

Resumen. Límites y continuidad.

1. Límite de funciones racionales cuando x tiende a infinito. Dividimos numerador y denominador por la x de mayor grado

2. Límite de cociente de funciones exponenciales. Se divide numerador y denominador entre mayor potencia de la exponencial

3. Indeterminaciones (∞/∞)

∞/∞	Dividimos numerador y denominador por potencia de mayor grado (racionales) Aplicamos L'Hopital si fuera necesario
$(\infty - \infty)$	Diferencia de radicales, se multiplica y divide por conjugado Diferencia de cociente de polinomios, se opera primero y se comprueba de nuevo
$(0 \cdot \infty)$	Convertimos en (∞/∞) , pasando el '0' al denominador ($0 \cdot \infty = \infty/(1/0)$)
1^∞	Se aplica la fórmula: $\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} = 1^\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - 1] \cdot g(x)}$
0/0	Aplicamos L'Hopital si fuera necesario

4. Límite de una función en un punto. Se calcula límite lateral por la derecha y por la izquierda. Si son iguales entonces existe el límite

5. Regla de L'Hopital. Sean f y g dos funciones continuas definidas en el intervalo $[a, b]$, derivables en (a, b) y sea c perteneciente a (a, b) tal que $f(c) = g(c) = 0$ y $g'(x) \neq 0$ si $x \neq c$. Si existe el límite L de f'/g' en c , entonces existe el límite de f/g (en c) y es igual a L . Por lo tanto:

6. Continuidad de una función. Una función es continua en un punto si existe la función en el punto, si existe el límite de la función en ese punto, y ambos son iguales. Para comprobar la continuidad de una función:

- Se comprueba en los intervalos definidos
- Se estudia la función en los puntos donde cambia la función algebraica

7. Teorema de Bolzano. Si una función $f(x)$ es continua en un intervalo $[a, b]$ y el signo de $f(a)$ es distinto al de $f(b)$, entonces existe al menos un número $c \in (a, b)$, tal que $f(c) = 0$

8. Teorema de Darboux (valores intermedios). Si una función $f(x)$ es continua en un intervalo $[a, b]$, y m es un valor comprendido entre $f(a)$ y $f(b)$, entonces existe un punto c del interior del intervalo en el que $f(c) = m$

7. Teorema de Weirestrass. Si una función $f(x)$ es continua en un intervalo $[a, b]$ entonces $f(x)$ alcanza un máximo y un mínimo absoluto en este intervalo

