branca é a de 8 cadrados de lado 3 m.
Área branca = $8 \cdot 3^2 = 72 \text{ m}^2$

Entre as tres suman $54 + 18 + 72 = 144 \text{ m}^2$



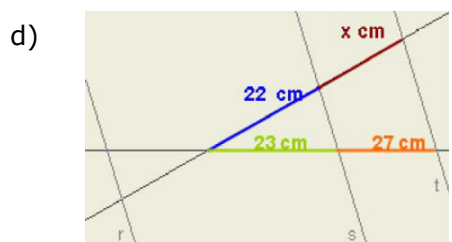
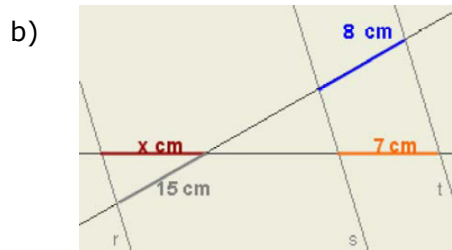
O embaldosado do chan fronte á porta principal da catedral de La Seo de Zaragoza

Figuras planas, propiedades métricas

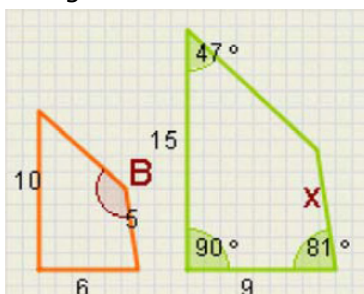
Para practicar



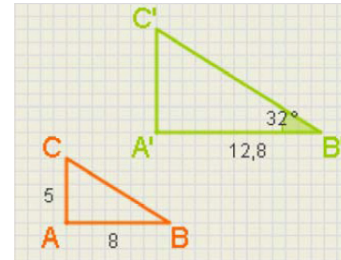
1. As rectas r , s e t son paralelas, determina o valor de x en cada caso:



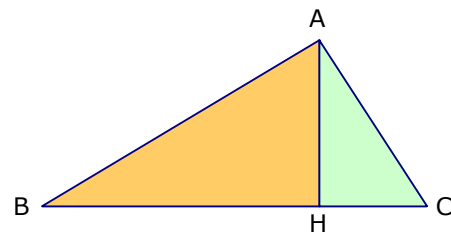
2. Os cuadriláteros da figura son semellantes. Acha a lonxitude do lado x e o ángulo B .



3. Os triángulos da figura son rectángulos e semellantes. Calcula os elementos que faltan en cada un.



4. Comproba que nun triángulo rectángulo ABC , os triángulos que determina a altura sobre a hipotenusa e o mesmo ABC son semellantes. Se os catetos miden 8cm e 5cm , calcula a altura.



5. Os lados dun triángulo miden:

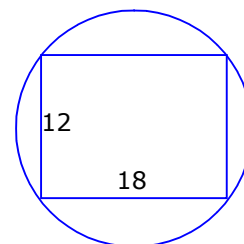
a) 157, 85 e 132

b) 75, 24 e 70

c) 117, 45 e 108

É rectángulo? En caso afirmativo, canto mide a hipotenusa?

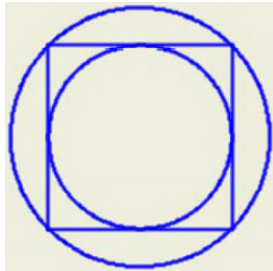
6. Canto mide o raio da circunferencia da figura?.



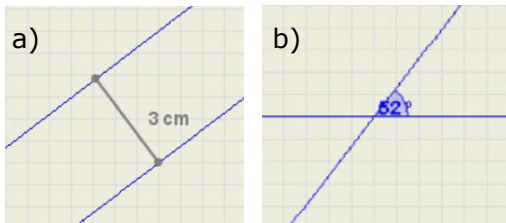
7. Nun triángulo isóscele os lados iguais miden 12cm e o lado desigual 8cm , canto mide a altura?

Figuras planas, propiedades métricas

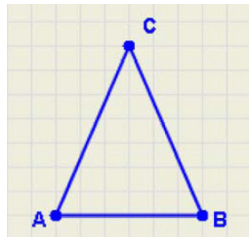
8. O raio da circunferencia maior mide 10cm, canto mide o raio da menor?



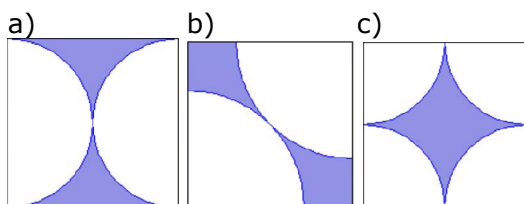
9. Determina o lugar xeométrico dos puntos que equidistan as rectas da figura:



10. O triángulo da figura é isóscele. Se se despraza o vértice C de forma que o triángulo siga sendo isóscele, que lugar xeométrico determina C?



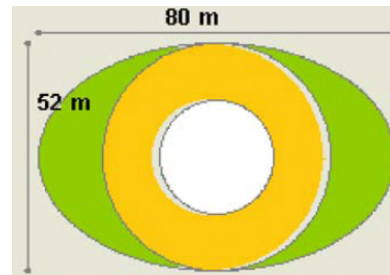
11. Determina o lugar xeométrico dos puntos que equidistan de dúas circunferencias concéntricas, de raios respectivos 8 e 12 cm.
12. Quérese construír un mural de 3m de longo por 2,7m de alto unindo cadrados de 30cm de lado como o da figura. Que superficie quedará de cor azul?



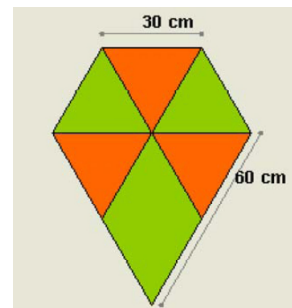
13. Un estadio ten a forma e dimensións do debuxo. Que superficie ocupan as pistas?



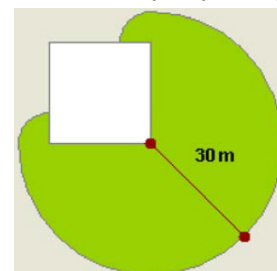
14. Unha praza ten forma elíptica e as dimensións da figura. No centro hai unha fonte circular de 13m de raio, rodeada dun paseo de terra e no resto hai céspede. Que superficie ocupa o céspede?, e o paseo?.



15. Para construír un papaventos empregouse tea de cor verde e laranxa como na figura. Que cantidade de cada cor?



16. Unha cabra está atada na esquina dun curral cadrado de 20m de lado, cunha corda de 30m de longo. Cal é a superficie sobre a que pode pastar?

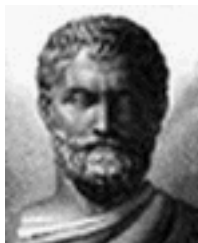


Figuras planas, propiedades métricas

Para saber máis



Tales e a gran pirámide



Tales de Mileto, que viviu entre os séculos VII y VI antes da nosa era, está considerado como o primeiro matemático da historia. Na súa xuventude viaxou a Exipto, onde aprendeu algunhas das técnicas xeométricas que os exipcios utilizaban, e propúxose calcular a altura da gran pirámide de Gizeh. Algúns din que foi o propio faraón quen llelo pediu. Tales utilizou o seu famoso teorema, o que estudaches nesta quincena, pero atopouse con algunhas dificultades para a resolución do problema. Vexamos como o conseguiu:

Tales cravou na area unha estaca de lonxitude coñecida e cuxa sombra en calquera momento do día podía medir doadamente. O seguinte paso consistía en medir a sombra que a altura da pirámide proxectaba.

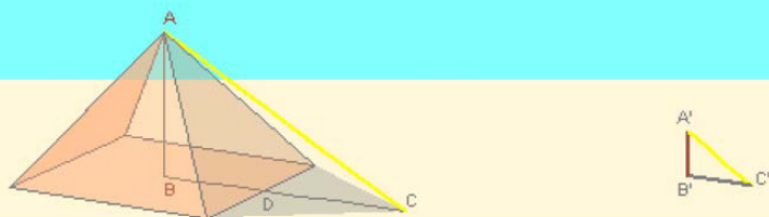


Deste modo podía aplicar o seu teorema aos dous triángulos semellantes ABC e $A'B'C'$. Tales podía medir aproximadamente o segmento DC , posto que era visible, pero non tiña forma de calcular BD , xa que este segmento quedaba dentro da pirámide. Pero sabía que a orientación da pirámide era norte-sur, co que esperou ao mediodía, cando o sol está ao sur e entón...



... o segmento BD é xusto a metade do cadrado da base da pirámide, algo que podía calcular perfectamente. O resto xa era doado:

$$\frac{AB}{BD + DC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$
 de onde non hai máis que despegar AB .

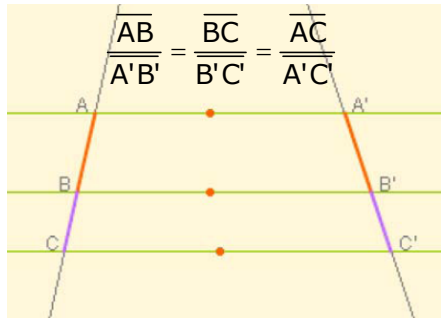


Figuras planas, propiedades métricas

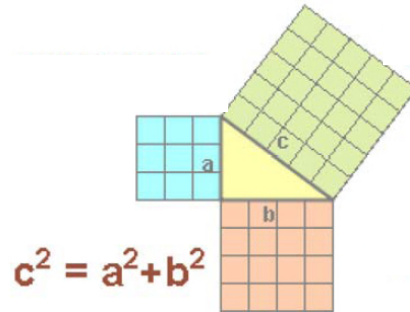


Lembra o máis importante

Teorema de Tales



Teorema de Pitágoras

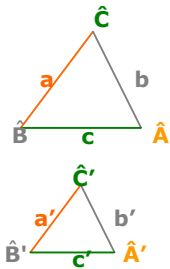


Semellanza

Dúas figuras planas son **semellantes** se existe a mesma proporción, chamada **razón de semellanza**, entre os seus lados homólogos e ademais os seus ángulos homólogos son iguais.

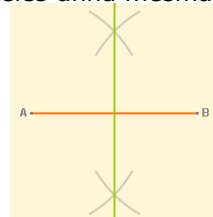
No caso dos triángulos basta que se cumpra un dos seguintes criterios:

1. Ángulos iguais (con dous basta)
 $\hat{A} = \hat{A}'$ e $\hat{B} = \hat{B}'$
2. Un ángulo igual e os lados que o forman proporcionais
 $\hat{A} = \hat{A}'$ e $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
3. Lados proporcionais
 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$



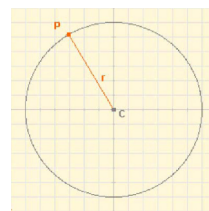
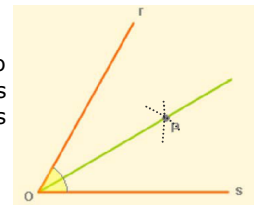
Lugares xeométricos

Un **lugar xeométrico** no plano é un **conxunto de puntos** que cumpren todos eles unha mesma propiedade.



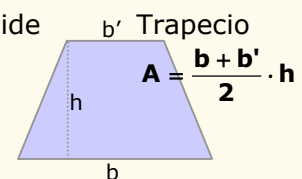
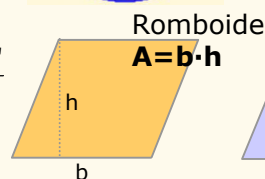
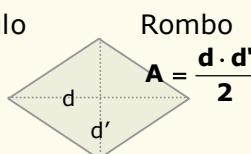
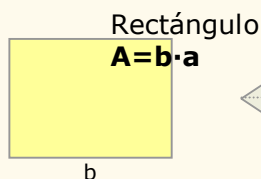
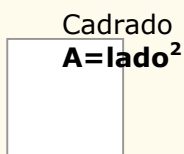
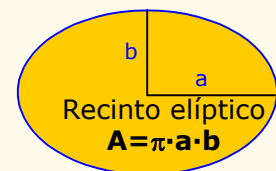
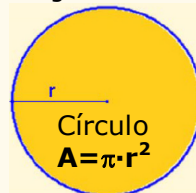
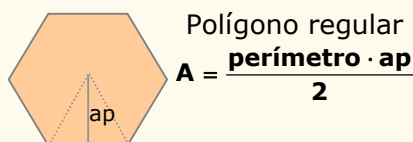
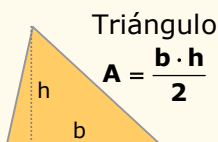
- A **mediatriz** dun segmento AB é o lugar xeométrico dos puntos do plano que **equidistan** de A e de B.

- A **bisectriz** dun ángulo é o lugar xeométrico dos puntos do plano que equidistan dos lados do devandito ángulo.



- A **circunferencia** é o lugar xeométrico dos puntos que están a igual distancia dun fixo, o centro.

Áreas de recintos planos, descompóñense en áreas de figuras coñecidas.

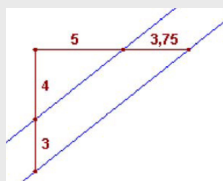


Figuras planas, propiedades métricas

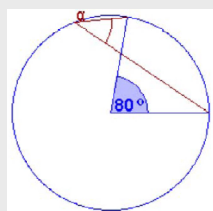
Autoavaliación



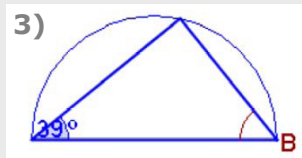
1)



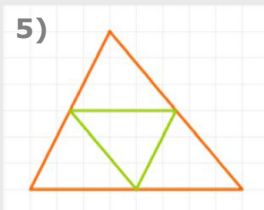
2)



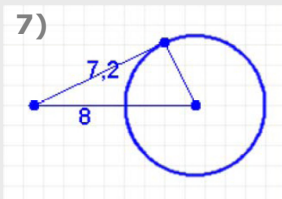
3)



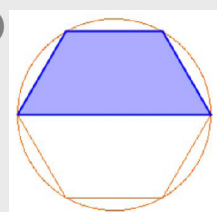
5)



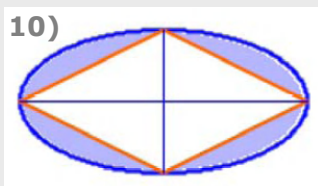
7)



9)



10)



1. Son paralelas as rectas de cor azul da figura? Utiliza o Teorema de Tales para descubri-lo.

2. Canto mide o ángulo α ?

3. Canto mide o ángulo B do triángulo da figura?

4. Os lados dun rectángulo miden 6 e 3cm; os doutro miden 9 e 4,5cm. Son semellantes?.

5. Os lados do triángulo verde miden 8cm, 6,7cm e 7,8cm; canto mide o lado maior do triángulo laranxa?

6. Os lados iguais dun triángulo isóscele e rectángulo miden 14cm. Canto mide o lado desigual?

7. Calcula o raio da circunferencia da figura.

8. A suma das distancias dun punto dunha elipse aos focos é 10cm, e o semieixe menor mide 3cm. Cal é a distancia entre os focos?

9. Calcula a área da figura de cor azul, inscrita nunha circunferencia de radio 5cm.

10. As diagonais do rombo da figura miden 8cm e 4cm, calcula a área do recinto de cor azul.

Figuras planas, propiedades métricas

Soluciones dos exercicios para practicar

1. a) 7,5 b) 13,13
c) 15,05 d) 25,83
2. $x=7,5$ áng $B=142^\circ$
3. Ángulos: $A=90^\circ$, $B=32^\circ$, $C=58^\circ$
 $a=9,43$ $b'=8$, $a'=15,09$
4. hipotenusa= $9,43$; altura $h=4,24$
5. a) si, hipotenusa= 157
b) non
c) si, hipotenusa= 117
6. A diagonal do rectángulo é o diámetro da circunferencia, $r=10,82$
7. $h=\sqrt{128} = 11,31$ cm
8. $r=\sqrt{50} = 7,07$ cm
9. a) Outra recta paralela situada entre as dúas, a unha distancia de $1,5\text{cm}$ de ambas.
b) Dúas solucións, as bisectrices dos dous ángulos que forman as rectas.
10. A mediatriz do lado AB
11. Outra circunferencia concéntrica de raio 10 cm.
12. Necesítanse 90 cadrados
En cada caso a área azul é:
 $90 \cdot 193,5 = 17415 \text{ cm}^2 = 1,7415 \text{ m}^2$
13. Dous rectángulos e unha coroa circular:
 $2 \cdot 198 + 263,76 = 659,76 \text{ m}^2$
14. Césped, recinto elíptico menos círculo:
 $1142,96 \text{ m}^2$
Paseo, coroa circular: $1591,98 \text{ m}^2$
15. Pódese descompoñer en triángulos equiláteros.
4 de tea verde: $3117,68 \text{ cm}^2$
3 de tea laranxa: $2338,26 \text{ cm}^2$
16. Área: $\frac{3}{4}$ partes dun círculo de raio 30m máis $\frac{1}{2}$ círculo de raio 10m
 $2276,5 \text{ m}^2$

Soluciones AUTOAVALIACIÓN

1. Si
2. 40°
3. $90^\circ - 39^\circ = 51^\circ$
4. Si
5. 16 cm
6. $14 \cdot \sqrt{2} = 19,8$ cm
7. $3,49$ cm
8. 8 cm
9. $32,48 \text{ cm}^2$
10. $9,18 \text{ cm}^2$

Non esquezas enviar as actividades ao titor/a ►