MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(*O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 2 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos*)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} c+2 & 2 \\ 0 & c \end{pmatrix}$

Calcula as matrices $A\cdot B$ e $B-C$. Calcula os valores de *a*, *b* e *c* que cumpren $A\cdot B = B-C$.

2. Un restaurante foi aberto ao público a principios de 2006 e a función $B(t)=\begin{cases} 10\left(4t-t^2\right), & 0\le t\le 3 \\ 60-10t, & 3<t\le 7 \end{cases}$ indica como evolucionaron os seus beneficios (en miles de euros) en función do tempo *t* (en anos) transcorrido dende a súa apertura, correspondendo *t* = 0 a principios de 2006.

(a) Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución dos seus beneficios. ¿A canto ascenderon os seus beneficios máximos? ¿En que ano os obtiveron?

(b) Representa a gráfica da función *B*(*t*). ¿Nalgún ano despois da súa apertura non obtiveron beneficios? ¿A partir dalgún ano deixou de ser rendible o restaurante?

3. Segundo unha enquisa de opinión sábese que o 80% da poboación adolescente dunha determinada cidade segue unha serie de TV. Elíxese unha mostra aleatoria de 225 adolescentes desa cidade, ¿cal é a probabilidade de que sigan a serie de TV entre 170 e 190 (incluídos) adolescentes?

4. A puntuación do coeficiente intelectual CI, nun estudo sobre certa poboación de nenos, segue unha distribución normal de media 100 puntos e desviación típica 16 puntos.

(a) Escóllese unha mostra aleatoria de 25 nenos desa poboación. Calcular a probabilidade de que a puntuación media do CI nesa mostra sexa superior a 108 puntos.

(b) Co obxeto de contrastar a puntuación media do CI nesa poboación coa dos nenos de certa Comunidade Autónoma (CA), selecciónase unha mostra aleatoria de 400 nenos da CA e obtense unha puntuación media de 101 puntos de CI. Supoñendo que se segue mantendo a desviación típica, formula un test para contrastar que a puntuación media non supera os 100 puntos fronte a que é superior na devandita CA. ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?

OPCIÓN B

1. Sexa *R* a rexión do plano determinada polo sistema de inecuacións $2x+3y\le 12,\ -2\le 2x-y\le 4,\ y\ge 0.$

(a) Representa a rexión *R* e calcula os seus vértices. Xustifica se o punto P(–1/2, 1/2) pertence ou non á rexión *R*.

(b) Calcula o punto ou puntos de *R* onde a función $f(x,y)=-2x+5y$ alcanza os seus valores máximo e mínimo.

2. Consideremos a función $f(x)=1+\dfrac{a}{x}+bx,\ x\ne 0$.

(a) Calcula o valor de "*a*" e de "*b*" sabendo que a función *f*(*x*) ten un extremo relativo no punto (3, –1).

(b) Supoñendo que $a=-3$ e $b=-\dfrac{1}{3}$, determina, clasificándoos, os extremos relativos da función *f*(*x*).

3. Un estudo sociolóxico sobre alcohólicos informa que o 40% deles ten pai alcohólico, o 6% ten nai alcohólica e dos que teñen pai alcohólico o 10% ten tamén nai alcohólica.

(a) Calcula a probabilidade de que un alcohólico, seleccionado ao azar, teña pai e nai alcohólicos.

(b) Calcula a porcentaxe de alcohólicos que ten polo menos un dos pais alcohólico.

4. Unha compañía de seguros afirma que polo menos o 90% das súas demandas se resolven en menos de trinta días. Para comprobar a devandita afirmación, unha asociación de consumidores elixiu unha mostra aleatoria de 120 demandas contra a compañía e encontrou que 102 delas se resolveran en menos de trinta días.

(a) Formula un test para contrastar a información da compañía de seguros fronte a que a porcentaxe de demandas que se resolven en menos de trinta días é menor do 90%.

(b) ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación? ¿Chégase á mesma conclusión se o nivel de significación é do 1%?

PAU	Código: 36
Setembro 2015	

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(*O alumno/a debe responder so aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos*

OPCIÓN A

1. Tres socios reúnen 6000 euros para investir nun produto financeiro. Sábese que o primeiro achega o dobre que o segundo e que o terceiro achega tanto como o primeiro e o segundo xuntos.

(a) Formula o sistema de ecuacións lineais asociado ao enunciado e exprésao en forma matricial.

(b) Resolve o sistema anterior. ¿Canto diñeiro achega cada un dos socios para realizar o investimento?

2. Antes da saída a Bolsa dunha empresa, un analista elabora o modelo teórico do valor da acción desa empresa ao longo do tempo,

$$V(x)=\begin{cases} 8x-x^2 & \text{se } 0\le x\le 6 \\ 8+\dfrac{20}{x-1} & \text{se } x>6 \end{cases}$$, onde $V(x)$ é o valor da acción en euros e x é o tempo transcorrido en meses.

(a) Determina os intervalos nos que se espera que suba ou baixe o valor da acción, o valor máximo esperado e o mes no que se produciría.

(b) De manterse a validez do modelo, ¿que acontecerá co valor da acción a longo prazo? Utilizando os resultados anteriores representa a función $V(x)$.

3. Sábese que nunha cidade, o 40% dos fogares teñen contratada algunha plataforma de televisión de pagamento. Se se seleccionan aleatoriamente 150 fogares desa cidade, ¿cal é a probabilidade de que o número de fogares que teñen contratada algunha plataforma de TV de pagamento estea comprendido entre 50 e 64 (ambos os dous incluídos)?

4. O tempo de conexión a Internet dos clientes dun cibercafé segue unha distribución normal de media μ e desviación típica σ = 20 minutos. Unha mostra aleatoria de 64 clientes deu como resultado o intervalo de confianza (84´4, 95´6) para o tempo medio de conexión a Internet dos clientes do cibercafé.

(a) Calcula o valor observado da media mostral.

(b) Calcula o nivel de confianza co que se construíu o devandito intervalo.

OPCIÓN B

1. Sexa a función lineal $f(x,y)=x-3y$ suxeita ao conxunto de restricións $x+2y\le 12,\ 2x+y\le 18,\ x\ge y,\ x\ge 0,\ y\ge -2$.

(a) Representa a rexión R do plano determinado polo conxunto de restricións e calcula os seus vértices.

(b) Determina (se existen) os puntos de R onde a función alcanza os seus valores máximo e mínimo.

2. Unha firma de confección determina que, co fin de vender x pezas, *o prezo por cada unha delas* debe ser $p(x)=150-\frac{1}{2}x$ euros, e que o *custo total* de producir x pezas está dado por $C(x)=4000+\frac{1}{4}x^2$ euros.

(a) Calcula os ingresos totais e o beneficio total.

(b) ¿Cantas pezas debe producir e vender co fin de maximizar os beneficios totais? ¿A canto ascende o beneficio total máximo?

(c) ¿Que prezo debe cobrar por peza co fin de producir este beneficio total máximo?

3. O departamento comercial dunha empresa estuda a posible acollida dun produto entre os seus clientes. Para iso, efectúa un primeiro lanzamento do produto ofertándollelo a 250 clientes escollidos ao azar dos que 150 sempre efectúan os seus pagamentos a prazos e o resto fano ao contado. O departamento estima que o 90% dos clientes que pagan a prazos aceptará o produto e dos de pagamento ao contado aceptarao o 65%.

(a) Calcula a probabilidade de que un cliente desa empresa non acepte o produto.

(b) Se un cliente acepta o produto, calcula a probabilidade de que pague ao contado.

4. Certa enfermidade parece afectar máis aos homes. Un estudo realizado nun hospital establece un intervalo do 95´44% de confianza, (0´58, 0´62), para a proporción de homes con esa enfermidade.

(a) ¿Cal é a proporción mostral observada de homes con esa enfermidade, segundo o devandito estudo?

(b) ¿Cal é o tamaño de mostra que se utilizou nese estudo?

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

- Calcular a matriz $A \cdot B$: **0,50 puntos**.
- Calcular a matriz $B - C$: **0,50 puntos**.
- Formulación do sistema: **0,50 puntos**.
- Resolución do sistema: **1,50 puntos** (**0,50** por cada un dos valores de a, b e c).

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Determinar a primeira derivada: **0,50 puntos**.
- Determinar os períodos nos que se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución dos seus beneficios : **0,75 puntos**
- Beneficios máximos e ano en que os obtiveron: **0,50 puntos**

(b) **1,25 puntos:**
- Representar a gráfica da función: **0,50 puntos**.
- Ano no que non obtiveron beneficios: **0,50 puntos**.
- Ano a partir do que deixou de ser rendible: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Paso da binomial á normal: **0,50 puntos**.
- Corrección de medio punto para a continuidade: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas: **0,50 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Determinar a distribución de $\bar{X}$: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas e resultado: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2,50 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1,50 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0,75 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices).
- Xustificar se o punto *P* pertence ou non á rexión: **0,25 puntos**.

(b) **0,50 puntos:**
- Puntos onde a función obxectivo alcanza o valor máximo e o mínimo: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,50 puntos:**
- Determinar a primeira derivada da función: **0,50 puntos**.
- Condición de extremo relativo no punto dado: **0,25 puntos**
- Condición de pasar a función polo punto extremo anterior: **0,25 puntos**.
- Obter o valor de a e de b: **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Obter os puntos críticos: **0,25 puntos**.
- Determinar a segunda derivada da función: **0,50 puntos**.
- Clasificar, xustificando, os extremos relativos da función: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade condicionada, identificando as porcentaxes do enunciado na fórmula anterior: **0,50 puntos**.
- Resultado pedido : **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Formular e calcular a probabilidade da unión: **0,50 puntos**.
- Responder a porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **0,50 puntos:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Establecer a rexión crítica, para o nivel de significación do 5%: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica, para o nivel de significación do 1%: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1,25 puntos**:
- Formular o sistema de ecuacións lineais asociado ao enunciado: **0,75 puntos**.
- Expresar o sistema en forma matricial: **0,50 puntos**.

(b) **1,75 puntos**:
- Resolver o sistema anterior: **1,50 puntos**.
- Responder á pregunta do exercicio: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Determinar as primeiras derivadas en cada anaco: **0,50 puntos**.
- Intervalos de crecemento e de decrecemento: **0,75 puntos**.
- Valor máximo esperado e mes no que se produciría: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Calcular o límite da función: **0,25 puntos**.
- Especificar o que acontecerá co valor da acción a longo prazo: **0,25 puntos**.
- Gráfica da función: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Identificar a variable como binomial: **0,25 puntos**.
- Paso da binomial á normal: **0,50 puntos**.
- Corrección de medio punto para a continuidade: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas: **0,25 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **0,50 puntos:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0,25 puntos**.
- Cálculo da media muestral: **0,25 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde: **0´50 puntos**.
- Obter o valor do punto crítico $z_{\alpha/2}$: **0´25 puntos**.
- Uso da táboa para obter o valor de 1– α/2: **0´25 puntos**.
- Obter o nivel de confianza: **0´50 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2,50 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1,50 puntos.**
- Representación gráfica da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices).

(b) **0,50 puntos:**
- Punto da rexión no que a función alcanza o seu valor máximo: **0,25 puntos**.
- Punto da rexión no que a función alcanza o seu valor mínimo: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Determinar os ingresos totais: **0,50 puntos**.
- Determinar o beneficio total: **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Determinar a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Calcular o punto crítico: **0,25 puntos**.
- Xustificar que o punto obtido é un máximo: **0,25 puntos**.
- Especificar cantas pezas debe producir e vender para maximizar os beneficios totais: **0,25 puntos**.
- Calcular o beneficio total máximo e responder no contexto do enunciado: **0,50 puntos**.

(c) **0,50 puntos:**
- Calcular o prezo que debe cobrar por peza, co fin de producir o beneficio total máximo: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula: **0,50 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade condicionada anterior e identificar as probabilidades da fórmula: **0,50 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **0,50 puntos:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0,25 puntos**.
- Cálculo da proporción mostral: **0,25 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde: **0,50 puntos**.
- Cálculo de $z_{\alpha/2}$: **0,25 puntos**.
- Cálculo de n: **0,50 puntos**.
- Expresión dese valor de n no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} c+2 & 2 \\ 0 & c \end{pmatrix}$

Calcula as matrices $A \cdot B$ *e* $B - C$.

– Calcular a matriz $A \cdot B = \begin{pmatrix} -a & a+2b \\ 0 & -b \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

– Calcular a matriz $B - C = \begin{pmatrix} -c-3 & -1 \\ 0 & b-c \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

Calcula os valores de a, b e c que cumpren $A \cdot B = B - C$.

– Formulación do sistema: $\begin{pmatrix} -a & a+2b \\ 0 & -b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c-3 & -1 \\ 0 & b-c \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+c=-3 \\ a+2b=-1 \\ -2b+c=0 \end{cases}$ **0´50 puntos**.

– Resolución do sistema, por calquera método, obtendo as solucións: a = 1, b = –1, c = –2 **1´50 puntos** (**0´50 puntos** por cada un dos valores de a, b e c).

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Un restaurante foi aberto ao público a principios de 2006 e a función $B(t) = \begin{cases} 10\left(4t - t^2\right), & 0 \le t \le 3 \\ 60 - 10t, & 3 < t \le 7 \end{cases}$ indica como evolucionaron os seus beneficios (en miles de euros) en función do tempo t (en anos) transcorrido dende a súa apertura, correspondendo t = 0 a principios de 2006.

(a) **1´75 puntos**. *Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución dos seus beneficios. ¿A canto ascenderon os seus beneficios máximos? ¿En que ano os obtiveron?*

– Determinar a primeira derivada:

$B'(t) = \begin{cases} 40 - 20t, & 0 < t < 3 \\ -10, & 3 < t < 7 \end{cases}$ **0´50 puntos**.

– No intervalo (0, 3), $B'(t) = 0 \Leftrightarrow 40 - 20t = 0 \Rightarrow t = 2$ é un punto crítico.

– No intervalo (3, 7), $B'(t) = -10 < 0$, para todo t

– Facer o estudo do crecemento e do decrecemento da función $B(t)$

	(0, 2)	(2, 3)	(3, 7)
t	*t* = 1	*t* = 2´5	*para todo t*
signo de B´(t)	$B´(1) > 0$	$B´(2´5) < 0$	$B´(t) < 0$

– No intervalo (0, 2) a función é crecente. Nos intervalos (2, 3) e (3, 7) a función é decrecente.
– Responderemos agora no contexto do exercicio:

"Dende a súa apertura, a principios do 2006 ata o 2008 produciuse un aumento dos seus beneficios" **0´25 puntos**.
"Dende principios do 2008 ata principios do 2013 prodúcese unha diminución dos seus beneficios" **0´50 puntos**.

– En t = 2, $B(t)$ é máxima. $B_{máx} = B(2) = 40$.

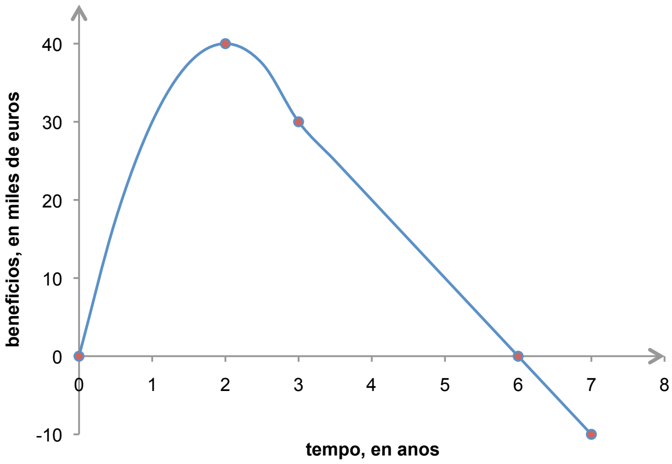
"Os beneficios máximos ascenderon a 40.000 *euros* **0´25 puntos**, *e obtivéronos a principios do 2008"* **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *Representa a gráfica da función B(t). ¿Nalgún ano despois da súa apertura non obtiveron beneficios? ¿A partir dalgún ano deixou de ser rendible o restaurante?*

– Recordemos que segundo consta nos criterios xerais de avaliación da materia de Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais, colgados na web ciug.cesga.es

Non se valorará o estudo dunha función elemental ou dunha función definida a anacos se para iso constrúe as súas gráficas baseándose soamente nos puntos obtidos a partir dunha táboa de valores. (Exceptúase o caso das funcións polinómicas de grao un)

– Para representar a gráfica, precisamos coñecer o valor da función nos extremos do intervalo de definición 0 e 7 e no punto 3, $B(0) = 0$, $B(7) = -10$, $B(3) = 30$, e utilizando os resultados do apartado (a)



– *Representación gráfica* **0´50 puntos**.

$$- \ B(t)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 10(4t-t^2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=4 \end{cases} \text{estas solucións non serven} \\ 60-10t=0 \Leftrightarrow t=6 \end{cases} \quad \textbf{0´25 puntos}.$$

No ano 2012 *non obtiveron beneficios* **0´25 puntos**.

Deixou de ser rendible a partir do ano 2012 *ata principios do* 2013. **0´25**

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Segundo unha enquisa de opinión sábese que o 80% da poboación adolescente dunha determinada cidade segue unha serie de TV. Elíxese unha mostra aleatoria de 225 adolescentes desa cidade, ¿cal é a probabilidade de que sigan a serie de TV entre 170 e 190 (incluídos) adolescentes?

– Definimos a variable aleatoria binomial "*X = número de adolescentes que seguen a serie de televisión, nunha mostra aleatoria de 225 adolescentes desa cidade*". $X \sim B(n=225,\ p=0´8)$.

– Formular a probabilidade pedida:

$P\left(170 \le X \le 190\right)$ **0´25 puntos**.

– Paso da binomial á normal:

$X \sim B\left(n=225,\ p=0´8\right) \Rightarrow X' \sim N\left(\mu=np=180,\ \sigma=\sqrt{np(1-p)}=6\right)$ **0´50 puntos**.

– Corrección de medio punto para a continuidade:

$P\left(170 \le X \le 190\right) = P\left(169´5 < X' < 190´5\right)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación:

$P\left(170 \le X \le 190\right) = P\left(169´5 < X' < 190´5\right) = P\left(-1´75 < Z < 1´75\right)$ **0´25 puntos**.

– Paso a táboas:

$P\left(-1´75 < Z < 1´75\right) = P\left(Z < 1´75\right) - \left(1 - P\left(Z < 1´75\right)\right) = 2P\left(Z < 1´75\right) - 1$ **0´50 puntos**.

– Resultado:

$P\left(170 \le X \le 190\right) = 2 \cdot 0´9599 - 1 = 0´9198$ **0´25 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

A puntuación do coeficiente intelectual CI, nun estudo sobre certa poboación de nenos, segue unha distribución normal de media 100 puntos e desviación típica 16 puntos.

(a) **1 punto.** *Escóllese unha mostra aleatoria de 25 nenos desa poboación. Calcular a probabilidade de que a puntuación media do CI nesa mostra sexa superior a 108 puntos.*

Sexan:

"*X = puntuación do CI dun neno desa poboación*". $X \sim N(\mu = 100,\ \sigma = 16)$

"$\bar{X}$: *estadístico media mostral ≡ puntuación media do CI en mostras de 25 nenos desa poboación*".

– Determinar a distribución de $\bar{X}$

$\bar{X} \sim N\left(\mu = 100,\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{16}{\sqrt{25}} = 3'2\right)$ **0,25 puntos**.

– Formular a probabilidade pedida:

$P\left(\bar{X} > 108\right)$ **0,25 puntos**.

– Tipificación:

$P\left(\bar{X} > 108\right) = P\left(Z > 2'5\right)$ **0,25 puntos**.

– Paso a táboas e resultado:

$P\left(\bar{X} > 108\right) = P\left(Z > 2'5\right) = 1 - P\left(Z \le 2{,}5\right) = 1 - 0'9938 = 0'0062$ **0,25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Co obxeto de contrastar a puntuación media do CI nesa poboación coa dos nenos de certa Comunidade Autónoma (CA), selecciónase unha mostra aleatoria de 400 nenos da CA e obtense unha puntuación media de 101 puntos de CI. Supoñendo que se segue mantendo a desviación típica, formula un test para contrastar que a puntuación media non supera os 100 puntos fronte a que é superior na devandita CA. ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?*

Sexa agora

"*X = puntuación do CI dun neno desa poboación*". $X \sim N(\mu,\ \sigma = 16)$

$\bar{X}$: *estadístico media mostral ≡ puntuación media do CI*

en mostras de 400 nenos desa poboación" $\xrightarrow{\text{valor particular para a mostra dada}} \bar{x} = 101$

– Especificar as hipótese nula e alternativa:

$\begin{cases} H_0 : \mu \le 100 \\ H_1 : \mu > 100 \end{cases}$ **0´25 puntos**.

– Estatístico de proba:

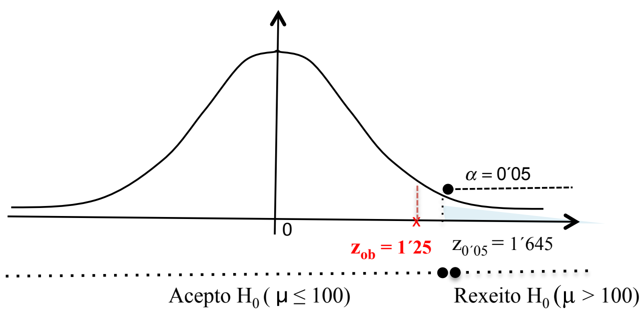
$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*:

$z_{ob} = \frac{101 - 100}{16/\sqrt{400}} = 1'25$ **0´25 puntos**.

– Establecer a rexión crítica:

$(1'645, +\infty)$ **0´25 puntos**.



– Decisión e conclusión:

Como $z_{ob} = 1'25 < z_{crít} = 1'645 \Rightarrow$ *Aceptamos* H_0 , é dicir,

"*non podemos concluír, ao 5% de nivel de significación, que a puntuación media na CA é superior á da poboación do estudo*" **0´25 puntos**.

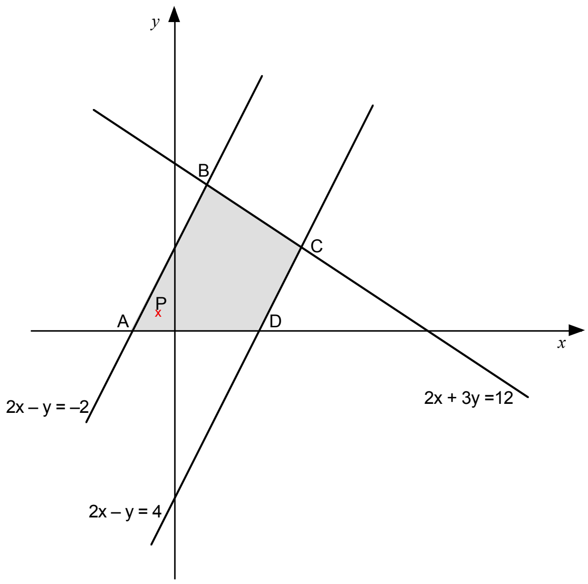
OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa *R* a rexión do plano determinada polo sistema de inecuacións $2x+3y\le 12,\quad -2\le 2x-y\le 4,\quad y\ge 0$

(a) **2´50 puntos**. *Representa a rexión R e calcula os seus vértices. Xustifica se o punto P(–1/2, 1/2) pertence ou non á rexión R.*

– Representamos as rectas
$2x + 3y = 12$, pasa polos puntos (0, 4) e (2, 0).
$2x - y = -2$, pasa polos puntos (0, 2) e (–1, 0)
$2x - y = 4$, pasa polos puntos (0, –4) e (2, 0)
– Representación gráfica da rexión factible **0´75 puntos**



– Polos vértices: *A*(–1, 0) **0´25 puntos**; *D*(2, 0) **0´25 puntos**; *B*(3/4, 7/2) **0´50 puntos**; *C*(3, 2) **0´50 puntos**.

– O punto *P*(–1/2, 1/2) pertence á rexión factible, xa que verifica todas as inecuacións $\begin{cases} 2(-1/2)+3(1/2)=1/2<12 \\ -2<2(-1/2)-1/2<4 \\ y=1/2>0 \end{cases}$

0´25 puntos.

(b) **0´50 puntos**. *Calcula o punto ou puntos de R onde a función* $f(x,y)=-2x+5y$ *alcanza os seus valores máximo e mínimo*

– A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto *B*(3/4, 7/2) **0´25 puntos**.
– A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto *D*(2, 0) **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Consideremos a función $f(x)=1+\dfrac{a}{x}+bx,\ x\ne 0$.

(a) **1´50 puntos**. *Calcula "a" e "b" sabendo que a función f(x) ten un extremo relativo no punto (3, –1).*

– Determinar a primeira derivada da función:

$f'(x)=-\dfrac{a}{x^2}+b$ **0´50 puntos.**

– Condición de extremo relativo no punto (3, –1):

$f'(3)=0 \Leftrightarrow -\dfrac{a}{9}+b=0 \Leftrightarrow -a+9b=0$ **0´25 puntos.**

– Condición de pasar a función polo punto anterior:

$f(3)=-1 \Leftrightarrow 1+\dfrac{a}{3}+3b=-1 \Leftrightarrow a+9b=-6$ **0´25 puntos.**

– Resolver o sistema anterior obtendo o valor de $a = -3$ **0´25 puntos** e de $b = -1/3$ **0´25 puntos**.

(b) **1´50 puntos**. *Supoñendo que a = –3 e b = –1/3, determina, clasificándoos, os extremos relativos da función f(x).*

– Obter os puntos críticos:

$$f'(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 3 \end{cases}$$ **0´25 puntos**.

O punto $x = 0$ tamén hai que consideralo, por non existir a derivada da función nese punto.

– Determinar a segunda derivada da función:

$$f''(x) = -\frac{6}{x^3}$$ **0´50 puntos**

– Clasificar, xustificando, os extremos relativos da función:

$$\begin{cases} f''(3) < 0 \Rightarrow en\ x = 3\ f(x)\ presenta\ un\ máximo\ relativo \\ f''(-3) > 0 \Rightarrow en\ x = -3\ f(x)\ presenta\ un\ mínimo\ relativo \end{cases}$$ **0´50 puntos**.

O punto (3, –1) é un *máximo relativo* e o punto (–3, 3) é un *mínimo relativo* **0´25 puntos.**

Tamén se pode facer determinando os intervalos de monotonía e clasificando os extremos estudando o signo da primeira derivada **0´50 puntos**

	(–∞, –3)	(–3, 0)	(0, 3)	(3, +∞)
x	*x* = –4	*x* = –1	*x* = 1	*x* = 4
signo de f´(x)	*f*´(–4) < 0	*f*´(–1) > 0	*f*´(1) > 0	*f*´(4) < 0

No punto $x = -3$ $f(x)$ presenta un *máximo relativo* **0´25 puntos**.
No punto $x = 3$ $f(x)$ presenta un *mínimo relativo* **0´25 puntos.**
O punto (3, –1) é un *máximo relativo* e o punto (–3, 3) é un *mínimo relativo* **0´25 puntos**.

<u>Exercicio 3</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un estudo sociolóxico sobre alcohólicos informa que o 40% deles ten pai alcohólico, o 6% ten nai alcohólica e dos que teñen pai alcohólico o 10% ten tamén nai alcohólica.

(a) **1 punto**. *Calcula a probabilidade de que un alcohólico, seleccionado ao azar, teña pai e nai alcohólicos*.
Denominamos aos sucesos "*A*": *un alcohólico ten pai alcohólico*, "*B*": *un alcohólico ten nai alcohólica.*

As probabilidades que nos dan no enunciado son $P(A) = 0´4,\ P(B) = 0´06,\ P\left(B/A\right) = 0´1$

– Formular a probabilidade pedida:

$P(A \cap B)$ **0´25 puntos**

– Formular a probabilidade condicionada:

$$P\left(B/A\right) = \frac{P\left(A \cap B\right)}{P(A)}$$ **0´25 puntos**.

– Identificar as porcentajes do enunciado na fórmula anterior:

$$0´1 = \frac{P\left(A \cap B\right)}{0´4}$$ **0´25 puntos**.

– Resultado pedido:

$P\left(A \cap B\right) = 0´1 \cdot 0´4 = 0´04$ **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de alcohólicos que ten polo menos un dos pais alcohólico.*

– Formular a probabilidade pedida:

$P\left(A \cup B\right)$ **0´25 puntos**.

– Formular e calcular a probabilidade da unión:

$P\left(A \cup B\right) = P(A) + P(B) - P\left(A \cap B\right) = 0´4 + 0´06 - 0´04 = 0´42$ **0´50 puntos**.

– Responder a porcentaxe pedida:

"*Un 42% dos alcohólicos ten polo menos un dos pais alcohólico*" **0´25 puntos**.

<u>Exercicio 4</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha compañía de seguros afirma que polo menos o 90% das súas demandas se resolven en menos de trinta días. Para comprobar a devandita afirmación, unha asociación de consumidores elixiu unha mostra aleatoria de 120 demandas contra a compañía e encontrou que 102 delas se resolveran en menos de trinta días

(a) **0´50 puntos**. *Formula un test para contrastar a información da compañía de seguros fronte a que a porcentaxe de demandas que se resolven en menos de trinta días é menor do 90%.*

Sexan

"p : proporción de demandas que se resolven en menos de trinta días, na compañía de seguros". ***Parámetro poboacional descoñecido*** **(*é o que nos mandan contrastar*)**

$\widehat{P}$ *: proporción de demandas que se resolven en menos de trinta días,*

en mostras de 120 demandas $\xrightarrow[\text{valor particular do estatístico } \widehat{P}\text{, para a mostra dada}]{} \hat{p} = \dfrac{102}{120} = 0´85$

– Especificar as hipóteses nula e alternativa:

$\begin{cases} H_0 : p \geq 0´9 \\ H_1 : p < 0´9 \end{cases}$ **0´25 puntos.**

– Estatístico de proba: $\dfrac{\widehat{P} - p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*, para a mostra dada:

$z_{ob} = \dfrac{0´85 - 0´9}{\sqrt{\dfrac{0´9 \cdot 0´1}{120}}} = -1´826$ **0´25 puntos.**

(b) **1´50 puntos**. *¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación? ¿Chégase á mesma conclusión se o nivel de significación é do 1%*?

– Establecer a rexión crítica:

para $\alpha = 0´05,\ (-\infty, -1´645)$ (ver gráfica (1)) **0´25 puntos**.

– Decisión:

$z_{ob} = -1´826 < z_{crit} = -1´645 \Rightarrow$ *Rexeito* H_0 **0´25 puntos.**

– Conclusión:

"Cun risco de equivocarnos dun 5% podemos concluír que non é certa a afirmación da compañía de seguros, xa que aceptamos que a proporción de demandas que se resolven en menos de trinta días é inferior ao 90%" **0´25 puntos**.

– Establecer a nova rexión crítica:

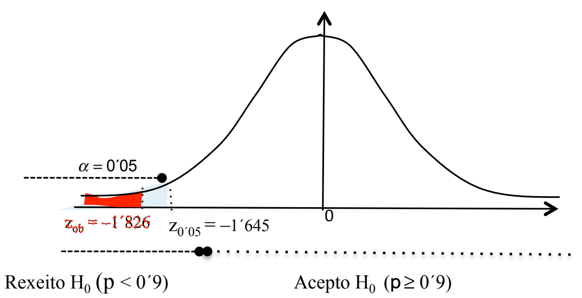
para $\alpha = 0´01,\ (-\infty, -2´33)$ (ver gráfica (2)) **0´25 puntos**.

– Decisión:

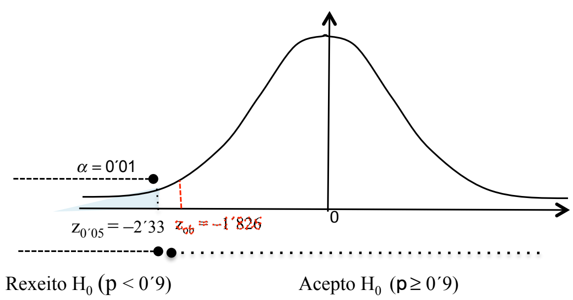
$z_{ob} = -1´826 > z_{crit} = -2´33 \Rightarrow$ *Acepto* H_0 **0´25 puntos**.

– Conclusión:

"Non hai evidencias estatísticas que nos permitan concluír que a proporción de demandas resoltas en menos de trinta días é inferior ao 90%" **0´25 puntos**.



gráfica (1)



gráfica (2)

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Tres socios reúnen 6000 euros para investir nun produto financeiro. Sábese que o primeiro achega o dobre que o segundo e que o terceiro achega tanto como o primeiro e o segundo xuntos.

(a) **1´25 puntos**. *Formula o sistema de ecuacións lineais asociado ao enunciado e exprésao en forma matricial.*

Definimos as variables: "*x = euros achegados polo primeiro socio*", "*y = euros achegados polo segundo socio*" e "*z = euros achegados polo terceiro socio*"

– Formular o sistema: $\begin{cases} x+y+z=6000 \\ x=2y \\ z=x+y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} x+y+z=6000 \\ x-2y \quad =0 \\ x+y-z=0 \end{array}$ **0´25 puntos.** **0´25 puntos.** **0´25 puntos.**

– Expresar o sistema en forma matricial: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6000 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

(b) **1´75 puntos**. *Resolve o sistema anterior. ¿Canto diñeiro achega cada un dos socios para realizar o investimento?*

– Podemos resolvelo por calquera método, por exemplo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6000 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3:F_1-F_3]{F_2:F_1-F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6000 \\ 0 & 3 & 1 & 6000 \\ 0 & 0 & 2 & 6000 \end{array}\right) \to \begin{cases} x+y+z=6000 & \Rightarrow x=2000 \\ 3y+z=6000 & \Rightarrow y=1000 \\ 2z=6000 & \Rightarrow z=3000 \end{cases}$$

$x=2000$ **0´25 puntos**. $y=1000$ **0´25 puntos**. $z=3000$ **0´25 puntos**.

– Responder á pregunta do exercicio:
"*O primeiro socio achega 2000 euros, o segundo 1000 euros e o terceiro 3000 euros, para investir nese produto financeiro*" **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Antes da saída a Bolsa dunha empresa, un analista elabora o modelo teórico do valor da acción desa empresa ao longo do tempo,

$V(x)=\begin{cases} 8x-x^2 & \text{se } 0\le x\le 6 \\ 8+\dfrac{20}{x-1} & \text{se } x>6 \end{cases}$, onde $V(x)$ é o valor da acción en euros e x é o tempo transcorrido en meses.

(a) **1´75 puntos**. *Determina os intervalos nos que se espera que suba ou baixe o valor da acción, o valor máximo esperado e o mes no que se produciría.*

– Determinar as primeiras derivadas en cada anaco: $V'(x)=\begin{cases} 8-2x & \text{se } 0<x<6 \\ -\dfrac{20}{(x-1)^2} & \text{se } x>6 \end{cases}$ **0´50 puntos**.

– Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento:

No (0, 6) $V'(x)=0 \Leftrightarrow x=4$

No (6, +∞) $V'(x)<0$

	(0, 4)	(4, 6)	(6, +∞)
valor x	*x* = 1	*x* = 5	*para todo x > 6*
signo de V´(x)	V´(1) > 0	V´(5) < 0	V´(*x*) < 0

A función $V(x)$ é crecente no intervalo (0, 4) **0´25 puntos**, é decrecente en (4, 6) **0´25 puntos** e tamén é decrecente no intervalo (6, +∞) **0´25 puntos.**

"*Espérase que o prezo da acción suba nos primeiros catro meses e que a partir do cuarto mes baixe*".

– $V(x)$ presenta un máximo no punto $x = 4$ e $V(4) = 16$, polo tanto respondendo á pregunta:

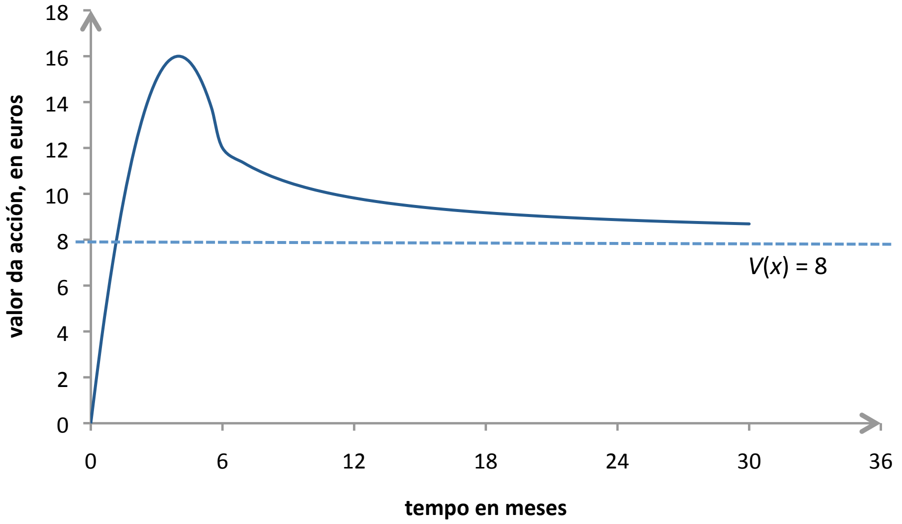
O valor máximo esperado da acción é de 16 euros **0´25 puntos**, *e produciríase no cuarto mes da saída a Bolsa da acción* **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *De manterse a validez do modelo, ¿que acontecerá co valor da acción a longo prazo? Utilizando os resultados anteriores representa a función V(x).*

– O límite da función é $\lim_{x\to+\infty}\left(8+\frac{20}{x-1}\right)=8$ **0´25 puntos**.

– *A longo prazo a acción tende a alcanzar o valor de 8 euros*” **0´25 puntos**.

– Representación gráfica **0´75 puntos**.



Non se valorará o estudo dunha función elemental ou dunha función definida a anacos se para iso constrúe as súas gráficas baseándose soamente nos puntos obtidos a partir dunha táboa de valores. (Exceptúase o caso das funcións polinómicas de grao un)

<u>Exercicio 3</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sábese que nunha cidade, o 40% dos fogares teñen contratada algunha plataforma de televisión de pagamento. Se se seleccionan aleatoriamente 150 fogares desa cidade, *¿cal é a probabilidade de que o número de fogares que teñen contratada algunha plataforma de TV de pagamento estea comprendido entre 50 e 64 (ambos os dous incluídos)?*

– Identificar a variable como binomial:

X = número de fogares que teñen contratada algunha plataforma de TV de pagamento, en mostras de 150 fogares desa cidade, $X \sim B(n=150, p=0´4)$ **0´25 puntos**.

– Formular a probabilidade pedida:
$P(50 \le X \le 64)$ **0´25 puntos**.

– Paso da binomial á normal:

$X \sim B(n=150, p=0´4) \Rightarrow X' \sim N(\mu=60, \sigma=6)$, sendo $\begin{cases}\mu = n\cdot p = 150\cdot 0´4 = 60 \\ \sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{36}=6\end{cases}$ **0´25 puntos** / **0´25 puntos**

– Corrección de medio punto para a continuidade:
$P(50 \le X \le 64) = P(49´5 < X' < 64´5)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación:

$P(50 \le X \le 64) = P(49´5 < X' < 64´5) = P\left(\frac{49´5-60}{6} < Z < \frac{64´5-60}{6}\right) = P(-1´75 < Z < 0´75)$ **0´25 puntos**.

– Paso a táboas:
$P(-1'75 < Z < 0'75) = P(Z < 0'75) - P(Z < -1'75) = P(Z < 0'75) + P(Z < 1'75) - 1$ **0´25 puntos**.

– Resultado final:
$P(50 \le X \le 64) = 0'7734 + 0'9599 - 1 = 0'7333$ **0´25 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O tempo de conexión a Internet dos clientes dun cibercafé segue unha distribución normal de media μ e desviación típica σ = 20 minutos. Unha mostra aleatoria de 64 clientes deu como resultado o intervalo de confianza (84´4, 95´6) para o tempo medio de conexión a Internet dos clientes do cibercafé.

Sexa "*X = tempo, en minutos, de conexión a Internet dun cliente do cibercafé*, $X \sim N(\mu, \sigma = 20)$

(a) **0´50 puntos**. *Calcula o valor observado da media mostral.*

– Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a media poboacional μ e cálculo do valor observado da media mostral $\bar{x}$:

$$\begin{cases} \bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 84'4 \\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 95'6 \end{cases} \Rightarrow \bar{x} = \frac{84'4 + 95'6}{2} = 90$$ **0´50 puntos**.

(b) **1'50 puntos**. *Calcula o nivel de confianza co que se construíu o devandito intervalo.*

– Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde:
$z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{20}{\sqrt{64}} = 5'6$ **0´50 puntos**.

– Obter o valor do punto crítico:
$z_{\alpha/2} = 2'24$ **0´25 puntos**.

– Uso da táboa para obter o valor:
$1 - \alpha/2 = 0'9875$ **0´25 puntos**.

– Calcular $\alpha = 0'025$ **0´25 puntos**.

– Obter o nivel de confianza pedido:
$1 - \alpha = 0'975$, sendo entón o *intervalo dun 97´5% de confianza* **0´25 puntos**.

OPCIÓN B

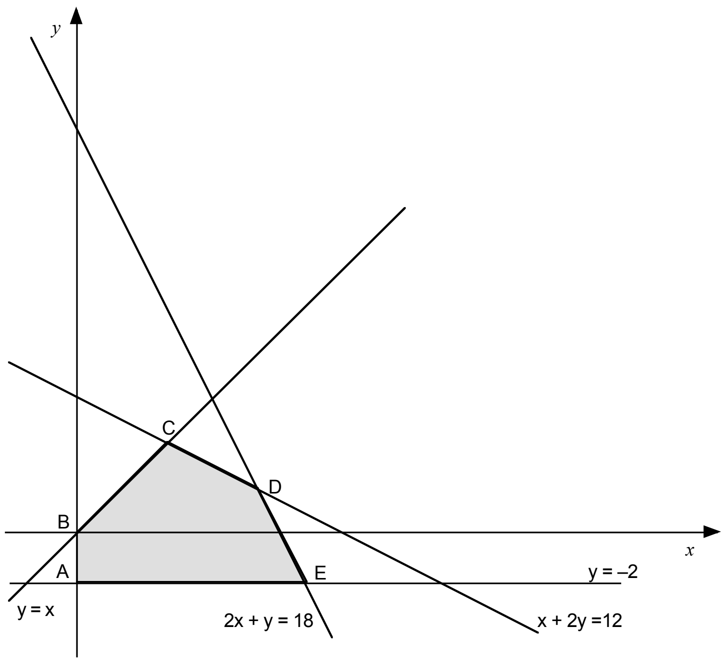
Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función lineal $f(x,y) = x - 3y$ suxeita ao conxunto de restricións $x + 2y \leq 12,\ 2x + y \leq 18,\ x \geq y,\ x \geq 0,\ y \geq -2$.

(a) **2´50 puntos**. *Representa a rexión R do plano determinado polo conxunto de restricións e calcula os seus vértices.*

– Representamos as rectas
x + 2y =12, pasa polos puntos (0, 6) e (12, 0).
2x + y = 18, pasa polos puntos (0, 18) e (9, 0).
y = x, bisectriz do primeiro e terceiro cuadrante.
y = –2, recta que pasa por (0, –2) e é paralela ao eixe x.

– Vértices da rexión factible **1´50 puntos**, polos vértices: *A* (0, –2), *B* (0, 0), *C* (4, 4) e *E* (10, –2) (**0´25 puntos** por cada un deles). Polo vértice *D* (8, 2) **0´50 puntos**.
– Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices) **1 punto**:



(b) **0´50 puntos**. *Determina (se existen) os puntos de R onde a función alcanza os seus valores máximo e mínimo.*

A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto *C* (4, 4) **0´25 puntos.**
A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto *E* (10, –2) **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Unha firma de confección determina que, co fin de vender x pezas, o *prezo por cada unha delas* debe ser $p(x) = 150 - \frac{1}{2}x$ euros, e que o *custo total* de producir x pezas está dado por $C(x) = 4000 + \frac{1}{4}x^2$ euros.

(a) **1 punto**. *Calcula os ingresos totais e o beneficio total.*

– Os *ingresos totais* serán:

$$I(x) = x \cdot p(x) = x \cdot \left(150 - \frac{1}{2}x\right) = 150x - \frac{1}{2}x^2 \text{ euros } \mathbf{0´50\ puntos.}$$

– O *beneficio total* será:

$$B(x) = I(x) - C(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 150x - 4000 \text{ euros } \mathbf{0´50\ puntos.}$$

(b) **1´50 puntos**. *¿Cantas pezas debe producir e vender co fin de maximizar os beneficios totais? ¿A canto ascende o beneficio total máximo?*

– Determinar a primeira derivada:

$B'(x) = -\frac{3}{2}x + 150$ **0´25 puntos**.

– Calcular o punto crítico:

$B'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 100$ **0´25 puntos**.

– Xustificar que o punto obtido é un máximo:

$B''(x) = -\frac{3}{2} < 0$ para todo valor de *x*, en particular para $x = 100$ **0´25 puntos**.

– Especificar cantas pezas debe producir e vender para maximizar os beneficios totais:

"*Debe producir e vender 100 pezas para maximizar os seus beneficios totais"* **0´25 puntos**.

– O beneficio total máximo e responder no contexto do enunciado:

$B_{máx} = B(100) = 3500$ **0´25 puntos**.

"*O beneficio máximo ascende a 3500 euros, producindo e vendendo 100 pezas*" **0´25 puntos**.

(c) **0´50 puntos**. *¿Que prezo debe cobrar por peza co fin de producir este beneficio total máximo?*

$p(100) = 150 - \frac{1}{2}100 = 100$ **0´25 puntos**.

"*Debe cobrar 100 euros por peza*" **0´25 puntos**.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O departamento comercial dunha empresa estuda a posible acollida dun produto entre os seus clientes. Para iso, efectúa un primeiro lanzamento do produto ofertándollelo a 250 clientes escollidos ao azar dos que 150 sempre efectúan os seus pagamentos a prazos e o resto fano ao contado. O departamento estima que o 90% dos clientes que pagan a prazos aceptará o produto e dos de pagamento ao contado aceptarao o 65%.

Primeiro nomeamos aos sucesos que interveñen no enunciado, por exemplo:
"*A*": *un cliente acepta o produto*, "*C*": *un cliente paga ao contado*, polo tanto o seu contrario "$\bar{C}$": *un cliente paga a prazos*.

Dinnos que $P(\bar{C}) = \frac{150}{250} = 0'6,\ P(C) = 0'4,\ P\left(A/\bar{C}\right) = 0'9,\ P\left(A/C\right) = 0'65$

(a) **1 punto**. *Calcula a probabilidade de que un cliente desa empresa non acepte o produto.*

– Formular a probabilidade pedida:

$P(\bar{A})$ **0´25 puntos**.

– Utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula:

$P(\bar{A}) = P(C)\cdot P\left(\bar{A}/C\right) + P(\bar{C})\cdot P\left(\bar{A}/\bar{C}\right) = 0'4\cdot 0'35 + 0'6\cdot 0'1$ **0´50 puntos**.

– Resultado final:

$P(\bar{A}) = 0'2$ **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Se un cliente acepta o produto, calcula a probabilidade de que pague ao contado.*

– Formular a probabilidade pedida:

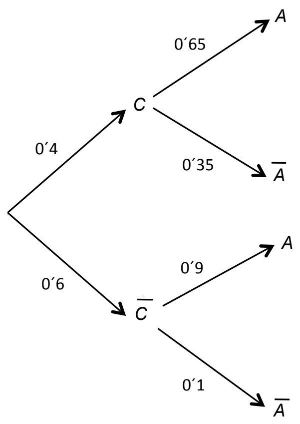
$P\left(C/A\right)$ **0´25 puntos**.

– Expresión da probabilidade anterior e identificar as probabilidades da fórmula:

$P\left(C/A\right) = \frac{P(C\cap A)}{P(A)} = \frac{0'4\cdot 0'65}{1-0'2}$ **0´50 puntos**.

– Resultado final:

$P\left(C/A\right) = 0'325$ **0´25 puntos**.



No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

1 punto pola árbora ben feita e despois

(*a*) Formular a probabilidade pedida **0´25 puntos**
Resultado final **0´25 puntos**

(*b*) Formular a probabilidade pedida **0´25 puntos**
Resultado final **0´25 puntos**

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Certa enfermidade parece afectar máis aos homes. Un estudo realizado nun hospital establece un intervalo do 95´44% de confianza, (0´58, 0´62), para a proporción de homes con esa enfermidade.

(a) **0´50 puntos**. *¿Cal é a proporción mostral observada de homes con esa enfermidade, segundo o devandito estudo?*

Definimos $\hat{p}$: *proporción mostral de homes con esa enfermidade, en mostras de tamaño n*

– Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a proporción poboacional *p* e cálculo do valor observado da proporción mostral $\hat{p}$:

$$\left\{\begin{array}{l} \hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0´58 \\ \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0´62 \end{array}\right. \Rightarrow \hat{p} = \frac{0´58 + 0´62}{2} = 0´6 \quad \textbf{0´50 puntos}.$$

(b) **1´50 puntos**. *¿Cal é o tamaño de mostra que se utilizou nese estudo?*

– Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde:

$$z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{0´6 \cdot 0´4}{n}} = 0´02 \quad \textbf{0´50 puntos}.$$

– Cálculo de $z_{\alpha/2}$:

$$1 - \alpha = 0´9544 \Rightarrow \alpha = 0´0456 \Rightarrow \alpha/2 = 0´0228$$

$$z_{\alpha/2} = z_{0´0228} \underbrace{=}_{\text{nas táboas é o punto que deixa á súa esquerda unha área de } 0´9772} 2 \quad \textbf{0´25 puntos}.$$

– Cálculo de *n*:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{0´6 \cdot 0´4}{n}} = 0´02 \Rightarrow n = \frac{0´6 \cdot 0´4}{0´01^2} = 2400 \quad \textbf{0´50 puntos}.$$

– Expresión dese valor de *n* no contexto do exercicio:

“ *Nese estudo, utilizouse unha mostra de 2400 homes*” **0´25 puntos**.