MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corrixirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álxebra. Sexan as matrices A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ e B= $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule a matriz A^t (sendo A^t a matriz trasposta de A) e calcule a matriz A·B.

b) Calcule a matriz X= $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que cumpre A·B·X=C+I onde C= $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e I a matriz identidade 2x2.

EXERCICIO 2. Álxebra. Un grupo empresarial desexa crear unha rede de produción formada por plantas de dous tipos: A e B. Cada planta de produción A xeraría uns custos mensuais de 1.000 euros e necesitaría 8 empregados para o seu funcionamento, mentres que cada planta de produción B xeraría uns custos mensuais de 2.000 euros e necesitaría 4 empregados. O número de plantas de produción A non deberá superar ó dobre das de tipo B. Ademais, os custos mensuais desta rede de produción non deben superar os 42.000 euros e tampouco debe supoñer a contratación de máis de 120 empregados.

a) Formule o sistema de inecuacións asociado ó problema. **b)** Represente graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices. **c)** Se se sabe que cada planta de produción A xeraría uns beneficios mensuais de 24.000 euros e cada planta de produción B de 20.000 euros, cantas plantas de produción de cada tipo deberían formar a rede para que os beneficios mensuais sexan máximos?

EXERCICIO 3. Análise. O volume de auga (en millóns de litros) almacenado nun embalse ao longo dun período de 11 anos en función do tempo t (en anos) vén dado pola función

$$V(t) = t^3 - 24t^2 + 180t + 8000, \; 0 \le t \le 11$$

a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento da auga almacenada.

b) Calcule a cantidade de auga almacenada no último ano (t =11).

c) Calcule o ano do período no que o volume almacenado foi máximo e o volume máximo que tivo o embalse ao longo dese período.

EXERCICIO 4. Análise. Os beneficios obtidos durante o primeiro ano (en centos de euros) por un establecemento adicado ó reparto de comida a domicilio veñen dados pola función

$$B(t) = t(t-a)^2, \qquad 0 \le t \le 12$$

onde t é o tiempo transcorrido en meses desde a apertura do establecemento.

a) Calcule o valor do parámetro a tendo en conta que $B(t)$ presenta un punto de inflexión en $t = 6$.

b) Para $a = 9$, cal foi o maior beneficio obtido? En que momento ou momentos se produciu? Xustifique as respostas. **c)** Para $a = 9$, represente a gráfica da función $B(t)$ tendo en conta a información anterior e o estudo dos seus intervalos de crecemento e decrecemento.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Nunha cidade, o 70% da poboación recibe publicidade dun establecemento, dos cales un 90% realiza algunha compra en devandito establecemento. Tamén se sabe que dos que non reciben publicidade, un 60% realiza algunha compra en devandito establecemento.

a) Que porcentaxe da poboación da cidade realiza algunha compra nese establecemento?

b) Se eliximos unha persoa ao azar que realizou algunha compra nese establecemento, cal é a probabilidade de que recibise publicidade do mesmo?

c) Son independentes os sucesos "realizar algunha compra nese establecemento" e "recibir publicidade do mesmo"? Xustifique a resposta.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Nunha mostra aleatoria de 120 empresas inspeccionadas, de entre as visitadas un ano polos inspectores de traballo dunha provincia, sancionouse a 30 delas.

a) Calcule, con un nivel de confianza do 90%, un intervalo de confianza para a proporción de empresas sancionadas pola Inspección de Traballo.

b) Se ignoramos os datos iniciais e cun nivel de confianza do 95%, cal é o tamaño mínimo da mostra necesaria para estimar a proporción de empresas sancionadas cun erro máximo do 2%?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Sean las matrices A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y B=$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz A^t (siendo A^t la matriz transpuesta de A) y calcula la matriz A·B.

b) Calcule la matriz X= $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que cumple A·B·X=C+I donde C=$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e I es la matriz identidad 2x2.

EJERCICIO 2. Álgebra. Un grupo empresarial desea crear una red de producción formada por plantas de dos tipos: A y B. Cada planta de producción A generaría unos costes mensuales de 1.000 euros y necesitaría 8 empleados para su funcionamiento, mientras que cada planta de producción B generaría unos costes mensuales de 2.000 euros y necesitaría 4 empleados. El número de plantas de producción A no deberá superar al doble de las de tipo B. Además, los costes mensuales de esta red de producción no deben superar los 42.000 euros y tampoco debe suponer la contratación de más de 120 empleados.

a) Formule el sistema de inecuaciones asociado al problema. **b)** Represente gráficamente la región factible y calcula sus vértices. **c)** Si se sabe que cada planta de producción A generaría unos beneficios mensuales de 24.000 euros y cada planta de producción B de 20.000 euros, ¿cuántas plantas de producción de cada tipo deberían formar la red para que los beneficios mensuales sean máximos?

EJERCICIO 3. Análisis. El volumen de agua (en millones de litros) almacenado en un embalse a lo largo de un periodo de 11 años en función del tiempo t (en años) viene dado por la función $V(t)=t^3-24t^2+180t+8000,\ 0 \le t \le 11$

a) Determine los períodos de crecimiento y decrecimiento del agua almacenada.

b) Calcule la cantidad de agua almacenada en el último año (t =11).

c) Calcule el año del periodo en el que el volumen almacenado fue máximo y el volumen máximo que tuvo el embalse a lo largo de ese periodo.

EJERCICIO 4. Análisis. Los beneficios obtenidos durante el primer año (en cientos de euros) por un establecimiento dedicado al reparto de comida a domicilio vienen dados por la función

$$B(t) = t(t-a)^2, \qquad 0 \le t \le 12$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses desde la apertura del establecimiento.

a) Calcule el valor del parámetro a teniendo en cuenta que $B(t)$ presenta un punto de inflexión en $t=6$.

b) Para $a=9$, ¿cuál ha sido el mayor beneficio obtenido? ¿En qué momento o momentos se ha producido? Justifica las respuestas. **c)** Para $a=9$, represente la gráfica de la función $B(t)$ teniendo en cuenta la información anterior y el estudio de sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. En una ciudad, el 70% de la población recibe publicidad de un establecimiento, de los cuales un 90% realiza alguna compra en dicho establecimiento. También se sabe que de los que no reciben publicidad, un 60% realiza alguna compra en dicho establecimiento.

a) ¿Qué porcentaje de la población de la ciudad realiza alguna compra en ese establecimiento?

b) Si elegimos una persona al azar que ha realizado alguna compra en ese establecimiento, ¿cuál es la probabilidad de que haya recibido publicidad del mismo?

c) ¿Son independientes los sucesos "realizar alguna compra en ese establecimiento" y "recibir publicidad del mismo"? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. En una muestra aleatoria de 120 empresas inspeccionadas, de entre las visitadas un año por los inspectores de trabajo de una provincia, se ha sancionado a 30 de ellas.

a) Calcule, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo de confianza para la proporción de empresas sancionadas por la Inspección de Trabajo.

b) Si ignoramos los datos iniciales y con un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el tamaño mínimo de la muestra necesaria para estimar la proporción de empresas sancionadas con un error máximo del 2%?

Proba de Avaliación do Bacharelato
para o Acceso á Universidade

Convocatoria ordinaria 2023

Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

Criterios de Avaliación

Só puntúan as tres primeiras preguntas respondidas

1. Álxebra.

a) 1 punto

b) 2,33 puntos

2. Álxebra.

a) 1 punto

b) 1,5 puntos

c) 0,83 puntos

3. Análise.

a) 2 puntos

b) 0,33 puntos

c) 1 punto

4. Análise.

a) 1 punto

b) 2 puntos

c) 0,33 puntos

5. Estatística e Probabilidade.

a) 1,33 puntos

b) 1 punto

c) 1 punto

6. Estatística e Probabilidade.

a) 2 puntos

b) 1,33 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 1. Álxebra.

Dadas as matrices

A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ e B= $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule a matriz A^t (sendo A^t a matriz trasposta de A) e calcule a matriz A·B.

$A^t=\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{2} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$ **A·B** $=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2+2+3 & -1+3 \\ 2-1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$

b) Calcule a matriz X= $\begin{pmatrix} \boldsymbol{a} & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{c} & \boldsymbol{d} \end{pmatrix}$ **que cumpre A·B·X=C+I onde C=**$\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$ **e I a matriz identidade 2x2.**

$A\cdot B\cdot X=C+I \Longrightarrow X=(A\cdot B)^{-1}\cdot(C+I)$

$(C+I)=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Det(A·B)=-5 $\quad (A\cdot B)^t=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathrm{Adj}(A\cdot B)^t=\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad (A\cdot B)^{-1}=\begin{pmatrix} 1/5 & 2/5 \\ 1/5 & -3/5 \end{pmatrix}$

Calculamos **X**$=\begin{pmatrix} 1/5 & 2/5 \\ 1/5 & -3/5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \mathbf{2/5} & \mathbf{-2/5} \\ \mathbf{2/5} & \mathbf{-2/5} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{a} & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{c} & \boldsymbol{d} \end{pmatrix}$

Ou ben resolvendo o sistema,

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{cases} 3a+2c=2 \\ 3b+2d=-2 \\ a-c=0 \\ b-d=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a=2/5 \\ b=-2/5 \\ c=2/5 \\ d=-2/5 \end{cases} \Longrightarrow \mathbf{X}=\begin{pmatrix} \mathbf{2/5} & \mathbf{-2/5} \\ \mathbf{2/5} & \mathbf{-2/5} \end{pmatrix}$$

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade

Código: 40

Convocatoria ordinaria 2023

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

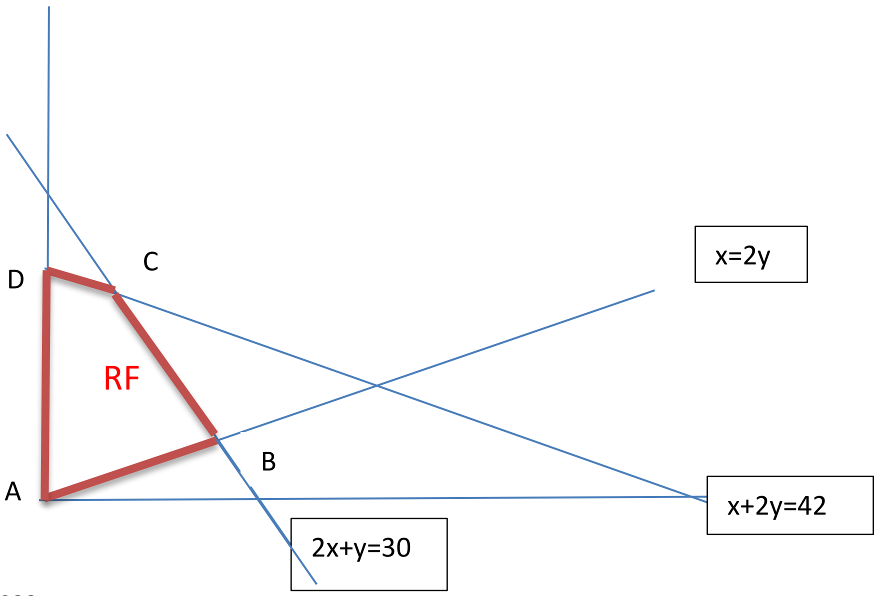
EXERCICIO 2. Álxebra. Un grupo empresarial desexa crear unha rede de produción formada por plantas de dous tipos: A e B. Cada planta de produción A xeraría uns custos mensuais de 1.000 euros e necesitaría 8 empregados para o seu funcionamento, mentres que cada planta de produción B xeraría uns custos mensuais de 2.000 euros e necesitaría 4 empregados. O número de plantas de produción A non deberá superar ó dobre das de tipo B. Ademais, os custos mensuais desta rede de produción non deben superar os 42.000 euros e tampouco debe supoñer a contratación de máis de 120 empregados.

a) Formule o sistema de inecuacións asociado ó problema.

x: nº de plantas tipo A ; y: nº de plantas tipo B

Restricións:
$$\left.\begin{array}{c} 1000x + 2000y \leq 42000 \\ 8x+4y \leq 120 \\ x \leq 2y \\ x \geq 0 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \mathbf{x + 2y \leq 42} \\ \mathbf{2x + y \leq 30} \\ \mathbf{x \leq 2y} \\ \mathbf{x \geq 0} \end{array}$$

b)



Vértices:

A: $\left.\begin{array}{l} x=0 \\ x=2y \end{array}\right\}$ **A (0,0)** B: $\left.\begin{array}{l} x=2y \\ 2x+y=30 \end{array}\right\}$ **B (12, 6)** C: $\left.\begin{array}{l} 2x+y=30 \\ x+2y=42 \end{array}\right\}$ **C (6, 18)** D: $\left.\begin{array}{l} x+2y=42 \\ x=0 \end{array}\right\}$ **D (0,21)**

c) Se se sabe que cada planta de produción A xeraría uns beneficios mensuais de 24.000 euros e cada planta de produción B de 20.000 euros, cantas plantas de produción de cada tipo deberían formar a rede para que os beneficios mensuais sexan máximos?

función a optimizar, f(x, y)= 24000x+20000y

f(A)=0

f(B)=408000

f(C)=504000 (Máximo)

f(D)=420000

f alcanza o seu máximo no vértice C (6, 18)

Deben formarse 6 plantas de tipo A e 18 plantas de tipo B para maximizar os beneficios.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 3. Análise.

O volume de auga (en millóns de litros) almacenado nun embalse ao longo dun período de 11 anos en función do tempo t (en anos) vén dado pola función $V(t) = t^3 - 24t^2 + 180t + 8000,\ 0 \leq t \leq 11$

a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento da auga almacenada.

$V'(t) = 3t^2 - 48t + 180 \rightarrow V'(t) = 0 \rightarrow t=6$ e $t=10$ (puntos críticos)

En (0, 6), $V'(t)>0 \rightarrow$ V crecente
En (6, 10), $V'(t)<0 \rightarrow$ V decrecente
En (10,11), $V'(t)>0 \rightarrow$ V crecente

A auga almacenada crece desde o momento inicial ata transcorridos 6 anos e desde transcorridos 10 anos ata transcorridos 11 anos.

A auga almacenada decrece desde transcorridos 6 anos ata transcorridos 10 anos.

b) Calcule a cantidade de auga almacenada no último ano (t =11).

$V(11) = 11^3 - 24x11^2 + 180 \text{ x } 11 = 8407$

A cantidade auga almacenada no último ano e de 8407 millóns de litros.

c) Calcule o ano do período no que o volume almacenado foi máximo e o volume máximo que tivo o embalse ao longo dese período.

$t_0=6$ e un máximo relativo

$V(6) = 6^3 - 24x6^2 + 180 \text{ x } 6 = 8432$

$V(11)=8407$

$t_0=6$ e un máximo absoluto

O máximo almacenamento de auga prodúcese no sexto ano e ascende a 8432 millóns de litros.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 4. Análise.

Os beneficios obtidos durante o primeiro ano (en centos de euros) por un establecemento dedicado ó reparto de comida a domicilio veñen dados pola función

$$B(t) = t(t-a)^2\,, \qquad 0 \leq t \leq 12$$

onde t é o tiempo transcorrido en meses desde a apertura do establecemento.

a) Calcule o valor do parámetro a tendo en conta que $B(t)$ presenta un punto de inflexión en $t = 6$.

B´(t) =(t-a)^2 +2t(t-a) =(t-a) (3t-a)

B´´(t) = (3t-a) + 3 (t-a) = 6t – 4a ; B´´ (6) = 0 → 36-4a = 0 → **a=9**

b) Para $a = 9$, cal foi o maior beneficio obtido? En que momento ou momentos se produciu? Xustifique as respostas.

B(t) = t (t-9)^2 ; B´(t) =(t-9)^2 +2t(t-9) =(t-9) (3t-9) ; B´(t) =0 → t=9, t=3 (puntos críticos)

En (0, 3), B´ (t)>0 → B crecente

En (3, 9), B´ (t)<0 → B decrecente

En (9,12), B´ (t)>0 →B crecente

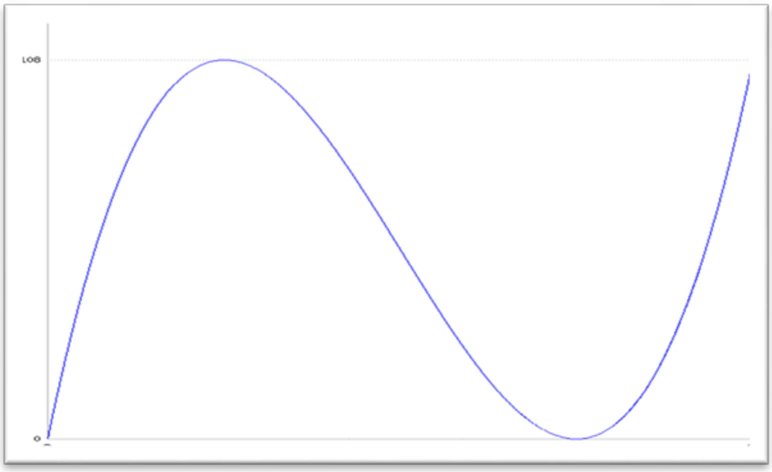
t_0 =3 e un máximo relativo : (3, 108) (B(3) =108)

t_0 =9 e un mínimo relativo : (9, 0) (B(9) = 0)

t=0 → B(0) = 0 ; t=12→ B(12) =108

O maior beneficio obtido foi de 10800€ e prodúcese transcorridos 3 meses e transcorridos 12 meses desde a apertura do establecemento.

c) Para $a = 9$, represente a gráfica da función $B(t)$ tendo en conta a información anterior e o estudo dos seus intervalos de crecemento e decrecemento.



MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade.

Nunha cidade, o 70% da poboación recibe publicidade dun establecemento, dos cales un 90% realiza algunha compra en devandito establecemento. Tamén se sabe que dos que non reciben publicidade, un 60% realiza algunha compra en devandito establecemento.

a) Que porcentaxe da poboación da cidade realiza algunha compra nese establecemento?

Sucesos: P= recibe publicidade e C= realiza algunha compra

Datos: P(P)= 0,7 $\rightarrow$ P $(\overline{\mathrm{P}})$ =0,3

P(C|P) = 0,9 ; P(C|$\overline{\mathrm{P}}$) = 0,9

P (C)= P(C|P). P(P) + P(C|$\overline{\mathrm{P}}$). P $(\overline{\mathrm{P}})$ = 0,9.0,7 +0,6, 0,3 =0,81

O 81% da poboación da cidade realiza algunha compra nese establecemento

b) Se eliximos unha persoa ao azar que realizou algunha compra nese establecemento, cal é a probabilidade de que recibise publicidade do mesmo?

$$\mathrm{P(P|C)} = \frac{\mathrm{P(C|P).P(P)}}{P(C)} = \frac{0{,}9.0{,}7}{0{,}81} = \frac{7}{9} = 0{,}777$$

Se eliximos unha persoa ao azar que realizou algunha compra nese establecemento, a probabilidade de que recibise publicidade do mesmo é 0,777=7/9

c) Son independentes os sucesos "realizar algunha compra nese establecemento" e "recibir publicidade do mesmo"? Xustifique a resposta.

Os sucesos P e C son independentes se P(P ∩ C)= P(P)·P(C) ou se P(P|C)=P(P) ou se P(C|P)=P(C) ,…..

Como P(P ∩ C)= P(C|P).P(P)=0,9.0,7=0,63

e P(P).P (C)=0,7. 0,81 $\rightarrow$ P(P ∩ C)≠ P(C|P).P(P)

Os sucesos "realizar algunha compra nese establecemento" e "recibir publicidade do mesmo" non son sucesos independentes

(Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa ou un diagrama de árbore)

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade.

Nunha mostra aleatoria de 120 empresas inspeccionadas, de entre as visitadas un ano polos inspectores de traballo dunha provincia, sancionouse a 30 delas.

a) Calcule, con un nivel de confianza do 90%, un intervalo de confianza para a proporción de empresas sancionadas pola Inspección de Traballo.

p = proporción de empresas sancionadas

O intervalo de confianza para p e da forma $\left(\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)_{1-\alpha}$

$\hat{p} = \frac{30}{120} = 0{,}25$

Nivel de confianza : 90%→$1\text{-}\alpha = 0{,}9 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}645$

Calculamos o intervalo

$$\left(0{,}25 - 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}25x0{,}75}{120}}\ ;\ 0{,}25 + 1{,}645\sqrt{\frac{0{,}25x0{,}75}{120}}\right) = (0{,}25 - 0{,}065\ ;\ 0{,}25 + 0{,}065) = (0{,}185\ ;\ 0{,}315)$$

o I.C ao 90%, para a proporción de empresas sancionadas pola Inspección de Traballo e

$(0{,}185\ ;\ 0{,}315)) \Leftrightarrow (\mathbf{18{,}5}\%; \mathbf{31{,}5}\%)_{\mathbf{90\%}}$

b) Se ignoramos os datos iniciais e cun nivel de confianza do 95%, cal é o tamaño mínimo da mostra necesaria para estimar a proporción de empresas sancionadas cun erro máximo do 2%?

$$e = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq 0{,}02$$

Como $\hat{p}$ e descoñecido consideramos $\hat{p} = 0{,}5$

Nivel de confianza : 95%→$1\text{-}\alpha = 0{,}95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96$

$$1{,}96\sqrt{\frac{0{,}5\times 0{,}5}{n}} \leq 0{,}02 \Rightarrow \frac{1{,}96\times 0{,}5}{0{,}02} \leq \sqrt{n} \Rightarrow n \geq 2401$$

O tamaño mínimo da mostra para estimar dita proporción cun erro máximo do 2% e un nivel de confianza do 95% debe ser de 2401 empresas.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corrixirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álxebra. Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcule os valores de a para os cales a matriz A ten inversa

b) Para a=1, calcule, se é posible, a inversa da matriz A.

c) Exprese en forma matricial o sistema de ecuacións seguinte e resólvao: $\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 2y - z = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$

EXERCICIO 2. Álxebra. Un barco pesqueiro dedicase a captura de xurelo e xarda. As normas sobre cotas son: As capturas totais non poden exceder de 30 toneladas(Tm);a cantidade de xurelo como máximo pode triplicar a de xarda e a cantidade de xarda non pode superar as 18 Tm.

Se o prezo o que vende o xurelo é de 5 €/kg e o da xarda é de 6€/kg

a) Formule e resolva o problema que determina as cantidades que debe pescar de cada especie para maximizar os ingresos, cumprindo as normas.

b) Represente graficamente a rexión factible e indique os seus vértices. A canto ascenden os ingresos máximos?

c) Cumpriría as normas sobre cotas pesqueiras se captura 20 Tm de xurelo e 6 Tm de xarda? Explique a súa resposta.

EXERCICIO 3. Análise. O número de exemplares vendidos dunha revista (en miles de unidades) nos primeiros cinco meses del ano ven dado pola función

$$N(t) = \begin{cases} 8 - t(t-2) & se\ 0 \le t \le 3 \\ 2t - 1 & se\ 3 < t \le 5 \end{cases} \quad onde\ t\ é\ o\ tempo\ transcorrido\ en\ meses$$

a) Estude o crecemento e decrecemento do número de exemplares vendidos. Calcule en que momentos se produciron o máximo e o mínimo número de ventas e a canto ascenderon.

b) Represente graficamente a función N(t). Calcule a area da rexión delimitada pola gráfica da función N(t),o eixe de abscisas e as rectas t=0 e t=5.

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(\mathrm{x}) = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{a}} + \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{x}}$, *x≠0,* a*≠0*

a) Calcule os valores do parámetro "a" para que $\mathrm{f(x)}$ teña un punto crítico en x_0=3.

b) Para a=3, estude o crecemento e decrecemento da función e os seus máximos e mínimos, se existen. Estude tamén os seus intervalos de concavidade e convexidade e os seus puntos de inflexión, se existen.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Nunha furna A hai 8 bolas verdes e 6 vermellas e noutra furna B hai 4 verdes e 5 vermellas. Lánzase un dado e se sae un número menor que 3 sácase unha bola da furna A e se sae un número maior ou igual a 3 sácase a bola da furna B. Extraese unha bola o chou,

a) Calcule a probabilidade de que a bola extraída sexa vermella. **b)** Sabendo que se extraeu unha bola verde, cal é a probabilidade de que saíra da furna A? **c)** Son independentes os sucesos "extraer bola vermella" e "a bola procede da furna A "?

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. O salario(en €) dos traballadores dunha empresa distribúese normalmente con desviación típica σ=300€.Preguntouse a 36 traballadores elixidos ó chou, e estableceuse que o salario medio dos traballadores da empresa oscila entre 1552€ e 1748€.

a) Cal foi o salario medio dos traballadores da mostra? Con que nivel de confianza se estableceu o intervalo anterior? **b)**Se o salario medio dos traballadores da empresa é μ=1650€, cal é a probabilidade de que o salario medio de mostras de 36 traballadores sexa superior a 1590€?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EXERCICIO 1. Álgebra. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcule los valores de a para los cuales la matriz A tiene inversa.

b) Para a=1, calcule, si es posible, la inversa de la matriz A.

c) Exprese en forma matricial el sistema de ecuaciones siguiente y resuélvalo: $\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 2y - z = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$

EJERCICIO 2. Álgebra. Un barco pesquero se dedica a la captura de jurel y caballa. Las normas sobre cuotas son: Las capturas totales no pueden exceder de 30 toneladas (Tm); la cantidad de jurel como máximo puede triplicar la de caballa y la cantidad de caballa no puede superar las 18 Tm.

Si el precio al que vende el jurel es de 5 €/kg y el de la caballa 6€/kg

a) Formule y resuelva el problema que determina las cantidades que debe pescar de cada especie para maximizar los ingresos, cumpliendo las normas.

b) Represente gráficamente la región factible e indique sus vértices. ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos?

c) ¿Cumpliría las normas sobre cuotas pesqueras si captura 20 Tm de jurel y 6 Tm de caballa? Explique su respuesta.

EJERCICIO 3. Análisis. El número de ejemplares vendidos de una revista (en miles de unidades), en los primeros cinco meses del año, viene dado por la función

$$N(t) = \begin{cases} 8 - t(t-2) & se\ 0 \leq t \leq 3 \\ 2t - 1 & se\ 3 < t \leq 5 \end{cases} \quad donde\ t\ es\ el\ tiempo\ transcurrido\ en\ meses$$

a) Estudie el crecimiento y decrecimiento del número de ejemplares vendidos. Calcule en que momentos se produce el máximo y el mínimo número de ventas y a cuánto ascienden.

b) Represente gráficamente la función N(t). Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función N(t), el eje de abscisas y las rectas t=0 y t=5.

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(\mathrm{x}) = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{a}} + \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{x}}$, *x≠0,* a*≠0*

a) Calcule los valores del parámetro "a" para que $\mathrm{f}(\mathrm{x})$ tenga un punto crítico en x_0=3.

b) Para a=3, estudie el crecimiento y decrecimiento de la función y sus máximos y mínimos, si existen. Estudie también sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión, si existen.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. En una urna A hay 8 bolas verdes y 6 rojas y en otra urna B hay 4 verdes y 5 rojas. Se lanza un dado y si sale un número menor que 3 se saca una bola de la urna A y si sale un número mayor o igual a 3 se saca la bola de la urna B. Se extrae una bola al azar,

a) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja. **b)** Sabiendo que se extrajo una bola verde, ¿Cuál es la probabilidad de que haya salido de la urna A? **c)** ¿Son independientes los sucesos "extraer bola roja" y "la bola procede de la urna A"?

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. El salario (en €) de los trabajadores de una empresa se distribuye normalmente con desviación típica σ=300€.Se preguntó a 36 trabajadores elegidos al azar, y se establece que el salario medio de los trabajadores de la empresa oscila entre 1552€ e 1748€

a) ¿Cuál ha sido el salario medio de los trabajadores de la muestra? ¿Con qué nivel de confianza se ha establecido el intervalo anterior? **b)** Si el salario medio de los trabajadores de la empresa es μ=1650€, ¿Cuál es la probabilidad de que el salario medio de muestras de 36 trabajadores sea superior a 1590€?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

Criterios de Avaliación

Só puntúan as tres primeiras preguntas respondidas

1. Álxebra.

a) 1 punto

b) 1 punto

c) 1,33 puntos

2. Álxebra.

a) 1,5 puntos

b) 1,5 puntos

c) 0,33 puntos

3. Análise.

a) 1,83 puntos

b) 1,5 puntos

4. Análise.

a) 1 punto

b) 2,33 puntos

5. Estatística e Probabilidade.

a) 1 punto

b) 1 punto

c) 1,33 puntos

6. Estatística e Probabilidade.

a) 1,83 puntos

b) 1,5 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 1. Álxebra. Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcule os valores de a para os cales a matriz A ten inversa

A matriz A ten inversa ⟺det(A) ≠ 0

det(A) = 2-3a

det(A)= 0 ⟺ a= 2/3

Polo tanto, **a matriz A ten inversa para tódolos valores de a distintos de 2/3**

b) Para a=1, calcule, se é posible, a inversa da matriz A.

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ → det(A) = 2-3 = -1 → Adj(A) =A^*= $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

A^{-1} = (1/det(A)). $(A^*)^t$ → $\mathbf{A^{-1}} = \begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{-1} & \mathbf{3} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{-4} \end{pmatrix}$

c) Exprese en forma matricial o sistema de ecuacións seguinte e resólvao

$\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 2y - z = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$ → $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ **(A·X=B) ⟹ X=A^{-1}·B**

X = $\begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{-1} & \mathbf{3} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{-4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{-1} \\ \mathbf{-1} \end{pmatrix}$

Solución: x=2, y=-1, z=-1

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 2. Álxebra. Un barco pesqueiro dedicase a captura de xurelo e xarda. As normas sobre cotas son: As capturas totais non poden exceder de 30 toneladas(Tm);a cantidade de xurelo como máximo pode triplicar a de xarda e a cantidade de xarda non pode superar as 18 Tm.
Se o prezo o que vende o xurelo é de 5 €/kg e o da xarda é de 6€/kg

a) Formule e resolva o problema que determina as cantidades que debe pescar de cada especie para maximizar os ingresos, cumprindo as normas.

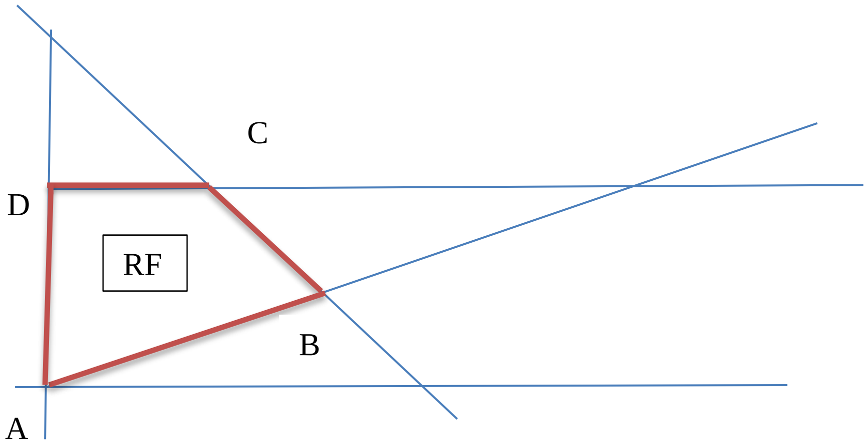
x: nº de Kg de xurelo capturados ; y: nº de Kg de xarda capturados

Restricións:

$$\left.\begin{array}{r} x+y \leq 30000 \\ y \leq 18000 \\ x \leq 3y \\ x \geq 0 \end{array}\right\}$$

Función a optimizar, max f(x, y)= 5x+6y

b) Represente graficamente a rexión factible e indique os seus vértices. A canto ascenden os ingresos máximos?



Vértices:

A: x=0 Y=0 **A (0,0)**
B: x=3y x+y=30000 **B (22500, 7500)**
C: y=18000 x+y=30000 **C (12000, 18000)**
D: x=0 y=18000 **D (0, 18000)**

f(A)=0; f(B)= 157500; **f(C)=168000 (Máximo);** f(D)=420000

f alcanza o seu máximo no vértice C (12000, 18000)
Os máximos ingresos ascenden a 168000 euros e para elo deben capturar 12000Kg de xurelo e 18000 de xarda.

c) Cumpriría as normas sobre cotas pesqueiras se captura 20 Tm de xurelo e 6 Tm de xarda? Explique a súa resposta.

x=20000
y=6000 verifican as dúas primeiras restricións pero non verifican a terceira (x≤ 3y)

Non cumpriría as normas sobre cotas pesqueiras se captura 20 Tm de xurelo e 6 Tm de xarda

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 3. Análise. O número de exemplares vendidos dunha revista (en miles de unidades) nos primeiros cinco meses del ano ven dado pola función

$$N(t) = \begin{cases} 8 - t(t-2) & se\ 0 \le t \le 3 \\ 2t - 1 & se\ 3 < t \le 5 \end{cases} \quad onde\ t\ é\ o\ tempo\ transcorrido\ en\ meses$$

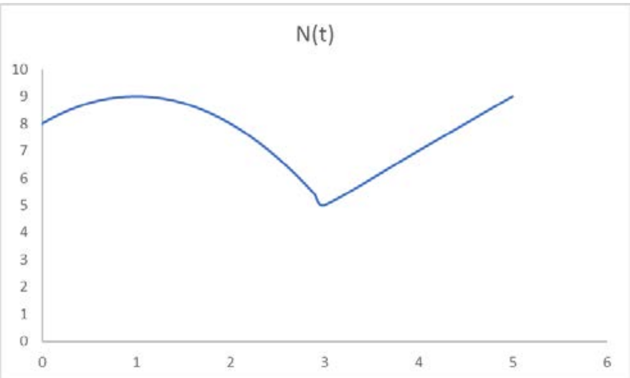
a) Estude o crecemento e decrecemento do número de exemplares vendidos. Calcule en que momentos se produciron o máximo e o mínimo número de ventas e a canto ascenderon.

En (0, 3) N(t)= $-t^2 + 2t + 8$ → N´ (t)= -2t+2 → N´ (t)= 0 → t =1 (punto crítico)
En (0, 1), N´(t)>0 ⇒ N crecente
En (1, 3), N´ (t)<0 → N decrecente
En t_0=1 máximo relativo: (1, 9) (N(1)=9)

En (3, 5) N´ (t)= 2 → N´ (t)= 0 non ten solución
En (3, 5), N´(t)>0 ⇒ N crecente

N(0)=8, N(3)=5, N(3^+)=5, N(5)= 9
O número de exemplares vendidos crece desde o momento inicial ata transcorrido 1 mes e desde transcorridos 3 meses ata transcorridos 5 meses
O máximo número de ventas prodúcese transcorrido 1 mes e tamén transcorridos 5 meses e ascende a 9000 exemplares
O número mínimo de ventas prodúcese transcorridos 3 meses e é de 5 000 exemplares

b) Represente graficamente a función N(t). Calcule a area da rexión delimitada pola gráfica da función N(t), o eixe de abscisas e as rectas t=0 e t=5.



Area =$| \int_0^3 (-t^2 + 2t + 8)dt| + | \int_3^5 (2t - 1)dt|$

$|\frac{-t^3}{3} + t^2 + 8t|_0^3 + |t^2 - t|_3^5$ =24+14 = **38 u²**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(x) = \frac{x}{a} + \frac{a}{x}$, *x≠0,* a*≠0*

a) Calcule os valores do parámetro "a" para que $\mathbf{f(x)}$ teña un punto crítico en x_0 =3.

x_0 =3, punto crítico ⇒ $f'(3)=0$

$f'(x) = 1/a - a/x^2 \rightarrow f'(3) = 1/a - a/9 = 0 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$

Os valores do parámetro "a" para os que $f(x)$ ten un punto crítico en x_0 =3 son **a=3 e a= -3**

b) Para a=3, estude o crecemento e decrecemento da función e os seus máximos e mínimos, se existen. Estude tamén os seus intervalos de concavidade e convexidade e os seus puntos de inflexión, se existen.

$f(x)=x/3+3/x$, $x\neq 0$

$f'(x) = 1/3 - 3/x^2 \rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 3$ puntos críticos

En $(-\infty, -3)$, $f'(x)>0$ ⇒ f crecente

En $(-3, 0)$, $f'(x)<0$ ⇒ f decrecente

En $(0, 3)$, $f'(x)<0$ ⇒ f decrecente

En $(3,+\infty)$, $f'(x)>0$ ⇒ f crecente

x_0=-3 máximo relativo: (-3, -2) (f(-3)=-2)

x_0=3 mínimo relativo: (3, 2)

$f''(x) = 6/x^3 \rightarrow f''(x) = 0$ non ten solución

En $(-\infty, 0)$, $f''(x)<0$ ⇒ f cóncava

En $(0,+\infty)$, $f''(x)>0$ ⇒ f convexa

Non existen puntos de inflexión

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade.

Nunha furna A hai 8 bolas verdes e 6 vermellas e noutra furna B hai 4 verdes e 5 vermellas. Lánzase un dado e se sae un número menor que 3 sácase unha bola da furna A e se sae un número maior ou igual a 3 sácase a bola da furna B. Extraese unha bola o chou,

a) Calcule a probabilidade de que a bola extraída sexa vermella

Sucesos: A= sacar unha bola da furna A
B= sacar unha bola da furna B
V= bola verde
R= bola vermella
P(A)=P(menos de 3 no lanzamento do dado)=2/6
P(B)=P(3 ou mais no lanzamento do dado)=4/6

P(bola vermella)= P(R)= $P(R|A).\ P(A) + P(R|B).\ P(B) = (6/14)\cdot(2/6)+(5/9)\cdot(4/6)=$**97/189**

b) Sabendo que se extraeu unha bola verde, cal é a probabilidade de que saíra da furna A?

P(A|V) $= \frac{P(V|A).P(A)}{P(V)} = \frac{P(V|A).P(A)}{P(V|A).P(A) + P(V|B).P(B)} = \frac{(8/14)\cdot(2/6)}{(8/14)\cdot(2/6)+(4/9)\cdot(4/6)}$ **=9/23**

c) Son independentes os sucesos "extraer bola vermella" e "a bola procede da furna A " ?

Os sucesos R e A son independentes se $P(R \cap A)= P(R)\cdot P(A)$ ou se $P(R|A)=P(R)$ ou se $P(A|R)=P(A)$,…..

Como $P(R \cap A)= P(R|A).P(A)=(6/14)\cdot(2/6)=1/7$
$P(A)=2/6=1/3$
$P(R)=97/189$
$P(R).P\ (A)=(1/3)\cdot(97/189) \neq 1/7= P(R \cap A)$

Os sucesos "extraer bola vermella" e "a bola procede da furna A " non son sucesos independentes

(Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa ou un diagrama de árbore)

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade.

O salario(en €) dos traballadores dunha empresa distribúese normalmente con desviación típica σ=300€.Preguntouse a 36 traballadores elixidos ó chou, e estableceuse que o salario medio dos traballadores da empresa oscila entre 1552€ e 1748€.

a) Cal foi o salario medio dos traballadores da mostra?

X= salario dos traballadores

σ=300, n=36

I.C para μ = salario medio: $(\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})= (\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})_{1-\alpha}$

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1552 \text{ e } \left(\bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1748 \Longrightarrow \bar{x} = \frac{1552+1748}{2} = 1650 \text{ €}$$

O salario medio dos traballadores da mostra foi de 1650 €

Con que nivel de confianza se estableceu o intervalo anterior?

e = $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 1748\text{-}1552 = z_{\alpha/2} \frac{300}{\sqrt{36}}$

$98 = z_{\alpha/2} \cdot 50 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \rightarrow 1 - \alpha = 0{,}95$

O nivel de confianza co que se estableceu o intervalo e do 95%

b) Se o salario medio dos traballadores da empresa é μ=1650€, cal é a probabilidade de que o salario medio de mostras de 36 traballadores sexa superior a 1590€?

$\bar{X} \rightarrow N(\mu=1650,\ \sigma=\frac{300}{\sqrt{36}}) = N(1650,50)$

P($\bar{X}$>1590)= P(Z> $\frac{1590-1650}{50}$) = P(Z>-1,2) = P(Z<1,2) = **0,8849**

A probabilidade de que o salario medio de mostras de 36 traballadores sexa superior a 1590€ é 0,8849