1) En un viaje organizado por Europa para 120 personas, 48 de los que van saben hablar Inglés, 36 saben hablar Francés y 12 de ellos hablan los dos idiomas.

Escogemos uno de los viajeros al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que hable alguno de los dos idiomas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que hable Francés, sabiendo que habla Inglés?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que solo hable Francés?

Lo primero que vamos a realizar es la Tabla de Contingencia:

	Hablan Francés	No Hablan Francés	
Hablan Inglés	P(I$\cap F) = \frac{12}{120}$	P$(I \cap \bar{F}) = \frac{36}{120}$	P(I)=$\frac{48}{120}$
No Hablan Inglés	P$(\bar{I} \cap F) = \frac{24}{120}$	P$(\bar{I} \cap \bar{F}) = \frac{48}{120}$	P$(\bar{I}) = \frac{72}{120}$
	P(F)=$\frac{36}{120}$	P(I)=$\frac{84}{120}$	$\frac{120}{120} = 1$

Llamamos I="Hablan Inglés" $\bar{I}$ = "no Hablan Inglés" F="Hablan Francés" $\bar{F}$ = "no Hablan Francés"

a) P(I U F) = P(I) + P(F) – P(I∩F)= $\frac{48}{120} + \frac{36}{120} - \frac{12}{120} = \frac{72}{120} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

b) P(F/I) = $\frac{P(F\cap I)}{P(I)} = \frac{\frac{12}{120}}{\frac{48}{120}} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

c) P(F∩ $\bar{I}$) = $\frac{24}{120} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

2) En una clase de 30 alumnos hay 18 que han aprobado Matemáticas, 16 que han aprobado Inglés y 6 que no han aprobado ninguna de las dos.

Elegimos al azar un alumno de esa clase:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya aprobado Inglés y Matemáticas?

b) Sabiendo que ha aprobado Matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado Inglés?

c) ¿Son independientes los sucesos "Aprobar Matemáticas" y "Aprobar Inglés"?

Lo primero que vamos a realizar es la Tabla de Contingencia:

	Aprueban Matemáticas	No Aprueban Mates	
Aprueban Inglés	10	6	16
No Aprueban Inglés	8	6	14
	18	12	30

Llamamos I="Aprueban Inglés" $\bar{I}$ = "no Aprueban Inglés" M="Aprueban Mates" $\bar{M}$ = "no Aprueban Mates"

a) P(I∩M)= $\frac{10}{30} = \frac{1}{3} = 0{,}33$

b) P(I/M)= $\frac{P(I\cap M)}{P(M)} = \frac{\frac{10}{30}}{\frac{18}{30}} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} = 0{,}56$

c) Para que los sucesos sean Independientes se tiene que cumplir:

P(I∩M) = P(I)·P(M)

$\frac{10}{30} \neq \frac{16}{30} \cdot \frac{18}{30}$

3) Se sortea un viaje a Roma entre los 120 mejores clientes de una agencia de automóviles. De ellos, 65 son mujeres, 80 están casados y 45 son mujeres casadas. Se pide:

a) ¿Cuál será la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre soltero?

b) Si del afortunado se sabe que es casado, ¿cuál será la probabilidad de que sea una mujer?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea Hombre o Soltero?

d) ¿Son independientes los sucesos "Hombres" y "Casados"?

e) ¿Cuál es la probabilidad de que sea Mujer?

Lo primero que vamos a realizar es la Tabla de Contingencia:

	Hombres	Mujeres	
Casados	35	45	80
Solteros	20	20	40
	55	65	120

Llamamos H="Hombres" M = "Mujeres" C="Casados" S = "Solteros"

a) P(H∩ S)= $\frac{20}{120}=\frac{1}{6}=0{,}16$

b) P(M/C)=$\frac{P(M\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{45}{120}}{\frac{80}{120}}=\frac{45}{80}=\frac{9}{16}$=0,5625

c) P(H∪ S)= P(H)+P(S)-P(H∩ S) = $\frac{55}{120}+\frac{40}{120}-\frac{20}{120}=\frac{75}{120}=0{,}625$

d) Para que los sucesos sean Independientes se tiene que cumplir:

P(H∩C) = P(H)·P(C)

$$\frac{35}{120}\neq\frac{55}{30}\cdot\frac{80}{30}$$

e) P(M)= $\frac{65}{120}=0{,}5416$

4) Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres; la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños.

a) Determinar la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños.

b) Si del afortunado se sabe que tiene los ojos Castaños, ¿cuál será la probabilidad de que sea una mujer?

Lo primero que vamos a realizar es la Tabla de Contingencia:

	Hombres	Mujeres	
Castaños	5	10	15
No Castaños	5	10	15
	10	20	30

Llamamos H=”Hombres” M = “Mujeres” C=”Castaños” $\bar{C}$ = “No castaños”

a) P(H∪ C) = P(H) + P(C) – P(H∩C)= $\frac{10}{30}+\frac{15}{30}-\frac{5}{30}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$

b) P(M/C)=$\frac{P(M\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{10}{30}}{\frac{15}{30}}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$

5) Un taller sabe que por término medio acuden: por la mañana tres automóviles con problemas eléctricos, ocho con problemas mecánicos y tres con problemas de chapa, y por la tarde dos con problemas eléctricos, tres con problemas mecánicos y uno con problemas de chapa.

a) Calcula el porcentaje de los que acuden por la tarde.

b) Calcula el porcentaje de los que acuden por problemas mecánicos.

c) Calcula la probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos acuda por la mañana.

d) Calcula la probabilidad de que tenga un problema mecánicos o acuda por la Tarde.

Lo primero que vamos a realizar es la Tabla de Contingencia:

	Eléctricos	Mecánicos	Chapa	
Mañana	3	8	3	14
Tarde	2	3	1	6
	5	11	4	20

Llamamos E=”Eléctricos” M = “Mecánicos” C=”Chapa” Mñ = “Mañana” T=”Tarde”

a) P(T)= $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0{,}3$ → 30%

b) P(M)= $\frac{11}{20}=0{,}55$ → 55%

c) P(Mñ/E)= $\frac{P(M\tilde{n}\cap E)}{P(E)}=\frac{\frac{3}{20}}{\frac{5}{20}}=\frac{3}{5}=0{,}6$

d) P(M∪T)= P(M) + P(T) –P(M∩ T)= $\frac{11}{20}+\frac{6}{20}-\frac{3}{20}=\frac{14}{20}=\frac{7}{10}=0{,}7$

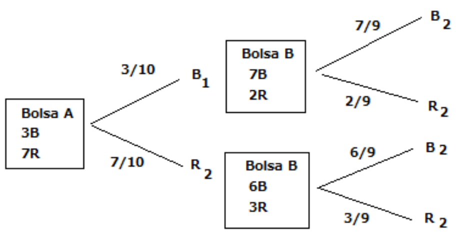
6) Tenemos dos bolsas, A y B. En la bolsa A hay 3 bolsas blancas y 7 rojas. En la bolsa B hay 6 bolas blancas y 2 rojas. Sacamos una bola de A y la pasamos a B. Después extraemos una bola de B.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de B sea blanca?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?

c) Sabiendo que de la bolsa B sacamos una roja, ¿cuál es la probabilidad de que de la bolsa A salga una blanca?

d) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola blanca de la bolsa A o sacarla de la bolsa B?



a) $P(B_2) = P(B_1)\cdot P(B_2/B_1) + P(R_2)\cdot P(B_2/R_2) = \frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9} + \frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9} = \frac{21}{90} + \frac{42}{90} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10} = 0{,}7$

b) $P(B_1 \cap B_2) = P(B_1)\cdot P(B_2/B_1) = \frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30} = 0{,}23$

c) $P(B_1/R_2) = \frac{P(B_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}}{\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9} + \frac{7}{10}\cdot\frac{3}{9}} = \frac{6}{27} = 0{,}22$

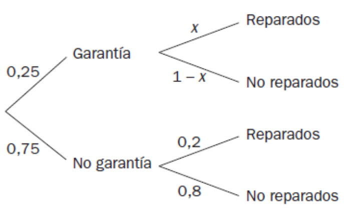
d) $P(B_1 \cup B_2) = P(B_1) + P(B_2) - P(B_1 \cap B_2) = 0{,}3 + 0{,}7 - 0{,}23 = 0{,}77$

7) El 25% de los aparatos que llegan a un servicio técnico tienen garantía. Entre los que no tienen garantía, un 20% ya fueron reparados en otra ocasión. Finalmente, el 5% de los aparatos tienen garantía y además ya fueron reparados en otra ocasión.

a) ¿Qué porcentaje de los aparatos que llegan al servicio ya fueron reparados en otra ocasión?

b) ¿Qué porcentaje no fueron reparados en otra ocasión y además no tienen garantía?

c) Un aparato que acaba de llegar ya fue reparado en otra ocasión. ¿Qué probabilidad hay de que tenga garantía?



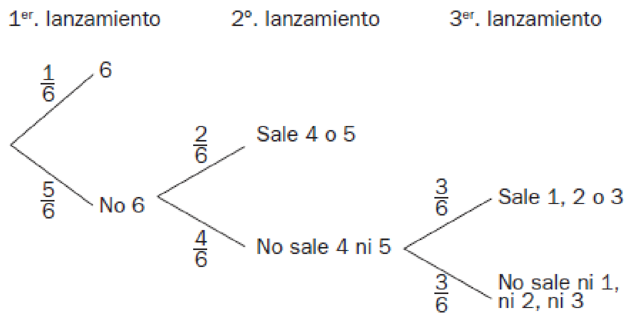
$P(\text{reparados} \cap \text{garantía}) = 0{,}05 \Rightarrow 0{,}05 = 0{,}25 \cdot x \Rightarrow x = 0{,}2$

a) $P(\text{reparados}) = 0{,}25 \cdot 0{,}2 + 0{,}75 \cdot 0{,}2 = 0{,}2 \Rightarrow 20\%$

b) $P(\text{no reparados y no garantía}) = 0{,}75 \cdot 0{,}8 = 0{,}6 \Rightarrow 60\%$

c) $P(\text{garantía/reparado}) = \frac{P(\text{garantía y reparado})}{P(\text{reparado})} = \frac{0{,}05}{0{,}2} = 0{,}25$

8) **Tres amigos juegan con un dado de la siguiente forma. Cada uno lanza el dado a lo sumo unavez. Si el primero en lanzar obtiene un 6, gana la partida. Si no, lanza el segundo, y si este saca un 4 o un 5, gana la partida. Si no lo consigue, lanza el tercero, y si saca 1, 2 ó 3, gana la partida. Si no lo consigue, la partida acaba empatada. Halla la probabilidad que tiene de ganar cada jugador y la probabilidad que hay de que la partida quede empatada.**



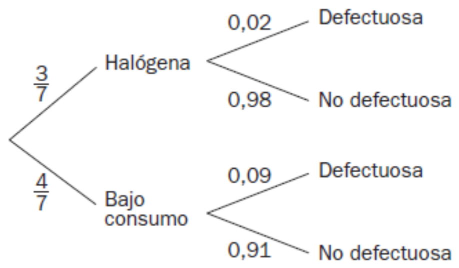
a) $P(\text{gana el } 1.^{\text{o}}) = \frac{1}{6}$

b) $P(\text{gana el } 2.^{\text{o}}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{18}$

c) $P(\text{gana el } 3.^{\text{o}}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$

d) $P(\text{empate}) = 1 - \frac{13}{18} = \frac{5}{18}$

9) **En una empresa se producen dos tipos de bombillas, halógenas y de bajo consumo, en una proporción de 3 a 4, respectivamente. La probabilidad de que una bombilla halógena sea defectuosa es de 0,02, y de que lo sea una bombilla de bajo consumo es de 0,09. Se escoge al azar una bombilla y resulta no defectuosa. ¿Cuál es la probabilidad de que sea halógena?**



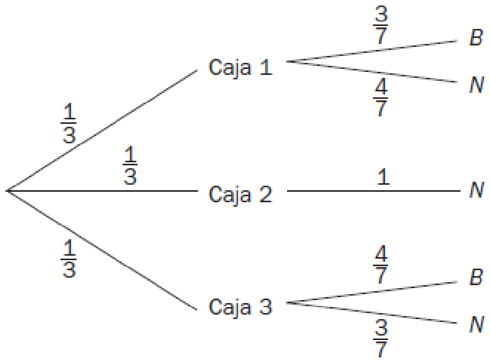
P(halógena/no defectuosa) $= \frac{P(H\cap ND)}{P(ND)} = \frac{P(H)\cdot P(ND/H)}{P(H)\cdot P\left(\frac{ND}{H}\right)+P(BC)\cdot P\left(\frac{ND}{BC}\right)}$

$$= \frac{\frac{3}{7}\cdot 0{,}98}{\frac{3}{7}\cdot 0{,}98+\frac{4}{7}\cdot 0{,}91} = 0{,}4668$$

10) **Se tienen tres cajas iguales. La primera contiene tres bolas blancas y cuatro negras; la segunda,cinco negras, y la tercera, cuatro blancas y tres negras.**

a) Si se elige una caja al azar y luego se extrae una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea negra?

b) Si se extrae una bola negra de una de las cajas, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la segunda caja?



a) $P(N) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{3}$

b) $P(2.^{\text{a}}\ \text{caja}/N) = \dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$

11) **Se hacen dos lanzamientos de un dado. Si en el primer lanzamiento sale un 2, ¿qué es más probable, que la suma de las puntuaciones sea un número par o que tal suma sea impar?**

Sean los sucesos A = "la suma de los resultados es par" y B = "en el primer lanzamiento se obtiene un 2".

Las probabilidades a comparar son $P(A/B)$ y $P(\overline{A}/B)$.

$P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{\frac{3}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{2}$; $P(\overline{A}/B) = \dfrac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \dfrac{\frac{3}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Son igual de probables ambos sucesos.

12) **En un experimento aleatorio, la probabilidad del suceso *A* es el doble que la del suceso *B*, y la suma de la probabilidad del suceso *A* y la del suceso contrario a *B* es 1,3. Se sabe además que la probabilidad del suceso intersección de *A* y *B* es de 0,18. Calcula la probabilidad de que:**

a) Se verifique el suceso *A* o el *B*.

b) Se verifique el suceso contrario de *A* o el contrario de *B*.

c) ¿Son independientes los sucesos *A* y *B*?

$P(A) = 2x$ y $P(B) = x$. $P(A) + P(\overline{B}) = 1{,}3 \Rightarrow 2x + 1 - x = 1{,}3 \Rightarrow x = 0{,}3$. Por tanto, $P(A) = 0{,}6$ y $P(B) = 0{,}3$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}3 - 0{,}18 = 0{,}72$

b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0{,}18 = 0{,}82$

c) $P(A \cap B) = 0{,}18$ y $P(A) \cdot P(B) = 0{,}3 \cdot 0{,}6 = 0{,}18$. Por tanto, A y B son independientes.

13) **Una clase tiene 24 alumnos y todos ellos cursan inglés y matemáticas. La mitad aprueban inglés, 16 aprueban matemáticas, y 4 suspenden inglés y matemáticas.**

a) Realiza una tabla de contingencia con los resultados de esta clase.

b) En esta clase, ¿son independientes los sucesos "aprobar inglés" y "aprobar matemáticas"?

c) Calcula la probabilidad de que, al elegir un alumno de esta clase al azar, resulte que aprueba matemáticas y suspende inglés.

Llamamos I="aprobar Inglés" $\bar{I}$ ="suspender Inglés" M="Aprobar Mates" $\bar{M}$="suspender Mates"

P(I) =$\frac{12}{24}$ P(M)=$\frac{16}{24}$ P($\bar{I} \cap \bar{M}$)=$\frac{4}{24}$

Realizamos la tabla de Contingencia:

	Aprueba inglés	Suspende inglés	
Aprueba matemáticas	8	8	16
Suspende matemáticas	4	4	8
	12	12	24

b) Para que los dos sucesos sean Independientes se tiene que cumplir→ P(I∩M) = P(I)·P(M)

$\frac{8}{24} = \frac{12}{24} \cdot \frac{16}{24} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ →Sucesos Independientes

c) Con la tabla de Contingencia → P(M∩ $\bar{I}$)= $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

14) **De dos tiradores se sabe que uno de ellos hace dos dianas de cada tres disparos, y el otro consigue tres dianas de cada cuatro disparos. Si los dos disparan simultáneamente, halla la probabilidad de que:**

a) Ambos acierten. b) Ninguno de los dos acierte. c) Uno acierte y el otro no. d) Alguno acierte.

Observamos que ambos sucesos son Independientes.

T_1="el primer tirador acierta" T_2="el segundo tirador acierta"

a) $P(T_1 \cap T_2) = P(T_1) \cdot P(T_2) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

b) $P(\overline{T_1} \cap \overline{T_2}) = P(\overline{T_1}) \cdot (\overline{T_2}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

c) $P(T_1 \cap \overline{T_2}) + P(\overline{T_1} \cap T_2) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$

d) $P(T_1 \cup T_2) = 1 - P(\overline{T1 \cup T2}) = 1 - (\overline{T_1} \cap \overline{T_2}) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$

Otra forma: $P(T_1 \cup T_2) = P(T_1) + P(T_2) - P(T_1 \cap T_2) = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{8+9-6}{12} = \frac{11}{12}$

15) **Los ciudadanos de una localidad votaron Sí o No a una determinada propuesta que realizó su Ayuntamiento. Los resultados por porcentajes vienen reflejados en la tabla que mostramos a continuación. ¿Son los sucesos *A* = "ser varón" y *B* = "votar Sí" independientes?**

	Varones	Mujeres	
SÍ	25%	40%	65%
NO	30%	5%	35%
	55%	45%	

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}25}{0{,}65} = 0{,}385.\ P(A) = 0{,}55.$$

Como $P(A) \neq P(A/B)$, A y B no son independientes.

Otra manera de ver si son independientes :

Si se cumple P(A∩B)= P(A)·P(B) →Son independientes

0,25≠ 0,55·0,65 → No son independientes

16) **Sean *A* y *B* dos sucesos tales que *P*(*A*) = 1/3 y *P*(*B*) = 2/5. Calcula, razonadamente, para qué valor de *P*(*A* ∪ *B*) los sucesos *A* y *B* son independientes.**

A y B son independientes si $P(A/B) = P(A)$.

$$P(A/B) = P(A) \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A) \Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - P(A \cup B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{11}{15} - P(A \cup B) = \frac{2}{15} \Leftrightarrow P(A \cup B) = \frac{11}{15} - \frac{2}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

17) **Sean *A* y *B* dos sucesos con *P*(*A*) = 0,5, *P*(*B*) = 0,3 y *P*(*A* ∩ *B*) = 0,1. Calcula las siguientes probabilidades.**

a) $P(A \cup B)$
b) $P(A/B)$
c) $P(A/A \cap B)$
d) $P(A/A \cup B)$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}5 + 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}7$

b) $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0{,}1}{0{,}3} = \dfrac{1}{3}$

c) $P(A/A \cap B) = \dfrac{P(A \cap A \cap B)}{P(A \cap B)} = 1$

d) $P(A/A \cup B) = \dfrac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \dfrac{P(A)}{P(A \cup B)} = \dfrac{0{,}5}{0{,}7} = \dfrac{5}{7}$

18) Calcula la probabilidad $P(A \cup B)$ y $P(A \cap B)$, sabiendo que $P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0{,}4$, que $P(A) = 0{,}6$ y que $P(B) = 0{,}8$.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}8 - P(A \cap B) \Rightarrow 0{,}4 + P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}8 - P(A \cap B) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(A \cap B) = 0{,}5 \\ P(A \cup B) = 0{,}5 + 0{,}4 = 0{,}9 \end{cases}$$

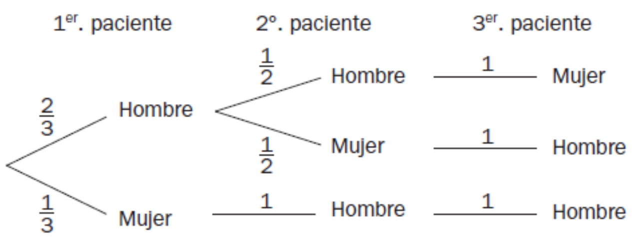
19) Ana, Juan y Raúl están esperando para realizar una consulta médica y sortean el orden en que van a entrar.

a) Halla la probabilidad de que los dos últimos en entrar sean hombres.

b) Determina si son independientes los sucesos:

$S1$ = "la mujer entra antes que alguno de los hombres".

$S2$ = "los dos hombres entran consecutivamente".



a) $P(MHH) = \dfrac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 = \dfrac{1}{3}$

b) $P(S_1) = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$

$P(S_2) = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$

$S_1 \cap S_2 = (MHH)$

$P(S_1 \cap S_2) = \dfrac{1}{3} \neq P(S_1) \cdot P(S_2) = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{4}{9}$

No son independientes.

20) **(Junio 2005) A un alumno le lleva en coche a la facultad el 80% de las veces un amigo. Cuando le lleva en coche llega tarde el 20% de los días. Cuando el amigo no le lleva, el alumno llega temprano a clase el 10% de los días.**

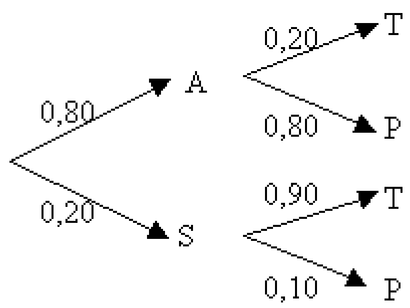
Determinar:

a) La probabilidad de que llegue pronto a clase y le haya llevado el amigo.
b) La probabilidad de que llegue tarde a clase.
c) Ha llegado pronto a clase. ¿Cuál es la probabilidad de que no le haya llevado el amigo?

Sean los sucesos:

A = "ir con amigo"; S = "ir solo"; T =" llegar tarde"; P =" llegar pronto".

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



Con esto:

a) P (llegue pronto y lo haya llevado el amigo) =
$= P(A \cap P) = P(A) \cdot P(P/A) = 0{,}80 \cdot 0{,}80 = 0{,}64$

b) P (tarde) = $P(A) \cdot P(T/A) + P(S) \cdot P(T/S) = 0{,}80 \cdot 0{,}20 + 0{,}20 \cdot 0{,}90 = 0{,}34$

En consecuencia, la P (llegar pronto) = $P(P) = 1 - 0{,}34 = 0{,}66$

c) P (solo/pronto) = $\dfrac{P(S \cap P)}{P(P)} = \dfrac{0{,}20 \cdot 0{,}10}{0{,}66} \approx 0{,}03$

21) (Junio 2006) Una fábrica tiene tres cadenas de producción, A, B y C. La cadena A fabrica el 50% del total de los coches producidos; la B, el 30%; y la C, el resto.

La probabilidad de que un coche resulte defectuoso es: en la cadena A, 1/2; en la B, 1/4; y en la C, 1/6. Calcule razonadamente:

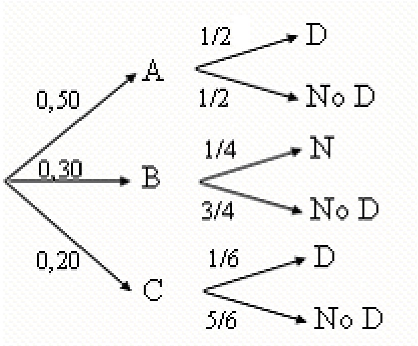
a) La probabilidad de que un coche sea defectuoso y haya sido fabricado por la cadena A.

b) La probabilidad de que un coche sea defectuoso.

c) Si un coche no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producido por la cadena C?

Sean los sucesos: D = "coche defectuoso"; No D = "coche bien".

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



Con esto:

a) P(defectuoso y haya sido fabricado en A) = P(A∩D) = P(A) · P(D/A) = 0,50 · 1/2 = 0,25

b) P(D) = P(A) · P(D/A) + P(B) · P(D/B) + P(C) · P(D/C) = $0{,}50\cdot\frac{1}{2}+0{,}30\cdot\frac{1}{4}+0{,}20\cdot\frac{1}{6}=\frac{43}{120}$

Por tanto, P(No D) = $1-\frac{43}{120}=\frac{77}{120}$

c) P(C/No D) = $\frac{P(C\cap \text{No D})}{P(\text{No D})}=\frac{0{,}20\cdot 5/6}{77/120}=\frac{20}{77}$

22) **(Junio 2008) Una empresa de electrodomésticos cuenta con cuatro fábricas, *A*, *B*, *C* y *D*, en las que se producen neveras. La fábrica *A* produce el 30% del total de neveras; la fábrica *B*, el 20%; la *C*, el 40%, y la *D*, el 10%. El porcentaje de neveras defectuosas en cada fábrica es del 2% en *A*, del 5% en *B*, del 4% en *C* y del 1% en *D*.**

Calcular:

a) La probabilidad de que escogida una nevera al azar, esta sea defectuosa.

b) La probabilidad de que una nevera sea defectuosa y proceda de la fábrica *B*.

c) Si una nevera es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la fábrica *D*?

Se puede hacer la siguiente tabla de contingencia.

En porcentajes	***A***	***B***	***C***	***D***
Producción	30	20	40	10
Defectuosas	2	5	4	1

Como sabemos: (la probabilidad) = (el porcentaje) : 100.

Con esto:

a) Si llamamos *d* al suceso ser defectuosa, tendremos:

$P(d) = P(A) \cdot P(d/A) + P(B) \cdot P(d/B) + P(C) \cdot P(d/C) + P(D) \cdot P(d/C) =$

$= 0{,}30 \cdot 0{,}02 + 0{,}20 \cdot 0{,}05 + 0{,}40 \cdot 0{,}04 + 0{,}10 \cdot 0{,}01 = 0{,}028$

Por tanto, la probabilidad de que una nevera escogida al azar sea defectuosa es de 0,028 (2,8%).

b) $P(\text{sea defectuosa y proceda de la fábrica } B) = P(B) \cdot P(d/B) = 0{,}20 \cdot 0{,}05 = 0{,}001$

c) $P(D/d) = \dfrac{P(D)\cdot P(d/D)}{P(d)} = \dfrac{0{,}10 \cdot 0{,}01}{0{,}028} = \dfrac{1}{28}$

23) **(Septiembre 2008) Una firma de perfumería cuenta con tres cadenas de producción, *A*, *B* y *C*, en las que se envasa su nueva fragancia. La cadena *A* envasa el 20% del total de perfumes que salen a la venta; la cadena *B*, el 50%; la *C*, el 30%. La probabilidad de que un envase sea defectuoso es de 1/3 en *A*; 1/6 en *B* y de 1/4 en *C*. Calcular:**

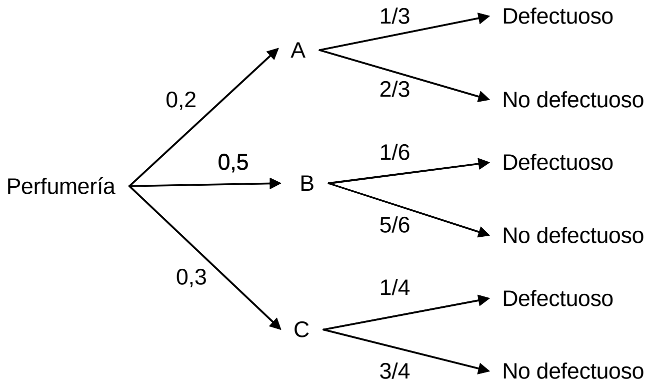
a) La probabilidad de que escogido un envase al azar, este no sea defectuoso.

b) La probabilidad de que un envase no sea defectuoso y proceda de la cadena *B*.

c) Si un envase es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la cadena *C*?

Llamaremos "*D*" al suceso ser defectuosa.

El diagrama de árbol asociado al problema es:



a) $P\left(\overline{D}\right)=0{,}2\cdot\frac{2}{3}+0{,}5\cdot\frac{5}{6}+0{,}3\cdot\frac{3}{4}=0{,}775.$

b) $P\left(\overline{D}\cap B\right)=0{,}5\cdot\frac{5}{6}=0{,}416.$

c) $P\left(C/D\right)=\frac{P\left(C\cap D\right)}{P\left(D\right)}=\frac{P\left(C\cap D\right)}{1-P\left(\overline{D}\right)}=\frac{0{,}3\cdot\frac{1}{4}}{0{,}225}=0{,}333.$

24) **(Junio 2009) Juan planea un viaje para el último fin de semana de junio, eligiendo al azar una de las tres ciudades turísticas que tiene pensado conocer durante el verano. Sin embargo, se pronostica tiempo lluvioso durante esos días. En concreto, las probabilidades de lluvia durante ese fin de semana son de 3/5, 2/7 y 1/4 en las ciudades A, B y C, respectivamente.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no llueva durante su vista?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la ciudad escogida sea B y no llueva durante su visita?

c) Juan ha sufrido un fin de semana pasado por agua, ¿cuál es la probabilidad de que haya ido a la ciudad C?

Si se designa por L el suceso llover y por L^C su contario (no llover), se tienen las siguientes probabilidades:

P(Elegir A) = P(A) = $\frac{1}{3}$; P(llueva en A) = P(L/A) = $\frac{3}{5}$; P(L^C/A) = $\frac{2}{5}$

P(Elegir B) = P(B) = $\frac{1}{3}$; P(llueva en B) = P(L/B) = $\frac{2}{7}$; P(L^C/B) = $\frac{5}{7}$

P(Elegir C) = P(C) = $\frac{1}{3}$; P(llueva en C) = P(L/C) = $\frac{1}{4}$; P(L^C/C) = $\frac{3}{4}$

a) Por la probabilidad total:

P(Llueva) = P(L) = P(A ∩ L) + P(B ∩ L) + P(C ∩ L) =

= P(A) · P(L/A) + P(B) · P(L/B) + P(C) · P(L/C) = $\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{7}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{53}{140}$

Por tanto, P(L^C) = 1 – P(L) = $1-\frac{53}{140}=\frac{87}{140}$

b) P(B ∩ L^C) = $\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{7}=\frac{5}{21}$

c) P(si llovió haya ido a C) = $P(C/L)=\frac{P(C\cap L)}{P(L)}$ = $\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}}{\frac{53}{140}}=\frac{35}{159}$

25)

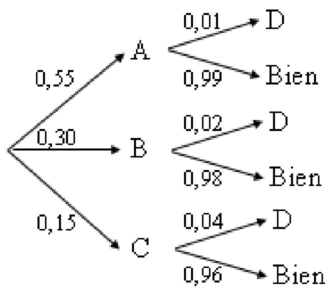
Junio 2010) En una empresa dedicada a la fabricación de teléfonos móviles, tres máquinas *A*, *B* y *C*, finalizan el proceso de producción con la colocación de las carcasas. La máquina *A* gestiona el 55% de la producción total de la fábrica; la máquina *B*, el 30%; la *C*, el 15%. El 1% de los móviles que han pasado por la máquina *A* tienen algún defecto en su carcasa. En el caso de la máquina *B*, se trata del 2%. En la *C*, es del 4%.

a) Calcular la probabilidad de que escogido un móvil al azar, éste no tenga defectos en su carcasa.

b) Calcular la probabilidad de que un móvil tenga la carcasa defectuosa y proceda de la máquina C.

c) Se escoge al azar un móvil con deficiencias en su carcasa. ¿Qué máquina tiene la mayor probabilidad de haber colocado esa pieza?

Con los datos del problema se construye el siguiente diagrama de árbol, donde D designa el suceso "carcasa defectuosa".



a) $P(\text{carcasa sin defectos}) = P(A)\cdot P(\text{Bien}/A) + P(B)\cdot P(\text{Bien}/B) + P(C)\cdot P(\text{Bien}/C) =$

$$= 0{,}55\cdot 0{,}99 + 0{,}30\cdot 0{,}98 + 0{,}15\cdot 0{,}96 = 0{,}9825$$

Luego, $P(D) = 1 - P(\text{Bien}) = 1 - 0{,}9825 = 0{,}0175$

b) $P(D\cap C) = P(C)\cdot P(D/C) = 0{,}15\cdot 0{,}04 = 0{,}006$

c) $P(A/D) = \dfrac{P(A)\cdot P(D/A)}{P(D)} = \dfrac{0{,}55\cdot 0{,}01}{0{,}0175} = \dfrac{0{,}0055}{0{,}0175} = \dfrac{55}{175} = \dfrac{11}{35}$

$$P(B/D) = \frac{P(B)\cdot P(D/B)}{P(D)} = \frac{0{,}30\cdot 0{,}02}{0{,}0175} = \frac{12}{35}$$

$$P(C/D) = \frac{P(C)\cdot P(D/C)}{P(D)} = \frac{0{,}15\cdot 0{,}04}{0{,}0175} = \frac{12}{35}$$

Las máquinas *B* y *C*, ambas por igual, tienen la mayor probabilidad de haber colocado la carcasa defectuosa.

26) (Junio 2012) Una empresa dedicada a la elaboración de galletas cuenta con tres máquinas de envasado. La máquina *A* envasa el 45 % del total de cajas que salen al mercado; la máquina *B*, el 35 % de las cajas; la *C*, el 20 %. El 1 % de las cajas de galletas envasadas en la máquina *A* tiene un defecto de impresión en el envase. En el caso de la máquina *B*, se trata del 2 %. En la *C*, es del 3 %.

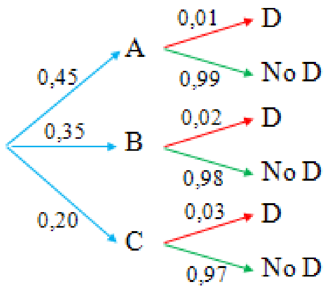
A. Calcular la probabilidad de que comprada una caja de galletas, esta tenga un defecto de impresión en el envasado.

B. Calcular la probabilidad de que una caja proceda se la máquina *A* y tenga un defecto en el envasado.

C. Si la caja de galletas que hemos comprado no tiene ningún error en el envase, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la máquina *C*?

A. En el siguiente diagrama de árbol se resume la información del problema. En él se indican los sucesos:

- *A*, *B* y *C* indican los sucesos "la caja de galletas ha sido elaborada en la máquina *A*, *B* o *C*".
- *D*, indican el suceso tener defecto en el etiquetado; No *D*, lo contrario.



Por la probabilidad total:

$P(D) = P(A) \cdot P(D/A) + P(B) \cdot P(D/B) + P(C) \cdot P(D/C) = 0{,}45 \cdot 0{,}01 + 0{,}35 \cdot 0{,}02 + 0{,}20 \cdot 0{,}03 = 0{,}0175$

B. La probabilidad de que una caja proceda de *A* y tenga un defecto en el envasado es $P(A \cap D)$.

Su valor es:

$P(A \cap D) = P(A) \cdot P(D/A) = 0{,}45 \cdot 0{,}01 = 0{,}0045$

C. La probabilidad de que una caja no tenga defecto en el etiquetado es:

$P(\text{No } D) = 1 - 0{,}0175 = 0{,}9825$.

Por el teorema de Bayes:

$$P(C / No\ D) = \frac{P(C) \cdot P(No\ D / C)}{P(No\ D)} = \frac{0{,}20 \cdot 0{,}97}{0{,}9825} = \frac{1940}{9825} \approx 0{,}197.$$