Sistemas lineais

- **Ecuación lineal:** ecuación na que só aparecen productos das incógnitas por números e sumas deses productos.
- **Sistemas lineais:** sistema de ecuacións formado por ecuacións lineais. Sistema lineal de *n* ecuacións e *m* incógnitas:

$$\left.\begin{array}{r} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ldots+a_{1m}x_m=b_1\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ldots+a_{2m}x_{2m}=b_2\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\ldots+a_{nm}x_m=b_n \end{array}\right\}$$

Matriz dos coeficientes $A=\begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1m}\\ \ldots & \ldots & \ldots\\ a_{n1} & \ldots & a_{nm}\end{pmatrix}$

Matriz ampliada $M=\begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1m} & b_1\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ a_{n1} & \ldots & a_{nm} & b_n\end{pmatrix}$

- **Sistemas equivalentes:** cando teñen o mesmo conxunto de solucións.
- **Sistemas homoxéneos:** sistema de ecuacións lineais cos termos independentes 0:

$$\left.\begin{array}{r} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ldots+a_{1m}x_m=0\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ldots+a_{2m}x_{2m}=0\\ \ldots\ldots\ldots\ldots.\\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\ldots+a_{nm}x_m=0 \end{array}\right\}$$

Os sistemas homoxéneos sempre teñen, polo menos a solución que fai tódalas incógnitas 0.

Tipos de sistemas lineais segundo as solucións

Atendendo a se ten solución e ao número de solucións, un sistema de ecuacións lineais pode ser:

- **Compatible:** ten solución.
  - **Determinado:** ten unha única solución**.**
  - **Indeterminado:** ten moitas solucións.
- **Incompatible:** non ten solución.

Teorema de Rouche-Frobenius

Un sistema de ecuacións lineais ten solución se, e só se, o rango da matriz dos coeficientes é igual ao da matriz ampliada.
Ademais, se os rangos son iguais ao número de incógnitas, o sistema é determinado.
Temos as seguintes posibilidades:

- **rang(A)=rang(M):** Sistema compatible
  - **rang(A)=rang(M)=nº de incógnitas:** Determinado
  - **rang(A)=rang(M)≠nº de incógnitas:** Indeterminado
- **rang(A)≠rang(M):** Sistema incompatible

Regra de Cramer

Un sistema lineal de *n* ecuacións e *n* incógnitas ten solución única se e só se o determinante da matriz do sistema non é 0.

$$\left[\left.\begin{array}{r} a_{11}x_1+\ldots+a_{1n}x_n=b_1\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ a_{n1}x_1+\ldots+a_{nn}x_n=b_n\end{array}\right\}\begin{array}{c}\text{compatible}\\ \text{determinado}\end{array}\right]\Leftrightarrow\left[\det(A)\neq 0\right]\text{ e as solucións son: } x_k=\frac{\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc} & & k & & \end{array}\\ \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & b_1 & \ldots & a_{1n}\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ a_{n1} & \ldots & b_n & \ldots & a_{nn}\end{vmatrix}\end{array}}{\det(A)}$$