Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade CONVOCATORIA ORDINARIA 2021

Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corrixirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álxebra. Dadas as matrices

A= $\begin{pmatrix} m & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C= $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Determine para que valores de m existe a matriz inversa de A.

b) Despexe a matriz X tal que X·A+B= C e calcúlea para m=1.

EXERCICIO 2. Álxebra. Consideramos o seguinte sistema de inecuacións:

$$y \le x+2 \qquad x+y \le 6 \qquad x \le 5 \qquad y \ge 0$$

a) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.

b) Determine o punto ou puntos desa rexión onde a función $f(x,y) = x - y$ alcanza os seus valores máximo e mínimo. **c)** Determine eses valores máximo e mínimo.

EXERCICIO 3. Análise. A cantidade de CO_2 (en millóns de toneladas) emitida á atmosfera por unha determinada rexión ó longo do ano 2020, vén dada pola función

$$C(t) = \begin{cases} 5 - \frac{t}{3} & , \quad 0 \le t < 6 \\ \frac{1}{4}t^2 - 4t + 18 & , \quad 6 \le t \le 12 \end{cases}$$ sendo t é o tempo transcorrido en meses desde comezo do ano.

a) Estudie en que períodos se produciu un aumento/diminución da cantidade de CO_2 emitida á atmosfera.

b) Cales son as cantidades máxima e mínima de CO_2 emitidas á atmosfera ó longo do ano 2020? En que momentos se produciron?

c) Represente a gráfica da función $C(t)$ tendo en conta o estudo realizado nos apartados anteriores.

EXERCICIO 4. Análise. Un fabricante de automóbiles fai un estudo sobre os beneficios, en miles de euros, ao longo dos dez últimos anos, e comproba que estes se axustan á función B(t) $= t^3 - 18t^2 + 81t - 3$ se $0 \le t \le 10$, (t en anos)

a) Que beneficios obtivo a empresa o último ano do estudo?

b) Determine os períodos de crecemento e decrecemento dos beneficios.

c) En que anos se producen os beneficios máximos e mínimos e a canto ascenden? **d)** Calcule $\int_1^2 B(t)dt$.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Nunha poboación o 45 % son homes. O 27% desa poboación resulta ser home e lector de prensa deportiva, mentres que un 38.5% é muller e non lectora desa prensa.

a) Das mulleres, que porcentaxe le prensa deportiva? **b)** Que porcentaxe é muller ou le prensa deportiva? **c)** Dos lectores de prensa deportiva, que porcentaxe son homes? **d)** Son incompatibles os sucesos ser home e non ler prensa deportiva? Xustifique a resposta.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Unha compañía de seguros quere determinar que proporción dos seus clientes estaría disposta a aceptar unha subida de tarifas a cambio dun incremento nas súas prestacións. Unha enquisa previa indica que esta proporción está en torno ao 15%.

a) De que tamaño mínimo debería será a mostra se se quere estimar dita proporción cun erro inferior a 0,08 e un nivel de confianza do 95%?

Finalmente, realízase o estudo cunha mostra de 196 clientes, dos que 37 manifestaron a súa conformidade coa proposta. **b)** Calcule un intervalo de confianza, ao 92%, para a proporción de clientes da compañía que aceptaría dita proposta. Cal e o erro máximo cometido?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dadas las matrices

A=$\begin{pmatrix} m & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Determine para que valores de m existe la matriz inversa de A.
b) Despeje la matriz X tal que X·A+B= C y calcúlela para m=1.

EJERCICIO 2. Álgebra. Consideramos el siguiente sistema de inecuaciones:

$$y \leq x + 2 \qquad x + y \leq 6 \qquad x \leq 5 \qquad y \geq 0$$

a) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
b) Determine el punto o puntos de esa región en donde la función $f(x, y) = x - y$ alcanza sus valores máximo y mínimo. **c)** Determine esos valores máximo y mínimo.

EJERCICIO 3. Análisis. La cantidad de CO_2 (en millones de toneladas) emitida a la atmósfera por una determinada región a lo largo del año 2020, viene dada por la función

$$C(t) = \begin{cases} 5 - \frac{t}{3} & , \quad 0 \leq t < 6 \\ \frac{1}{4}t^2 - 4t + 18 & , \quad 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$$ siendo t el tiempo transcurrido en meses desde comienzo del año.

a) Estudie en qué períodos se ha producido un aumento/disminución de la cantidad de CO2 emitida a la atmósfera.
b) ¿Cuáles son las cantidades máxima y mínima de CO2 emitidas a la atmósfera a lo largo del año 2020? ¿En qué momentos se produjeron?
c) Represente la gráfica de la función C(t) teniendo en cuenta el estudio realizado en los apartados anteriores.

EJERCICIO 4. Análisis. Un fabricante de automóviles hace un estudio sobre los beneficios, en miles de euros, a lo largo de los diez últimos años, y comprueba que éstos se ajustan a la función
B (t) =$t^3 - 18t^2 + 81t - 3$ si $0 \leq t \leq 10$, (t en años)
a) ¿Qué beneficios obtuvo la empresa el último año del estudio?
b) Determine los periodos de crecimiento y decrecimiento de los beneficios
c) ¿En qué años se producen los beneficios máximos y mínimos y a cuánto ascienden?
d) Calcule $\int_1^2 B(t)dt$.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. En una población el 45 % son hombres. El 27% de esa población resulta ser hombre y lector de prensa deportiva, mientras que un 38.5% es mujer y no lectora de esa prensa. **a)** De las mujeres, ¿qué porcentaje lee prensa deportiva? **b)** ¿Qué porcentaje es mujer o lee prensa deportiva? **c)** De los lectores de prensa deportiva, ¿qué porcentaje son hombres? **d)** ¿Son incompatibles los sucesos ser home y no leer prensa deportiva? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. Una compañía de seguros quiere determinar qué proporción de sus clientes estaría dispuesta a aceptar una subida de tarifas a cambio de un incremento en sus prestaciones. Una encuesta previa indica que esta proporción está en torno al 15%.
a) ¿De qué tamaño mínimo debería ser la muestra si se quiere estimar dicha proporción con un error inferior a 0,08 y un nivel de confianza del 95%?
Finalmente, se realiza el estudio con una muestra de 196 clientes, de los que 37 manifestaron su conformidad con la propuesta. **b)** Calcule un intervalo de confianza, al 92%, para la proporción de clientes de la compañía que aceptaría dicha propuesta. ¿Cuál es el error máximo cometido?

ABAU 2021 CONVOCATORIA ORDINARIA

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS AS CC SOCIAIS II

(Cód. 40)

1. Álxebra.
a) 1 punto

b) 2,33 puntos

2. Álxebra.

a) 1,5 puntos

b) 1,5 puntos

c) 0,33 puntos

3. Análise.

a) 1,2 5 puntos

b) 1,25 puntos

c) 0,83 puntos

4. Análise.

a) 0,5 puntos

b) 0,75 puntos

c) 1,25 puntos

d) 0,83 puntos

5. Estatística e Probabilidade.

a) 0, 75 puntos

b) 1 punto

c) 0,75 puntos

d) 0,83 puntos

6. Estatística e Probabilidade.

a) 1, 5 puntos

b) 1, 83 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 1. Álxebra.

A=$\begin{pmatrix} m & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Determine para que valores de m existe a matriz inversa de A.

A matriz A ten inversa se determinante de A distinto de cero

Det(A)=2m≠0 ⇒m≠0

Existe inversa da matriz A para todo m≠0

b) Despexe a matriz X tal que X·A+B= C e calcúlea para m=1.

X·A+B= C ⇒ X·A= C-B⇒ X·A·A^{-1}=(C-B)· A^{-1}

X=(C-B)· A^{-1}

C-B=$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} (A^*)^t$; det(A) = det $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ =2

$A^* = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 8 & -4 & 2 \end{pmatrix}$; $(A^*)^t = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 8 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1/2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

X=(C-B)· A^{-1} =$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1/2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -9 \\ 0 & 1 & -6 \end{pmatrix}$

X=$\begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{3} & \mathbf{-9} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{-6} \end{pmatrix}$

(Podese calcular a matriz inversa de A utilizando Gauss)

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 2. Álxebra.

Consideramos o seguinte sistema de inecuacións:

$y \leq x+2 \qquad x+y \leq 6 \qquad x \leq 5 \qquad y \geq 0$

a) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.

b) Determine o punto ou puntos desa rexión onde a función $f(x,y) = x - y$ alcanza os seus valores máximo e mínimo. **c)** Determine eses valores máximo e mínimo.

a) **Inecuacións**:

$y \leq x+2 \qquad x+y \leq 6 \qquad x \leq 5 \qquad y \geq 0$

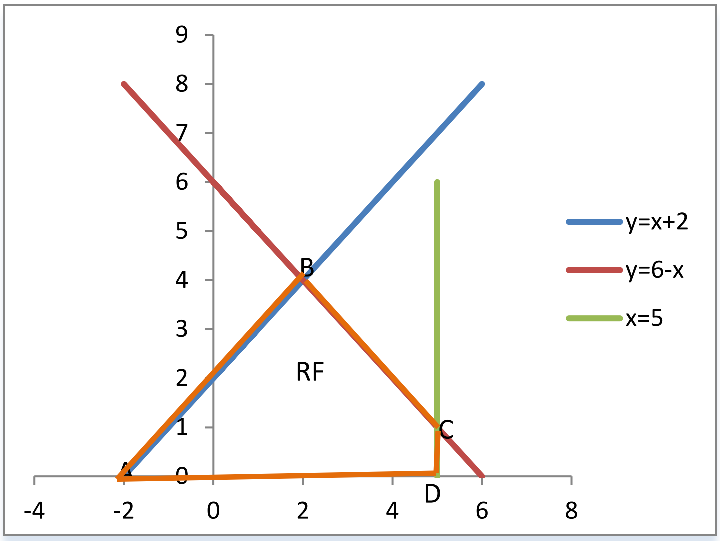
Vértices

A: $\left.\begin{array}{l} y=0 \\ y=x+2 \end{array}\right\} A(-2,0)$

B: $\left.\begin{array}{l} y=x+2 \\ x+y=6 \end{array}\right\} B(2,4)$

C: $\left.\begin{array}{l} x=5 \\ x+y=6 \end{array}\right\} C(5,1)$

D: $\left.\begin{array}{l} x=5 \\ y=0 \end{array}\right\} D(5,0)$



b) **f(x, y) = x-y**

Avaliamos a función **f(x, y)** nos vértices

f(A) =f (-2, 0)= **-2**

f(B) = f (2, 4)= **-2**

f(C) = f (5,1) = 4

f(D) = f (5, 0) **=5**

A función **f(x,y)** alcanza un **mínimo** en tódolos puntos do **segmento que une os vértices A(-2,0) e B(2,4)** e alcanza un **máximo no vértice D(5,0).**

c) Min f(x,y)=f(-2,0)=**-2**

Máx f(x,y)=f(5,0)=**5**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 3. Análise.

A cantidade de CO_2 (en millóns de toneladas) emitida á atmosfera por unha determinada rexión ó longo do ano 2020, vén dada pola función

$$C(t) = \begin{cases} 5 - \frac{t}{3} & , \quad 0 \le t < 6 \\ \frac{1}{4}t^2 - 4t + 18 & , \quad 6 \le t \le 12 \end{cases}$$

sendo t é o tempo transcorrido en meses desde comezo do ano.

a) Estudie en que períodos se produciu un aumento/diminución da cantidade de CO_2 emitida á atmosfera.

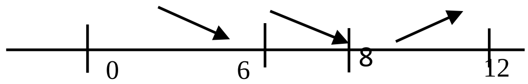
Estudiamos a monotonía da función C(t)

- En (0,6): C(t)= $5 - \frac{t}{3}$

C´(t)= $-\frac{1}{3}$<0 ⇒**C decrecente no intervalo (0,6)**

- En (6,12):C(t)=$\frac{1}{4}t^2 - 4t + 18$

C´(t)=$\frac{1}{2}t - 4$; C´(t)=0⇒ $t = 8(punto\ crítico)$



En (6,8) C´(t)<0 ⇒**C decrecente no intervalo (6,8)**

En (8,12) C´(t)>0 ⇒ **C crecente no intervalo (8,12)**

t=8 mínimo relativo, C(8)=2 ⇒ Min(8,2)

C(0)=5; C(6^-)=3; C(6)=3; C(12)=**6 máximo valor de C(t) en [0, 12]**

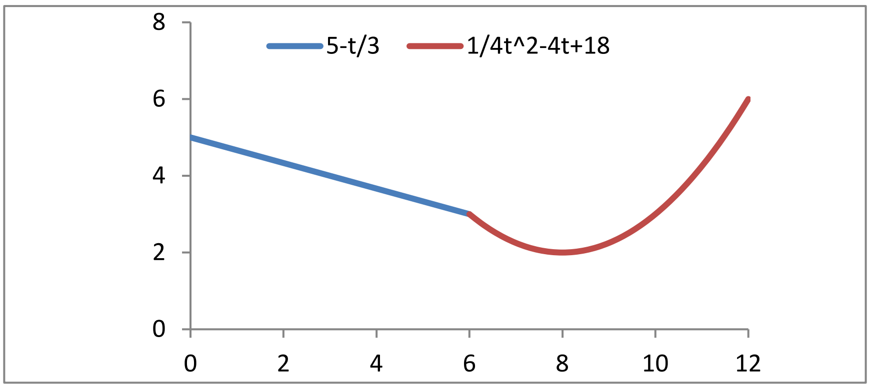
A cantidade de CO_2 emitida a atmosfera diminúe desde o momento inicial ata transcorridos 8 meses e diminúe desde ese instante ata finalizar o ano(mes 12)

b) Cales son as cantidades máxima e mínima de CO_2 emitidas á atmosfera ó longo do ano 2020? En que momentos se produciron?

A **cantidade máxima** de CO_2 emitida e de **6 millóns de toneladas** que se producen **o finalizar o ano (mes 12)**

A **cantidade mínima** de CO_2 emitida e de **2 millóns de toneladas** que se producen **transcorridos 8 meses.**

c) Represente a gráfica da función $C(t)$ tendo en conta o estudo realizado nos apartados anteriores.



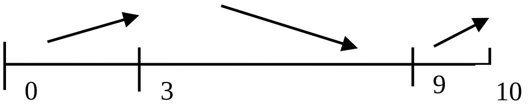
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 4. Análise. Un fabricante de automóbiles fai un estudo sobre os beneficios, en miles de euros, ao longo dos dez últimos anos, e comproba que estes se axustan á función
B(t) $=t^3-18t^2+81t-3$ se $0\leq t\leq 10$, (t en anos)
a) Que beneficios obtivo a empresa o último ano do estudo?

B(10) $=10^3-18\times 10^2+81\times 10-3=7$
O último ano (t=10) obtivo 7000€ de beneficios.

b) Determine os períodos de crecemento e decrecemento dos beneficios.
B´(t)= $3t^2-36t+81$; B´(t)=0 $\Rightarrow 3t^2-36t+81=0\Rightarrow t^2-12t+27=0$

t=$\frac{12\pm\sqrt{144-108}}{2}$ $\Rightarrow$t=$\frac{12\pm 6}{2}=\begin{cases}9\\3\end{cases}$ (9 e 3 puntos críticos)



+ - +
Signo B´(t)

Os beneficios **aumentan** entre o inicio e o terceiro ano (0,3) e entre os anos 9 e 10 (9,10),**diminúen** entre o terceiro e noveno ano(3,9).

c) En que anos se producen os beneficios máximos e mínimos e a canto ascenden?
B(t) ten un máximo en t=3; B(3)=105
Os **beneficios máximos** ascenden a **105.000€** no **terceiro ano** (t=3)
B(t) ten un mínimo en t=9; B(9)=-3 ;B(0)=-3
Os **beneficios mínimos**(perdas neste caso) son de **-3000€** o **inicio** (t=0) e no **noveno ano** (t=9)

d) Calcule $\int_1^2 B(t)dt$

$$\int_1^2 B(t)dt=\int_1^2 (t^3-18t^2+81t-3\ )dt=\frac{t^4}{4}-6t^3+\frac{81}{2}t^2-3t]_1^2$$

$$=(4-48+162-6)-\left(\frac{1}{4}-6+\frac{81}{2}-3\right)=121-\frac{163}{4}=\frac{321}{4}=\mathbf{80,25}$$

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Nunha poboación o 45 % son homes. O 27% desa poboación resulta ser home e lector de prensa deportiva, mentres que un 38.5% é muller e non lectora desa prensa.

a) Das mulleres, que porcentaxe le prensa deportiva?

Sexan os sucesos
H=”home”; M=”muller”; D=”lector prensa deportiva” ; $\overline{\mathrm{D}}$=”non lector prensa deportiva”

Datos: P(H)=0,45; P($H \cap D$)=0,27;P(M∩ $\overline{\mathrm{D}}$)=0,385

Entón tamén podemos calcular P(M)=1-P(H)=0,55; P(D∩ M)=P(M)- P(M∩ $\overline{\mathrm{D}}$)=0,55-0,385=0,165; P(D)= P($D \cap H$)+ P(D∩ M)=0,27+0,165=0,435

Para responder o apartado **a)** debemos calcular P(D|M)=$\frac{P(D\cap M)}{P(M)}$= $\frac{0,165}{0,55}$=0,3

Polo tanto o **30% das mulleres le prensa deportiva**

b) Que porcentaxe é muller ou le prensa deportiva?

Calculamos P(M∪D)=P(M)+ P(D)-P(M∩D)=0,55+0,435-0,165=0,82

O **82% é muller ou le prensa deportiva**

c) Dos lectores de prensa deportiva, que porcentaxe son homes?

P(H|D)= $\frac{P(H\cap D)}{P(D)}$ =$\frac{0,27}{0,435}$=0,6206

Dos lectores de prensa deportiva o 62,06% son homes

d) Son incompatibles os sucesos ser home e non ler prensa deportiva? Xustifique a resposta.

Os sucesos ser home e non ler prensa deportiva son incompatibles se H∩ $\overline{\mathrm{D}}$=∅, entonces P(H∩ $\overline{\mathrm{D}}$)=0

Calculamos P (H∩ $\overline{\mathrm{D}}$)=P(H)-P(H∩ $D) = 0,45 - 0,27$=0,18≠0

Entón os sucesos ser home e non ler prensa deportiva **NON son incompatibles**

Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa:

	D	$\overline{\mathrm{D}}$	
H	0,27	0,18	0,45
M	0,165	0,385	0,55
	0,435	0,565	1

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Unha compañía de seguros quere determinar que proporción dos seus clientes estaría disposta a aceptar unha subida de tarifas a cambio dun incremento nas súas prestacións. Unha enquisa previa indica que esta proporción está en torno ao 15%.

a) De que tamaño mínimo debería será a mostra se se quere estimar dita proporción cun erro inferior a 0,08 e un nivel de confianza do 95%?

p = proporción de clientes disposta a aceptar unha subida

$$e= z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < 0{,}08$$

$\hat{p}$ =0,15

Nivel de confianza : 95%→$1-\alpha = 0{,}95 \to z_{\alpha/2} = 1{,}96$

$$1{,}96\sqrt{\frac{0{,}15\times 0{,}85}{n}} < 0{,}08 \Rightarrow \frac{1{,}96\times 0{,}36}{0{,}08} < \sqrt{n} \Rightarrow n > 76{,}53$$

O **tamaño mínimo** da mostra para estimar dita proporción cun erro inferior a 0,08 e un nivel de confianza do 95% debe ser de **77 clientes**.

Finalmente, realízase o estudo cunha mostra de 196 clientes, dos que 37 manifestaron a súa conformidade coa proposta. **b)** Calcule un intervalo de confianza, ao 92%, para a proporción de clientes da compañía que aceptaría dita proposta. Cal e o erro máximo cometido?

O intervalo de confianza para p e da forma $\left(\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)_{1-\alpha}$

$$\hat{p} = \frac{37}{196} = 0{,}1887 \cong 0{,}19$$

Nivel de confianza : 92%→$1-\alpha = 0{,}92 \to z_{\alpha/2} = 1{,}75$

Calculamos o intervalo

$$\left(0{,}19 - 1{,}75\sqrt{\frac{0{,}19x0{,}81}{196}}\ ;\ 0{,}19 + 1{,}75\sqrt{\frac{0{,}19x0{,}81}{196}}\right) = (0{,}19-0{,}049;0{,}19+0{,}049) = (0{,}141;0{,}239)$$

o I.C ao 92%, para a proporción de clientes que aceptaría a proposta (0,141;0,239)$\Leftrightarrow$ $(\mathbf{14{,}1\%;23{,}9\%})_{\mathbf{92\%}}$

O erro máximo cometido e= $z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ **=0,049≅5%**

CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA
USC

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade

Código: 40

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2021

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corrixirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álxebra. Dadas as matrices $A=\begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} a & 2 & 3 \end{pmatrix}$ e $C=\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Determine os valores x, y, z para os que a matriz A **non** ten inversa.

b) Calcule A^{-1} para x=3, y=1, z=0.

c) Resolva o sistema B·A=C para a=1.

EXERCICIO 2. Álxebra. Un distribuidor de software informático, ten entre os seus clientes a empresas e a particulares. Ao finalizar o ano debe conseguir polo menos 25 empresas como clientes na súa carteira, e o número de clientes particulares que consiga deberá ser como mínimo o dobre que o de empresas. Ademais, ten estipulado un límite global de 120 clientes anuais. Finalmente, cada empresa produce 386 euros de ingresos anuais, mentres que cada particular 229 euros.

a) Formule o problema para maximizar os ingresos.

b) Represente graficamente o conxunto de solucións.

c) Cal desas solucións lle proporcionaría os maiores ingresos ao finalizar o ano? A canto ascenderían devanditos ingresos?

EXERCICIO 3. Análise. Despois de t horas de funcionamento o rendemento de unha máquina (en unha escala de 0 a 100) ven dado por a función r(t)=$\frac{kt}{t^2+4}$ con t>0

a) Calcule K sabendo que o rendemento as 4 horas e de 76.

b) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento do rendemento durante las 7 primeiras horas de funcionamento.

c) ¿En que momento se consigue o rendemento máximo?, ¿Cal e o seu valor?

EXERCICIO 4. Análise. Unha empresa pode vender *x* unidades ao mes de un determinado produto ao prezo de 518 -x^2 euros por unidade. Por outra parte, o fabricante ten gastos mensuais: unhos fixos de 225 euros e outros de 275*x* euros que dependen del número *x* de unidades.

a) Determine as funcións I(x) e B(x) que expresan os ingresos e beneficios obtidos pola produción e venda de x unidades, respectivamente. Que beneficio se obtén se se producen e se venden 10 unidades?

b) Calcule o número de unidades que hai que producir para obter o máximo beneficio. ¿A canto ascenderían os ditos beneficios? ¿Cal sería o prezo de venda de unha unidade nese caso?

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. O 40% das persoas que visitan o Pórtico da Gloria da Catedral de Santiago son españolas. Sábese ademais que 4 de cada 5 españoles están satisfeitos coa visita, mentres que, entre os non españois, non están satisfeitos coa visita o 10%.

a) Calcule a porcentaxe de persoas satisfeitas coa visita.

b) Cal é a probabilidade de que unha persoa este satisfeita coa visita e non sexa española?

c) ¿Son independentes os sucesos "non ser español" y "estar satisfeito ca visita"? Razoe a resposta.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. O peso das laranxas para zume recolectadas por un produtor é unha variable aleatoria que se distribúe normalmente cunha media de $\mu = 200$ gramos e unha desviación típica de $\sigma = 50$ gramos.

a) Se tomamos unha mostra aleatoria de $n = 25$ laranxas, ¿cal é a probabilidade de que o seu peso medio estea comprendido entre 175 e 215 gramos?

b) De que tamaño se tomou outra mostra aleatoria se a probabilidade de que o peso medio sexa inferior a 210 gramos é do 97.72%?

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2021

Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **<u>MÁXIMO DE 3</u>** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **<u>sólo se corregirán los tres primeros realizados</u>**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}$, B=$(a \quad 2 \quad 3)$ y $C = (4 \quad 0 \quad 2)$.

a) Determine los valores x, y, z para los cuales la matriz A no tiene inversa.

b) Calcule A^{-1} para x=3, y=1, z=0.

c) Resuelva el sistema B·A=C para a=1.

EJERCICIO 2. Álgebra. Un distribuidor de software informático, tiene entre sus clientes a empresas y a particulares. Al finalizar el año debe conseguir al menos 25 empresas como clientes en su cartera, y el número de clientes particulares que consiga deberá ser como mínimo el doble que el de empresas. Además, tiene estipulado un límite global de 120 clientes anuales. Finalmente, cada empresa produce 386 euros de ingresos anuales, mientras que cada particular 229 euros.

a) Plantee el problema para maximizar los ingresos.

b) Represente gráficamente el conjunto de soluciones.

c) ¿Cuál de esas soluciones le proporcionaría los mayores ingresos al finalizar el año? ¿A cuánto ascenderían dichos ingresos?

EJERCICIO 3. Análisis. Después de t horas de funcionamiento el rendimiento de una máquina (en una escala de 0 a 100) viene dado por la función r (t)=$\frac{kt}{t^2+4}$ con $t > 0$

a) Calcule K sabiendo que el rendimiento a las 4 horas es de 76.

b) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento del rendimiento durante las 7 primeras horas de funcionamiento.

c) ¿En qué momento se consigue el rendimiento máximo?, ¿Cuál es su valor?

EJERCICIO 4. Análisis. Una empresa puede vender x unidades al mes de un determinado producto al precio de $518 - x^2$ euros por unidad. Por otra parte, el fabricante tiene gastos mensuales: unos fijos de 225 euros y otros de $275x$ euros que dependen del número x de unidades.

a) Determine las funciones I(x) y B(x) que expresan los ingresos y beneficios obtenidos por la producción y venta de x unidades, respectivamente. ¿Qué beneficio se obtiene si se producen y se venden 10 unidades?

b) Calcule el número de unidades que hay que producir para obtener el máximo beneficio. ¿A cuánto ascenderían dichos beneficios? ¿Cuál sería el precio de venta de una unidad en ese caso?

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. El 40% de las personas que visitan el Pórtico de la Gloria de la Catedral de Santiago son españolas. Se sabe además que 4 de cada 5 españoles están satisfechos con la visita, mientras que, entre los no españoles, no están satisfechos con la visita el 10%.

a) Calcule el porcentaje de personas satisfechas con la visita.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté satisfecha con la visita y no sea española?

c) ¿Son independientes los sucesos "no ser español" y "estar satisfecho con la visita"? Razone la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. El peso de las naranjas para zumo recolectadas por un productor es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con una media de $\mu = 200$ gramos y una desviación típica de $\sigma = 50$ gramos.

a) Si tomamos una muestra aleatoria de $n = 25$ naranjas, ¿cuál es la probabilidad de que su peso medio está comprendido entre 175 y 215 gramos?

b) ¿De qué tamaño se ha tomado otra muestra aleatoria si la probabilidad de que el peso medio sea inferior a 210 gramos es del 97.72%?

ABAU 2021 CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS AS CC SOCIAIS II

(Cód. 40)

1. **Álxebra.**

a) 1 punto

b) 1 punto

c) 1,33 puntos

2. **Álxebra.**

a) 1,25 puntos

b) 1,25 puntos

c) 0,83 puntos

3. **Análise.**

a) 0,5 puntos

b) 1,5 puntos

c) 1,33 puntos

4. **Análise.**

a) 1,5 puntos

b) 1,83 puntos

5. **Estatística e Probabilidade.**

a) 1,33 puntos

b) 1 punto

c) 1 punto

6. **Estatística e Probabilidade.**

a) 1,83 puntos

b) 1,5 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 1. Álxebra.

A=$\begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}$ B=$(a\ \ 2\ \ 3)$ C=$(4\ \ 0\ \ 2)$

a) Determine os valores x,y,z para os que a matriz A non ten inversa.

A matriz A ten inversa se determinante de A distinto de cero

Det (A)=$|A|$ =y^2+xyz-xyz-y^2z=y^2-y^2z=y^2(1-z) ⇒ $|A|$=0 si y^2(1-z)=0

$\boxed{y^2=0 \Rightarrow \boldsymbol{y=0}}$

$\boxed{1-z=0 \Rightarrow \mathbf{z=1}}$

Po lo tanto non existe inversa da matriz A para os valores que anulan o det(A), y=0, z=1.

b) Calcule A^{-1} para x=3, y=1, z=0

$A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}(A^t)^*$;A = $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; det(A) =1≠0; A^t = $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $(A^t)^*$ =Adj(A^t)= $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

A^{-1} = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

c) Resolva o sistema B·A=C para a=1

$(1\ \ 2\ \ 3)\begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}=(4\ \ 0\ \ 2)$

x+2y+3=4 → x=1-2y
Y+3z=0 → z=-y/3
X+2y+3z=2 → 1-2y+2y+3(-y/3)=2 ⇒**y=-1**

Substituíndo **x=3** e **z=1/3**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 2. Álxebra. Un distribuidor de software informático, ten entre os seus clientes a empresas e a particulares. Ao finalizar o ano debe conseguir polo menos 25 empresas como clientes na súa carteira, e o número de clientes particulares que consiga deberá ser como mínimo o dobre que o de empresas. Ademais, ten estipulado un límite global de 120 clientes anuais. Finalmente, cada empresa produce 386 euros de ingresos anuais, mentres que cada particular 229 euros.
a) Formule o problema para maximizar os ingresos.
b) Represente graficamente o conxunto de solucións.
c) Cal desas solucións lle proporcionaría os maiores ingresos ao finalizar o ano? A canto ascenderían devanditos ingresos?

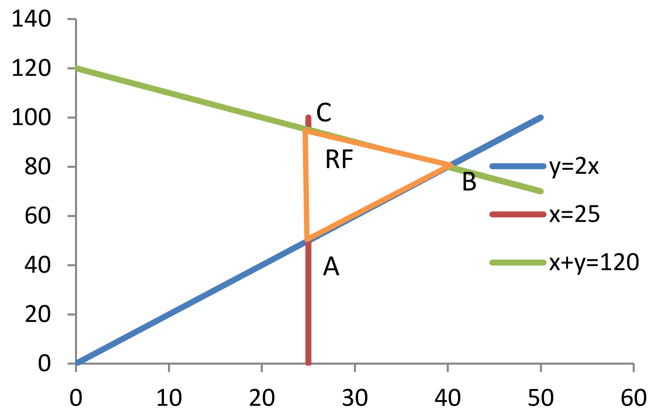
a) Sexa x= nº de empresas y= nº de particulares

Restricións

$$\mathbf{x \geq 25} \qquad \mathbf{y \leq 2x} \qquad \mathbf{x + y \leq 120}$$

Función a maximizar: I(x,y)=386x +229y

b) Vértices



A: $\left.\begin{array}{l} x = 25 \\ y = 2x \end{array}\right\} A(25,50)$

B: $\left.\begin{array}{c} y = 2x \\ x + y = 120 \end{array}\right\} B(40,80)$

C: $\left.\begin{array}{c} x = 25 \\ x + y = 120 \end{array}\right\} C(25,95)$

c) Avaliamos a función **I(x, y)** nos vértices

I(A) =I (25, 50)= **21.000€**

I(B) =I (40, 80)= **33.760€**

I(C) = I (25,95) = **31.405€**

A función **I(x,y)** alcanza un **máximo en (40,80)**. O distribuidor acada os maiores ingresos con 40 empresas e 80 particulares. O**s ingresos máximos son de 33.760€**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 3. Análise. Despois de t horas de funcionamento o rendemento de unha máquina (en unha escala de 0 a 100) ven dado por a función $r(t)=\frac{kt}{t^2+4}$ con $t>0$

a) Calcule K sabendo que o rendemento as 4 horas e de 76.

b) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento do rendemento durante las 7 primeiras horas de funcionamento.

c) ¿En que momento se consegue o rendemento máximo?, ¿Cal e o seu valor?

- **Calculamos k**

$r(4)=\frac{4k}{16+4}=76 \Rightarrow$ $4k=1520 \Rightarrow$ $\mathbf{k=380}$

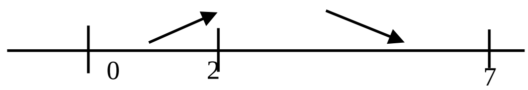
$$r(t)=\frac{380t}{t^2+4} \quad \text{con } t>0$$

- **Estudamos o crecemento e decrecemento de r(t)**

$r'(t)=\frac{380(t^2+4)-380t.2t}{(t^2+4)^2}=\frac{1520-380t^2}{(t^2+4)^2}=0 \Rightarrow t^2=4 \Rightarrow t=\pm 2$ (**descartamos t=-2 xa que t>0**)

t=2 punto crítico

- En (0,2): $r'(t)>0 \Rightarrow$ r crecente no intervalo (0,2)
- En (2,7): $r'(t)<0 \Rightarrow$ r decrecente no intervalo (2,7)



- t=2 e un máximo da función (xustifíquese)

Polo tanto o rendemento máximo acádase as 2 horas, e vale $r(2)=\frac{380\cdot 2}{2^2+4}=\mathbf{95}$

Máximo(2,95)

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 4. Análise. Unha empresa pode vender *x* unidades ao mes de un determinado produto ao prezo de $518 - x^2$ euros por unidade. Por outra parte, o fabricante ten gastos mensuais: unhos fixos de 225 euros e outros de 275*x* euros que dependen del número *x* de unidades.

a) Determine as funcións I(x) e B(x) que expresan os ingresos e beneficios obtidos pola produción e venda de x unidades, respectivamente. Que beneficio se obtén se se producen e se venden 10 unidades?

b) Calcule o número de unidades que hai que producir para obter o máximo beneficio. ¿A canto ascenderían os ditos beneficios? ¿Cal sería o prezo de venda de unha unidade nese caso?

a) A función Ingresos, I(x), ven dada por

- **I(x)=** $(518-x^2).x=$**$518x-x^3$, $x>0$**

A función Gastos, G(x),será $G(x)=225+275x$, $x>0$

- A función Beneficios, B(x), calcúlase como **B(x)=**$I(x)-G(x)=518x-x^3-(225+275x)=$ **$-x^3+243x-225$, $x>0$**

Se se producen e venden 10 unidades os beneficios obtidos serán:

$B(10)=-10^3+243\cdot 10-225=$**1105€**

b) Para calcular o beneficio máximo calculamos $B'(x)=-3x^2+243$

$B'(x)=0 \Rightarrow -3x^2+243=0 \Rightarrow x^2=81 \Rightarrow x=\pm 9$ (**descartamos $x=-9$ xa que $x>0$**)

Comprobamos que x=9 e un máximo ($B''(x)=-6x$; $B''(9)=-54<0$)

- A función **Beneficio**, B(x), presenta un **máximo** para un número de **unidades x=9**
- **Os beneficios máximos** serian $B(9)=-9^3+243\cdot 9-225=$**1233€**

Calculamos o prezo de venda $P(x)=518-x^2$

Se x=9, $P(9)=518-81=$**437€ por unidade**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. O 40% das persoas que visitan o Pórtico da Gloria da Catedral de Santiago son españolas. Sábese ademais que 4 de cada 5 españoles están satisfeitos coa visita, mentres que, entre os non españois, non están satisfeitos coa visita o 10%.
a) Calcule a porcentaxe de persoas satisfeitas coa visita.
b) Cal é a probabilidade de que unha persoa este satisfeita coa visita e non sexa española?
c) ¿Son independentes os sucesos "non ser español" e "estar satisfeito ca visita"? Razoe a resposta**.**

Sexan os sucesos
E="ser español"; S="estar satisfeito coa visita"
Datos:
P(E)=0,4; P($\overline{\mathrm{E}}$)=0,6
P(S|E)=4/5=0,8; P(S|$\overline{\mathrm{E}}$)=0,9

Para responder o apartado **a)** debemos calcular P(S)= P(S|E).P(E)+ P(S|$\overline{\mathrm{E}}$). P($\overline{\mathrm{E}}$)=0,8·0,4+0,9·0,6=0,86

A porcentaxe de visitantes satisfeitos coa visita e do 86%

b) Calculamos **P(S∩ $\overline{\mathrm{E}}$)=** P(S|$\overline{\mathrm{E}}$). P($\overline{\mathrm{E}}$)=0,9·0,6=**0,54**

c) Os sucesos $\overline{\mathrm{E}}$ e S son independentes se se verifica que

P($\overline{\mathrm{E}} \cap \mathrm{S}$)= P($\overline{\mathrm{E}}$)·P(S) ou se P(S|$\overline{\mathrm{E}}$)=P(S) ou se P($\overline{\mathrm{E}}|\mathrm{S}$)=P($\overline{\mathrm{E}}$)

P($\overline{\mathrm{E}}$)·P(S)=0,6·0,86=0,516

P($\overline{\mathrm{E}} \cap \mathrm{S}$)= 0,54

Como P($\overline{\mathrm{E}} \cap \mathrm{S}$)= 0,54≠0,516= P($\overline{\mathrm{E}}$)·P(S) **os sucesos "non ser español" e "estar satisfeito ca visita" non son independentes**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. O peso das laranxas para zume recolectadas por un produtor é unha variable aleatoria que se distribúe normalmente cunha media de $\mu = 200$ gramos e unha desviación típica de $\sigma = 50$ gramos.
a) Se tomamos unha mostra aleatoria de $n = 25$ laranxas, ¿cal é a probabilidade de que o seu peso medio estea comprendido entre 175 e 215 gramos?
b) De que tamaño se tomou outra mostra aleatoria se a probabilidade de que o peso medio sexa inferior a 210 gramos é do 97.72%?

X=Peso das laranxas para zume (en gramos)

$X \sim N(\mu=200, \sigma=50)$

a) n=25

$\bar{X} \sim N(\mu=200, \sigma=\frac{50}{\sqrt{25}})=N(200, 10)$

$P(175 \leq \bar{X} \leq 215) = P(\frac{175-200}{10} \leq Z \leq \frac{215-200}{10})=P(-2,5 \leq Z \leq 1,5)$=P(Z≤1,5)-P(Z $< -2,5$)=

0,9332-(1-0,9938)=0,9270

O peso medio da mostra de 25 laranxa estará entre 175g e 215g con unha probabilidade 0,9270

b) $P(\bar{X} < 210) = 0,9772$

Agora, $\bar{X} \sim N(\mu=200, \sigma=\frac{50}{\sqrt{n}})$

$P(Z \leq \frac{210-200}{\frac{50}{\sqrt{n}}})$=0,9772 (Mirando nas táboas da distribución Normal) $\frac{10}{\frac{50}{\sqrt{n}}}=2 \Rightarrow 10=2\cdot 50/\sqrt{n}$

$\Rightarrow 10\sqrt{n}=100 \Rightarrow n=100$

A mostra tomada e de n=100 laranxas.