

## Resumen. Límites y continuidad.

1. Límite de funciones racionales cuando x tiende a infinito. Dividimos numerador y denominador por la x de mayor grado

2. Límite de cociente de funciones exponenciales. Se divide numerador y denominador entre mayor potencia de la exponencial

3. Indeterminaciones ( $\infty/\infty$ )

$\infty/\infty$	Dividimos numerador y denominador por potencia de mayor grado (racionales) Aplicamos L'Hopital si fuera necesario
$(\infty - \infty)$	Diferencia de radicales, se multiplica y divide por conjugado Diferencia de cociente de polinomios, se opera primero y se comprueba de nuevo
$(0 \cdot \infty)$	Convertimos en $(\infty/\infty)$ , pasando el 0 al denominador ( $0 \cdot \infty = \infty/(1/0)$ )
$1^\infty$	Se aplica la fórmula: $\lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} = 1^\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x)^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - 1] \cdot g(x)}$
0/0	Aplicamos L'Hopital si fuera necesario

4. Límite de una función en un punto. Se calcula límite lateral por la derecha y por la izquierda. Si son iguales entonces existe el límite

5. Regla de L'Hopital. Sean  $f$  y  $g$  dos funciones continuas definidas en el intervalo  $[a, b]$ , derivables en  $(a, b)$  y sea  $c$  perteneciente a  $(a, b)$  tal que  $f(c) = g(c) = 0$  y  $g'(x) \neq 0$  si  $x \neq c$ . Si existe el límite  $L$  de  $f'/g'$  en  $c$ , entonces existe el límite de  $f/g$  (en  $c$ ) y es igual a  $L$ . Por lo tanto:

6. Continuidad de una función. Una función es continua en un punto si existe la función en el punto, si existe el límite de la función en ese punto, y ambos son iguales. Para comprobar la continuidad de una función:

- Se comprueba en los intervalos definidos
- Se estudia la función en los puntos donde cambia la función algebraica

7. Teorema de Bolzano. Si una función  $f(x)$  es continua en un intervalo  $[a, b]$  y el signo de  $f(a)$  es distinto al de  $f(b)$ , entonces existe al menos un número  $c \in (a, b)$ , tal que  $f(c) = 0$

8. Teorema de Darboux (valores intermedios). Si una función  $f(x)$  es continua en un intervalo  $[a, b]$ , y  $m$  es un valor comprendido entre  $f(a)$  y  $f(b)$ , entonces existe un punto  $c$  del interior del intervalo en el que  $f(c) = m$

7. Teorema de Weirestrass. Si una función  $f(x)$  es continua en un intervalo  $[a, b]$  entonces  $f(x)$  alcanza un máximo y un mínimo absoluto en este intervalo

