

## MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

*(Responde soamente aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)*

### OPCIÓN A

1. Dadas as matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  e  $C = \begin{pmatrix} 0 & c \\ 0 & -c \end{pmatrix}$

Calcula as matrices  $B - C$  e  $A \cdot B$ . Calcula os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  que verifican  $B - C = A \cdot B$

2. Dada a función  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ ,

**a)** Calcula a primitiva  $F$  de  $f$  verificando que  $F(2) = 1$ . **b)** Estuda o crecemento e decrecemento e representa graficamente a función  $f$ .

**c)** Calcula a área limitada pola curva  $f(x)$  e o eixe  $X$  entre  $x = 0$  e  $x = 2$ .

3. O peso (en gramos) das empanadas que saen dun forno segue unha distribución normal cunha desviación típica de 120 gramos. Se se estableceu o intervalo (1499,9; 1539,1) como intervalo de confianza para a media a partir dunha mostra de 144 empanadas **a)** cal é o valor da media mostral?, con que nivel de confianza se construíu o intervalo? **b)** Cantas empanadas, como mínimo, deberíamos pesar para que o nivel de confianza do intervalo anterior sexa do 99%?

4. Nunha empresa, o 20% dos traballadores son maiores de 30 anos, o 8% desempeña algún posto directivo e o 6% é maior de 30 anos e desempeña algún posto directivo. **a)** Que porcentaxe dos traballadores ten máis de 30 anos e non desempeña ningún cargo directivo? **b)** Que porcentaxe dos traballadores non é directivo nin maior de 30 anos? **c)** Se a empresa ten 100 traballadores, cantos son directivos e non teñen máis de 30 anos?

### OPCIÓN B

1. Unha pastelería fai con fariña e nata dous tipos de biscoitos: suave e duro. Dispón de 160 quilogramos de fariña e 100 quilogramos de nata. Para fabricar un biscoito suave necesita 250 gramos de fariña e 250 gramos de nata e para fabricar un biscoito duro necesita 400 gramos de fariña e 100 gramos de nata. Ademais o número de biscoitos suaves fabricados debe exceder ao menos en 100 unidades o número de biscoitos duros. Se os biscoitos suaves se venden a 6 € e os biscoitos duros a 4,5€

**a)** Formula un problema que controle a fabricación de biscoitos maximizando as vendas. **b)** Representa a rexión factible. **c)** Que cantidade se debe fabricar de cada tipo para maximizar ditas vendas? A canto ascenden?

2. O salario diario dun mozo durante os cinco primeiros anos en determinada empresa axústase á seguinte función, onde  $t$  representa o tempo, en anos, que leva contratado:

$$S(t) = \begin{cases} 35 & \text{se } 0 \leq t < 1, \\ 25 + 10t & \text{se } 1 \leq t < 2, \\ -0.5t^2 + 4t + 39 & \text{se } 2 \leq t \leq 5 \end{cases}$$

**a)** Estuda o crecemento e decrecemento da función salario e represéntaa. **b)** En que momento tivo un salario máximo? E mínimo? Calcula ditos salarios.

3. O 30 % das estudantes dun instituto practica baloncesto. De entre as que practican baloncesto, o 40 % practica ademais tenis. De entre as que non practican baloncesto, un cuarto practica tenis. Elixida unha estudante dese instituto ao azar, **a)** Cal é a probabilidade de que practique ambos os deportes? **b)** Cal é a probabilidade de que practique tenis? **c)** Son independentes os sucesos “practicar tenis” e “practicar baloncesto”?

4. Un consumidor cre que o peso medio dun produto é distinto do que indica o envase. Para estudar este feito, o consumidor toma unha mostra aleatoria simple de 100 produtos nos que se observou un peso medio de 245 g. Suponse ademais que o peso do produto por envase segue unha distribución normal con desviación típica 9 g.

**a)** Constrúe un intervalo de confianza para o peso medio dese produto ao 95 % de confianza.

**b)** Cal sería o tamaño muestral mínimo necesario para estimar o verdadeiro peso medio a partir da media mostral cun erro de estimación máximo de 2 g e un nivel de confianza do 90 %?

## **MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II**

*(Responde soamente os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)*

### **OPCIÓN A**

1. As vendas de tres produtos P1, P2 e P3, relacionados entre si, dá lugar ao seguinte sistema de ecuacións lineais  $x+y+z=6$ ;  $x+y-z=0$ ;  $2x-y+z=3$ , sendo  $x, y, z$  as vendas dos produtos P1, P2 e P3 respectivamente

**a)** Expresa o sistema en forma matricial  $AX = B$ . **b)** Calcula a matriz inversa de A, sendo A a matriz cadrada de orde 3 dos coeficientes. **c)** Calcula as vendas  $x, y, z$  para eses tres produtos.

2. Un novo produto ten unha demanda en miles de unidades que responde aproximadamente á función  $N(t) = 5 + 20t/(1 + t^2)$ ,  $t \geq 0$  en meses.

**a)** Estuda o crecemento e decrecemento da demanda. Calcula a demanda máxima e o momento no que se alcanza. **b)** Avalía a tendencia a longo prazo e representa a función. **c)** Despois do máximo, baixaría a demanda de 11.000 unidades? Cando?

3. Nunha empresa, o 30 % dos empregados son mulleres e o 70 % restante son homes. Das mulleres, o 80 % teñen contrato indefinido, mentres que do grupo dos homes, só o 70 % ten ese tipo de contrato. **a)** Calcula a porcentaxe de persoas da devandita empresa que ten contrato indefinido. **b)** Se un empregado ten contrato indefinido obtén a probabilidade de que sexa muller. **c)** ¿Son independentes os sucesos “ser home” e “ter contrato indefinido”?

4. Nun estanque deséxase estimar a porcentaxe de peixes dourados. Para iso, tómase unha mostra aleatoria de 700 peixes e atópase que exactamente 70 deles son dourados.

**a)** Acha, cun nivel de confianza do 99 %, un intervalo para estimar a proporción de peixes dourados no estanque **b)** No intervalo anterior, canto vale o erro de estimación? **c)** Considerando dita mostra, que lle ocorrería ao erro de estimación se aumentase o nivel de confianza? Xustifica a resposta.

### **OPCIÓN B**

1. Un centro comercial ten en existencias 750 reprodutores de DVD no almacén A e outros 600 no almacén B. Se se quere ter polo menos 900 reprodutores en tenda e que os do almacén A non excedan o triplo dos de B:

**a)** Formula o problema e representa graficamente o conxunto de solucións. Poderíanse enviar 400 unidades desde cada almacén? **b)** Se os custos unitarios de envío son 0,30 euros por unidade para o almacén A e 0,25 euros por unidade para o almacén B, cantas unidades se deben enviar desde cada almacén para minimizar o custo de transporte? A canto ascendería o devandito custo?

2. Un ximnasio abre ao público a principios de 2008, a función  $G(t) = \begin{cases} 10(5t - t^2) & \text{se } 0 \leq t \leq 4 \\ 80 - 10t & \text{se } 4 < t \leq 10 \end{cases}$

indica como evolucionaron as súas ganancias (en miles de euros) en función do tempo  $t$  (en anos) transcorrido desde a súa apertura, correspondendo  $t = 0$  a principios de 2008.

**a)** Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución das súas ganancias

**b)** A canto ascenderon as ganancias máximas? En que ano se obtiveron?

**c)** Representa a gráfica da función  $G(t)$ . Nalgún ano logo da súa apertura non se obtiveron ganancias? A partir dalgún ano deixou de ser rendible o ximnasio? Cando?

3. Nunha poboación de cada 200 consumidores dunha bebida isotónica 60 consumen a marca A, 50 a marca B e o resto a marca C. Ademais, o 30% de consumidores de A, o 20% de consumidores de B e o 40% de consumidores de C son mozos. **a)** Selecciónase ao azar un consumidor de dita bebida nesa poboación, cal é a probabilidade de que sexa mozo? **b)** Se se seleccionou un mozo acha a probabilidade de que consuma a marca B. **c)** Son independentes os sucesos “ser mozo” e “consumir a marca A”?

4. Nunha empresa quérese racionalizar o gasto en teléfono móbil dos seus axentes comerciais. Para iso faise un estudo sobre unha mostra dos devanditos axentes e obtense: “cunha confianza do 95%, a media do gasto mensual en teléfono móbil está entre 199,71 e 220,29 euros”. Supoñendo que o gasto en teléfono móbil é unha variable normal **a)** Calcula o gasto medio mostral e o erro cometido na estimación. **b)** Se a desviación típica é de 42 euros, que tamaño ten a mostra?

**ABAU**  
**CONVOCATORIA DE XUÑO**  
**Ano 2018**  
**CRITERIOS DE AVALIACIÓN**  
**MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II**  
**(Cód. 40)**

**OPCIÓN A**

**1) a) 1,25 puntos**

- 0,5 puntos pola obtención da matriz B-C
- 0,75 puntos pola obtención da matriz A-B

**b) 1,75 puntos**

- 0,75 puntos por formular sistema
- 1 punto resolver

**2) a) 1 punto**

**b) 1 punto**

- 0,5 puntos estudo crecemento e decrecemento
- 0,5 puntos pola representación gráfica

**c) 1 punto**

- 0,5 puntos por formular a integral
- 0,25 puntos por resolver a integral
- 0,25 puntos substituir

**3) a) 1 punto**

- 0,5 puntos calcular media mostral
- 0,5 puntos calcular nivel de confianza

**b) 1 punto**

- 0,5 puntos formular
- 0,5 puntos resolver

**4) a) 0,75 puntos**

**b) 0,5 puntos**

**c) 0,75 puntos**

## OPCIÓN B

1) a) 1 punto

b) 1,25 puntos

- 0,75 puntos cálculo vértices
- 0,5 representar

c) 0,75 puntos

2) a) 1,5 puntos:

- 0,25 puntos estudio da función en (0,1)
- 0,25 puntos estudio da función en (1,2)
- 0,5 puntos estudio da función en (2,5)
- 0,5 representación gráfica

b) 1,5 puntos:

- 0,5 puntos cálculo do máximo
- 0,5 puntos cálculo do mínimo
- 0,5 valores

3) a) 0,75 puntos

b) 0,75 puntos

c) 0,5 puntos

4) a) 1 punto

b) 1 punto

**ABAU**  
**CONVOCATORIA DE SETEMBRO**  
**Ano 2018**  
**CRITERIOS DE AVALIACIÓN**  
**MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS**  
**(Cód. 40)**

**OPCIÓN A**

1) a) 0,75 puntos

b) 1,25 puntos

c) 1 punto

2) a) 1 punto

- 0,5 puntos estudo crecemento e decrecemento
- 0,5 puntos demanda máxima e momento en que se alcanza

b) 1 punto

- 0,25 tendencia
- 0,75 representación

c) 1 punto

- 0,5 formular
- 0,5 resolver

3) a) 0,5 puntos

b) 0,75 puntos

c) 0,75 puntos

4) a) 1 punto

b) 0,5 puntos

c) 0,5 puntos

## OPCIÓN B

**1) a) 2 puntos**

- 0,5 formular problema
- 0,75 cálculo vértices
- 0,5 representar R F
- 0,25

**b) 1 punto**

**2) a) 0,75 puntos**

- 0,25 puntos estudio da función en  $[0,4]$
- 0,25 puntos estudio da función en  $[4,10]$
- 0,25 xustificar resposta

**b) 0,5 puntos**

**c) 1,75 puntos**

- **0,75** representar función
- **0,5**
- **0,5**

**3) a) 0,5 puntos**

**b) 0,75 puntos**

**c) 0,75 puntos**

**4) a) 1 punto**

**b) 1 punto**

# Exemplos de resposta / Solucións

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

### Exercicio 1:

$$B - C = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & c \\ 0 & -c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & 1-c \\ 0 & -1+c \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Entonces,

$$b=b$$

$$1-c=1-a \Rightarrow a=c$$

$$-1+c=1 \Rightarrow c=2; a=2$$

**Solución: a=2; b calquera número real; c=2**

### Exercicio 2:

$$\text{a) } F(x) = \int f(x)dx = \int (x^3 - 3x^2 + 2x)dx = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 + C$$

$$\text{Como } F(2)=1 = \frac{2^4}{4} - 2^3 + 2^2 + C \Rightarrow C = 1$$

$$\text{E po lo tanto a primitiva } F \text{ de } f \text{ será } F(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 + 1$$

**b) Dominio de f: todo  $\mathbb{R}$**

Puntos corte eixes: OY en (0,0)

$$\text{OX: } x^3 - 3x^2 + 2x = 0 = x(x^2 - 3x + 2)$$

$$\begin{array}{l} \nearrow x=0 \\ \searrow x = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{array}{l} \nearrow 2 \\ \searrow 1 \end{array} \end{array}$$

Corta a OX en (0,0), (0,1) e (0,2)

# Exemplos de resposta / Soluciones

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2; f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = \begin{cases} 1 + \sqrt{3}/3 \cong 1,58 \\ 1 - \sqrt{3}/3 \cong 0,42 \end{cases}$$

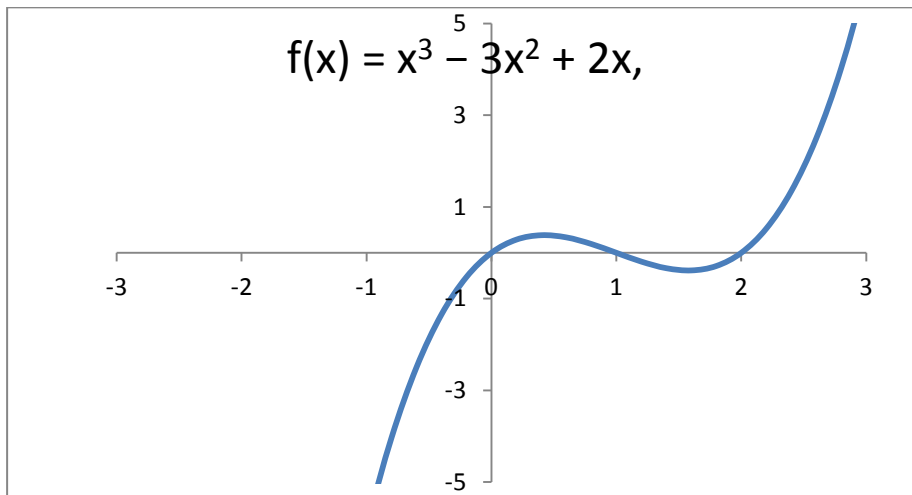
En  $(-\infty, 1 - \frac{\sqrt{3}}{3})$ ,  $f'(x) > 0 \Rightarrow f$  crecente

En  $(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{3})$ ,  $f'(x) < 0 \Rightarrow f$  decrecente

En  $(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ ,  $f'(x) > 0 \Rightarrow f$  crecente

$1 - \sqrt{3}/3 \cong 0,42 \rightarrow$  máximo relativo

$1 + \sqrt{3}/3 \cong 1,58 \rightarrow$  mínimo relativo



$$\text{Área} = \left| \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx \right| + \left| \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx \right|$$

Aplicamos a regra de Barrow:

$$\text{Área} = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx + \int_1^2 (-x^3 + 3x^2 - 2x) dx = \left[ \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right]_0^1 + \left[ -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 \right]_1^2 =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ u}^2$$



# Exemplos de resposta / Soluciones

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

### Exercicio 3:

$$\text{Peso} = X \sim N(\mu, \sigma=120)$$

Intervalo de Confianza para  $\mu$  (1499,9; 1539,1)

$$n = 144$$

$$\text{a) Sabemos que } L_1 = 1499,9 = \bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \quad L_2 = 1539,1 = \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Entón } \bar{x} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{1499,9 + 1539,1}{2} = \frac{3039}{2} = 1519,5 \text{ grs, media mostral}$$

Para calcular o n. c (1 -  $\alpha$ )

$$\bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1539,1 \Rightarrow 1519,5 + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{120}{\sqrt{144}} = 1539,1$$

$$10Z_{\alpha/2} = 19,6 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$\left(1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow \alpha = 0,05\right) \rightarrow \text{n.c } 95\%$$

b) para calcular n

$$\text{como n. c } 1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow \alpha = 0,01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,005 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,995 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 2,575$$

$$\bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1539,1 \Rightarrow 1519,5 + 2,575 \cdot \frac{120}{\sqrt{n}} = 1539,1$$

$$2,575 + \frac{120}{\sqrt{n}} = 19,6 \Rightarrow n = \frac{120^2 \times 2,575^2}{19,6^2} = 248,54$$

$n \geq 249 \rightarrow$  Deberíamos pesar **ao menos 249 empanadas**

# Exemplos de resposta / Solucións

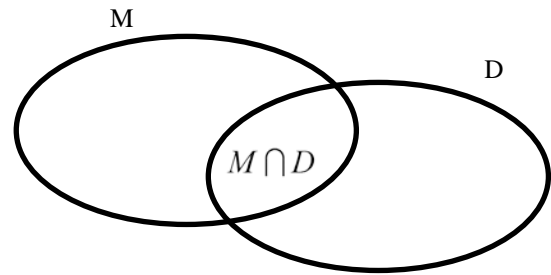
## CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

### Exercicio 4:

Sucesos: M = "maior de 30 anos"

D = "desempeña posto directivo"

Datos  $P(M) = 0,2$ ;  $P(D) = 0,08$ ;  $P(M \cap D) = 0,06$



a)  $P(M \cap \bar{D}) = P(M) - P(M \cap D) = 0,2 - 0,06 = 0,14 \rightarrow 14\%$

**O 14% dos traballadores teñen mais de 30 anos e non desempeñan postos directivos.**

b)  $P(\bar{D} \cap \bar{M}) = P(\overline{D \cup M}) = 1 - P(D \cup M) = 1 - [P(D) + P(M) - P(D \cap M)] =$   
 $= 1 - [0,2 + 0,08 - 0,06] = 0,78 .$

**O 78% dos traballadores non son directivos nin maiores de 30 anos**

c)  $P(D \cap \bar{M}) = P(D) - P(D \cap M) = 0,08 - 0,06 = 0,02 \Rightarrow 2\%$

$100 \times \frac{2}{100} = 2 \rightarrow$  Dos 100 traballadores, **2 son directivos e non teñen mais de 30 anos**

Ou tamén a través de unha táboa:

	M	$\bar{M}$	
D	6	2	8
$\bar{D}$	14	78	92
	20	80	100

$P(M \cap \bar{D}) = \frac{14}{100} \rightarrow 14\%$

$P(\bar{D} \cap \bar{M}) = \frac{78}{100} \rightarrow 78\%$

$P(D \cap \bar{M}) = \frac{2}{100} \rightarrow 2\% (2\% \text{ de } 100) = 2 \text{ persoas}$

# Exemplos de resposta / Soluções

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

### Exercicio 1:

$x$  = nº biscoitos tipo suave

$y$  = nº biscoitos tipo duro

$$250 \text{ gr} = \frac{1}{4} \text{ Kg} = 0,25$$

a) Función obxectivo **Máx  $f(x, y) = 6x + 4,5y$**  s.a

$$\left. \begin{array}{l} 0,25x + 0,40y \leq 160 \\ 0,25x + 0,10y \leq 100 \\ x \geq y + 100 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5x + 8y \leq 3200 \\ 5x + 2y \leq 2000 \\ x - y \geq 100 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right.$$

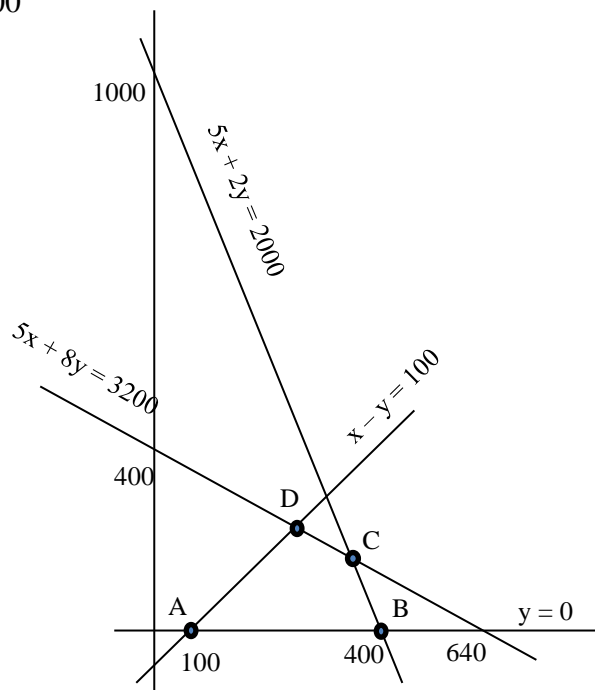
b) Vértices

$$\text{A: } \left. \begin{array}{l} y = 0 \\ x - y = 100 \end{array} \right\} \text{A}(100, 0)$$

$$\text{B: } \left. \begin{array}{l} y = 0 \\ 5x + 2y = 2000 \end{array} \right\} \text{B}(400, 0)$$

$$\text{C: } \left. \begin{array}{l} 5x + 8y = 3200 \\ 5x + 2y = 2000 \end{array} \right\} \text{C}(320, 200)$$

$$\text{D: } \left. \begin{array}{l} x - y = 100 \\ 5x + 8y = 3200 \end{array} \right\} \text{D}\left(\frac{4000}{13}, \frac{2700}{13}\right)$$



c) Avaliamos a función obxectivo nos vértices

$$f(\text{A}) = 600$$

$$f(\text{B}) = 2400$$

$$f(\text{C}) = 6 \times 320 + 4,5 \times 200 = \mathbf{2820} \rightarrow \text{Máximo, solución óptima}$$

$$f(\text{D}) = \frac{36150}{13} = 2780,77$$

Debe fabricar **320 biscoitos suaves** e **200 duros** para maximizar as vendas.

**As vendas ascenden a 2820 €**

# Exemplos de resposta / Solucións

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

### Exercicio 2:

a) Estudamos o crecemento e decrecemento da función salario:

En  $(0, 1) \rightarrow S'(t) = 0 \Rightarrow S(t)$  constante en  $(0, 1)$

En  $(1, 2) \rightarrow S(t) = 25 + 10t$

$S'(t) = 10 > 0 \Rightarrow S(t)$  crecente en  $(1, 2)$

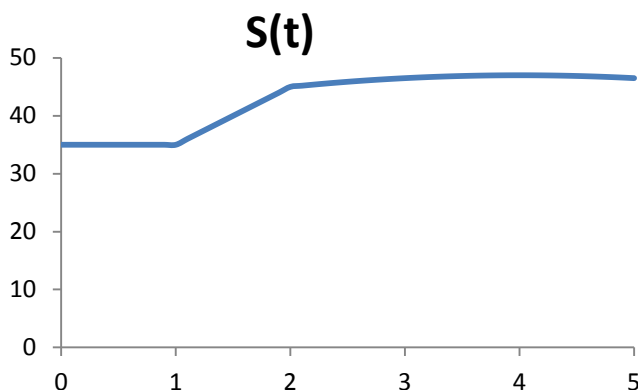
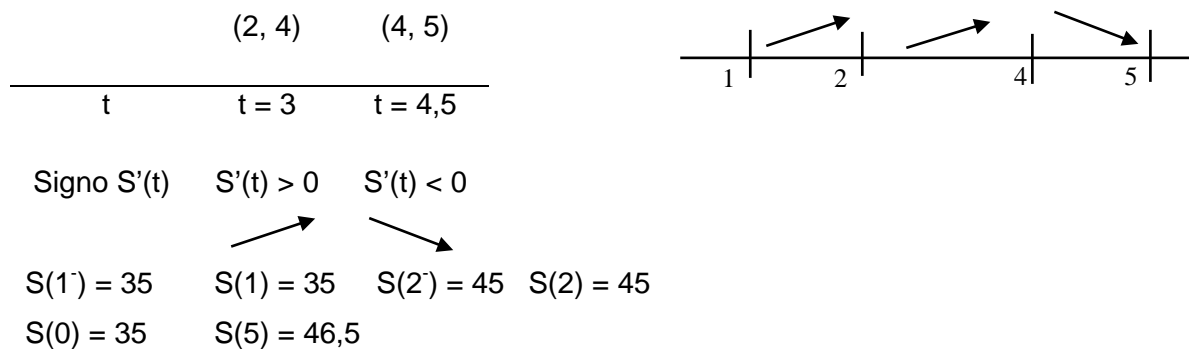
En  $(2, 5) \rightarrow S(t) = -0,5 t^2 + 4t + 39$

$S'(t) = -t + 4 \rightarrow S'(t) = 0 \Rightarrow t = 4$

$(2, 4) S'(t) > 0 \Rightarrow S(t)$  crecente

$(4, 5) S'(t) < 0 \Rightarrow S(t)$  decrecente

$t_0 = 4$  máximo relativo;  $S(4) = 47$



b) En  $t = 4$ ,  $S(4)$  máx. **O salario máximo alcanzouse despois de 4 anos ascendendo a 47 “unidades monetarias” ( u. m) diarias.**

**O salario mínimo** tívoo desde o comezo ata transcorrido 1 ano (**todo o primeiro ano**) e o seu valor **35 u.m.**

# Exemplos de resposta / Soluciones

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

### Exercicio 3:

Sucesos: B = "practicar baloncesto"

T = "practicar tenis"

$$P(B) = 0,3 \quad P(T|B) = 0,4 \quad P(T|\bar{B}) = \frac{1}{4} = 0,25$$

a)  $P(B \cap T) = P(B) \times P(T|B) = 0,3 \times 0,4 = \mathbf{0,12}$

$$P(T|B) = \frac{P(T \cap B)}{P(B)} \quad P(\bar{B}) = 1 - P(B)$$

b)  $P(T) = P(T|B) \times P(B) + P(T|\bar{B}) \times P(\bar{B}) = 0,4 \times 0,3 + 0,25 \times 0,7 = 0,12 + 0,175 = \mathbf{0,295}$

c) B y T independientes se  $P(B \cap T) = P(B) \times P(T)$

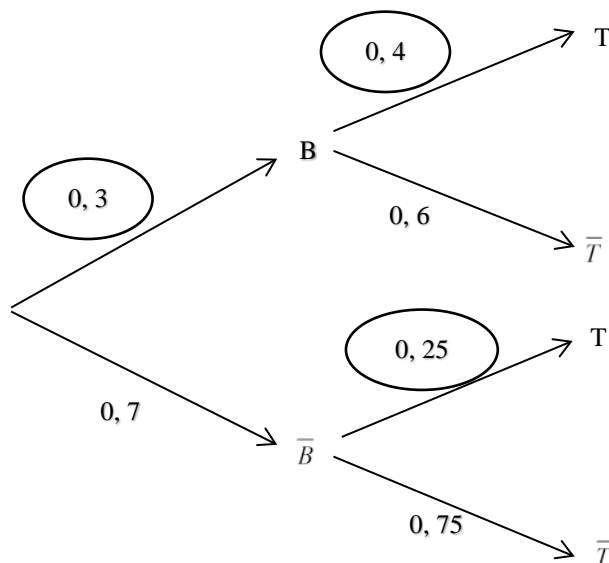
$$P(B \cap T) = 0,12$$

$$P(B) \times P(T) = 0,3 \times 0,295 = 0,0885$$

$P(B \cap T) \neq P(B) \times P(T)$  por o tanto "practicar tenis" e "practicar baloncesto" non son sucesos independentes.

(Ou ben vendo que  $P(T) \neq P(T|B)$ )

- Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore



# Exemplos de resposta / Soluciones

## CONVOCATORIA DE XUÑO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

### Exercicio 4:

$X =$  peso produto por envase  $X \sim N(\mu, \sigma = 9)$

$$n = 100; \bar{x} = 245$$

a) o intervalo de confianza para  $\mu$  e da forma:  $(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})_{1-\alpha}$

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$L_1 = 245 - 1,96 \times \frac{9}{\sqrt{100}} = 245 - 1,764 = 243,236$$

$$L_2 = 245 + 1,96 \times \frac{9}{\sqrt{100}} = 245 + 1,764 = 246,764$$

**O intervalo pedido e (243,236 , 246,764)<sub>95%</sub>**

b) Calculamos  $n$ , tamaño de mostra, a un  $n$ , c 90% cun erro máximo de 2 g

$$\text{erro} = e = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 2$$

$$1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$$

$$1,645 \cdot \frac{9}{\sqrt{n}} \leq 2 \Rightarrow \sqrt{n} \geq \frac{1,645 \times 9}{2} \Rightarrow n \geq \frac{1,645^2 \times 9^2}{2^2} = 54,797 \Rightarrow n \geq 55$$

Necesitaríase un **tamaño de mostra de ao menos 55** produtos.

# Exemplos de resposta / Soluções

## CONVOCATORIA DE SETEMBRO 2018 MATEMÁTICAS APLICADAS CIÊNCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

### Exercicio 1:

$x = \text{Vendas } P_1$

$y = \text{Vendas } P_2$

$z = \text{Vendas } P_3$

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$A \quad X \quad B$

b)

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} (A^*)^t; \det(A) = (1 - 1 - 2 - 2 - 1 - 1) = -6$$

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 \\ -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}; (A^*)^t = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -3 & -1 & 2 \\ -3 & 3 & 0 \end{pmatrix}; A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

$$A \cdot X = B \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{matrix}$$

**Vendas de  $P_1 = 1$ ; Vendas de  $P_2 = 2$ ; Vendas de  $P_3 = 3$**

$$\text{Ou resolvendo o sistema } \left. \begin{matrix} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 3 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} 2(x + y) = 6 \\ 3x = 3 \Rightarrow x = 1; y = 2 \\ z = 3 \end{matrix}$$

$\Rightarrow$  **Solución  $x = 1, y = 2, z = 3$**

# Exemplos de resposta / Soluções

CONVOCATORIA DE SETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIÊNCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCION B

**Exercício 2:**

$$N(t) = 5 + \frac{20t}{1+t^2}, t \geq 0 \text{ (t meses)}$$

$$a) N'(t) = \frac{20(1+t^2) - 2t(20t)}{(1+t^2)^2} = \frac{20+20t^2-40t^2}{(1+t^2)^2} = \frac{20-20t^2}{(1+t^2)^2} = \frac{20(1-t^2)}{(1+t^2)^2} = 0 \Leftrightarrow$$

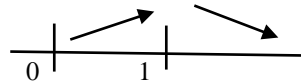
$$20(1-t^2) = 0 \Leftrightarrow 1-t^2 = (1-t)(1+t) = 0 \Leftrightarrow t = \begin{cases} 1 \\ -1(\text{NonVale}) \end{cases}$$

$t = 1$  ponto crítico

$(0, 1) N'(t) > 0 \Rightarrow N$  crescente

$(1, \infty) N'(t) < 0 \Rightarrow N$  decrescente

	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
$t$	$t = 0,5$	$t = 2$



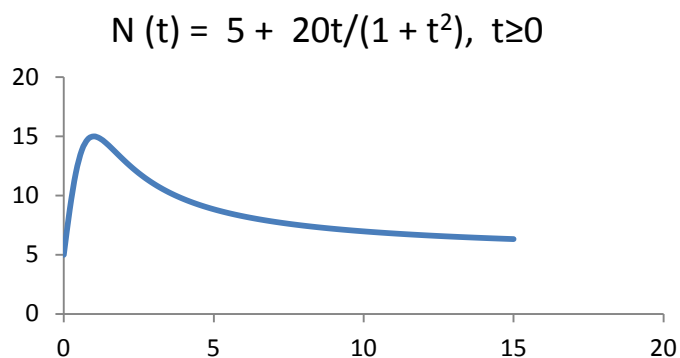
Signo $N'(t)$	$N'(t) > 0$	$N'(t) < 0$
---------------	-------------	-------------

En  $t = 1$  hai un máximo de  $N(t)$

$$\text{Máx } N(t) = 5 + \frac{20}{2} = 15; \text{ "15.000 unidades de demanda máxima no mes 1"}$$

$$b) \lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 5 + \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{20t}{1+t^2} = 5 \text{ As vendas tenden a 5.000 unidades}$$

$$N(0) = 5 \quad N(1) = 15$$





# Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

## MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

c) Máx  $N(t)$  en  $t = 1$

Cando e  $N(t) \leq 11$ ,  $t > 1$ ?

$$5 + \frac{20t}{1+t^2} = 11 \Rightarrow \frac{20t}{1+t^2} = 6 \Rightarrow 20t - 6 - 6t^2 = 0 \Rightarrow 3t^2 - 10t + 3 = 0$$

$$t = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \begin{cases} 3 & \text{Baixaría de 11.000 no mes 3} \\ 1/3 & \text{(Non vale (1/3 < 1))} \end{cases}$$

### Exercicio 3:

Sexan os sucesos

CI “ter contrato indefinido”

H “ser home”

M “ser muller”

	CI	$\overline{CI}$	
H	49	21	70%
M	24	6	30%
	73	27	100

$$a) P(CI) = \frac{49}{100} + \frac{24}{100} \Rightarrow 73\%$$

$$b) P(M | CI) = \frac{P(M \cap CI)}{P(CI)} = \frac{24/100}{73/100} = \frac{24}{73} = 0,32877$$

c) Son independentes os sucesos CI e H se

$$P(H \cap CI) = P(H) \times P(CI)$$

$$P(H \cap CI) = P(H) \times P(CI | H) = 0,7 \times 0,7 = 0,49$$

$$P(H) = 0,7; P(CI) = 0,73; P(H) \times P(CI) = 0,511$$

$$P(H \cap CI) = 0,49 \neq P(H) \times P(CI) = 0,511$$

Os sucesos “ser home” e “ter contrato indefinido” NON SON independentes.

# Exemplos de resposta / Soluções

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

**Exercicio 4:**

p = proporción peixes dourados

$$n = 700; \hat{p} = \frac{70}{700} = 0,1$$

$$\text{a) IC para p: } (\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$$

$$1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow \alpha = 0,01 \Rightarrow \alpha/2 = 0,005 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,995$$

$$z_{\alpha/2} = 2,575 \begin{cases} 2,57 \\ 2,58 \end{cases}$$

$$L_1 = 0,1 - 2,575 \sqrt{\frac{0,1 \times 0,9}{700}} = 0,1 - 2,575 \times 0,011339 = 0,0708$$

$$L_2 = 0,1 + 2,575 \times 0,011339 = 0,1292$$

O intervalo de confianza para a proporción e  $IC(0,0708, 0,1292)$   
7,07% 12,92%

**A un nivel de confianza do 99% a proporción de peixes dourados estará entre 7,07% e 12,92%**

$$\text{b) } e = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2,575 \times 0,011339 = 0,0292 \rightarrow e = 2,92\%$$

$$\text{c) n.c.} = 1 - \alpha = 0,99 \Rightarrow z_{\alpha/2} > 2,575 \Rightarrow e = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \text{ aumenta.}$$

(Ou ben calculando de novo o valor do erro)

# Exemplos de resposta / Soluções

CONVOCATORIA DE SETEMBRO 2018

## MATEMÁTICAS APLICADAS CIÊNCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

### Exercicio 1:

$x = n^{\circ}$  reprodutores de A.

$y = n^{\circ}$  reprodutores de B.

a) Formulación problema

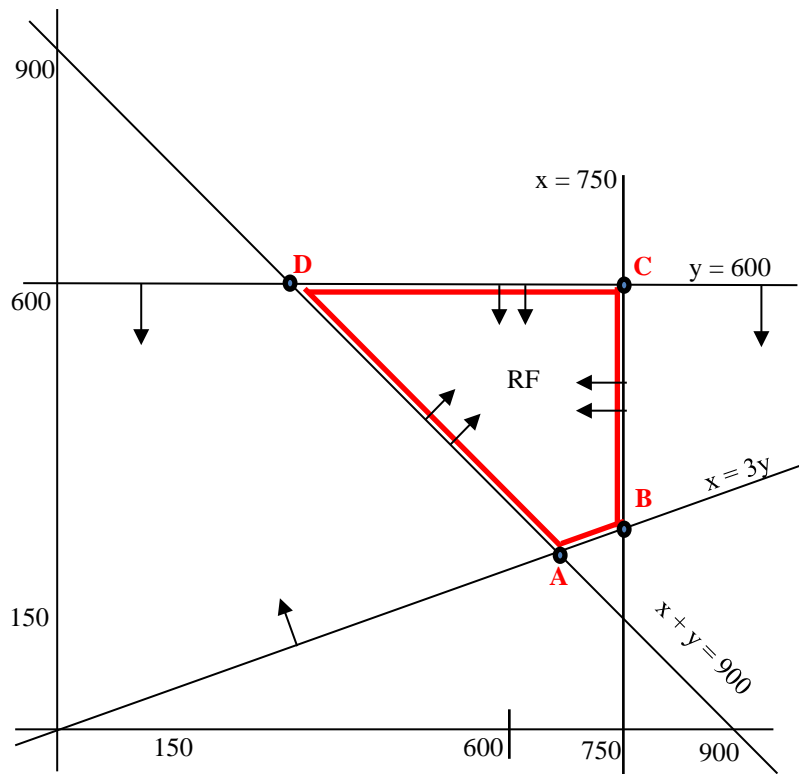
$$x \leq 750$$

$$x \leq 600$$

$$x + y \geq 900$$

$$x \leq 3y$$

$$x \geq 0; y \geq 0$$



Vértices:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 900 \\ x = 3y \end{array} \right\} A (675, 225) \quad \left. \begin{array}{l} x = 750 \\ y = 600 \end{array} \right\} C (750, 600)$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 3y \\ x = 750 \end{array} \right\} B (750, 250) \quad \left. \begin{array}{l} x + y = 900 \\ y = 600 \end{array} \right\} D (300, 600)$$

$x = 400, y = 400; (400, 400) \notin \text{RF}$

$x + y = 400 + 400 = 800$  (non é maior que 900)

**Non se poderían enviar 400 unidades desde cada almacén**

b) Optimización:  $\text{Min } f(x, y) = 0,30x + 0,25y$

$$f(A) = 0,30 \times 675 + 0,25 \times 225 = 258,75$$

$$f(B) = 0,30 \times 750 + 0,25 \times 250 = 287,5$$

$$f(C) = 0,30 \times 750 + 0,25 \times 600 = 375$$

$$f(D) = 0,30 \times 300 + 0,25 \times 600 = 240 \rightarrow \text{SOLUCIÓN ÓPTIMA}$$

Deberían enviarse 300 unidades do almacén A e 600 do B.

**O custo ascende a 240 €**

# Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

**Exercicio 2:**

$$G(t) = \begin{cases} 10(5t - t^2) & \text{se } 0 \leq t \leq 4 \\ 80 - 10t & \text{se } 4 < t \leq 10 \end{cases}$$

a) Estudiamos  $G'(t)$

No intervalo  $(0, 4)$   $G'(t) = 10(5 - 2t) = 0 \Leftrightarrow 5 = 2t \Leftrightarrow t = 2,5$  pto. Crítico

	$(0, 2,5)$	$(2,5, 4)$	
<hr/>	<hr/>	<hr/>	
t	t = 1	t = 3	
Signo $G'(t)$	$G'(t) > 0$	$G'(t) < 0$	

No intervalo  $(4, 10)$   $G'(t) = -10t < 0, \forall t \in (4, 10) \Rightarrow G$  decrecente en  $(4, 10)$

$G(t)$  é crecente en  $(0, 2,5)$

$G(t)$  é decrecente en  $(2,5, 4)$  e en  $(4, 10)$

**“Desde a súa apertura, a principios de 2008, ata a metade de 2010 produciuse un aumento de ganancias”**

**“Desde mediados de 2010 ata principios de 2018 hai diminución de ganancias”**

b) En  $t = 2,5$   $G(2,5)$  máximo  $G(2,5) = 62,5$

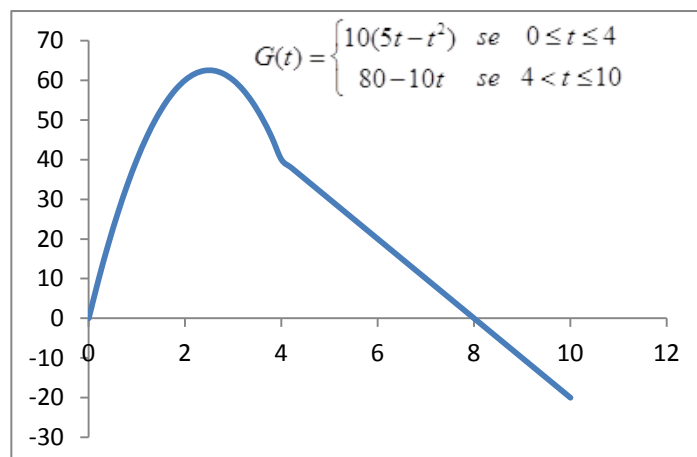
**Ganancias máximas 62.500 € a mediados de 2010**

c) Gráfica  $G(t)$

$$G(0) = 0 \quad (0, 0)$$

$$G(4) = 40 \quad (4, 40)$$

$$G(4^+) = 40; \quad G(10) = -20 \quad (10, -20)$$



# Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

→ ¿En algún ano non houbo ganancias?

$$\text{En } (0,4) \quad G(t) = 0 \text{ si } 10(5t - t^2) \Leftrightarrow 10t(5 - t) = 0 \begin{cases} t = 0 \rightarrow (\text{NonVale}) \\ t = 5 \rightarrow (\text{NonVale}) \end{cases}$$

En (4,10)  $G(t) = 0$  si  $80 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 8$ , en 2016 non houbo ganancias

→ ¿A partir de algún ano deixa de ser rentable?

$$G(t) < 0 \Leftrightarrow 80 - 10t < 0 \Leftrightarrow t > 8$$

“Deixou de ser rentable a partir de 2016 ata principios de 2018” (pode verse tamén na gráfica).

### Exercicio 3:

Sexan os sucesos M: Mozo e A, B, C marcas respectivas

	A	B	C	
M	18	10	36	64
$\overline{M}$	42	40	54	136
	60	50	90	200

$$\text{a) } P(M) = \frac{64}{200} = 0,32$$

$$\text{b) } P(B | M) = \frac{P(B \cap M)}{P(M)} = \frac{10}{64} = 0,15625$$

$$P(A) = \frac{60}{200} = 0,3 \quad P(M | A) = 0,3$$

$$P(B) = \frac{50}{200} = 0,25 \quad P(M | B) = 0,2$$

$$P(C) = \frac{90}{200} = 0,45 \quad P(M | C) = 0,4$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(M) &= P(M | A) \times P(A) + P(M | B) \times P(B) + P(M | C) \times P(C) = \\ &= 0,3 \times 0,3 + 0,2 \times 0,25 + 0,4 \times 0,45 = 0,09 + 0,05 + 0,18 = 0,32 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(B | M) = \frac{P(B \cap M)}{P(M)} = \frac{P(B) \times P(M | B)}{P(M)} = \frac{0,2 \times 0,25}{0,32} = 0,15625$$

# Exemplos de resposta / Soluções

CONVOCATORIA DE SETEMBRO 2018

## MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

c) Son M e A sucesos independientes?

$$A \text{ e } M \text{ independientes} \begin{cases} P(A \cap M) = P(A) \times P(M) \\ \text{ou} & P(M|A) = P(M) \\ \text{ou} & P(A|M) = P(A) \end{cases}$$

$$P(A \cap M) = P(A) \times P(M|A) = 0,3 \times 0,3 = 0,09$$

$$P(M) = 0,32; \quad P(A) = 0,3 \quad P(A \cap M) \neq P(A) \times P(M)$$

**Os sucesos M e A no son independentes**

**Exercicio 4:**

$$I.C \text{ para } \mu = \text{gasto medio: } (199,71, 220,29)_{95\%} = \left( \hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$a) \quad \hat{\mu} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{199,71 + 220,29}{2} = \mathbf{210 \text{ € gasto medio}}$$

$$e = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = L_2 - \hat{\mu} = 220,29 - 210 = \mathbf{10,29 \text{ €}}$$

b)  $X = \text{gasto en teléfono} \in N(\mu, \sigma = 42)$

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$e = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 10,29; \quad 10,29 = 1,96 \frac{42}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \frac{1,96^2 \times 42^2}{10,29^2} = 64$$
$$\underbrace{\quad}_{n = \frac{z_{\alpha/2}^2 \cdot \sigma^2}{e^2}}$$

**n = tamaño muestra = 64**