

Obxectivos

Nesta esta quincena aprenderás a:

- Recoñecer e clasificar os sistemas de ecuacións segundo o seu número de solucións..
- Obter a solución dun sistema mediante unha táboa.
- Resolver sistemas lineais de dúas ecuacións con dúas incógnitas, polos métodos de substitución, igualación e redución.
- Utilizar a linguaxe alxébrica e os sistemas para resolver problemas.

Antes de comezar.

| | |
|---------------------------------------|--------|
| 1.Ecuacións lineais | páx. 4 |
| Definición. Solución | |
| 2.Sistemas de ecuacións lineais | páx. 5 |
| Definición. Solución | |
| Número de solucións | |
| 3.Métodos de resolución | páx. 7 |
| Redución | |
| Substitución | |
| Igualación | |
| 4.Aplicacións prácticas | páx. 9 |
| Resolución de problemas | |

Exercicios para practicar

Para saber máis

Resumo

Auto-avaliación

Actividades para enviar ao titor

Antes de empezar

Para empezar, propóñoche un problema sinxelo

*Por presumir de bo tiro
un tirador moi ousado
atopouse mergullado
neste asunto que refiro.*


*E foi, ante una caseta
da feira do seu lugar,
presumiu de non errar
nin un tiro de escopeta,*

*e o feirante izando o berro
un duro ofreceu pagarlle
por cada acerto e cobrarlle
a tres pesetas o erro.*

*Dezaseis veces tirou
o tirador afamado
ao fin dixo, enfadado
polos tiros que fallou:*

*"A escopeta foi o cebo
e causa da miña afronta
pero axustada a conta
ni me debes nin che debo".*

*E todo o que atentamente
este relato mirou
poderá dicir doadamente
cantos tiros acertou.*



| Acertos | Fallos | Premio |
|---------|--------|--------|
| 16 | 0 | 80 |
| 15 | 1 | 72 |
| 14 | 2 | 64 |
| 13 | 3 | 56 |
| 12 | 4 | 48 |
| 11 | 5 | 40 |
| 10 | 6 | 32 |
| 9 | 7 | 24 |
| 8 | 8 | 16 |
| 7 | 9 | 8 |
| 6 | 10 | 0 |

Pódese ver que acertou 6 tiros.

Sistemas de Ecuacións

1. Ecuacións Lineais

Definición.

Unha ecuación de primeiro grao denomínase **ecuación lineal**.

Unha **ecuación lineal con dúas incógnitas** é unha ecuación que se pode expresar da forma: $ax+by=c$ onde x e y son as incógnitas, e a , b e c son números coñecidos.

Solución

Unha **solución** dunha ecuación lineal con dúas incógnitas é un par de valores (x_i, y_i) que fan certa a igualdade.

Unha ecuación lineal con dúas incógnitas ten infinitas solucións e se as representamos forman unha recta.

$$3x + y = 12$$

Coeficiente de $x = 3$, Coeficiente de $y = 1$
Termo independente = 12

Unha solución da ecuación é:

$$x=1 \quad y=9$$

Observa que $3 \cdot (1) + 9 = 12$

Para obter máis solucións dáselle a x o valor que desexemos e calcúlase o y

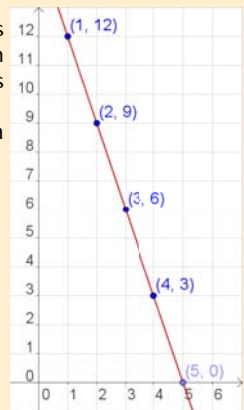
$$x = 0 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 0 = 12$$

$$x = 1 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 1 = 9$$

$$x = 2 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 2 = 6$$

$$x = 3 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 3 = 3$$

Se representamos os puntos nun sistema de eixes coordenados forman unha recta:

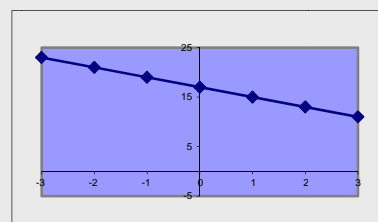


EXERCICIOS resoltos

- Dada a ecuación: $3x + 2y = 17$, razoa se os seguintes pares son solución.
 - $x=1, y=3$ Sol: Non é solución $3(1) + 2(3) = 4 + 6 = 10 \neq 17$
 - $x=5, y=1$ Sol: Si é solución $3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17$
- Dada a ecuación $5x - 2y = c$, obtén o valor de c sabendo que unha solución é:
 - $x=3, y=6$ Sol: $5(3) - 2(6) = 15 - 12 = 3 \rightarrow c = 3$
 - $x=4, y=1$ Sol: $5(4) - 2(1) = 20 - 2 = 18 \rightarrow c = 18$
- Obtén unha solución (x, y) da ecuación $-4x + 5y = 17$ sabendo que:
 - $x=7$ Sol: $-4(7) + 5y = 17 \rightarrow 5y = 45 \rightarrow y = 9 \rightarrow \text{sol} = (7, 9)$
 - $y=1$ Sol: $-4x + 5(1) = 17 \rightarrow -4x = 12 \rightarrow x = -3 \rightarrow \text{sol} = (-3, 1)$
- Escribe unha ecuación lineal con dúas incógnitas que teña como solución:
 - $x=1, y=3$ Sol: $2x + 5y = 17$
 - $x=-2, y=1$ Sol: $2x + y = -3$
- Fai unha táboa de valores (x, y) que sexan solución da ecuación: $2x + y = 17$, e representa estes valores nun sistema de coordenadas.

Sol:

| | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 23 | 21 | 19 | 17 | 15 | 13 | 11 |



2. Sistemas de ecuaciones lineais

Sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 3x + 4y = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

É unha solución d sistema anterior

$$\begin{cases} 2(1) + 3(4) = 2 + 12 = 14 \\ 3(1) + 4(4) = 3 + 16 = 19 \end{cases}$$

Definición. Solución

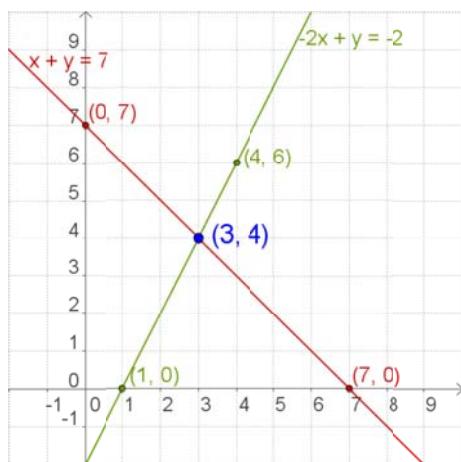
Un **sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas** está formado por dúas ecuacións lineais das que se busca unha solución común.

Unha **solución** dun sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas é un par de valores (x_i, y_i) que verifican as dúas ecuacións á vez. **Resolver o sistema** é atopar unha solución.

Número de Solucións

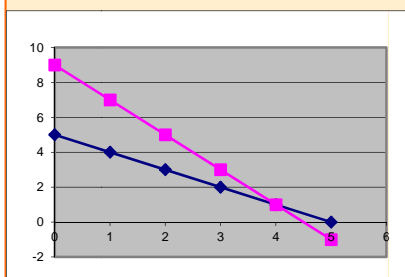
Un sistema de ecuacións, segundo o número de solucións que teña, chámase:

- Sistema **Compatible Determinado**, se ten unha única solución. A representación gráfica do sistema son dúas rectas que se cortan nun punto.
- Sistema **Compatible Indeterminado**, se ten infinitas solucións. A representación gráfica do sistema son dúas rectas coincidentes.
- Sistema **Incompatible**, se non ten solución. A representación gráfica do sistema son dúas rectas paralelas.



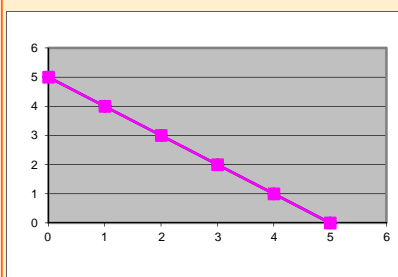
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \rightarrow \text{sol} = \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Sistema Compatible Determinado



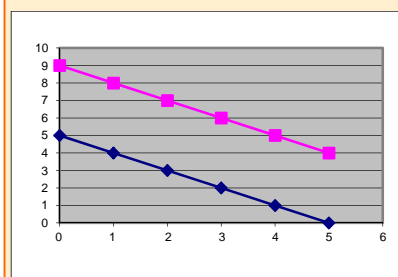
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

Sistema Compatible Indeterminado



$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

Sistema Incompatible



Sistemas de Ecuaciones

EXERCICIOS resoltos

6. Dado o sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$, razaa se os seguintes pares son solución.

a) $x=3, y=4$ Sol: Si é solución $\begin{cases} 3(3) + 2(4) = 9 + 8 = 17 \\ 5(3) - (4) = 15 - 4 = 11 \end{cases}$

b) $x=5, y=1$ Sol: Non é solución $\begin{cases} 3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17 \\ 5(5) - (1) = 25 - 1 = 24 \neq 11 \end{cases}$

c) $x=3, y=1$ Sol: Si é solución $\begin{cases} 3(3) + 2(1) = 9 + 2 = 11 \neq 17 \\ 5(3) - (1) = 15 - 1 = 14 \neq 11 \end{cases}$

7. Escribe un sistema de dúas ecuacións que teña como solución:

a) $x=1, y=2$ Sol: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

b) $x=3, y=1$ Sol: $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

c) $x=2, y=3$ Sol: $\begin{cases} 3x + 5y = 21 \\ x - 4y = -10 \end{cases}$

8. Fai una táboa de valores e da a solución do sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$

Sol: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ $3x + 2y = 8 \rightarrow$

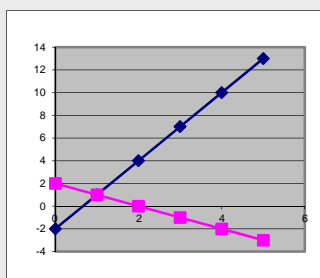
| | | | | | |
|---|----|------|---|-----|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | 7 | 11/2 | 4 | 5/2 | 1 |

 $5x - y = 9 \rightarrow$

| | | | | | |
|---|-----|-----|----|----|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | -19 | -14 | -9 | -4 | 1 |

9. Indica cantas solucións ten o sistema: $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$

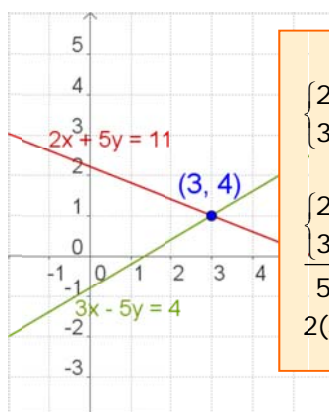
Sol: Unha solución, Sistema Compatible Determinado



3. Métodos de resolución

- ✓ Resolver un sistema polo **método de reducción** consiste en atopar outro sistema, coas mesmas solucións, que teña os coeficientes dunha mesma incógnita iguais ou de signo contrario, para que ao restar ou sumar a incógnita desapareza

Redución



Redución

$$\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

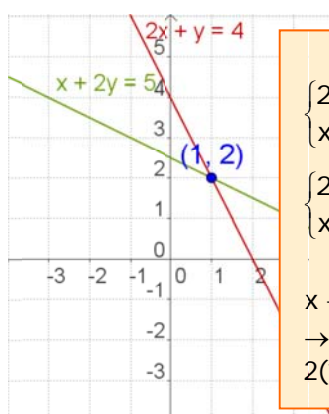
$$\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

$$5x = 15 \rightarrow x = 3$$

$$2(3) + 5y = 11 \rightarrow 5y = 5 \rightarrow y = 1$$

- ✓ Para resolver un sistema polo **método de sustitución** despéxase unha incógnita nunha das ecuacións e substitúese o seu valor na outra.

Substitución



Substitución

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 4 - 2x \\ x + 2(4 - 2x) = 5 \end{cases}$$

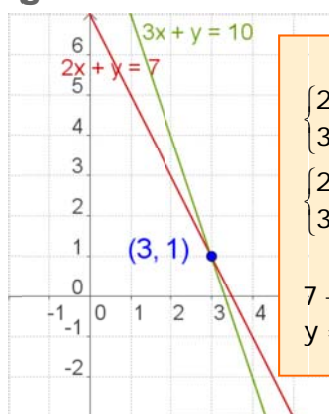
$$x + 2(4 - 2x) = 5 \rightarrow x + 8 - 4x = 5$$

$$\rightarrow -3x = -3 \rightarrow x = 1$$

$$2(1) + y = 4 \rightarrow y = 2$$

- ✓ Para resolver un sistema polo **método de igualación** despéxase a mesma incógnita nas dúas ecuacións e igualanse.

Igualación



Igualación

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ y = 10 - 3x \end{cases}$$

$$7 - 2x = 10 - 3x \rightarrow x = 3$$

$$y = 7 - 2x = 7 - 2(3) = 1 \rightarrow y = 1$$

EXERCICIOS resoltos

10. Resolve os seguintes sistemas empregando o método de reducción:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} 2x + 7y = 20 \\ 3x - 7y = 4 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{array}{l} \begin{cases} 2x + 7y = 20 \\ 3x - 7y = -5 \end{cases} \\ 5x = 15 \rightarrow x = 3 \rightarrow 6 + 7y = 20 \rightarrow 7y = 14 \rightarrow y = 2 \\ \text{sol } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{array}{l} \begin{cases} 10x + 15y = 45 \\ 9x - 15y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases} \\ 19x = 57 \rightarrow x = 3 \rightarrow 6 + 3y = 9 \rightarrow 3y = 3 \rightarrow y = 1 \\ \text{sol } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \end{array}
 \end{array}$$

11. Resolve os seguintes sistemas empregando o método de substitución:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} x + 7y = 11 \\ 3x - 5y = 7 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{array}{l} \begin{cases} x + 7y = 11 \rightarrow x = 11 - 7y \\ 3x - 5y = 7 \rightarrow 3(11 - 7y) - 5y = 7 \rightarrow 33 - 21y - 5y = 7 \rightarrow -26y = -26 \\ y = 1 \rightarrow x = 11 - 7(1) = 4 \end{cases} \\ \text{sol } \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b) } \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x + 4y = 13 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{array}{l} \begin{cases} 2x + y = 7 \rightarrow y = 7 - 2x \\ 3x + 4y = 13 \rightarrow 3x + 4(7 - 2x) = 13 \rightarrow 3x + 28 - 8x = 13 \rightarrow -5x = -15 \\ x = 3 \rightarrow y = 7 - 2(3) = 1 \end{cases} \\ \text{sol } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \end{array}
 \end{array}$$

12. Resolve os seguintes sistemas empregando o método de igualación:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{cases} x + 7y = 23 \\ x - 5y = -13 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{array}{l} \begin{cases} x + 7y = 23 \rightarrow x = 23 - 7y \\ x - 5y = -13 \rightarrow x = -13 + 5y \end{cases} \rightarrow 23 - 7y = -13 + 5y \rightarrow -12y = -36 \rightarrow y = 3 \\ x = 23 - 7(3) \rightarrow x = 23 - 21 = 2 \\ \text{sol } \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b) } \begin{cases} 2x + y = 13 \\ x + y = 9 \end{cases} \text{ Sol: } \begin{array}{l} \begin{cases} 2x + y = 13 \rightarrow y = 13 - 2x \\ x + y = 9 \rightarrow y = 9 - x \end{cases} \rightarrow 13 - 2x = 9 - x \rightarrow -x = -4 \rightarrow x = 4 \\ y = 13 - 2(4) \rightarrow y = 13 - 8 = 5 \\ \text{sol } \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases} \end{array}
 \end{array}$$

Recorda os pasos:

- Comprender o enunciado
- Identificar as incógnitas
- Traducir á linguaxe alxébrica
- Escribir as ecuacións
- Resolver o sistema
- Comprobar a solución



EXEMPLO 1

4. Aplicacións prácticas

Resolución de problemas

Para resolver un problema mediante un sistema, hai que traducir á linguaxe alxébrica as condicións do enunciado e despois resolver o sistema exposto.

Comeza por ler detidamente o enunciado ata asegurarte de que comprendes ben o que se ten que calcular e os datos que che dan.

Unha vez resolto o sistema non te esquezas de dar a solución ao problema.

- ✓ *A suma das idades dun pai e do seu fillo é 39 e a súa diferenza é 25, cal é a idade de cada un?*

Chamamos x á idade do pai

y á idade do fillo

A suma das idades é 39: $x + y = 39$

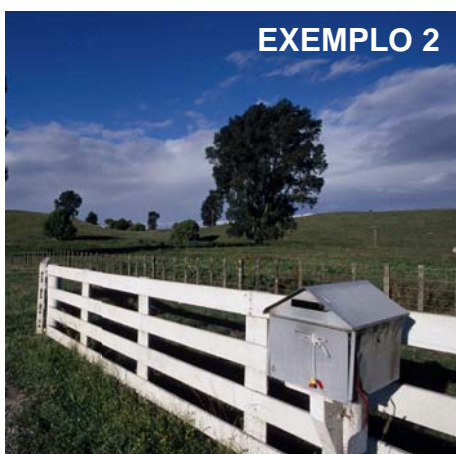
A diferenza das idades é 25: $x - y = 25$

O sistema é:
$$\begin{cases} x + y = 39 \\ x - y = 25 \end{cases}$$

resolvemos o sistema polo método de redución:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} x + y = 39 \\ x - y = 25 \end{cases} \\ \hline 2x \quad = 64 \rightarrow x = 32 \\ y = 39 - x = 39 - 32 \rightarrow y = 7 \end{array}$$

A idade do pai é 32 anos e a do fillo é 7 anos.



EXEMPLO 2

- ✓ *Unha parcela rectangular ten un perímetro de 320 m. Se mide o triplo de longo que de ancho, cales son as dimensións da parcela?*

Chamamos x ao ancho e y ao longo

O longo é triplo que o ancho: $y = 3x$

O perímetro é 320: $2x + 2y = 320$

O sistema é:
$$\begin{cases} y = 3x \\ 2x + 2y = 320 \end{cases}$$

Que resolvemos por substitución:

$$2 \cdot 3x + 2x = 320 \rightarrow 6x + 2x = 320 \rightarrow 8x = 320 \rightarrow x = 40 \text{ m} \\ y = 3x \rightarrow y = 120 \text{ m}$$

A parcela mide 40 m de ancho por 120 m de longo.

EXERCICIOS resoltos

13. Ana ten na súa carteira billetes de 10€ e 20€, en total ten 20 billetes e 440€ Cantos billetes ten de cada tipo?

Sol:

$$\begin{array}{l} x: \text{Billetes de } 20 \text{ €} \\ y: \text{Billetes de } 10 \text{ €} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ 50x + 10y = 440 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 20 \rightarrow y = 20 - x \\ 5x + y = 44 \rightarrow y = 44 - 5x \end{cases}$$

$$20 - x = 44 - 5x \rightarrow 4x = 24 \rightarrow x = 6 \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 20 - x = 20 - 6 = 14 \end{cases}$$

Ten 6 billetes de 20 € e 14 billetes de 10 €

14. A suma das idades de Miguel e Pedro é 97. Dentro de 4 anos a idade de Pedro será catro veces a idade de Miguel. Que idades teñen ambos?

Sol:

$$\begin{array}{l} x: \text{Idade de Miguel} \\ y: \text{Idade de Pedro} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 97 \\ y + 4 = 4(x + 4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 97 \\ 4x - y = -12 \end{cases}$$

$$\hline 5x = 85 \rightarrow x = 17$$

$$17 + y = 97 \rightarrow y = 80 \rightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = 80 \end{cases}$$

A idade de Miguel é 17 anos e a de Pedro é 80 anos

15. Quérese obter 90 kg de café a 8'5 €/kg mesturando café de 15 €/kg con café de 6 €/kg, cantos kg de cada clase hai que mesturar?

Sol:

$$\begin{array}{l} x: \text{Kg de café de } 15 \text{ €/kg} \\ y: \text{Kg de café de } 6 \text{ €/kg} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 90 \\ 15x + 6y = 765 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 90 - y \\ 15(90 - y) + 6y = 765 \end{cases}$$

$$1350 - 5y + 6y = 765 \rightarrow -9y = -585 \rightarrow y = 65$$

$$x = 90 - y = 90 - 65 = 25 \rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 65 \end{cases}$$

Hai que mesturar 25 kg de café de 15 €/kg con 65 kg de café de 6 €/kg

16. Nun taller hai 154 vehículos entre coche e motocicletas, se o número de rodas é de 458, cantas motocicletas e coches hai?

Sol:

$$\begin{array}{l} x: \text{Número de coches} \\ y: \text{Número de motocicletas} \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y = 154 \\ 4x + 2y = 458 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x - y = -154 \\ 2x + y = 234 \end{cases}$$

$$\hline x = 80$$

$$y = 154 - x = 154 - 80 \rightarrow y = 74 \rightarrow \begin{cases} x = 80 \\ y = 74 \end{cases}$$

Hai 80 coches e 74 motocicletas



Para practicar

- Calcula o valor de c para que a solución da ecuación, $x + 7y = c$ sexa:
 - $x = 1$, $y = 2$
 - $x = 3$, $y = -3$
 - $x = 5$, $y = 0$
 - $x = -2$, $y = 3$
- Calcula unha solución (x,y) da ecuación $-4x + y = 17$ sabendo que:
 - $x = 1$
 - $y = -7$
- Escribe un sistema de dúas ecuacións lineais con dos incógnitas cuxa solución:
 - $x = 4$, $y = -3$
 - $x = 1$, $y = -2$
 - $x = 0$, $y = 5$
 - $x = 1$, $y = 1$
- Escribe un sistema de dos ecuacións lineais con dúas incógnitas que:
 - teña infinitas solucións
 - teña unha soa solución
 - non teña solución
- Razoa se o punto (x,y) é solución do sistema:
 - $x = 3$, $y = 4 \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$
 - $x = 1$, $y = 2 \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$
- Resolve graficamente os seguintes sistemas:
 - $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + 2y = 12 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + y = 6 \\ x + y = 10 \end{cases}$
- Resolve por redución:
 - $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$
 - $\begin{cases} -7x + 6y = -29 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$
 - $\begin{cases} -9x - 4y = -53 \\ 9x + 8y = 61 \end{cases}$
- Resolve por substitución:
 - $\begin{cases} x - 12y = 1 \\ -4x - 9y = 15 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + 6y = 3 \\ -9x + 2y = -83 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x + 2y = -17 \\ 5x + 2y = -21 \end{cases}$
- Resolve por igualación:
 - $\begin{cases} x - 2y = 17 \\ 7x - 6y = 47 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x - 4y = 32 \\ x - 3y = -17 \end{cases}$
 - $\begin{cases} x - 2y = -14 \\ x + 4y = 4 \end{cases}$

Sistemas de Ecuacións

10. Calcular dous números sabendo que o maior máis seis veces o menor é igual a 62 e o menor máis cinco veces o maior é igual a 78.
11. Al dividir un número entre outro o cociente é 2 e o resto é 5. Se a diferenza entre o dividendo e o divisor é de 51, de que números se trata?
12. A base dun rectángulo mide 20 dm máis que a súa altura. Se o perímetro mide 172 dm, cales son as dimensións do rectángulo?
13. Nunha clase hai 80 alumnos entre mozos e mozas. No último exame de matemáticas aprobaron 60 alumnos, o 50% das mozas e o 90% dos mozos. Cantos mozos e mozas hai na clase?
14. A base dun rectángulo mide 70 dm máis que a súa altura. Si o perímetro mide 412 dm, cales son as dimensións do rectángulo?
15. Xan realizou un exame que constaba de 68 preguntas, deixou sen contestar 18 preguntas e obtivo 478 puntos. Se por cada resposta correcta súmanse 10 puntos e por cada resposta incorrecta réstase un punto, cantas preguntas contestou ben e cantas contestou mal?
16. Paco ten no seu moedeiro 210€ en billetes de 5 e 20 euros. Se dispón de 15 billetes, cantos billetes ten de cada clase?
17. A suma de dous números é 85 e a súa diferenza é 19. Cales son os números?
18. A suma das idades de Luisa e de Miguel é 32 anos. Dentro de 8 anos a idade de Miguel será dúas veces a idade de Luisa. Que idades teñen ambos?
19. María comprou un pantalón e un xersei. Os prezos destas pezas suman 77€, pero lle fixeron un desconto do 10% no pantalón e un 20% no xersei, pagando en total 63€. Cal é o prezo sen rebaxar de cada peza?
20. Atopar un número de dúas cifras sabendo que suman 10 e que se lle restamos o número que resulta ao intercambiar as súas cifras o resultado é 72.
21. Acha as dimensións dun rectángulo sabendo que o seu perímetro mide 88cm e que o triplo da base máis o dobre da altura é igual a 118.
22. A suma das idades de Raquel e Luisa son 65 anos. A idade de Luisa máis catro veces a idade de Raquel é igual a 104. Que idades teñen ambos?
23. Quérese obter 25 kg de café a 12€/kg, mesturando café de 15€/kg con café de 9€/kg. Cantos quilogramos de cada clase hai que mesturar?
24. Un hotel ten 94 habitacións entre dobres e individuais. Se o número de camas é 170. Cantas habitacións dobres ten? Cantas individuais?
25. Acha dous números tales que se se dividen o primeiro por 3 e o segundo por 4, a suma dos cocientes é 15, mentres se se multiplica o primeiro por 2 e o segundo por 5 a suma dos produtos é 188.
26. Nun curral hai galiñas e coellos: se se contan as cabezas, son 50, se se contan as patas son 134. Cantos animais de cada clase hai?
27. Calcula dous números que sumen 150 e cuxa diferenza sexa cuádruplo do menor.

Para saber máis



Método de Gauss

Podes observar que algúns sistemas son moi fáciles de resolver.

Por exemplo

$$\begin{cases} x + 4y = 9 \\ 2y = 6 \end{cases} \quad (\text{Sistema Graduado})$$

Despéxase a **y** na segunda ecuación e logo substitúese na primeira para achar **x**.

- ✓ Calquera sistema pódese transformar nun graduado, e resolvelo desta forma. Este procedemento chámase **método de Gauss**.

Ademais este método tamén é cómodo para sistemas de tres ecuacións e tres incógnitas.

Por exemplo

$$\begin{cases} x + 4y - z = 10 \\ 2y + z = 5 \\ z = 1 \end{cases}$$

De forma cómoda podes ver que a solución é **z=1, y=2, x=3**



Karl Friedrich Gauss
(1777-1855)

O método de Gauss consiste en obter un sistema equivalente ao dado que sexa graduado:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = p \\ b_2y + c_2z = q \\ c_3z = r \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 11 \\ 2x + 5y = 19 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{cambio a fila 2} \\ \text{pola suma dela} \\ \text{coa primeira fila} \\ \text{multiplicada por -2}}} \begin{cases} x + 3y = 11 \\ -y = -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 11 - 3(3) = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ 2x + 3y + z = 13 \\ x + 2y + z = 12 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{cambio a fila 2} \\ \text{pola suma dela} \\ \text{coa primeira fila} \\ \text{multiplicada por -2}}} \begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ y - 2z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ y - 2z = 2 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{cambio a fila 3} \\ \text{pola suma dela} \\ \text{coa primeira fila} \\ \text{multiplicada por -1}}} \begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ y - 2z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ y - 2z = 2 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{cambio a fila 3} \\ \text{pola suma dela} \\ \text{coa segunda fila} \\ \text{multiplicada por -1}}} \begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ 3z = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 10 \\ y - 5z = -7 \\ 3z = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 - 8 - 9 = -7 \\ y = -7 + 15 = 8 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -7 \\ y = 8 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -7 \\ y = 8 \\ z = 3 \end{cases}$$

Sistemas de Ecuaciones



Lembra o máis importante

Ecuación de primeiro grao con dúas incógnitas. $ax + by = c$

a e b son os **coeficientes**.
c é o **termo independente**.

As solucións da ecuación son pares de números (x,y) que a verifican.

Hai infinitas solucións.

As solucións, se as representamos, están aliñadas.

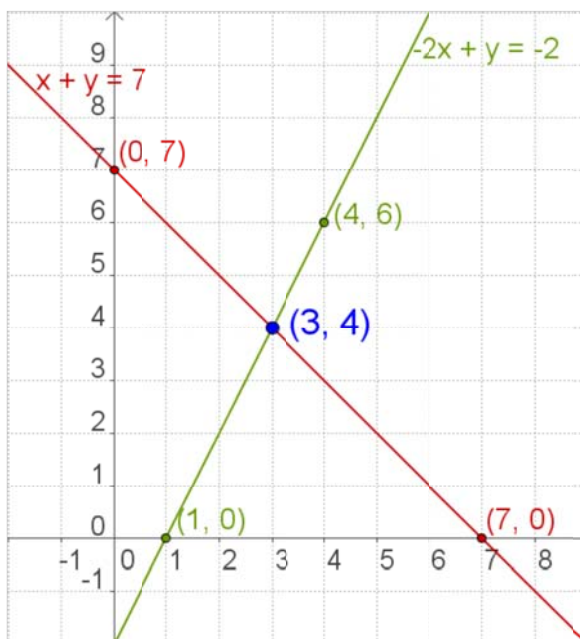
Sistemas de dúas ecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas.

Vén dado pola expresión:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

a , b, p ,q son os coeficientes

c e r son os termos independentes



Cada unha das ecuacións representase mediante unha recta, as coordenadas (x,y) do punto en que se cortan son a solución do sistema.

Métodos de solución.

- **Redución**
- **Substitución**
- **Igualación**

Sistema Compatible Determinado

O que ten unha única solución

Sistema Compatible Indeterminado

O que ten infinitas solucións

Sistema Incompatible

O que non ten solución

Para resolver problemas

- 1) Identificar as incógnitas
- 2) Escribir o sistema
- 3) Resolver
- 4) Comprobar as solucións
- 5) Dar a solución o problema

Auto-avaliación



1. Escribe un sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas cuxa única solución sexa: $x=5$, $y=-9$
2. Acha o valor de c para que o sistema teña infinitas solucións.
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = c \end{cases}$$
3. Escribe un sistema de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas que non teña solución.
4. Escribe unha solución da ecuación: $-x + y = -5$
5. Resolve por redución:
$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$
6. Resolve por substitución:
$$\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$$
7. Resolve por igualación:
$$\begin{cases} x + 4y = 23 \\ x + 5y = 28 \end{cases}$$
8. Atopa dous números cuxa diferenza sexa 53 e a súa suma sexa 319
9. O cadrado dun número positivo máis o dobre do seu oposto é 960. Cal é o número?
10. Atopa as dimensións dun rectángulo de perímetro 140 cm se a base é 10 cm maior que a altura.

Sistemas de Ecuaciones

Soluciones dos exercicios para practicar

- a) 15 b) -18 c) 5 d) 19
- a) $x = 1$ $y = 21$
b) $x = -6$ $y = -7$
- a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$
- a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$
- a) non b) si
- a) Hai infinitas solucións
b) $x = 5$ $y = 3$ c) Non hai solución
- a) $x = 3$ $y = 9$
b) $x = 5$ $y = 1$
c) $x = 5$ $y = 2$
- a) $x = -3$ $y = -1/3$
b) $x = 9$ $y = -1$
c) $x = -1$ $y = -8$
- a) $x = -1$ $y = -9$
b) $x = 4$ $y = 7$
c) $x = -8$ $y = 3$
10. 14 e 8
11. 97 e 46
12. 52 e 33
13. 50 mozos e 30 mozas
14. 138 e 68
15. 48 ben e 2 mal
16. 6 de 5€ e 9 de 20€
17. 52 e 33
18. O pantalón 20€ e el xersei 57€
19. Luisa ten 8 e Miguel 24 anos
20. 91
21. A base 30 e a altura 14 cm
22. Luisa ten 52 e Raquel 13 anos
23. 14 kg de 15€/kg con 11 kg de 9€/kg
24. 18 individuais e 76 dobres
25. o primeiro 24 e o segundo 28
26. 33 galiñas e 17 coellos
27. 125 e 25

Soluciones AUTO-AVALIACIÓN

- $\begin{cases} x + y = -4 \\ x - y = 14 \end{cases}$
- $c = 6$
- $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 7 \end{cases}$
- $x = 4$ $y = 1$
- $x = 2$ $y = 3$
- $x = 3$ $y = 5$
- 186 y 133
- 32
- base=40 altura=30