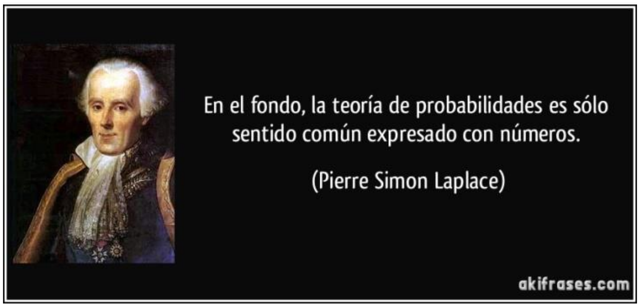
2º de bachillerato
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II
Bloque 3 - Estadística y probabilidad

www.ebaumatematicas.com

TEMA 8. Probabilidad



La probabilidad, en su definición más básica, es una medida de la **certidumbre asociada a un suceso futuro**.

1. Experimentos aleatorios. Espacio muestral.

Si dejamos caer una piedra o la lanzamos, y conocemos las condiciones iniciales de altura, velocidad, etc., sabremos con seguridad dónde caerá, cuánto tiempo tardará, etc. Es una ***experiencia determinista***.

Si lanzamos un dado sobre una mesa, ignoramos qué cara quedará arriba. El resultado depende del azar. Es una ***experiencia aleatoria***.

Un **experimento aleatorio** es aquel que no podemos predecir el resultado, es decir, que depende de la suerte o del azar.
Cuando conocemos el resultado del experimento antes de realizarlo, decimos que se trata de un **experimento determinista**.

Ejemplo:

De los siguientes experimentos, indica los que son deterministas y los que son aleatorios:

a) Elegir un libro de la biblioteca con los ojos cerrados.
b) Medir la temperatura de agua destilada.
c) Lanzar una moneda al aire.
d) Marcar un número de teléfono.

e) Extraer una bola de una urna de bolas rojas.
f) Medir la longitud de una mesa.
Indica además, dos ejemplos de experimento aleatorio y dos ejemplos de experimento determinista.

Solución: a), b) y f) son experimentos aleatorios. c), d) y e) son experimentos deterministas.

- *Experimento determinista: medir el peso de un litro de agua calcular el área de un cuadrado de lado 2, etc.*
- *Experimento aleatorio: anotar la matricula del primer coche que pase por delante de ti, lanzar un dado y mirar que sale, extraer una carta de la baraja, etc.*

El **espacio muestral** de un experimento aleatorio está formado por todos los posibles resultados que podemos obtener al realizar el experimento, se denota ***E***.

Suceso es cualquier subconjunto del espacio muestral.

Decimos que **un suceso se ha verificado**, si al realizar el experimento aleatorio correspondiente, el resultado es uno de los que contempla dicho suceso.
Por ejemplo, si al lanzar un dado sale 5, se ha verificado, entre otros, los sucesos {5}, {1,3,5}, {Sacar impar}, {Sacar más de 3}, E. Y no se ha verificado {Sacar par}

Demos nombre a algunos tipos de sucesos:

- Un ***suceso elemental*** *es aquel que solo contempla un posible resultado.*
- ***Suceso seguro o total, E****: un suceso que ocurre siempre. El espacio muestral también se designa como suceso seguro.*
- ***Suceso imposible o vacío, Ø :*** *un suceso que no ocurre nunca.*
- ***Un suceso compuesto*** *es el formado por dos o más sucesos elementales.*

Cualquier suceso se puede describir con una expresión en texto o bien detallando cada resultado que favorece que ocurra dicho suceso.

En el experimento "lanzar un dado y mirar que sale" un suceso posible es A = "salga número par", este mismo suceso lo podemos describir como A = "sacar múltiplo de 2" o A = "Sacar 2 o 4 o 6". Esta última descripción es más precisa y se suele escribir como A = {2, 4, 6}.

Ejemplo:

En el experimento aleatorio "*lanzamiento de dos dados y suma de los puntos obtenidos en las caras superiores de ambos*", describimos su espacio muestral o conjunto de posibles resultados y algunos de los posibles sucesos a estudiar en este experimento:

Espacio muestral: E = { 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 }

Son **sucesos elementales**:

- Cada uno de los posibles resultados:
  {2}, {3}, {4}, {5}, {6}, {7}, {8}, {9}, {10}, {11}, {12}

- Obtener por ejemplo múltiplo de 7 : { 7 }
- Obtener más de 11 puntos: { 12 }

Son **sucesos compuestos**:

- A = {Obtener múltiplo de 3} = { 3, 6, 9, 12 }
- B = {Obtener múltiplo de 2} = { 2, 4, 6, 8, 10, 12 }

Es un **suceso seguro**: E = {Obtener suma menor o igual a 12} = {Obtener suma entre 1 y 13}
Es un **suceso imposible**: $\varnothing$ = {Obtener suma 215} = {Obtener suma 1} = {Obtener suma mayor de 13}

Para empezar, vamos a prestar atención a experiencias aleatorias sencillas como lanzar dados o monedas, extraer cartas de una baraja, sacar bolas de urnas,….



Ejercicio:

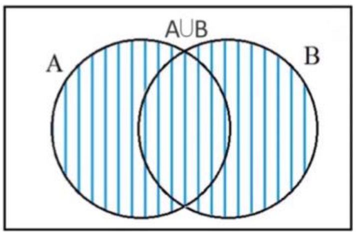
Describe el espacio muestral asociado a cada uno de los siguientes experimentos aleatorios:

a) Sacar dos cartas de una baraja y mirar si es pareja o no.
b) Extracción de dos bolas de una urna que contiene cuatro bolas blancas y tres negras.

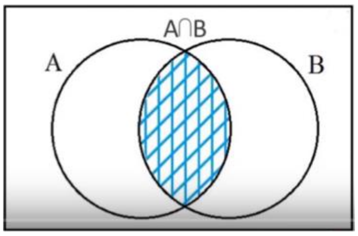
Solución.
a) E = {Pareja, No pareja}
b) E = {Dos bolas blancas, Dos bolas negras, Una bola negra y otra blanca}

2. Sucesos. Operaciones con sucesos.

Llamamos **unión** de dos sucesos A y B, y lo designamos $A \cup B$ (lo leemos como "A unión B") al suceso formado por todos los elementos de A y todos los de B.
El suceso $A \cup B$ ocurre cuando lo hacen A **o** B **o** ambos.



Llamamos **intersección** de dos sucesos A y B, y lo designamos $A \cap B$ (lo leemos como "A intersección B") al suceso formado por los elementos que pertenecen ***simultáneamente*** a A y a B.
El suceso $A \cap B$ ocurre cuando lo hacen **A y B a la vez**.



Dos sucesos A y B son **incompatibles** cuando $A \cap B = \varnothing$. Si $A \cap B \neq \varnothing$ se dicen **compatibles**.

Ejemplo:

En el experimento aleatorio "*lanzamiento de dos dados y suma de los puntos obtenidos en las caras superiores de ambos*", dados los sucesos **A = {1, 2, 3, 6}** y **B = {3, 4, 5, 6, 7}** la unión y la intersección son:

$$A \cup B = \{1,2,3,6\} \cup \{3,4,5,6,7\} = \{1,2,3,4,5,6,7\}$$
$$A \cap B = \{1,2,3,6\} \cap \{3,4,5,6,7\} = \{3,6\}$$

Los sucesos A y B son compatibles, ya que tienen sucesos elementales en común. $A \cap B \neq \varnothing$.

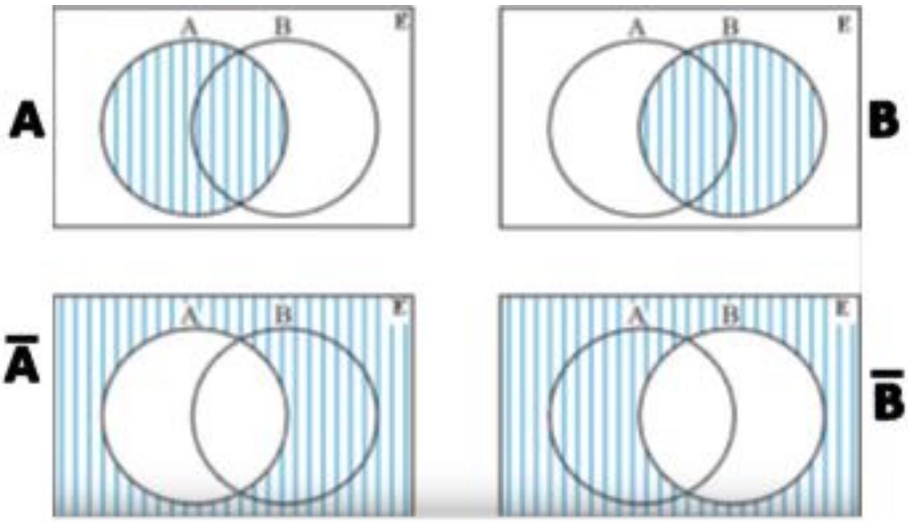
Dados los sucesos **C = "Sacar suma par" = {2, 4, 6, 8, 10, 12}** y **D = "Sacar suma impar" = {3, 5, 7, 9, 11}** la unión y la intersección son:

$$C \cup D = \text{"Sacar suma par o impar"} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$$
$$C \cap D = \text{"Sacar suma par e impar"} = \varnothing$$

Los sucesos C y D son incompatibles, pues no tienen sucesos elementales en común. $A \cap B = \varnothing$.

El suceso **contrario o complementario** de un suceso *A* se escribe $\overline{A}$ o A^c. Entre ambos (*A* y A^C) se reparten los elementos del espacio muestral. Es decir, siempre ocurre uno u otro, pero nunca los dos simultáneamente.

El **contrario del contrario** coincide con el suceso de partida: $\overline{\overline{\mathbf{A}}} = \mathbf{A}$



Ejemplo:

En el experimento aleatorio "*lanzamiento de dos dados y suma de los puntos obtenidos en las caras superiores de ambos*", dados los sucesos **C = "Sacar suma par" = {2, 4, 6, 8, 10, 12}** y **D = "Sacar suma impar" = {3, 5, 7, 9, 11}** se cumple que $D^C = C$ y $C^C = D$. Es decir, el suceso contrario de "*Sacar suma par*" es " *Sacar suma impar*" y viceversa.

Leyes de Morgan

El **contrario de la unión** es la intersección de los contrarios (1ª ley de Morgan).

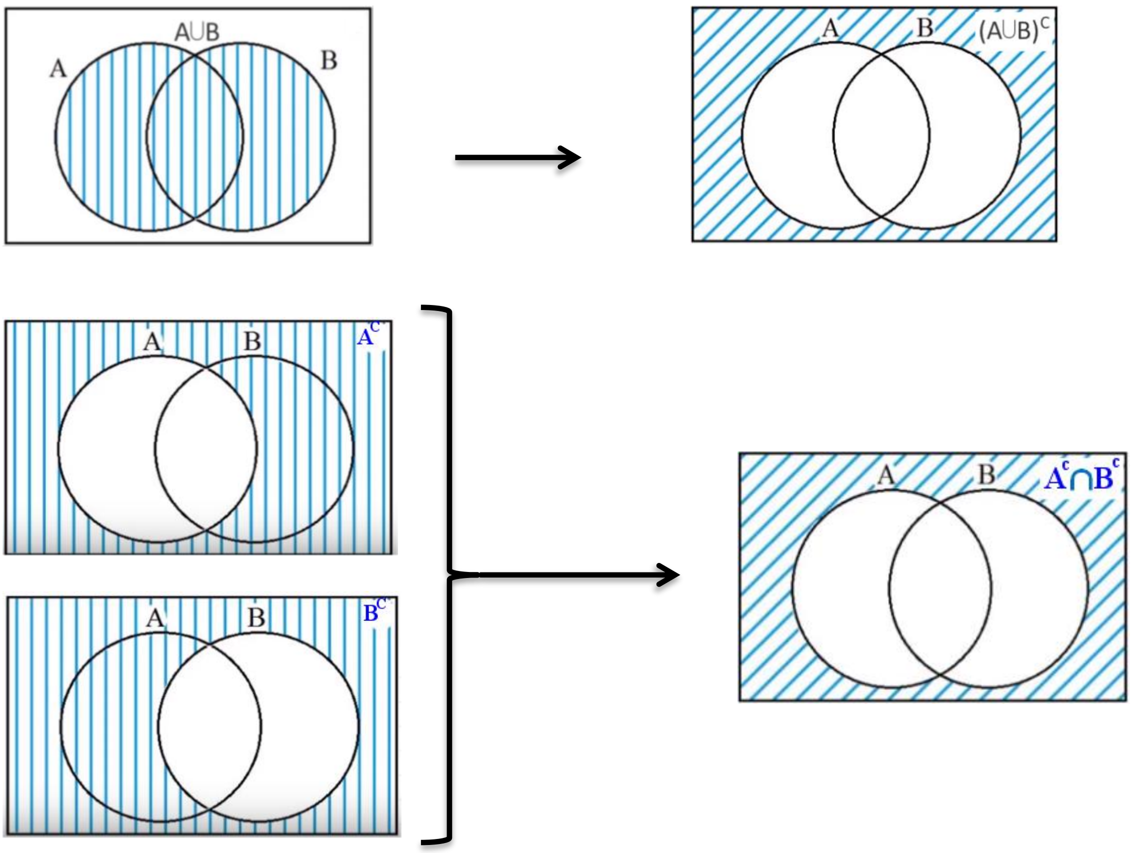
$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

El **contrario de la intersección** es la unión de los contrarios (2ª ley de Morgan)..

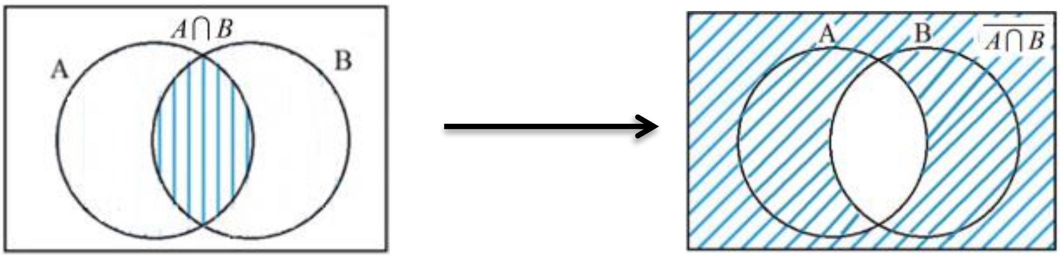
$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

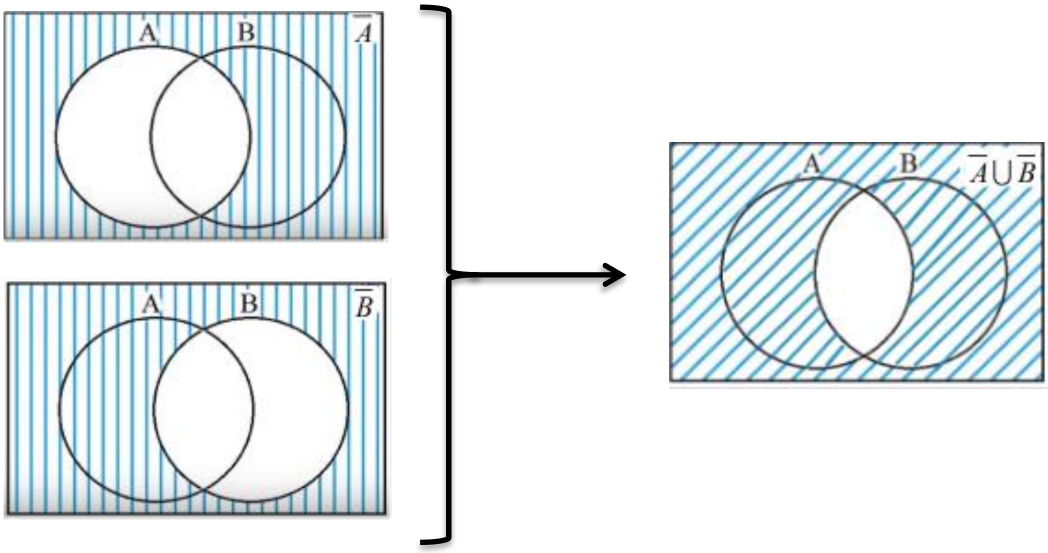
La demostración de estas leyes la tenemos en las siguientes representaciones gráficas.

1ª Ley de Morgan: $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$



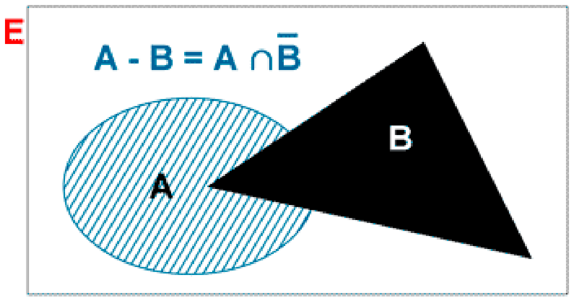
2ª Ley de Morgan: $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$





La **diferencia de sucesos**, *A – B*, está formado por los elementos de A que no pertenecen a B, es decir, la intersección del suceso A con el contrario del suceso B.

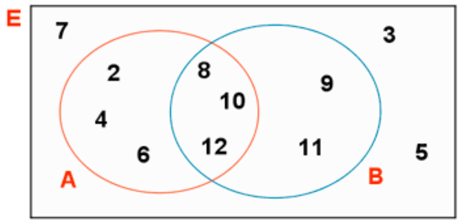
$$A - B = A \cap \overline{B}$$



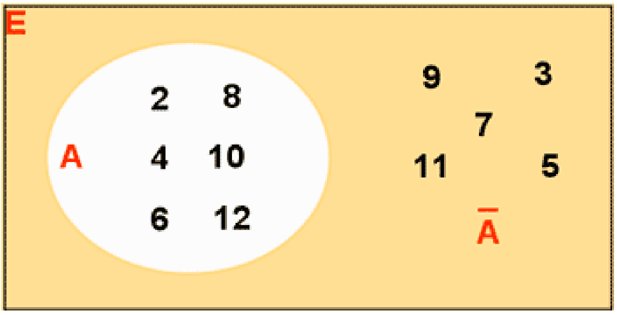
Ejemplos:

1. Sea E el espacio muestral del experimento consistente en "*lanzar dos dados y sumar las puntuaciones obtenidas en sus caras superiores*".
   Sean los sucesos A = {ser par} y B = {ser mayor que 7}.

Podemos obtener:



- **Unión de sucesos**:
  A ∪ B = { obtener un número par o mayor que 7 } = { 2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12 }
- **Intersección de sucesos**:
  A ∩ B = { obtener un número par mayor que 7 } = { 8, 10, 12 }
- **Diferencia de sucesos**:
  A – B = { obtener un número par menor o igual que 7 } = { 2, 4, 6 }
- **Suceso contrario**:
  $\overline{A}$ = {No obtener número par} = { obtener un número impar } = { 3, 5, 7, 9, 11 }
  $\overline{B}$ = {Ser menor o igual que 7} = {2, 3, 4, 5, 6, 7}



2. De una urna con 50 bolas numeradas de 1 a 50 se extrae una. Se consideran los sucesos:
A = { sacar un número múltiplo de 2 }
B = { sacar un número múltiplo de 3 }
C = { sacar un número múltiplo de 5 }
Determina los elementos de los siguientes conjuntos:

a) $A \cup B$ = {sacar múltiplo de 2 o 3}

b) $A \cup C$ = {sacar múltiplo de 2 o 5}

c) $B \cup C$ = {sacar múltiplo de 3 o 5}

d) $A \cap B$ = {sacar múltiplo de 2 y 3} = {sacar múltiplo de 6}

e) $A \cap C$ = {sacar múltiplo de 2 y 5} = {sacar múltiplo de 10}

f) $B \cap C$ = {sacar múltiplo de 3 y 5} = {sacar múltiplo de 15}

g) $\overline{A} \cap B$ = {sacar número que no sea múltiplo de 2 y si de 3} = {sacar múltiplo de 3 e impar}

h) $B \cap \overline{C}$ = {sacar múltiplo de 3 y no de 5}={sacar múltiplo de 3 que no acabe ni en 5 ni en 0}

i) $C \cap \overline{C}$ = Ø

j) $B \cup \overline{B}$ = E

k) $\overline{A \cup B}$ = {sacar número que no sea múltiplo de 2 ni de 3}

l) $\overline{A \cap B}$ = {sacar número que no sea múltiplo de 6}

Ejercicios

1. Tenemos una urna con nueve bolas numeradas del 1 al 9. Realizamos el experimento, que consiste en sacar una bola de la urna, anotar el número y devolverla a la urna. Consideramos los siguientes sucesos: **A="salir un número primo"** y **B="salir un número cuadrado perfecto"**. Responde a las cuestiones siguientes:
   a. Calcula los sucesos $A \cap B$ y $A \cup B$
   b. Los sucesos *A* y *B*, ¿son compatibles o incompatibles?
   c. Encuentra los sucesos contrarios de *A* y *B*.

2. Se lanza un dado de seis caras. Considera los sucesos:
A = "obtener un número mayor que 2"   B = "obtener un número par"
C = "obtener un número primo"
Describe los sucesos elementales asociados a cada suceso y calcula los sucesos siguientes :
a. $\overline{A}$; $\overline{B}$; $\overline{C}$ b. $A \cap B$; $A \cup B$ c. $\overline{A \cup B}$; $\overline{A \cap B}$; $B \cap C$ d. $A \cup \overline{B}$; $B \cap \overline{C}$

3. En el experimento "Lanzar un dado con 6 caras" consideramos los sucesos A = "sacar par", B = "sacar impar", C = "sacar primo". Describe estos sucesos A, B y C, también los sucesos $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap C$, $B \cup C$, $B \cap C$.
   a. Describe los sucesos contrarios $\overline{A}, \overline{B}\ y\ \overline{C}$
   b. Calcula las probabilidades de todos los sucesos que aparecen en el ejercicio.

Solución: 1.a. $A \cap B = \{2,3,5,7\} \cap \{1,4,9\} = \varnothing$; $A \cup B = \{2,3,5,7\} \cup \{1,4,9\} = \{1,2,3,4,5,7,9\}$

1.b. Son incompatibles

1.c. $\overline{A} = \text{No sacar número primo} = \{1,4,6,8,9\}$;

$\overline{B} = \textit{No sacar cuadrado perfecto} = \{2,3,5,6,7,8\}$

2. A = {3,4,5,6}; B = {2,4,6}; C = {2,3,5}

2.a. $\overline{A} = \textit{Obtener número menor o igual que } 2$; $\overline{B} = \textit{Obtener número impar}$;

$\overline{C} = \textit{Obtener n}^{\text{o}} \textit{ no primo}$

2.b. $A \cap B$ *=Sacar número par mayor que 2 = {4,6};* $A \cup B$ *= Sacar número par o mayor que 2 = {2,3,4,5,6}*

2.c. $\overline{A \cup B}$ *= {1};* $\overline{A \cap B}$ *={1,2,3,5};* $B \cap C$ *=Sacar primo y par={2}*

2.d. $A \cup \overline{B}$ *= Sacar mayor que 2 o impar = {1,3,4,5,6};*

$B \cap \overline{C}$ *= Sacar par y no sea primo = {2,4,6}* $\cap$ *{1,4,6} = {4,6}*

3. $\overline{A}=\{\text{sacar impar}\}$, $\overline{B}=\{\text{sacar par}\}$ y $\overline{C}=\{\text{sacar no primo}\}$ P(A) = P(B) = P(C) = 1/2

$P(\overline{A})=P(\overline{B})=P(\overline{C})=1/2$; $P(A\cup B)=1$, $P(A\cap B)=0$, $P(A\cup C)=5/6$, $P(A\cap C)=1/6$, $P(B\cup C)=4/6$, $P(B\cap C)=2/6$

3. Definición de Probabilidad. Propiedades.

3.1.Definición de Laplace

Si el espacio muestral de un experimento aleatorio está formado por ***n*** sucesos elementales $E=\{x_1,x_2,x_3,x_4,...,x_n\}$ y todos ellos tienen la misma probabilidad de que ocurran en la realización del experimento (son **equiprobables**), entonces:

$$\text{Probabilidad de que se verifique un suceso A}=P(A)=\frac{\text{Número de casos favorables al suceso A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

3.2. Propiedades

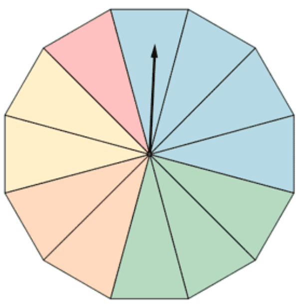
1. $P(\overline{A})=1-P(A)$
2. $P(\varnothing)=0$
3. $P(E)=1$
4. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

¡¡ IMPORTANTÍSIMO !!

$$0\le P(A)\le 1$$

Ejemplos:

1. Al girar una ruleta como la de la figura, ¿cuál es la probabilidad de cada color?



1 parte es roja, 4 azules, 3 verdes, 2 naranjas y 2 amarillas.

Al encontrarnos en una situación de equiprobabilidad, aplicamos la Regla de Laplace para poder calcular la probabilidad de cada color, teniendo en cuenta que la ruleta se encuentra dividida en 12 partes. Los sucesos elementales presentan la misma probabilidad.

$$P(A)=\frac{\text{Número de casos favorables al suceso A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

$P(rojo)=\frac{1}{12}$ $\quad P(azul)=\frac{4}{12}$ $\quad P(verde)=\frac{3}{12}$ $\quad P(naranja)=P(amarillo)=\frac{2}{12}$

2. Si extraemos una bola al azar de una urna que contiene 3 bolas verdes, 5 bolas blancas y 2 bolas azules, calcula la probabilidad de los sucesos:
A = {obtener una bola verde}, B = {obtener una bola blanca} y C = {obtener una bola azul}.

Como en total hay 10 bolas, los casos posibles son 10 y los casos favorables para el suceso A son 3, 5 para B y 2 para C.

Por lo tanto:

$P(A)=\frac{3}{10}$ $\quad P(B)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ $\quad P(C)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

3. Si lanzamos un dado al aire, calcula la probabilidad de que ocurran los siguientes sucesos:

a) Sacar un 3.
b) Sacar un número par.
c) Sacar un número primo.
d) Sacar un número menos que 5.

Definimos en primer lugar el espacio muestral del experimento.

E = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

Aplicando la regla de Laplace, calculamos ahora las probabilidades de cada uno de los sucesos.

a) $P(A)=\frac{1}{6}$ $\quad$ b) $P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ $\quad$ c) $P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ $\quad$ d) $P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

4. De la baraja de cartas española de 40 cartas se extrae una carta al azar. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) Sacar el as de espadas.
b) Sacar un rey.
c) Sacar un oro.
d) Sacar una figura
e) Sacar una carta que no sea figura.
f) Sacar as o un 2.

Aplicando la regla de Laplace, calculamos las probabilidades de cada uno de los sucesos.

$P(As\ de\ espadas)=\frac{1}{40}$ $\quad P(rey)=\frac{4}{40}=\frac{1}{10}$ $\quad P(Oro)=\frac{10}{40}$

$P(Figura)=\frac{12}{40}=\frac{3}{10}$ $\quad P(No\ figura)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$ $\quad P(As\ o\ 2)=\frac{8}{40}=\frac{1}{5}$

5. En un sorteo de lotería observamos la cifra en que termina el "gordo".
a) ¿Cuál es el espacio muestral?
b) Describe los sucesos: *A* = "Menor que 5"; *B* = "Par".
c) Halla los sucesos $A \cup B$, $A \cap B$, A^c, B^c, $A^c \cap B^c$.

a) El espacio muestral es: $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

b) A = "MENOR QUE 5" = $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ B = "PAR" = $\{0, 2, 4, 6, 8\}$

c) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

$A \cap B = \{0, 2, 4\}$

$A^c = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

$B^c = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$A^c \cap B^c = \{5, 7, 9\}$

6. Escribimos cada una de las letras de la palabra PREMIO en una ficha y las ponemos en una bolsa. Extraemos una letra al azar.
a) Escribe los sucesos elementales de este experimento. ¿Tienen todos la misma probabilidad?
b) Escribe el suceso "obtener vocal" y calcula su probabilidad.

a) Los sucesos elementales son: {P}, {R }, {E }, {M }, {I }, {O}.
Todas tienen la misma probabilidad, porque todas aparecen una sola vez.

b) V = "obtener vocal" = {E, I, O}

$P(\text{V}) = 3/6 = 1/2 = 0{,}5$

7. Lanzamos un dado rojo y otro verde. Anotamos el resultado. Por ejemplo, (3, 4) significa 3 en el rojo y 4 en el verde.
a) ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral?
b) Describe los siguientes sucesos:
***A*: la suma de puntos es 6; $A = \{(5, 1), (4, 2), \ldots\}$**
***B*: En uno de los dados ha salido 4; $B = \{(4, 1), \ldots\}$**
***C*: En los dados salió el mismo resultado.**
c) Describe los sucesos $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap C$.
d) Calcula la probabilidad de los sucesos de los apartados b) y c).
e) Calcula la probabilidad de A^c, B^c y C^c.

a) Como tenemos dos dados, cada uno con 6 caras, tenemos 6 resultados en uno para cada uno de los 6 resultados del otro. Es decir, en total, 36 elementos en el espacio muestral.

b) $A = \{(5, 1), (4, 2), (3, 3), (2, 4), (1, 5)\}$
$B = \{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (1, 4), (2, 4), (3, 4), (5, 4), (6, 4)\}$

C = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)}

c) $A \cup B$ → En uno de los dados ha salido un 4 o la suma de los dos es 6.
$A \cap B$ → Habiendo salido un 4, la suma de los dos es 6, es decir, {(4, 2), (2, 4)}.
$A \cap C$ → Habiendo salido dos números iguales, la suma es 6, es decir, {(3, 3)}.

d) $P[A] = 5/36$ $P[B] = 11/36$ $P[C] = 6/36 = 1/6$
$P[A \cup B] = 14/36$ $P[A \cap B] = 2/36 = 1/18$ $P[A \cap C] = 1/36$

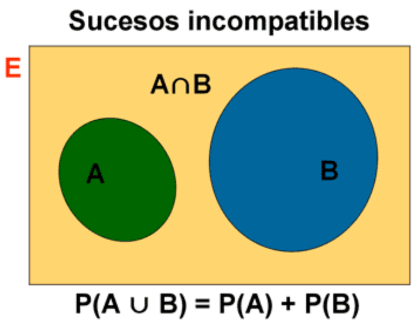
e) $P[A^c] = 1 - P[A] = 31/36$
$P[B^c] = 1 - P[B] = 25/36$
$P[C^c] = 1 - P[C] = 5/6$

4. Regla de la suma

Sucesos incompatibles

Si dos **sucesos** A y B de un experimento son **incompatibles**, la probabilidad de su unión es igual a la suma de la probabilidad de cada suceso:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



Ejemplo:

Una urna contiene 5 bolas rojas, 2 bolas azules y 3 bolas verdes. Se considera el experimento sacar una bola al azar. Sean los sucesos A = "Sacar bola roja", B = "Sacar bola azul" y C = "Sacar bola que no sea verde". Calcula la probabilidad de sacar una bola que no sea verde.

A y B son sucesos incompatibles. Además $A \cup B = C$
Aplicando la regla de Laplace:

$$P(A) = \frac{5}{10} \quad P(B) = \frac{2}{10} \qquad P(C) = \frac{7}{10}$$

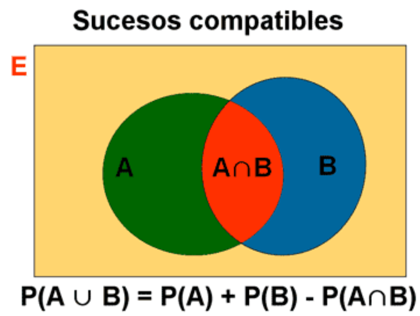
Se puede calcular la probabilidad de C, utilizando la fórmula anterior:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$$

Sucesos compatibles

Si dos **sucesos** A y B son **compatibles**, la probabilidad de su unión es igual a la suma de la probabilidad de cada suceso menos la probabilidad del suceso intersección de A y B.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$



Ejemplo:

1. **Realizamos el experimento aleatorio de extraer una carta de una baraja española de 40 cartas y se definen los siguientes sucesos:**
   A = {obtener un rey}, B = {obtener una copa} y C = {obtener un rey o una copa}.
   ¿Cómo calcularías las probabilidades de esos sucesos?

   Aplicando la regla de Laplace:

   $$P(A)=\frac{4}{40} \qquad P(\text{B})=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$$

   Para obtener la probabilidad de que salga rey o una carta de copas, tenemos 10 cartas de copas y los 3 reyes restantes (de oros, espadas y bastos) pues en las 10 cartas de copas ya está incluido el rey de copas

   $$P(\text{C})=\frac{13}{40}$$

   Sin embargo si nos fijamos en el suceso C, obtener un rey o una copa, vemos que este suceso se puede identificar con la unión de los sucesos A y B, pero teniendo cuidado porque A y B tienen un elemento en común y son compatibles. Por tanto:

   $$P(\text{C})=P(\text{A}\cup\text{B})=\text{P(A)}+\text{P(B)}-\text{P(A}\cap\text{B)}=\frac{4}{40}+\frac{10}{40}-\frac{1}{40}=\frac{13}{40}$$

2. **Una bolsa contiene bolas numeradas del 1 al 20, de manera que todas tienen la misma probabilidad de ser escogidas.**
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una bola, el número no sea divisible por 3?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea divisible por 3 o por 5?
   c) ¿Y la probabilidad de que no sea divisible por 3 ni por 5?

   Consideramos los sucesos:

   A = {Ser divisible por 3} = {3, 6, 9, 12, 15, 18}
   B = {Ser divisible por 5} = {5, 10, 15, 20}
   A ∩ B = {Ser divisible por 3 y ser divisible por 5} = {15}

   Calculamos sus probabilidades:

$$P(A)=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0'3\ ;\ P(B)=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}=0'2;\ P(A\cap B)=\frac{1}{20}=0'05$$

a) $\{\text{No ser divisible por 3}\}=\overline{A}$

$P(\overline{A})=1-0'3=0'7$

b) $\{\text{Ser divisible por 3 o 5}\}=A\cup B$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0'3+0'2-0'05=0'45$

c) $\{\text{No ser divisible por 3 ni por 5}\}=\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}$

$P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-0'45=0'55$

5. Regla del producto. Probabilidad en experimentos compuestos.

Un **Experimento aleatorio simple** es aquel en el que sólo se realiza una acción.
Por ejemplo: *"sacar una carta", "lanzar un dado", "elegir una bola de una urna"," apuntar el número de matrícula de un coche que pasa por la calle", etc..*

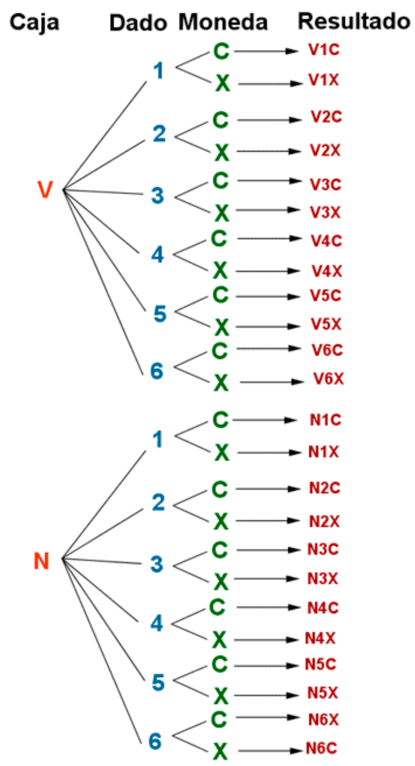
Un **experimento compuesto** está formado por dos o más experimentos aleatorios simples realizados de manera consecutiva.

La probabilidad de un suceso elemental en un experimento compuesto puede obtenerse **multiplicando** las probabilidades indicadas en las **ramas** del diagrama de árbol que llevan a realizarse el suceso.

Ejemplos:

1. **Realizamos el experimento de coger una bola de una caja que contiene una bola verde y otra naranja, luego se lanza un dado cúbico y, por último, una moneda.**
   a) **Realiza el diagrama de árbol del experimento.**
   b) **¿Cuántos resultados hay?**
   c) **Determina el espacio muestral**

   a) Describamos el experimento con un diagrama de árbol:



b) Al coger una bola de una caja de dos se obtienen dos resultados distintos. Al lanzar el dado se obtienen 6 resultados distintos. Y al lanzar una moneda, 2 resultados distintos. Por tanto el número de resultados posibles se obtiene utilizando el principio de multiplicación:

2 · 6 · 2 = 24 resultados posibles

c)

E = {(V, 1, C) , (V, 1, X) , (V, 2, C) , (V, 2, X) , (V,3,C) , (V,3,X) , (V,4,C) , (V,4,X) , (V,5,C) , (V, 5, X) , (V, 6, C) , (V, 6, X) , (N, 1, C) , (N , 1, X) , (N, 2, C) , (N, 2, X) , (N, 3, C) , (N, 3, X) , (N, 4, C) , (N, 4, X) , (N, 5, C) , (N, 5, X) , (N,6,C) , (N, 6, X) }

2. ¿Cuál es la probabilidad de obtener en el experimento anterior: una bola negra, un 5 y una cara (N, 5, C)?

- Aplicando la regla de Laplace, ya que todos los resultados son equiprobables, resulta:

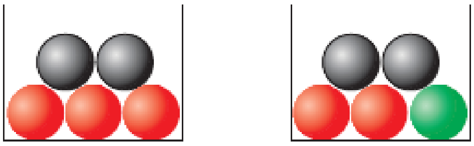
$$P\left(Obtener\ N5C\right)=\frac{n^{\text{o}}\ \text{casos favorables}}{\text{n}^{\text{o}}\ \text{casos posibles}}=\frac{1}{24}$$

- Apliquemos la regla del producto:

$$\left.\begin{array}{l} P(\text{Obtener bola negra})=\dfrac{1}{2} \\ P(\text{Obtener un 5})=\dfrac{1}{6} \\ P(\text{Obtener cara})=\dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow P\left(\text{Obtener N5C}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{24}$$

Se comprueba que se obtiene el mismo resultado con los dos métodos.

3. Sacamos una bola de cada urna. Calcula:



a) La probabilidad de que ambas sean rojas.
b) La probabilidad de que ambas sean negras.

a) P(Roja y roja) = $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{25}$

b) P(Negra y negra) = $\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$

6. Probabilidad condicionada

Sean *A* y *B* dos sucesos tal que *P(A)* ≠ 0, se llama ***probabilidad de B condicionada al suceso A, P(B/A)***, a la probabilidad de que ocurra *B* sabiendo que ha sucedido *A* , es decir, probabilidad de *B* tomando como espacio muestral *A*.

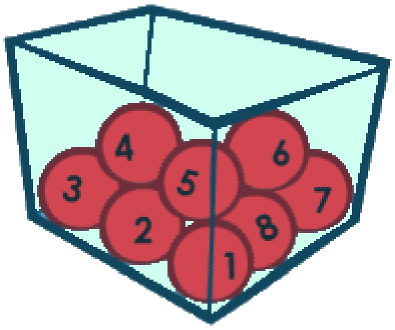
$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$

De esta igualdad se deduce:

$$P(B\cap A)=P(A)\cdot P(B/A)$$

Nos pueden surgir dos tipos de situaciones donde usar la probabilidad condicionada.

- En experimentos simples la probabilidad condicionada reduce el espacio muestral. Por ejemplo:
  - En el experimento "sacar una bola de una urna con 8 bolas numeradas del 1 al 8", consideramos los sucesos A = "sacar par" y B = "sacar 4 o más".



a) Calcula la probabilidad de A.
b) Calcula la probabilidad de A, sabiendo que ha pasado B.

Solución:

E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

A = ”sacar par” = {2, 4, 6, 8}   B = “sacar 4 o más” = {4, 5, 6, 7, 8}

Utilizando la regla de Laplace:

$$P(A)=\frac{\text{nº casos favorables (2, 4, 6, 8)}}{\text{nº casos posibles (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}=0,5=50\%$$

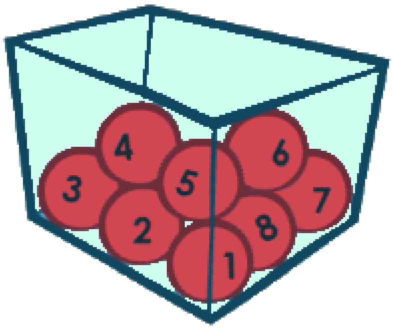
Como sabemos que ha sucedido B el espacio muestral ya no son los 8 resultados posibles, sino los 5 que contempla el suceso B. También cambia el número de casos favorables.

$$P(A/B)=\frac{\text{nº casos favorables (4, 6, 8)}}{\text{nº casos posibles (4, 5, 6, 7, 8)}}=\frac{3}{5}=0,6=60\%$$

- En experimentos compuestos lo que sucede en una extracción puede condicionar la probabilidad de la siguiente extracción.

  Por ejemplo:

  - En el experimento “sacar dos bolas de una urna con 8 bolas numeradas del 1 al 8”, consideramos los sucesos A = “sacar una 1ª bola par” y B = “sacar una 2ª bola par”. Calcular P(A) y P(B/A).



Solución:

Para calcular la probabilidad de A el experimento es sacar una bola de la urna, por lo que aplicamos la regla de Laplace:

$$P(A)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}=0,5=50\%$$

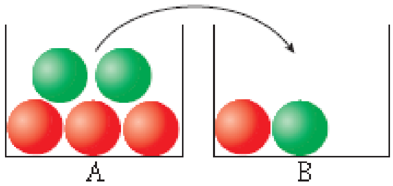
Sin embargo para calcular la probabilidad de B condicionado a que ha sucedido A, debemos de considerar el experimento compuesto “sacar una 1ª bola, dejarla fuera y después sacar una 2ª”

P(B/A) =

$$=\frac{\text{nº casos favorables (he sacado una par, solo quedan 3 pares)}}{\text{nº casos posibles (solo 7 bolas)}}=\frac{3}{7}=0,428=42,8\%$$

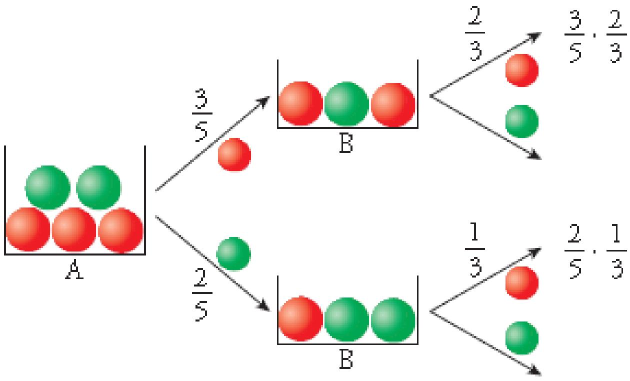
Ejemplos:

1. **Sacamos una bola de A, la echamos en B, removemos y sacamos una de B. Calcula:**



a) ***P*(1ª roja y 2ª roja)**
b) ***P*[1ª roja y 2ª verde)**

Para calcular esta probabilidad, ten en cuenta el diagrama de árbol.



a) *P(*1ª roja y 2ª roja) = *P(*1ª roja) · P(2ª roja / 1ª roja) = $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{5}$

b) P(1ª roja y 2ª verde) = P(1ª roja) · P(2ª verde / 1ª roja) = $\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

2. En una clase de 25 alumnos, 14 son aficionados al fútbol, 9 al baloncesto y 5 a ambos deportes. Si se elige un alumno al azar, calcular la probabilidad de que:
a) Sea aficionado al fútbol, sabiendo que es aficionado al baloncesto.
b) Sea aficionado al fútbol, sabiendo que no es aficionado al baloncesto.
c) No practique ningún deporte.

En este experimento todos los sucesos elementales son equiprobables, puesto que todos los alumnos de la clase tienen la misma probabilidad de ser escogidos. Por tanto podemos aplicar la regla de Laplace.

Consideramos los siguientes sucesos:
A = {Ser aficionado al fútbol} B = {Ser aficionado al baloncesto}
A ∩ B = {Ser aficionado a los dos deportes}

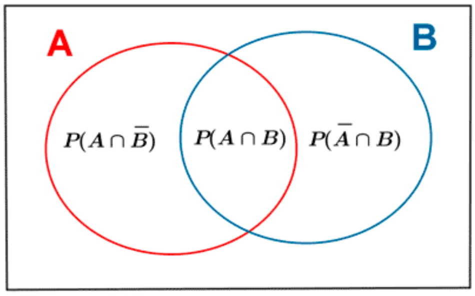
a) {Ser aficionado al fútbol condicionado a ser aficionado al baloncesto} = A/B

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{5/25}{9/25}=\frac{5}{9}$$

b) {Ser aficionado al fútbol, sabiendo que no es aficionado al baloncesto} = $A/\overline{B}$

$$P(A/\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{1-P(B)}=\frac{14/25-5/25}{1-9/25}=\frac{9/25}{16/25}=\frac{9}{16}$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$$



$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$$

c) Partiendo del esquema anterior, podemos calcular fácilmente cuántos alumnos practican fútbol, baloncesto o ambos.

Probabilidad de que un alumno sólo sea aficionado al fútbol:

$$P\left(A \cap \overline{B}\right) = P(A) - P\left(A \cap B\right) = \frac{14}{25} - \frac{5}{25} = \frac{9}{25}$$

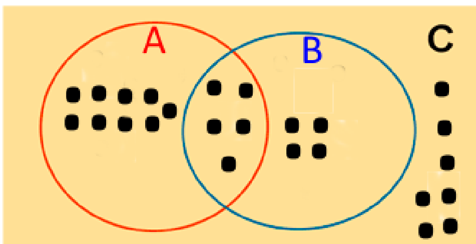
Probabilidad de que un alumno sólo sea aficionado al baloncesto:

$$P\left(\overline{A} \cap B\right) = P(B) - P\left(A \cap B\right) = \frac{9}{25} - \frac{5}{25} = \frac{4}{25}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que no sea aficionado a ningún deporte es:

$$P(\mathrm{C}) = 1 - P\left(A \cap B\right) - P\left(A \cap \overline{B}\right) - P\left(\overline{A} \cap B\right) =$$

$$= 1 - \frac{5}{25} - \frac{9}{25} - \frac{4}{25} = \frac{25}{25} - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$$



Probabilidad de sucesos independientes y dependientes

Sucesos independientes

Dos sucesos A y B son **independientes** entre sí cuando el hecho de que se verifique uno de ellos no influye en la probabilidad de que se verifique el otro.

P(B/A) = P(B) ó P(A/B) = P(A)

Una forma de comprobar si dos sucesos A y B son independientes es:

A y B son independientes $\Leftrightarrow$ $P(A \cap B) = P\left(A\right) \cdot P\left(B\right)$

Sucesos dependientes

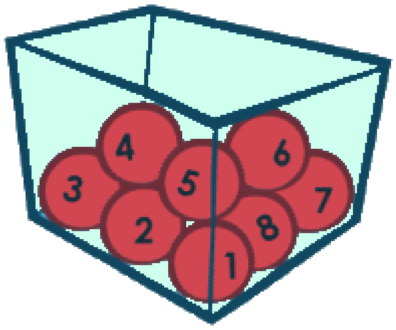
Dos **sucesos** son **dependientes** entre sí cuando el hecho de que se verifique uno de ellos influye en la probabilidad de que se verifique el otro.

Se cumple:

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B/\text{A}) \quad \textit{y también} \quad P(A\cap B)=P(B)\cdot P(B/\text{A})$$

Ejemplos:

1. **En el experimento "sacar una bola de una urna con 8 bolas numeradas del 1 al 8", consideramos los sucesos A = "sacar par" y B = "sacar 4 o más". ¿Son A y B independientes?**



Por lógica se intuye que no lo son, pues si uno de ellos se da por realizado la probabilidad del otro cambia.

Apliquemos la teoría:

$$P(A)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2} \quad P(B)=\frac{5}{8}$$

$$P(A\cap B)=P(\text{Sacar par mayor o igual que } 4)=\frac{\text{nº casos favorables (4,6,8)}}{\text{nº casos posibles (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)}}=\frac{3}{8}$$

Evidentemente:

$$\left.\begin{array}{l} P(A\cap B)=\frac{3}{8}=0,375 \\ P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{8}=\frac{5}{16}=0,3125 \end{array}\right\}\Rightarrow P(A\cap B)\neq P(A)\cdot P(B)$$

Los sucesos son dependientes

2. **Tenemos una urna con 3 bolas rojas, 2 bolas verdes y 2 bolas azules. Vamos a extraer 2 bolas al azar. Calcula la probabilidad de sacar dos bolas rojas**.

El experimento "Extraer 2 bolas de una urna" vamos a contemplarlo como "extraer una primera bola y después una segunda bola".

Definimos los sucesos:

R_1 = { obtener una bola roja en la primera extracción }
R_2 = { obtener una bola roja en la segunda extracción}

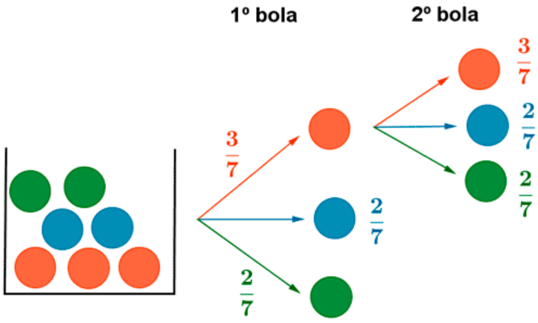
- Si la extracción es **con reemplazamiento**, los sucesos R_1 y R_2 son **independientes**.
  La probabilidad pedida es:

$$P\left(\text{Una bola roja en primera extracción}\right)=P(R_1)=\frac{N^o\,casos\;\;favorables}{N^o\,casos\;\;posibles}=\frac{3}{7}$$

Con reemplazamiento significa que se devuelve a la urna la bola extraída y volvemos a tener 7 bolas en la urna. La segunda extracción vuelve a tener la misma probabilidad que la primera.

$$P\left(\text{Una bola roja en segunda extracción}\right)=P(R_2)=P(R_1)=\frac{3}{7}$$

$$P\left(Sacar\;dos\;bolas\;rojas\right)=P\left(R_1,R_2\right)=P\left(R_1\cap R_2\right)=P(R_1)\cdot P(R_2)=\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}=\frac{9}{49}$$



Extracción con reemplazamiento

- Si la extracción es **sin reemplazamiento** los sucesos R_1 y R_2 son **dependientes**.
  La probabilidad pedida es:

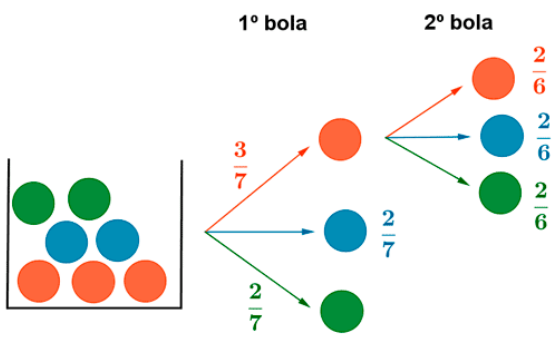
$$P\left(\text{Una bola roja en primera extracción}\right)=P(R_1)=\frac{N^o\,casos\;\;favorables}{N^o\,casos\;\;posibles}=\frac{3}{7}$$

En la segunda extracción, al no haber reemplazamiento, la probabilidad de obtener la segunda roja depende de si se ha verificado o no el primer suceso (Sacar 1ª bola roja).

En este caso se dice que la probabilidad del suceso R_2 (obtener la segunda bola roja) está condicionada por el que se haya producido el suceso R_1 o no, y se escribe R_2/R_1

$$P(\text{sacar una 2ª bola roja, sabiendo que hemos sacado una bola roja en la 1ª extracción})=$$
$$=\frac{N^o\,casos\;\;favorables\left(3-1\right)}{N^o\,casos\;\;posibles(7-1)}=\frac{2}{6}$$

$$P\left(Sacar\;dos\;bolas\;rojas\right)=P\left(R_1,R_2\right)=P\left(R_1\cap R_2\right)=P(R_1)\cdot P(R_2/\mathrm{R}_1)=\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{3}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$$



Extracción sin reemplazamiento

3. En una urna hay 15 bolas numeradas del 1 al 15. Se extrae una, se anota su número y se deja encima de la mesa. Se extrae otra y se hace lo mismo.

a) Determina el número de elementos del espacio muestral de este experimento.

b) Calcula la probabilidad de extraer dos bolas con numeración impar.

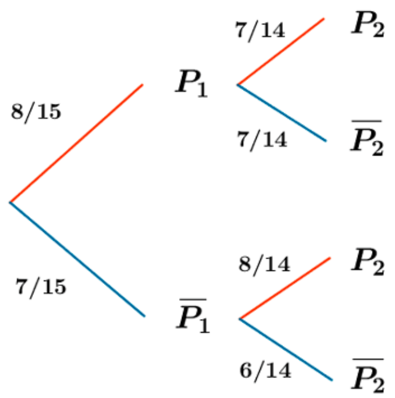
a) Como las extracciones son sin devolución, el número de elementos del espacio muestral es: (nº de bolas que puedo extraer en la 1ª extracción) · (nº de bolas que puedo extraer en la 2ª extracción) =15 · 14 = **210**.

b) Sean los sucesos:

P_1 = {El primer número es impar}.

P_2 = {El segundo número es impar}.

Observando el diagrama de árbol se tiene que :



$$P((P_1 \cap P)_2 = \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14} = \frac{56}{210} = \frac{4}{15}$$

4. De dos tiradores se sabe que uno de ellos hace dos dianas de cada tres disparos, y el otro consigue tres dianas de cada cuatro disparos. Si los dos disparan simultáneamente, halle la probabilidad de que:

a) Ambos acierten.

b) Uno acierte y el otro no.

c) Ninguno de los dos acierte.

d) Alguno acierte.

Definimos los dos sucesos siguientes:

T_1 = {El primer tirador acierta} T_2 = {El segundo tirador acierta}

Estos dos sucesos son independientes, ya que lo que haga uno de los tiradores no influye en el otro. Aplicamos la probabilidad de la intersección de sucesos independientes:

a) $P\left(Ambos\ acierten\right) = P(T_1 \cap T_2) = P(T_1) \cdot P(T_2) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

b) $P\left(Uno\ acierte\ y\ otro\ no\right) =$

$= P(\text{Acierta el primero y falla el segundo o Falla el primero y acierta el segundo}) =$

$= P(T_1 \cap \overline{T_2}) + P(\overline{T_1} \cap T_2) = P(T_1) \cdot P(\overline{T_2}) + P(\overline{T_1}) \cdot P(T_2) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{12}$

c) $P\left(Ninguno\ acierte\right) = P(\overline{T_1} \cap \overline{T_2}) = P(\overline{T_1}) \cdot P(\overline{T_2}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

d) $P\left(Alguno\ acierte\right) = 1 - P\left(Ninguno\ acierte\right) = 1 - P(\overline{T_1} \cap \overline{T_2}) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$

5. Sean A y B dos sucesos de un experimento dado, tales que P (A) = 0,6; P (B) = 0,3 y P (A ∩ B) = 0,2.

Calcula P (A / B) y P (B / A).

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

7. Teorema de la probabilidad total. Diagrama de árbol.

Llamamos **sistema completo de sucesos** a una familia de sucesos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ que cumplen:

1. Son incompatibles dos a dos, $A_i \cap A_j = \emptyset$
2. La unión de todos ellos es el suceso seguro: $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n = E$

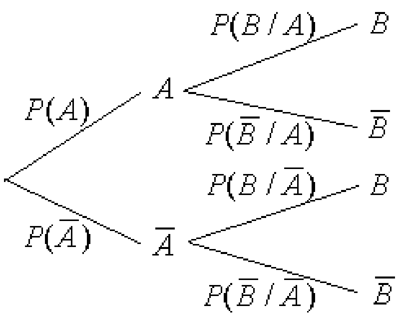
Teorema de la probabilidad total

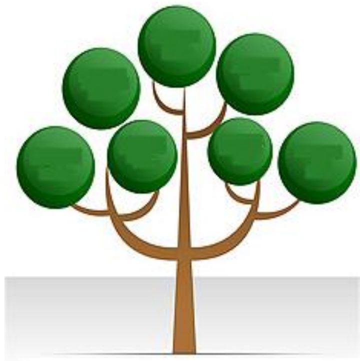
Sea ***A₁, A₂, ..., Aₙ*** un sistema completo de sucesos tales que la probabilidad de cada uno de ellos es distinta de cero, y sea ***B*** un suceso cualquiera del que se conocen las probabilidades condicionales ***P(B/Aᵢ)***, entonces la probabilidad del suceso ***B*** viene dada por la expresión:

$$P(B) = P(A_1)\cdot P(B/A_1) + P(A_2)\cdot P(B/A_2) + ... + P(A_n)\cdot P(B/A_n)$$

Para facilitar el uso de este teorema, se construyen diagramas de árbol que nos permiten ver más claros los distintos resultados posibles de un experimento compuesto.

Cada rama nueva del diagrama es la realización de un nuevo experimento simple que lleva a completar el experimento compuesto.





En los diagramas de árbol, la probabilidad de que ocurra el segundo suceso, puede depender de cómo haya sido el primero. Cuando utilicemos este método, no es necesario, que utilicemos la nomenclatura matemática, pero no olvidéis que es el caso más sencillo y común de probabilidad condicionada.

Es muy fácil, aunque no lo parezca, fijaos en los siguientes ejemplos:

Ejemplos:

1. **Una caja con una docena de huevos contiene dos de ellos rotos. Se extraen al azar y sin reemplazamiento cuatro huevos. Calcula la probabilidad de extraer:**
   a) Los cuatro huevos en un buen estado.
   b) De entre los cuatro huevos, exactamente uno roto.

Llamemos H = {Extraer huevo en buen estado}, así H_1, H_2, H_3 y H_4 será sacarlo en primer lugar, segundo, tercero o cuarto.

a) $P\left(Sacar\ cuatro\ huevos\ buenos\right) = P(H_1 \cap H_2 \cap H_3 \cap H_4) =$

$$= P(H_1)\cdot P(H_2/H_1)\cdot P(H_3/H_1\cap H_2)\cdot P(H_4/H_1\cap H_2\cap H_3) =$$

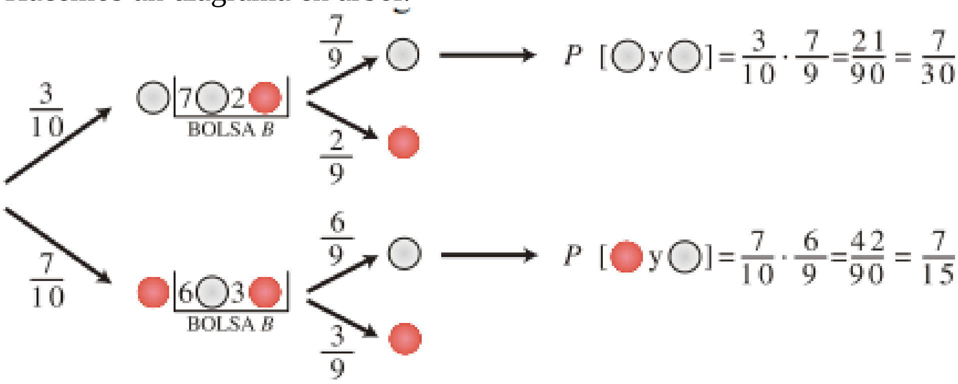
$$= \frac{10}{12}\cdot\frac{9}{11}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9} = \frac{5040}{11880} = \frac{14}{33}$$

b) El huevo roto lo podemos sacar en cualquiera de las 4 extracciones, así:

$$P(\text{Sacar tres huevos buenos y uno malo}) =$$
$$= P(\overline{H_1} \cap H_2 \cap H_3 \cap H_4) + P(H_1 \cap \overline{H_2} \cap H_3 \cap H_4) +$$
$$+ P(H_1 \cap H_2 \cap \overline{H_3} \cap H_4) + P(H_1 \cap H_2 \cap H_3 \cap \overline{H_4}) =$$
$$= \frac{2}{12} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} + \frac{10}{12} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} + \frac{10}{12} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} + \frac{10}{12} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} =$$
$$= 4 \cdot \frac{1440}{11880} = \frac{5760}{11880} = \frac{16}{33}$$

2. **Tenemos dos bolsas, A y B. En la bolsa A hay 3 bolas blancas y 7 rojas. En la bolsa B hay 6 bolas blancas y 2 rojas. Sacamos una bola de A y la pasamos a B. Después extraemos una bola de B.**
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de B sea blanca?

Solución: Hacemos un diagrama en árbol:



a) Esto solo ocurre en la rama o camino superior.

P(bola extraída de A es blanca y la bola extraída de B es blanca) = $\frac{7}{30} = 0'23$

b) Esto sucede de dos formas distintas y la probabilidad sería:

P(bola extraída de B es blanca) = $\frac{7}{30} + \frac{7}{15} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10} = 0'7$

3. **Una multinacional elabora sus piezas en 3 factorías. El porcentaje de piezas defectuosas y el total de producción de cada factoría viene dado en la siguiente tabla:**

	F_1	F_2	F_3
Producción	40%	35%	25%
Defectuosas	2%	3%	1%

Halla la probabilidad de que una pieza escogida al azar sea defectuosa.

Consideramos los sucesos:

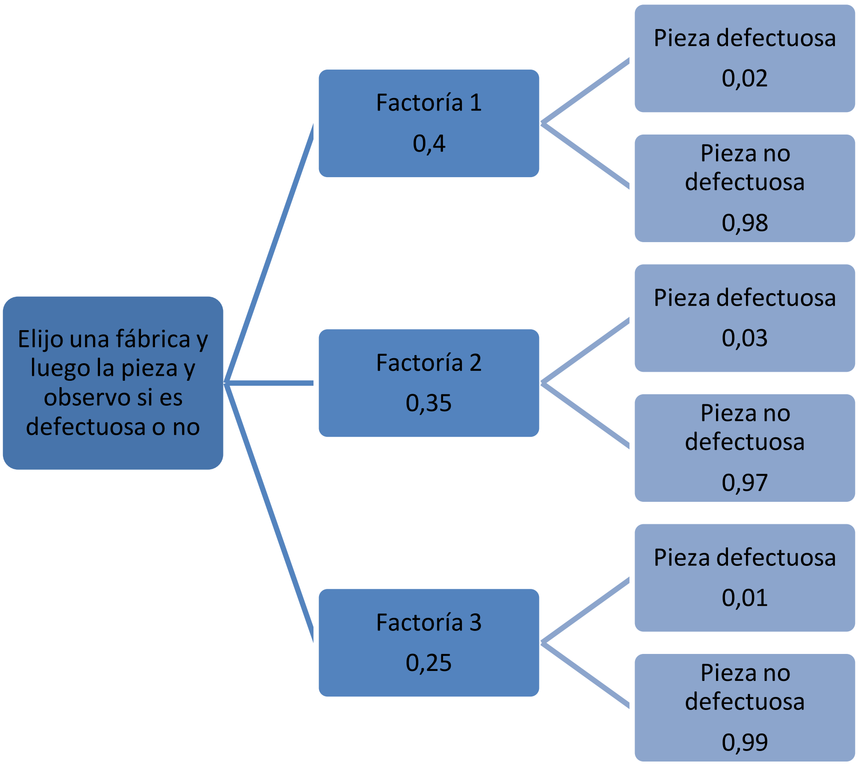
F_1 = {Elegir pieza fabricada en la factoría 1}

F_2 = {Elegir pieza fabricada en la factoría 2}
F_3 = {Elegir pieza fabricada en la factoría 3}   D = {Elegir pieza defectuosa}

Lo podemos calcular directamente si sabemos detallar en que consiste el suceso "La pieza es defectuosa" y las distintas maneras en que se puede producir esta situaci.on.

$$P\left(Elegir\ pieza\ defectuosa\right) = P(F_1)\cdot P(D/F_1) + P(F_2)\cdot P(D/F_2) + P(F_3)\cdot P(D/F_3) =$$
$$= \frac{40}{100}\cdot\frac{2}{100} + \frac{35}{100}\cdot\frac{3}{100} + \frac{25}{100}\cdot\frac{1}{100} = 0,01875 = 1,8\ \%$$

No hemos necesitado un diagrama de árbol para resolverlo, pero lo podemos usar.

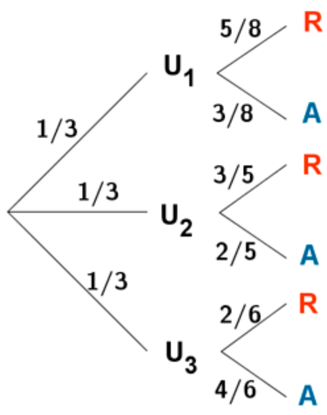


$$P\left(Elegir\ pieza\ defectuosa\right) = 0,4\cdot 0,02 + 0,35\cdot 0,03 + 0,25\cdot 0,01 = 0,01875 = 1,8\ \%$$

4. Tenemos tres urnas distintas: U_1 con 5 bolas rojas y 3 azules, U_2 con 3 bolas rojas y 2 azules y U_3 con 2 bolas rojas y 4 azules. Escogemos una urna al azar y extraemos una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola sea roja?

Sean los sucesos R = {Sacar bola roja} y A = {Sacar bola azul}.

Los experimentos "elegir urna" y "sacar una bola" son dependientes entre sí. En el diagrama de árbol podemos ver las distintas probabilidades de que ocurran **R** o **A** para cada una de las 3 urnas.

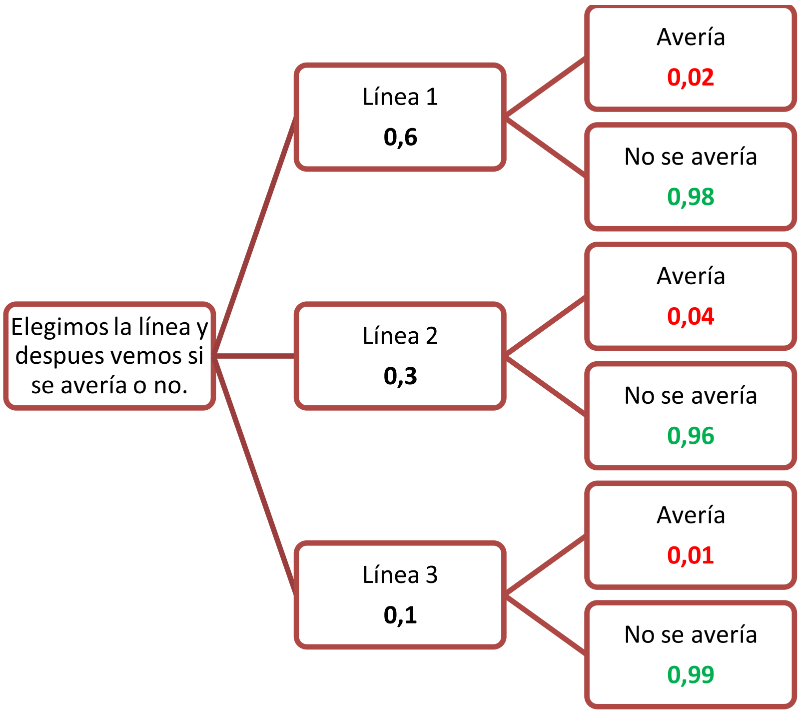


$$P(R)=P(U_1)\cdot P(R/U_1)+P(U_2)\cdot P(R/U_2)+P(U_3)\cdot P(R/U_3)=$$
$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{8}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{6}=\frac{5}{24}+\frac{3}{15}+\frac{2}{18}=\frac{187}{360}$$

5. Una compañía dedicada al transporte público explota tres líneas de una ciudad, de forma que el 60% de los autobuses cubre el servicio de la primera línea, el 30% cubre la segunda y el 10% cubre el servicio de la tercera línea. Se sabe que la probabilidad de que, diariamente, un autobús se averíe es del 2%, 4% y 1%, respectivamente, para cada línea. Determina la probabilidad de que, en un día, un autobús sufra una avería.

El suceso "sufrir una avería" (*Av*) puede producirse en las tres líneas, (L_1, L_2, L_3). Según el teorema de la probabilidad total y teniendo en cuenta las probabilidades del diagrama de árbol adjunto, tenemos:

$$P(Av)=P(L_1)\cdot P(Av/L_1)+P(L_2)\cdot P(Av/L_2)+P(L_3)\cdot P(Av/L_3)$$



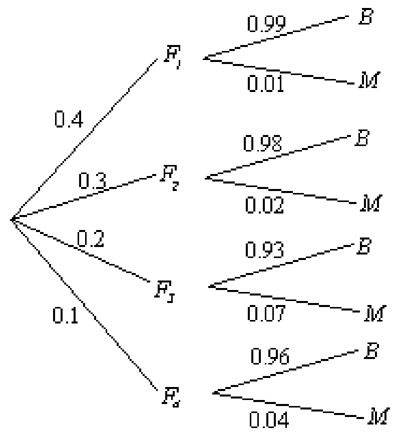
(El Sistema completo de sucesos aparece en las primeras ramas: L_1, L_2 y L_3)

También se puede expresar como

$$P(Av) = P(L_1 \cap Av) + P(L_2 \cap Av) + P(L_3 \cap Av) = 0,6 \cdot 0,02 + 0,3 \cdot 0,04 + 0,1 \cdot 0,01 = 0,025$$

6. **Una empresa del ramo de la alimentación elabora sus productos en cuatro factorías: *F_1, F_2, F_3 y F_4*. El porcentaje de producción total que se fabrica en cada factoría es del 40%, 30%, 20% y 10%, respectivamente, y además el porcentaje de envasado incorrecto en cada factoría es del 1%, 2%, 7% y 4%. Tomamos un producto de la empresa al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentre defectuosamente envasado?**

Llamando *M* = "el producto está defectuosamente envasado", se tiene que este producto puede proceder de cada una de las cuatro factorías y, por tanto, según el teorema de la probabilidad total y teniendo en cuenta las probabilidades del diagrama de árbol adjunto, tenemos:



$$P(M) = P(F_1) \cdot P(M/F_1) + P(F_2) \cdot P(M/F_2) + P(F_3) \cdot P(M/F_3) + P(F_4) \cdot P(M/F_4) =$$
$$= 0,4 \cdot 0,01 + 0.3 \cdot 0.02 + 0.2 \cdot 0.07 + 0.1 \cdot 0.04 = 0,028$$

Ejercicios:

1) En una baraja de 40 cartas, ¿cuáles la probabilidad de as? ¿y de oros?

2) Se lanzan dos dados equilibrados con seis caras marcadas con los números del 1 al 6. Se pide:
   a. Halla la probabilidad de que la suma de los valores que aparecen en la cara superior sea múltiplo de tres.
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que los valores obtenidos difieran en una cantidad mayor de dos?
   c. ¿Cuál es la probabilidad de que salga igual número en los 2 dados (pareja)?

3) Si escogemos al azar dos números de teléfono y observamos la última cifra de cada uno, determina las probabilidades siguientes:
   1) Que las dos cifras sean iguales.
   2) Que su suma sea 11.
   3) Que su suma sea mayor que 7 y menor que 14.

   Solución:
   1. *P(As)=1/10 P(Oros)=1/4*
   2. *P(múltiplo de 3)=1/3 P(difieren más de 2)= 1/3 P(pareja)=1/6*
   3. *a. P(2 cifras iguales)=1/10*
      b. P(sumen 11)=P(sean 5+6 o 7+4 o 8+3 o 9+2)=8/100=2/25
      c. P(suma sea 8, 9, 10, 11, 12 o 13) = 1 – P(suma sea 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 14, 15, 16, 17, 18) = 79/100

8. Tablas de contingencia.

En los problemas de probabilidad y en especial en los de probabilidad condicionada, a veces resulta interesante y práctico organizar la información en una tabla de contingencia.

Siempre que utilicemos este método, tenemos que asignarle un significado a los sucesos A y B, así como sus contrarios e indicar las probabilidades del suceso correspondiente a cada celda.

	A	$\overline{A}$	
B	$P(A\cap B)$	$P(\overline{A}\cap B)$	$P(B)$
$\overline{B}$	$P(A\cap \overline{B})$	$P(\overline{A}\cap \overline{B})$	$P(\overline{B})$
	$P(A)$	$P(\overline{A})$	1

Ejemplo:

1. **En 4º de secundaria hay 22 chicos y 18 chicas. Llevan gafas 8 chicos y 6 chicas. Elegido un alumno al azar, calcula la probabilidad de que sea chico y no lleve gafas.**

   En primer lugar recogemos los datos de un problema en una tabla de doble entrada.

	Chico	**Chica**	Total
Con gafas	8	6	
Sin gafas			
Total	22	18	

En segundo lugar completamos la tabla.

	Chico	Chica	Total
Con gafas	8	6	***14***
Sin gafas	***14***	***12***	***26***
Total	22	18	***40***

En último lugar, se extraen los datos necesarios de la tabla para calcular la probabilidad pedida.

$$P(\text{Chico sin gafas}) = \frac{\text{Numero de chicos sin gafas}}{\text{Número total de alumnos}} = \frac{14}{40} = \frac{7}{20}$$

2. Se sortea un viaje a Roma entre los 120 mejores clientes de una agencia de automóviles. De ellos, 65 son mujeres, 80 están casados y 45 son mujeres casadas.

a) ¿Cuál será la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre soltero?

b) Si del afortunado se sabe que es casado, ¿cuál será la probabilidad de que sea una mujer?

Solución.

Se tienen dos variables, la primera el género (Hombres o Mujeres) y la segunda recoge el estado civil, en este caso, si el individuo es soltero o casado.

El problema nos pregunta por la probabilidad de que el ganador sea un hombre soltero. En principio no sabemos cuántos hombres solteros hay, no contamos con ese dato, por lo que nos ayudará realizar una tabla de contingencia.

Paso 1. Realizamos la tabla y la llenamos con los datos dados

De los datos explícitos que tenemos, nuestra tabla queda asi:

	Hombres	Mujeres	Total
Casados/Casadas		45	80
Solteros/Solteras			
Total		65	120

Paso 2. Analizamos los datos

Aquí lo que sigue es manipular los datos que tenemos para poder obtener el resto. Este proceso se puede hacer de varias formas distintas.

Sabemos que 80 clientes son casados, y de esos 45 son mujeres por lo que35 tienen que ser hombres.

Si hay 65 mujeres y 45 son casadas entonces debe haber 20 solteras.

De los 120 clientes, 80 son casados por lo que 40 deben ser solteros.

Además de los 120 clientes, 65 son mujeres, entonces hay 55 hombres.

Hay 40 solteros, y 20 de ellos son mujeres, entonces los otros 20 son hombres

Paso 3. Completamos la tabla

	Hombres	Mujeres	Total
Casados/Casadas	**35**	45	80
Solteros/Solteras	**20**	**20**	**40**
Total	**55**	65	120

Paso 4. Obtenemos las probabilidades

De aquí, para responder a la preguntas se debe considerar la Ley de Laplace.
¿Cuál será la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre soltero?

$$P(\text{Hombre soltero}) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

Si del afortunado se sabe que es casado, ¿cuál será la probabilidad de que sea una mujer?

$$P(\text{Mujer / casado}) = \frac{45}{80} = \frac{9}{16}$$

3. **(EBAU 2012 Andalucía).** En un congreso de 200 jóvenes profesionales se pasa una encuesta para conocer los hábitos en cuanto a contratar viajes por internet. Se observa que 120 son hombres y que, de estos, 84 contratan los viajes por internet, mientras que 24 mujeres no emplean esa vía.
Elegido un congresista al azar, calcule la probabilidad de que:
   a) No contrate sus viajes por internet.
   b) Use internet para contratar los viajes, si la persona elegida es una mujer.
   c) Sea hombre, sabiendo que contrata sus viajes por internet.

Planteamos la tabla de contingencia con los datos que se presentan en el enunciado del ejercicio:

	Usa internet	No usa internet	TOTAL
Hombres	84		120
Mujeres		24	
TOTAL			200

Completamos la tabla.

	Usa internet	No usa internet	TOTAL
Hombres	84	**36**	120
Mujeres	**56**	24	**80**
TOTAL	**140**	**60**	200

A partir de la tabla, determinamos las probabilidades pedidas:

a) Solo nos fijamos en la fila inferior.

$$P(\text{No contrate sus viajes por internet}) = \frac{60}{200} = \frac{3}{10} = 0,3$$

b) Solo utilizamos los datos de la fila de Mujeres.

$$P(\text{Use internet, sabiendo que es mujer}) = \frac{56}{80} = \frac{7}{10} = 0,7$$

c) Solo utilizamos los datos de la columna "Usa internet".

$$P(\text{Sea hombre, sabiendo que usa internet}) = \frac{84}{140} = \frac{3}{5} = 0,6$$

9. Teorema de Bayes

En el año 1763, dos años después de la muerte de *Thomas Bayes* (1702-1761), se publicó una memoria en la que aparece, por vez primera, la determinación de la probabilidad de las causas a partir de los efectos que han podido ser observados (*Probabilidades a posteriori*). El cálculo de dichas probabilidades recibe el nombre de **teorema de Bayes**.

Si tenemos n sucesos, $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$, tales que:

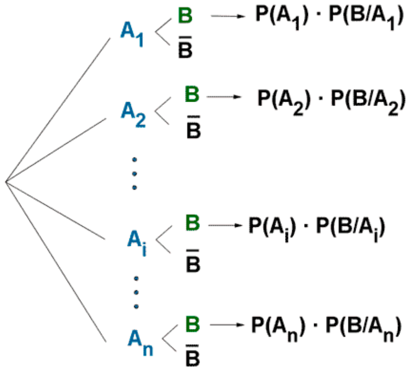
- Son incompatibles entre sí: $A_i \cap A_j = \emptyset$, si $i \neq j$
- Su unión es el espacio muestral: $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n = E$

Sea un suceso B cualquiera asociado al experimento aleatorio del que se conocen las probabilidades condicionales *P(B/Ai)*, se cumple :

$$P(A_i / B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_i)\cdot P(B/A_i)}{P(A_1)\cdot P(B/A_1) + P(A_2)\cdot P(B/A_2) + \ldots + P(A_n)\cdot P(B/A_n)}$$

Las probabilidades ***P* (A_i)** : **probabilidades a priori**.
Las probabilidades ***P* (A_i/B)** : **probabilidades a posteriori**.

TEOREMA DE BAYES



$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i)\cdot P(B/A_i)}{P(A_1)\cdot P(B/A_1) + \ldots + P(A_1)\cdot P(B/A_n)}$$

Ejemplos:

1. Una multinacional elabora sus piezas en 3 factorías. El porcentaje de piezas defectuosas y el total de producción de cada factoría viene expresado en la siguiente tabla:

	F_1	F_2	F_3
Producción	40%	35%	25%
Defectuosas	2%	3%	1%

Se encuentra una pieza defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la factoría 3?

Consideramos los sucesos:

F_1 = {Elegir pieza fabricada en la factoría 1}
F_2 = {Elegir pieza fabricada en la factoría 2}
F_3 = {Elegir pieza fabricada en la factoría 3}
D = {Elegir pieza defectuosa}

$$P\left(Elegir\ pieza\ defectuosa\right) = P(F_1)\cdot P(D/F_1) + P(F_2)\cdot P(D/F_2) + P(F_3)\cdot P(D/F_3) =$$

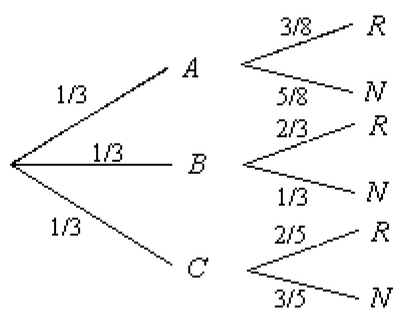
$$= \frac{40}{100}\cdot\frac{2}{100} + \frac{35}{100}\cdot\frac{3}{100} + \frac{25}{100}\cdot\frac{1}{100} = 0,01875$$

$$P\left(F_3/D\right) = \frac{P\left(F_3 \cap D\right)}{P\left(D\right)} = \frac{P\left(F_3\right)\cdot P\left(D/F_3\right)}{0,01875} = \frac{0,0025}{0,01875} = 0,119$$

La probabilidad de que al encontrar una pieza defectuosa esta provenga de la factoría 3 es del 11,9 %.

2. Tenemos tres urnas: *A* con 3 bolas rojas y 5 negras, *B* con 2 bolas rojas y 1 negra y *C* con 2 bolas rojas y 3 negras. Escogemos una urna al azar y extraemos una bola. Si la bola ha sido roja, ¿cuál es la probabilidad de haber sido extraída de la urna A?

Llamamos *R*= "sacar bola roja" y *N*= "sacar bola negra". En el diagrama de árbol adjunto pueden verse las distintas probabilidades de ocurrencia de los sucesos *R* o *N* para cada una de las tres urnas.



La probabilidad pedida es *P(A/R)*. Utilizando el teorema de Bayes, tenemos:

$$P(A/R)=\frac{P(A\cap R)}{P(R)}=\frac{P(A)\cdot P(R/A)}{P(A)\cdot P(R/A)+P(B)\cdot P(R/B)+P(C)\cdot P(R/C)}=$$

$$=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}}=\frac{45}{173}=0,26=26\,\%$$

Ejercicios:

1. El 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y otro 20% son economistas. El 75% de los ingenieros ocupan un puesto directivo y el 50% de los economistas también, mientras que de los no ingenieros y no economistas solamente el 20% ocupan un puesto directivo. ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado directivo elegido al azar sea ingeniero?
   Sol: 15/37

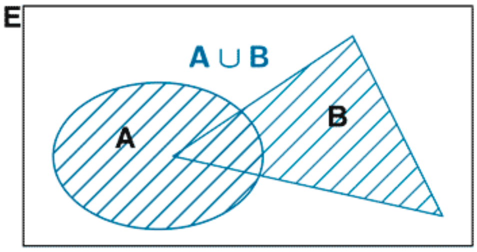
2. Supongamos que el 5% de la población padece la enfermedad de apendicitis (2% en estado agudo A y 3% en estado crónico C) y el 95% no la padece. Uno de los síntomas es dolor de estómago. Las probabilidades de tener dolor de estómago padeciendo el estado A, el estado C o no teniendo la enfermedad son del 90%, el 70% y el 10% respectivamente. Hallar la probabilidad de que una persona con dolor de estómago sufra realmente el estado A de apendicitis.
   Sol: 9/67

3. Una fábrica elabora rotuladores azules y rojos en la misma proporción. Por defectos en el proceso de fabricación, algunos rotuladores salen con la tinta de otro color. Sabemos que el porcentaje de rotuladores azules que llevan tinta azul es 82% y que el porcentaje de rotuladores rojos que llevan tinta roja es 92%.
   a. Calcular la probabilidad de que un rotulador tomado al azar tenga la tinta del color que le corresponde.
   b. Si sabemos que un rotulador tomado al azar es defectuoso, calcular la probabilidad de que escriba en color rojo.
   Sol: 0,87; 0,69

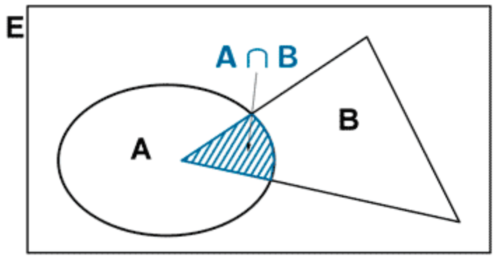
10. Formulario de probabilidad

Operaciones con sucesos

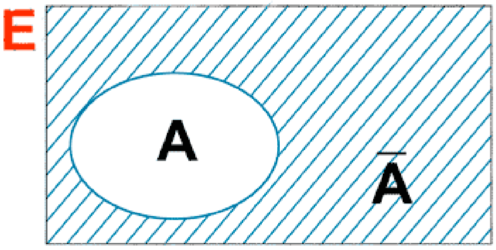
Unión



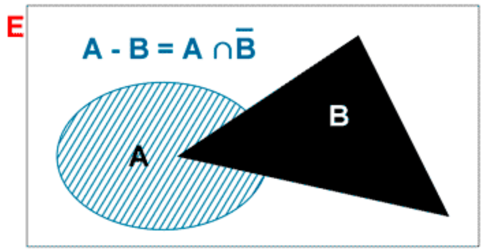
Intersección



Contrario



Diferencia de sucesos



Leyes de Morgan:

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Regla de Laplace:

Para calcular probabilidades en experimentos con sucesos elementales **equiprobables:**

$$P(A) = \frac{\text{Nº de casos favorables a A}}{\text{Nº casos posibles}}$$

Probabilidad:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(E) = 1$
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
- $P(\varnothing) = 0$
- si A y B son dos sucesos, se cumple:
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- si A y B son dos sucesos, se cumple:
  $P(\overline{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$

Probabilidad condicionada

$$P\left(B/A\right)=\frac{P\left(A\cap B\right)}{P(A)};\quad P(A)\neq 0$$

Sucesos dependientes e independientes

A y B son ***independientes*** cuando el que suceda uno de ellos no influye en que suceda el otro.

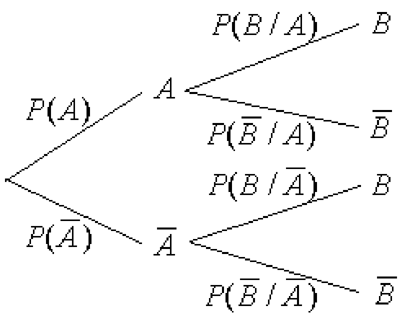
A y B son independientes si $P\left(A\cap B\right)=P(A)\cdot P\left(B\right)$

A y **B** son ***incompatibles*** cuando no tienen nada en común ($A\cap B=\emptyset$). No pueden suceder de forma simultánea.

Método 1 para resolver ejercicios de probabilidad. Tablas de contingencia.

	A	$\overline{A}$	
B	$P\left(A\cap B\right)$	$P\left(\overline{A}\cap B\right)$	$P\left(B\right)$
$\overline{B}$	$P\left(A\cap \overline{B}\right)$	$P\left(\overline{A}\cap \overline{B}\right)$	$P\left(\overline{B}\right)$
	$P\left(A\right)$	$P\left(\overline{A}\right)$	1

Método 2 para resolver ejercicios de probabilidad. Diagrama de árbol



Sistema completo de sucesos

Es una familia de sucesos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ de sucesos que cumplen:

- Son incompatibles dos a dos: $A_i\cap A_j=\emptyset$
- La unión de todos ellos es el suceso seguro: $A_1\cup A_2\cup A_3\cup\ldots\cup A_n=E$

Teorema de la probabilidad total

En un sistema completo de sucesos se cumple que:

$$P(B)=P(A_1)\cdot P(B/A_1)+P(A_2)\cdot P(B/A_2)+\ldots.+P(A_n)\cdot P(B/A_n)$$

Teorema de Bayes (probabilidad a posteriori)

En un sistema completo de sucesos se cumple que:

$$P\left(A_i/B\right)=\frac{P\left(A_i\cap B\right)}{P(B)}=\frac{P(A_i)\cdot P(B/A_i)}{P(A_1)\cdot P(B/A_1)+\ldots.+P(A_n)\cdot P(B/A_n)}$$

Ejercicios resueltos.

1. **Extraemos una tarjeta de cada una de estas bolsas.**

a) Calcula la probabilidad de obtener una S y una I, "SI".
b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener "NO"?
c) ¿Son sucesos contrarios "SI" y "NO"?

Resuélvelo rellenando esta tabla.

	S	S	N
I	SI		
O			
O		SO	

Solución.

Rellenemos la tabla:

	S	S	N
I	SI	SI	NI
O	SO	SO	NO
O	SO	SO	NO

a) P(SI) = $\frac{2}{9}$

b) P(NO) = $\frac{2}{9}$

c) No, no son sucesos contrarios, pues P(SI) ≠ 1 – P(NO)

2. **Lanzamos dos veces un dado cúbico de seis caras y sumamos las puntuaciones obtenidas. Calcula la probabilidad de los sucesos elementales.**
   El espacio muestral de nuestro experimento es el siguiente:
   E = { 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 }.

   Sin embargo, **los sucesos no son equiprobables**, así que consideramos el experimento "lanzar un dado dos veces" y definimos su espacio muestral, **cuyos sucesos sí son equiprobables.**

E = { (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6) }

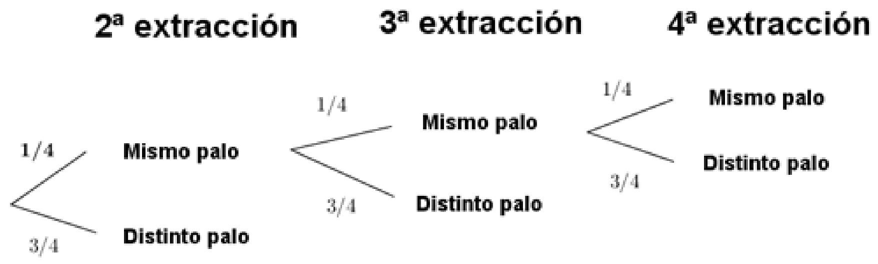
Hay un total de 36 resultados posibles al lanzar 2 dados.
Se debe apreciar que (2,1) y (1,2) se consideran resultados distintos. De lo que se deduce que es más probable sacar 1 y 2 que sacar 2 y 2.

Aplicando la regla de Laplace, calculamos ahora las probabilidades de cada uno de los sucesos.

Suceso	Casos favorables	Nº de casos favorables	Probabilidad
{ 2 }	(1, 1)	1	1 / 36
{ 3 }	(1, 2), (2, 1)	2	2 / 36
{ 4 }	(1, 3), (3, 1), (2, 2)	3	3 / 36
{ 5 }	(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)	4	4 / 36
{ 6 }	(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)	5	5 / 36
{ 7 }	(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)	6	6 / 36
{ 8 }	(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)	5	5 / 36
{ 9 }	(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)	4	4 / 36
{ 10 }	(4, 6), (5, 5), (6, 4)	3	3 / 36
{ 11 }	(5, 6), (6, 5)	2	2 / 36
{ 12 }	(6, 6)	1	1 / 36

3. Se extraen cuatro cartas de una baraja española. Halla la probabilidad de que las cuatro cartas sean del mismo palo en los siguientes casos:
a) Con devolución de la carta a la baraja.
b) Sin devolución.

a) El experimento sacar 4 cartas se puede interpretar como sacar una carta (devolverla), una segunda (devolverla), una tercera (devolverla) y una cuarta (devolverla). Y de hallar la probabilidad de la intersección de sucesos independientes. Para resolver este problema acudimos a un árbol.



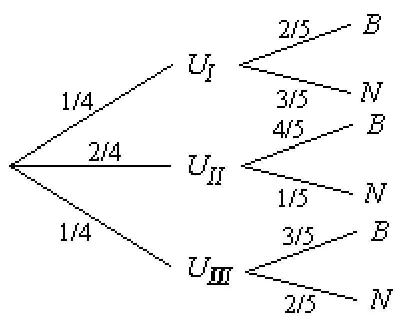
$$P(Cuatro\ cartas\ del\ mismo\ palo) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64} = 0,015 = 1,5\ \%$$

b) El experimento sacar 4 cartas se puede interpretar como sacar una carta (no devolverla), una segunda (no devolverla), una tercera (no devolverla) y una cuarta (no devolverla). Se trata de hallar la probabilidad de la intersección de sucesos dependientes. Para resolver este problema acudimos a un árbol.

$$P(Cuatro\ cartas\ del\ mismo\ palo) = \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} \cdot \frac{7}{37} = \frac{84}{9139} = 0,009 = 0,9\ \%$$

4. Se lanzan dos monedas al aire. Si salen dos caras, se extrae una bola de una urna I, que contiene 2 bolas blancas y 3 negras. Si sale cara y cruz, se extrae una bola de una urna II, que contiene 4 bolas blancas y 1 negra. Si salen dos cruces, se extrae una bola de una urna III, que contiene 3 bolas blancas y 2 negras. ¿Cuál es la probabilidad de extraer bola blanca después de lanzar las monedas y sacar la bola?

El diagrama de árbol muestra, primero, las probabilidades correspondientes a la elección de la urna y, después, a la extracción de la bola.



La probabilidad total de sacar bola blanca la calculamos caminando por todas las ramas que terminan en sacar bola blanca.

$$P(B) = P(B/U_I) \cdot P(U_I) + P(B/U_{II}) \cdot P(U_{II}) + P(B/U_{III}) \cdot P(U_{III}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{4} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{13}{20}$$

5. Un estudiante realiza dos exámenes en un mismo día. La probabilidad de que apruebe el primero es 0,6. La probabilidad de que apruebe el segundo es 0,8; y la de que apruebe los dos es 0,5. Calcula:

a) La probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes.

b) La probabilidad de que no apruebe ninguno.

c) La probabilidad de que apruebe el segundo examen habiendo aprobado el primero.

Solución: Llamamos: A = "aprobar el primer examen" B = "aprobar el segundo examen"
Tenemos entonces que: P(A) = 0,6; P(B) = 0,8; $P(A \cap B) = 0,5$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,8 - 0,5 = 0,9$

b) $1 - P(A \cup B) = 1 - 0,9 = 0,1$

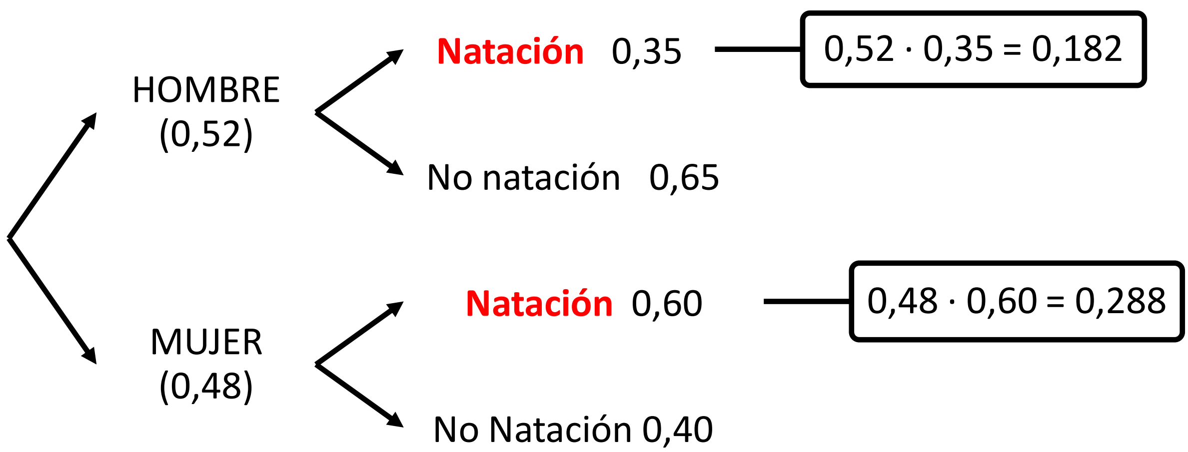
c) $P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0,5}{0,6} = 0,83$

6. En un club deportivo, el 52% de los socios son hombres. Entre los socios, el 35% de los hombres practica la natación, así como el 60% de las mujeres. Si elegimos un socio al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que practique la natación?

b) Sabiendo que practica la natación, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

Solución: Hacemos un diagrama en árbol:



a) P(Natación) = 0,182 + 0,288 = 0,47

b) Esta es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P\left(\text{Sea mujer, sabiendo que practica natación}\right) = \frac{P(\text{Practica natación y es mujer})}{P(\text{Practica natación})} = \frac{0,288}{0,47} = 0,613$$

Con regla de Laplace

Si consideramos que son 100 personas en el club, 52 serían hombres y el resto, 48 serían mujeres. De los 52 hombres el 35% practica natación, es decir, $\frac{52 \cdot 35}{100} = 18,2$ practican natación (no importa que sea decimal, pues solo lo utilizamos para el cálculo de probabilidad). De las 48 mujeres, el 60% practican natación, es decir, $\frac{48\cdot 60}{100}=28,8$

Aplicando la regla de Laplace:

P(Natación) = $\frac{18,2+28,8}{100}=\frac{47}{100}=0,47$

$P\left(\text{Sea mujer, sabiendo que practica natación}\right)=\frac{28,8}{18,2+28,8}=0,613$

7. Se tienen dos monedas, una sin trucar y otra trucada. Sabiendo que con la moneda trucada la probabilidad de obtener cruz es triple que la probabilidad de obtener cara calcular la probabilidad de que al lanzar las dos monedas:

a) se obtengan dos caras.

b) no se obtenga ninguna cara.

c) se obtenga una cara y una cruz.

d) se obtengan dos caras o dos cruces.

Sea B la moneda buena sin trucar y sea M la moneda mala trucada.

Como $\left.\begin{array}{l} P(Cara\ con\ M)+P(Cruz\ con\ M)=1 \\ P(Cruz\ con\ M)=3\cdot P(Cara\ con\ M)\end{array}\right\}\Rightarrow P(Cara\ con\ M)+3\cdot P(Cara\ con\ M)=1\Rightarrow$

$\Rightarrow 4\cdot P(Cara\ con\ M)=1\Rightarrow P(Cara\ con\ M)=\frac{1}{4}$

Por lo tanto $P(Cruz\ con\ M)=\frac{3}{4}$

a) La probabilidad de obtener dos caras es:

P(Cara con B y Cara con M) =

= P(Cara con B) · P(Cara con M) =

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$

b) El suceso “no obtener ninguna cara” es el mismo que el “obtener dos cruces”.

P(no obtener ninguna cara) = P(obtener dos cruces) =

= P(Cruz con B y Cruz con M) =

= P(Cruz con B) · P(Cruz con M) =

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$

c) Se puede obtener Cara y Cruz de dos formas distintas: Cara y Cruz, Cruz y Cara.

P(Cara y Cruz) = P(Cara en B y Cruz en M o Cara en M y Cruz en B) =

= P(Cara en B y Cruz en M) + P(Cara en M y Cruz en B) =

= P(Cara en B) · P(Cruz en M) + P(Cara en M) · P(Cruz en B) =

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

d) Como P(sacar dos caras) está calculado en el apartado a), nos faltaría la probabilidad de sacar dos cruces.

$$P(\text{sacar dos cruces}) = P(\text{Cruz con B y Cruz con M}) =$$
$$= P(\text{Cruz con B}) \cdot P(\text{Cruz con M}) =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

La probabilidad de sacar dos caras o dos cruces se calcula:

$$P(\text{sacar dos caras o dos cruces}) =$$
$$= P(\text{sacar dos caras}) + P(\text{dos cruces}) =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

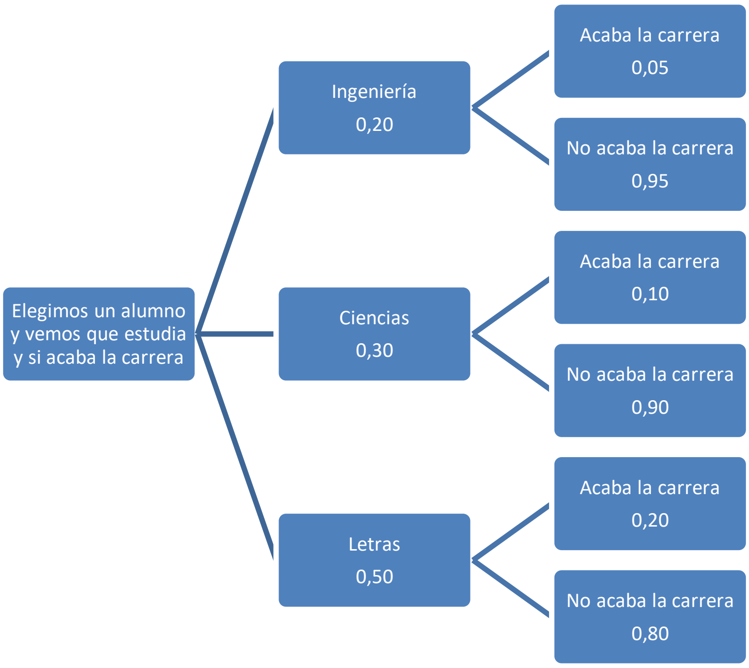
8. En una universidad, en la que no hay más que estudiantes de ingeniería, ciencias o letras, acaban la carrera el 5% de ingeniería, el 10% de ciencias y el 20% de letras. Se sabe que el 20% estudian ingeniería, el 30% ciencias y el 50% letras. Tomando un estudiante al azar, se pide:

a) Probabilidad de que haya acabado la carrera y sea de ingeniería.

b) Nos dice que ha acabado la carrera, probabilidad de que sea de ingeniería.

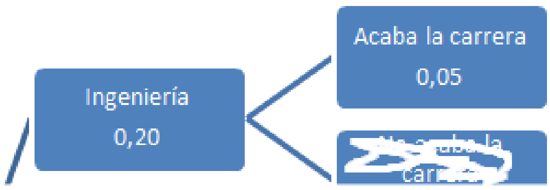
Con diagrama de árbol

Construyamos un diagrama de árbol, relativo a la situación.

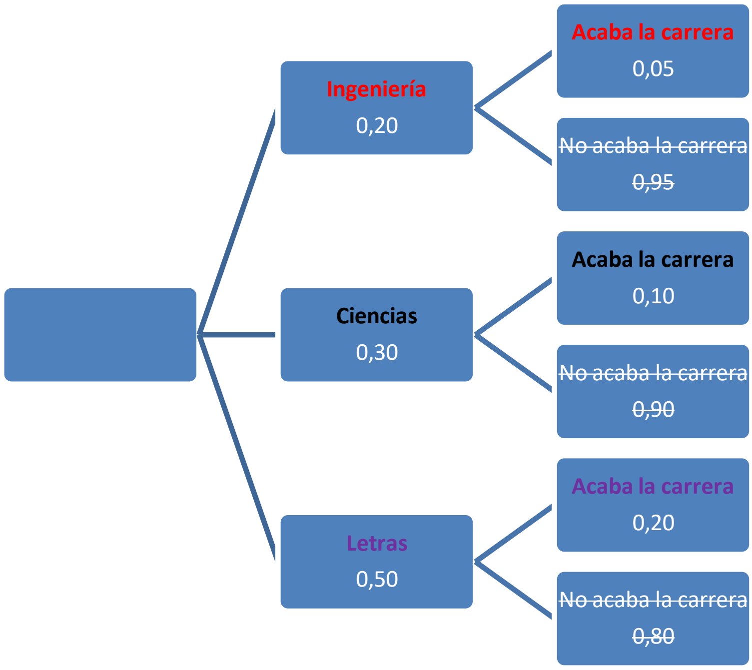


a) A partir de este esquema nos planteamos las preguntas.

$$P(\text{Acabe la carrera y sea de ingeniería}) = \{\text{Es la rama superior}\} = 0,20 \cdot 0,05 = 0,01$$



b) Ahora es diferente porque se da por hecho que ha acabado la carrera, por lo que solo nos sirven las ramas que terminan con la frase “acaba la carrera”. De todas ellas nos piden que proporción son los que son de ingeniería.



$$P(\text{Sea de ingenieria, sabiendo que ha acabado la carrera}) =$$

$$= \frac{0,20\cdot 0,05}{0,20\cdot 0,05+0,30\cdot 0,10+0,50\cdot 0,20} = \frac{0,01}{0,01+0,03+0,10} = \frac{1}{14}$$

Realmente se ha aplicado el teorema de Bayes para calcular una probabilidad a posteriori. Pero se puede hacer por lógica o con un simple paso de porcentajes a valores absolutos.

Haciendo el paso a valores absolutos

Supongamos que hay 100 estudiantes. Nos da igual que sean 1000 o cualquier otra cifra, la probabilidad saldrá con el mismo valor.
Como se sabe que el 20% estudian ingeniería, el 30% ciencias y el 50% letras. Entonces tenemos 20 estudiantes en ingeniería, 30 en ciencias y 50 en letras.
Y acaban la carrera el 5% de ingeniería, el 10% de ciencias y el 20% de letras.
El 5% de 20 son 5 · 20/100 = 1 estudiante de ingeniería acaba la carrera.
El 10% de 30 son 10 · 30/100 = 3 estudiantes de ciencias acaban la carrera.
El 20% de 50 son 20 · 50 /100 = 10 estudiantes de letras acaban la carrera.

Resumiendo, tenemos que de 100 estudiantes 20 son de ingeniería y de ellos 1 acaba la carrera, 30 son de ciencias y de ellos 3 acaban la carrera y 50 son de letras y de ellos 10 acaban la carrera.
De los 100 estudiantes 1 + 3 +10 = 14 acaban la carrera.

Al ser la elección del estudiante al azar podemos aplicar la regla de Laplace para calcular las probabilidades pedidas.

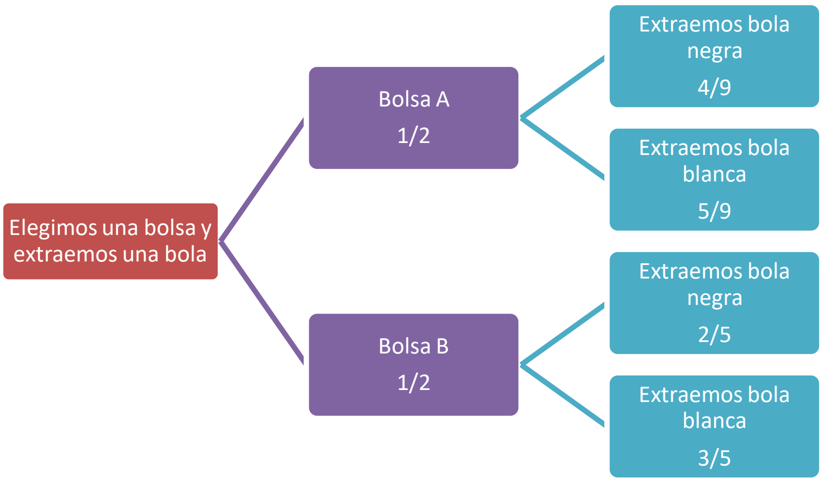
Probabilidad de que haya acabado la carrera y sea de ingeniería = $\frac{1}{100}=0,01$.

Probabilidad de que sea de ingeniería si nos dice que ha acabado la carrera =

$$=\frac{\text{Número de estudiantes de ingenieria que acaban la carrera}}{\text{Número de estudiantes que acaban la carrera}}=\frac{1}{1+3+10}=\frac{1}{14}$$

9. En una bolsa A hay 4 bolas negras y 5 blancas. En otra bolsa B hay 2 negras y 3 blancas. Se elige al azar una bolsa y se extrae de ella una bola.
a. Hallar la probabilidad de que la bola extraída sea negra.
b. Ídem blanca.

Es un experimento compuesto (elegimos una bolsa y luego sacamos una bola). Construimos un diagrama de árbol.



a. P(Extraer bola negra) = P(Extraer bola negra en la bolsa A o Extraer bola negra en la bolsa B) = P(Elegir la bolsa A y extraer bola negra) + P(Elegir la bolsa B y extraer bola negra) =
= P(Elegir la bolsa A) · P(Extraer bola negra, habiendo elegido la bolsa A) +
+ P(Elegir la bolsa B) · P(Extraer bola negra, habiendo elegido la bolsa B) =

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}=\boxed{\frac{19}{45}}$$

También se puede hacer utilizando simbología matemática.

Llamamos A = Elegir bolsa A; B = Elegir bolsa B. N = sacar bola negra; $\overline{N}$ = sacar bola blanca.

$$P(N)=P\left((A\cap N)\cup(B\cap N)\right)=$$
$$=P(A\cap N)+P(B\cap N)=$$
$$=P(A)\cdot P(N/A)+P(B)\cdot P(N/B)=$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}=\boxed{\frac{19}{45}}$$

b. P(Extraer bola blanca) =

= P(Elegir la bolsa A y extraer bola blanca) + P(Elegir la bolsa B y extraer bola blanca) =
= P(Elegir la bolsa A) · P(Extraer bola blanca, habiendo elegido la bolsa A) +
+ P(Elegir la bolsa B) · P(Extraer bola blanca, habiendo elegido la bolsa B) =
= 1/2 · 5/9 + 1/2 · 3/5 = 5/18 + 3/10 = **26/45**

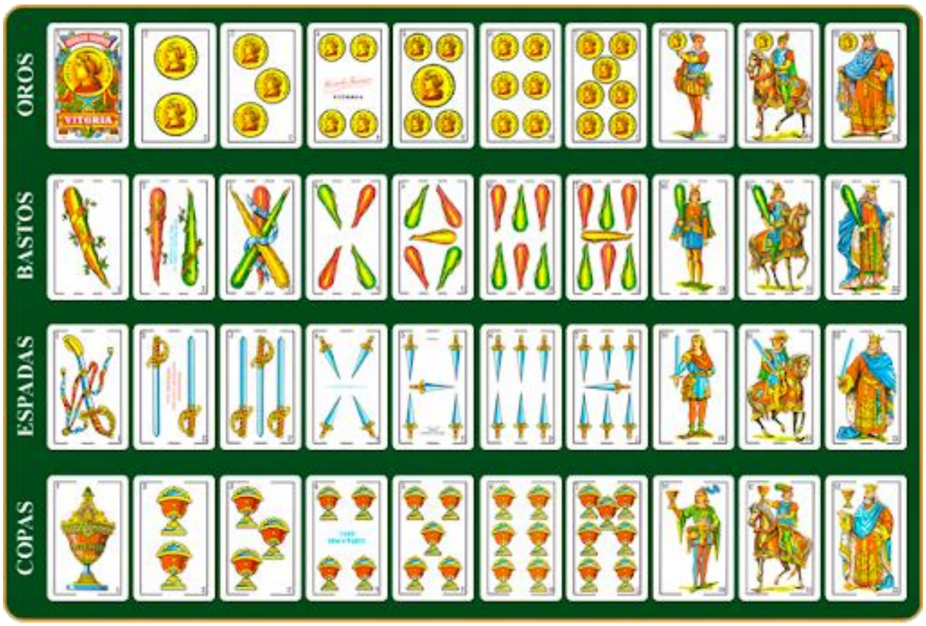
También se puede hacer considerando que sacar bola blanca es el contrario de sacar bola negra.
P(Extraer bola blanca) = 1 – P(Extraer bola negra) = 1 – 19/45 = **26/45**

También se puede hacer utilizando simbología matemática.

$$P(\overline{N}) = P\left(\left(A \cap \overline{N}\right) \cup \left(B \cap \overline{N}\right)\right) =$$
$$= P\left(A \cap \overline{N}\right) + P\left(B \cap \overline{N}\right) =$$
$$= P(A) \cdot P\left(\overline{N} / A\right) + P(B) \cdot P\left(\overline{N} / B\right) = \quad \text{o bien } P(\overline{N}) = 1 - P(N) = 1 - \frac{16}{45} = \boxed{\frac{29}{45}}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \boxed{\frac{26}{45}}$$

10. De una baraja de 40 cartas se toman 2. Hallar la probabilidad de que las cartas sean:
a) las dos sean oros.
b) las dos sean espadas o las dos sean figuras.

Esta es la baraja española con la que vamos a trabajar en este ejercicio.



Sin diagrama de árbol

El experimento consiste en la extracción de dos cartas, este es un experimento compuesto. Consideramos la extracción simultánea de dos cartas como sacar una primera y sin devolver la carta al mazo sacamos una segunda carta.

Lo que haya ocurrido en la extracción de la 1ª carta influye en la extracción de la 2ª. En la segunda extracción hay una carta menos.

a)

$$P(\text{Sacar dos cartas de oros}) =$$
$$= P(\text{Sacar una 1}^{\text{a}}\text{ carta de oros y despues un 2}^{\text{a}}\text{ carta de oros}) =$$
$$= P(\text{La 1}^{\text{a}}\text{ carta sea de oros}) \cdot P(\text{La 2}^{\text{a}}\text{ carta sea de oros, sabiendo que la 1}^{\text{a}}\text{ es de oros}) =$$
$$= \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{39} = \frac{9}{156} = \boxed{\frac{3}{52}}$$

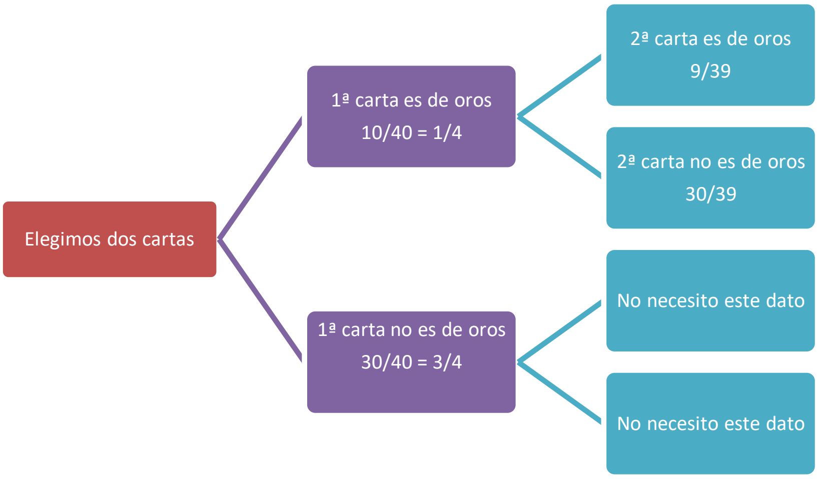
b) Este suceso contempla dos posibilidades de realización que tienen resultados comunes. Es un suceso unión de otros dos. Utilizamos la fórmula $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

$$P(\text{Las dos sean espadas o las dos sean figuras}) =$$
$$= P(\text{Las dos sean espadas}) + P(\text{Las dos sean figuras}) - P(\text{Las dos sean espadas y figuras}) =$$
$$= P(\text{La 1}^{\text{a}}\text{ sea espadas y la 2}^{\text{a}}\text{ espadas}) + P(\text{La 1}^{\text{a}}\text{ sea figura y la 2}^{\text{a}}\text{ figura})$$
$$-P(\text{La 1}^{\text{a}}\text{ sea una figura de espadas y la 2}^{\text{a}}\text{ sea una figura de espadas}) =$$
$$= P(\text{La 1}^{\text{a}}\text{ sea espadas}) P(\text{La 2}^{\text{a}}\text{ sea espadas, sabiendo que la 1}^{\text{a}}\text{ es espadas}) +$$
$$+P(\text{La 1}^{\text{a}}\text{ sea figura}) P(\text{La 2}^{\text{a}}\text{ sea figura, sabiendo que la 1}^{\text{a}}\text{ es figura})$$
$$-P(\text{1}^{\text{a}}\text{ sea una figura de espadas}) P(\text{2}^{\text{a}}\text{ sea una figura de espadas, sabiendo que 1}^{\text{a}}\text{ era figura de espadas}) =$$
$$= \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} + \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} - \frac{3}{40} \cdot \frac{2}{39} = \frac{90 + 132 - 6}{1560} = \frac{216}{1560} = \boxed{\frac{9}{65}} = 0{,}138$$

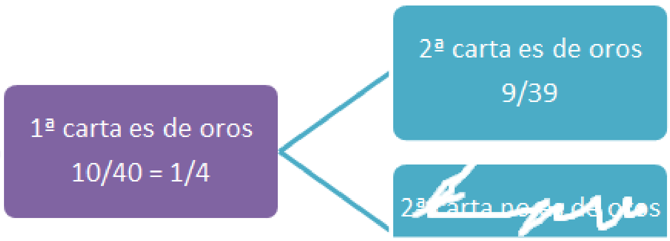
Con diagrama de árbol.

Hay dos extracciones de cartas, es un experimento compuesto.
Consideramos la extracción simultánea de dos cartas como sacar una primera y sin devolver la carta al mazo sacamos una segunda carta. Cada columna o rama del árbol significa sacar una carta, las ramas empiezan a la izquierda, con lo que la segunda ramificación será la extracción de una segunda carta (recordamos que queda una carta menos en el mazo).

a) Construimos el diagrama de árbol



La probabilidad pedida es el producto de las dos probabilidades que aparecen en la parte superior del árbol.



$$P(\text{Sacar dos cartas de oros}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{39} = \frac{9}{156}$$

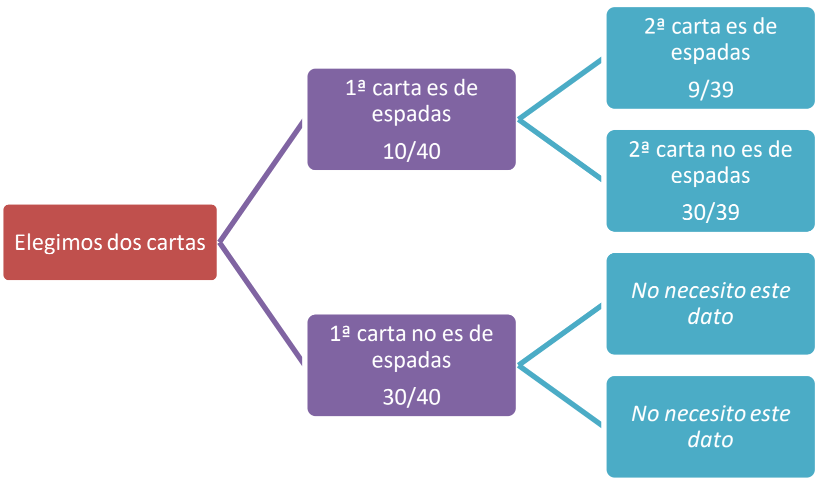
b) El suceso “Las dos sean espadas o las dos figuras” es la unión de dos sucesos con resultados comunes, por lo que debemos aplicar la fórmula $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Llamamos A = ”Las dos sean espadas” y B = ”Las dos son figuras”

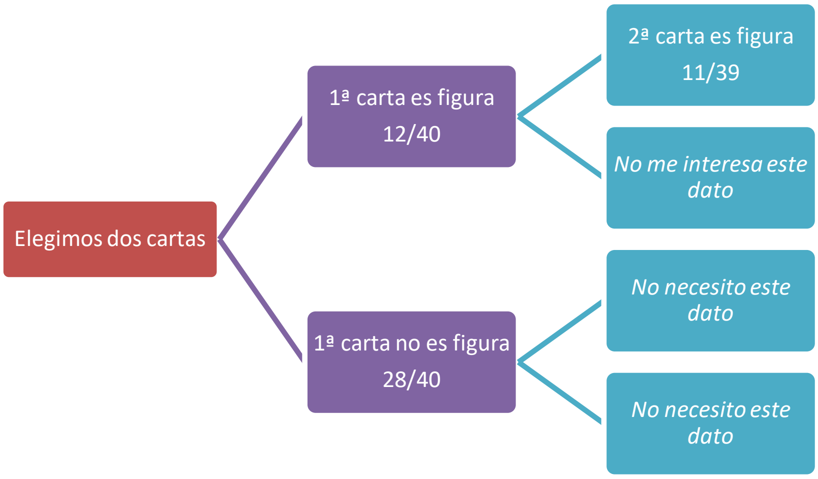
$$P(Las\ dos\ sean\ espadas\ o\ las\ dos\ figuras) =$$

$$= P(Las\ dos\ sean\ espadas) + P(Las\ dos\ sean\ figuras) - P(Las\ dos\ sean\ \text{figuras y}\ espadas)$$

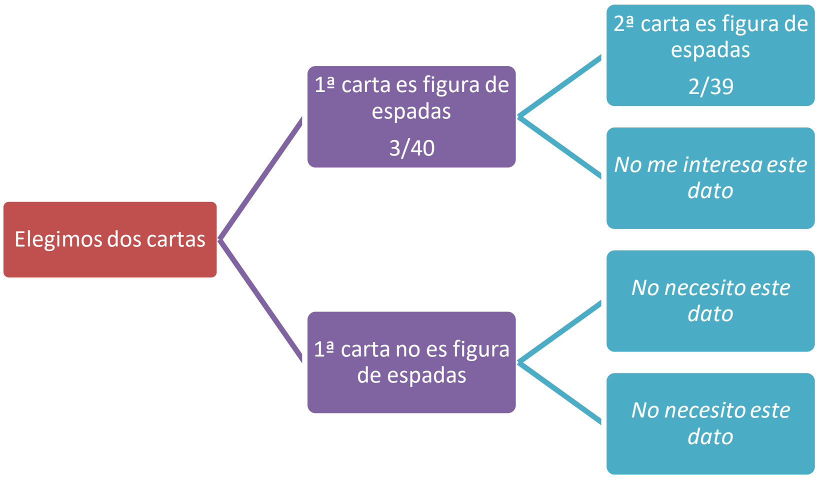
Construimos el diagrama de árbol para determinar cada una de estas probabilidades.



$$P(Las\ dos\ sean\ espadas) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{90}{1560}$$



$$P\left(Las\ dos\ sean\ figuras\right)=\frac{12}{40}\cdot\frac{11}{39}=\frac{132}{1560}$$



$$P\left(Las\ dos\ sean\ \text{figuras y}\ espadas\right)=\frac{3}{40}\cdot\frac{2}{39}=\frac{6}{1560}$$

Y por tanto:

$$P\left(\text{Las dos sean espadas o las dos sean figuras}\right)=$$

$$=P\left(\text{Las dos sean espadas}\right)+P\left(\text{Las dos sean figuras}\right)-P\left(\text{Las dos sean espadas y figuras}\right)=$$

$$=\frac{90}{1560}+\frac{132}{1560}-\frac{6}{1560}=\frac{90+132-6}{1560}=\frac{216}{1560}=\boxed{\frac{9}{65}}=0{,}138$$

Con regla de Laplace y contando todos los resultados favorables y posibles

El experimento consiste en sacar dos cartas. ¿Cuántos resultados posibles hay?
En la primera extracción pueden salir 40 cartas distintas y en la 2ª una de las 39 que quedan en el mazo, por lo que, hay 40 · 39 = 1560 resultados distintos posibles.

a) De todos estos, ¿Cuántos son dos cartas de oros?

Cartas de oros hay 10 en la baraja, en la 1ª extracción podemos sacar cualquiera de las 10, pero en la 2ª solo una de las 9 que quedan en el mazo, por lo que , hay 10 · 9 = 90 resultados favorables a "sacar dos cartas de oros".

$$P(\text{Sacar dos cartas de oros}) = \frac{n^o \; casos \;\; favorables}{n^o \; casos \;\; posibles} = \frac{90}{1560} = \boxed{\frac{3}{52}}$$

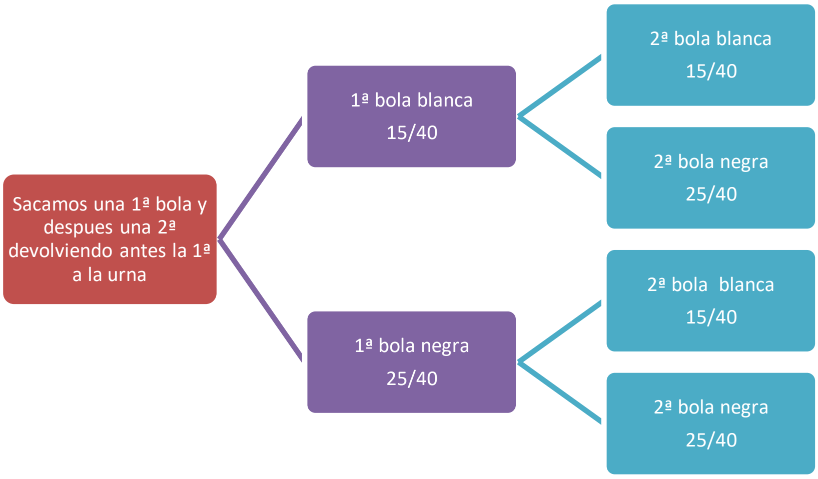
b) De los 1560 resultados posibles, ¿Cuántos son dos espadas o dos figuras?
Contemos los casos favorables a sacar dos espadas. Razonando igual que antes (sacar dos oros) son 90 formas distintas de sacar dos espadas.
Contemos los casos favorables a sacar dos figuras. Hay 3 · 4 = 12 cartas que son figuras (sota, caballo y rey de los distintos palos de la baraja). La primera carta puede ser figura de 12 formas distintas y la 2ª solo de las 11 que queden en el mazo, por lo que, hay 12 · 11 = 132 resultados favorables a "sacar dos figuras".
Pero para calcular la probabilidad de sacar dos espadas o dos figuras, hemos contado 90 y 132, pero hemos contado dos veces la opción de sacar dos cartas figura de espadas (una vez en sacar dos espadas y otra vez en sacar dos figuras), por lo que debemos restarle el número de resultados con "dos figuras de espadas". Son 3 las cartas que son figuras de espadas (sota, caballo y rey de espadas) que pueden salir en la 1ª extracción y en la 2ª solo puede salir una de las 2 que quedan, por lo tanto, hay 3 · 2 = 6 formas distintas de sacar dos figuras de espadas.

¿Cuántas formas distintas hay de sacar dos espadas o dos figuras?
90 + 132 – 6 = 216.
Aplicando la regla de Laplace:

$$P(\text{Las dos sean espadas o las dos sean figuras}) = \frac{n^o \; casos \;\; favorables}{n^o \; casos \;\; posibles} = \frac{216}{1560} = \boxed{\frac{9}{65}}$$

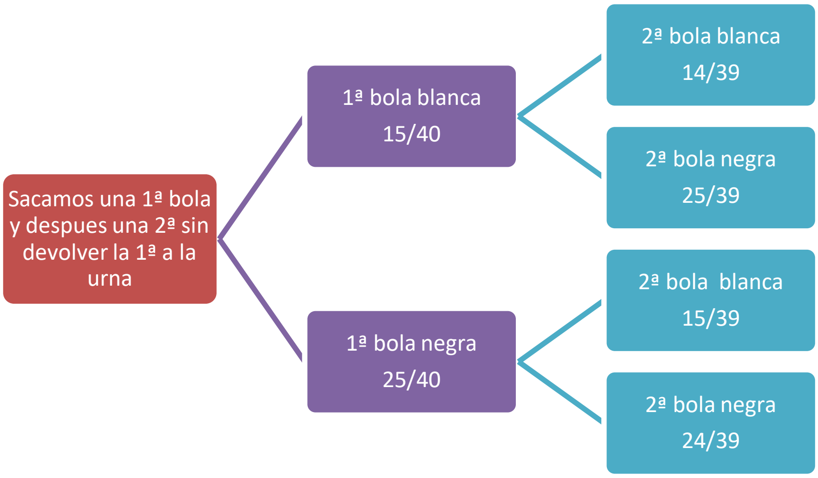
11. Tenemos una urna con 15 bolas blancas y 25 negras. Sacamos una bola y después una segunda bola. Halla la probabilidad de que sea cada una de un color en cada uno de los siguientes casos:
a) con reemplazamiento.
b) sin reemplazamiento.

a) Construimos el diagrama de árbol para el apartado a) con reemplazamiento. Aquí la segunda extracción es ***independiente*** de la 1ª.



P(Sean de distinto color) = P("1ª blanca y 2ª negra" o "1ª negra y 2ª blanca") =
= P(1ª bola blanca) · P(2ª bola negra) + P(1ª bola negra) · P(2ª blanca) =
=15/40 · 25/40 + 25/40 · 15/40 = 375/ 1600 = **15/32**

b) Construimos el diagrama de árbol para el apartado b) sin reemplazamiento. Aquí la segunda extracción es ***dependiente*** de la 1ª.

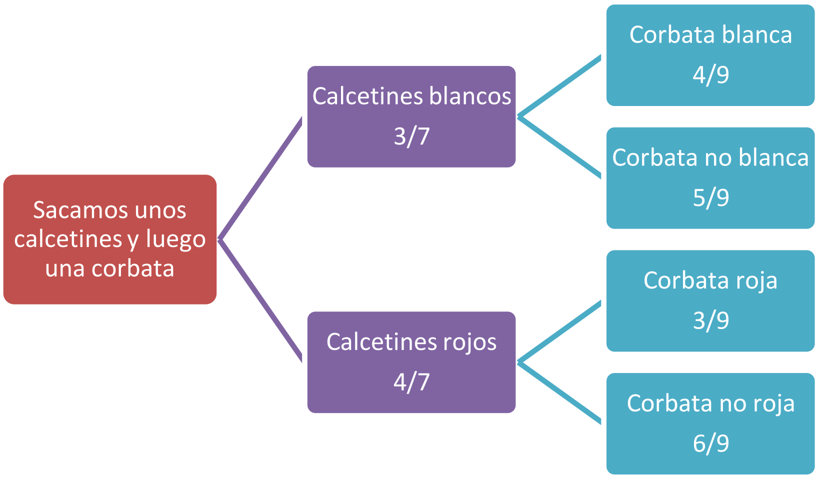


P(Sean de distinto color) = P("1ª blanca y 2ª negra" o "1ª negra y 2ª blanca") =
= P(1ª bola blanca) · P(2ª bola negra, sabiendo que la 1ª es blanca) + P(1ª bola negra) · P(2ª blanca, sabiendo que la 1ª es negra) =
=15/40 · 25/39 + 25/40 · 15/39 = 375/ 1560 = **25/52**

12. En un cajón de un armario, Juan guarda desordenadamente 3 pares de calcetines blancos y 4 pares rojos; otro cajón contiene 4 corbatas blancas, 3 rojas y 2 azules. Para vestirse saca al azar del primer cajón un par de calcetines, y del segundo, una corbata. Halla la probabilidad de que los calcetines y la corbata sean del mismo color.

Realicemos un diagrama de árbol. Primero elijo un calcetín del cajón de los calcetines y después una corbata del cajón de las corbatas. La extracción de calcetines y de corbata son sucesos independientes.

Al sacar la corbata solo me interesa saber si es del mismo color o no que los calcetines.



Probabilidad de que los calcetines y la corbata sean del mismo color =
= P(calcetines y corbata blancos o calcetines y corbata rojos) =
= P(Calcetines blancos y corbata blanca) + P(calcetines rojos y corbata roja) =
= P(Calcetines blancos) · P(corbata blanca) + P(calcetines rojos) · P(corbata roja) =
= 3/7 · 4/9 + 4/7 · 3/9 = 12/63 + 12/63 = 24/63 = **8/21**

¡Realmente no es necesario el diagrama de árbol. Pero nos ayuda a esquematizar el proceso de resolución!

13. Las probabilidades de que cada uno de los tres aviones A, B, C cumpla su horario previsto son 0,7; 0,8 y 0,9, respectivamente. El comportamiento de cada avión no depende de los otros. Calcula las probabilidades de que cumplan el horario:

a) Los tres aviones.

b) Al menos dos de ellos.

Sin diagrama de árbol.

Los sucesos son independientes pues no influye el comportamiento de un avión en el comportamiento de otro avión. Esto significa que la probabilidad de que dos aviones cumplan horario es el producto de las probabilidades de que cumpla horario cada uno de ellos.

a) P(los tres aviones cumplen horario) =
= P(Avión A cumple horario, Avión B cumple horario y Avión C cumple horario) =
= P(Avión A cumple horario) · P(Avión B cumple horario) · P(Avión C cumple horario) =
= 0,7 · 0,8 · 0,9 = **0,504**

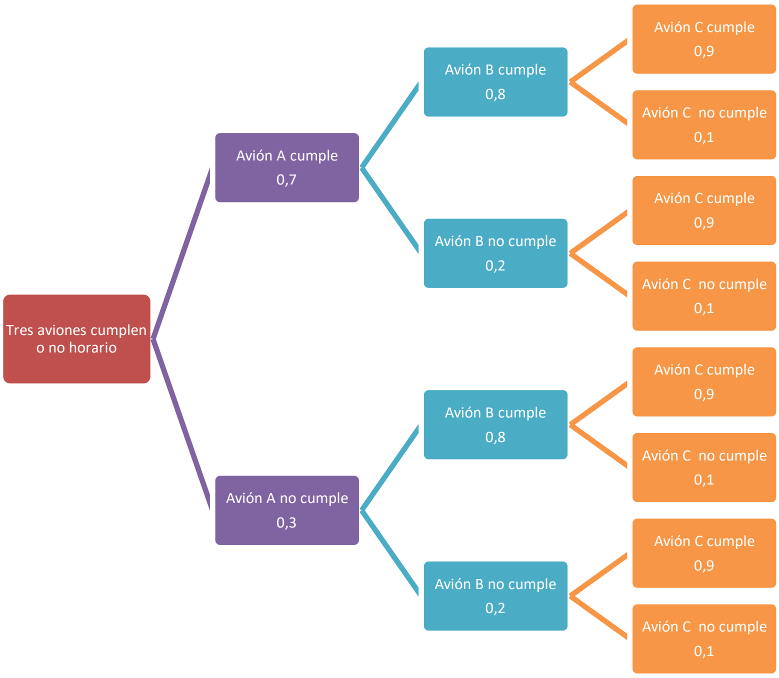
b) El suceso “Al menos 2 cumplen horario” es “Cumplen horario 2 de ellos o los 3”

P(Al menos dos de ellos cumplen horario) = P(Cumplen horario 2 de ellos o los 3) =

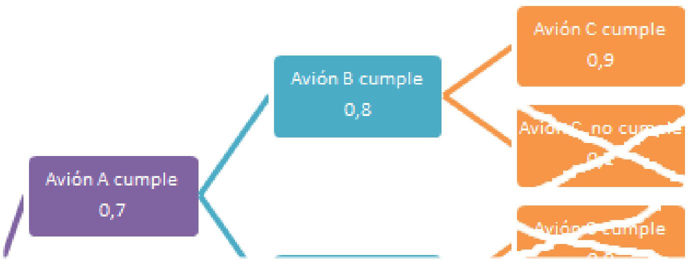
= P("Cumple horario A y B y no cumple C" o "Cumple horario A y C y no cumple B" o "Cumple horario B y C y no cumple A" o "Cumplen horario A, B y C") =
= P(Avión A cumple horario) · P(Avión B cumple horario) · P(no cumple horario C) +
+ P(Avión A cumple horario) · P(Avión C cumple horario) · P(no cumple horario B) +
+ P(Avión B cumple horario) · P(Avión C cumple horario) · P(no cumple horario A) +
+ P(Avión A cumple horario) · P(Avión B cumple horario) · P(Avión C cumple horario) =
= 0,7 · 0,8 · 0,1 + 0,7 · 0,2 · 0,9 + 0,3 · 0,8 · 0,9 + 0,7 · 0,8 · 0,9 = **0,902**

Con diagrama de árbol

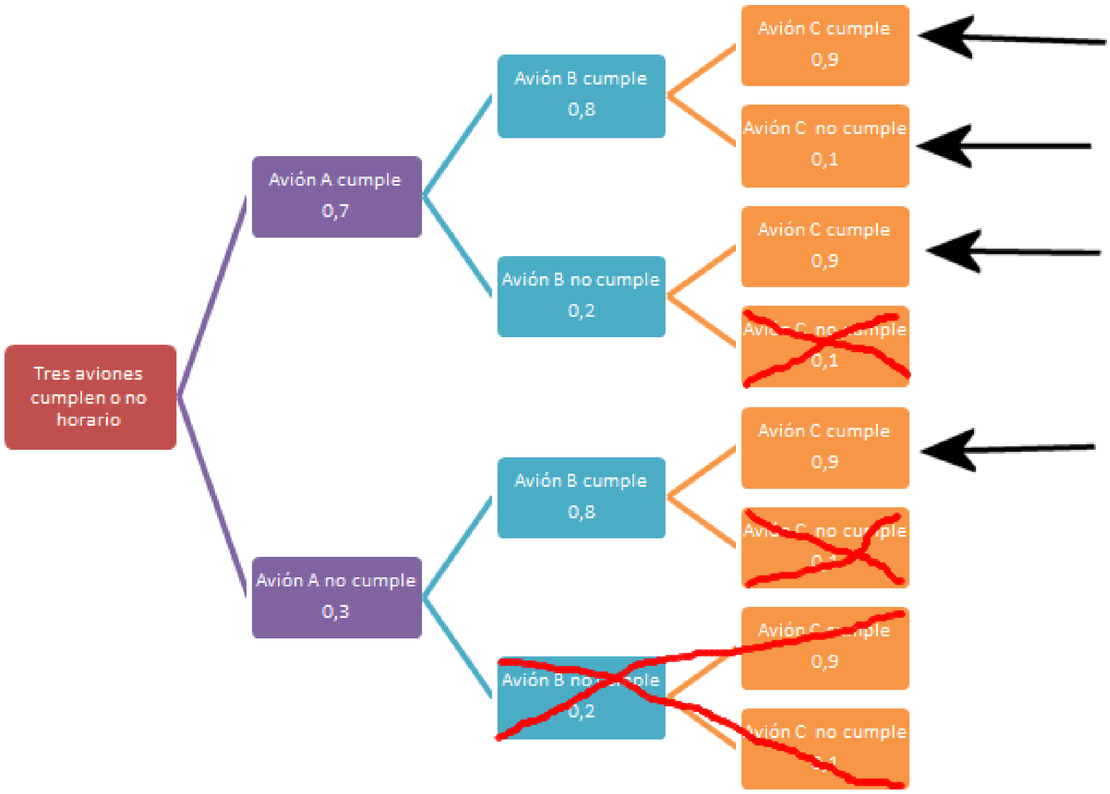
Construyamos el diagrama de árbol.



a) P(los tres aviones cumplen horario) = 0,7 · 0,8 · 0,9 = **0,504**



b) P(Al menos dos de ellos cumplen horario) = 0,7 · 0,8 · 0,1 + 0,7 · 0,2 · 0,9 + 0,3 · 0,8 · 0,9 + 0,7 · 0,8 · 0,9 = **0,902**



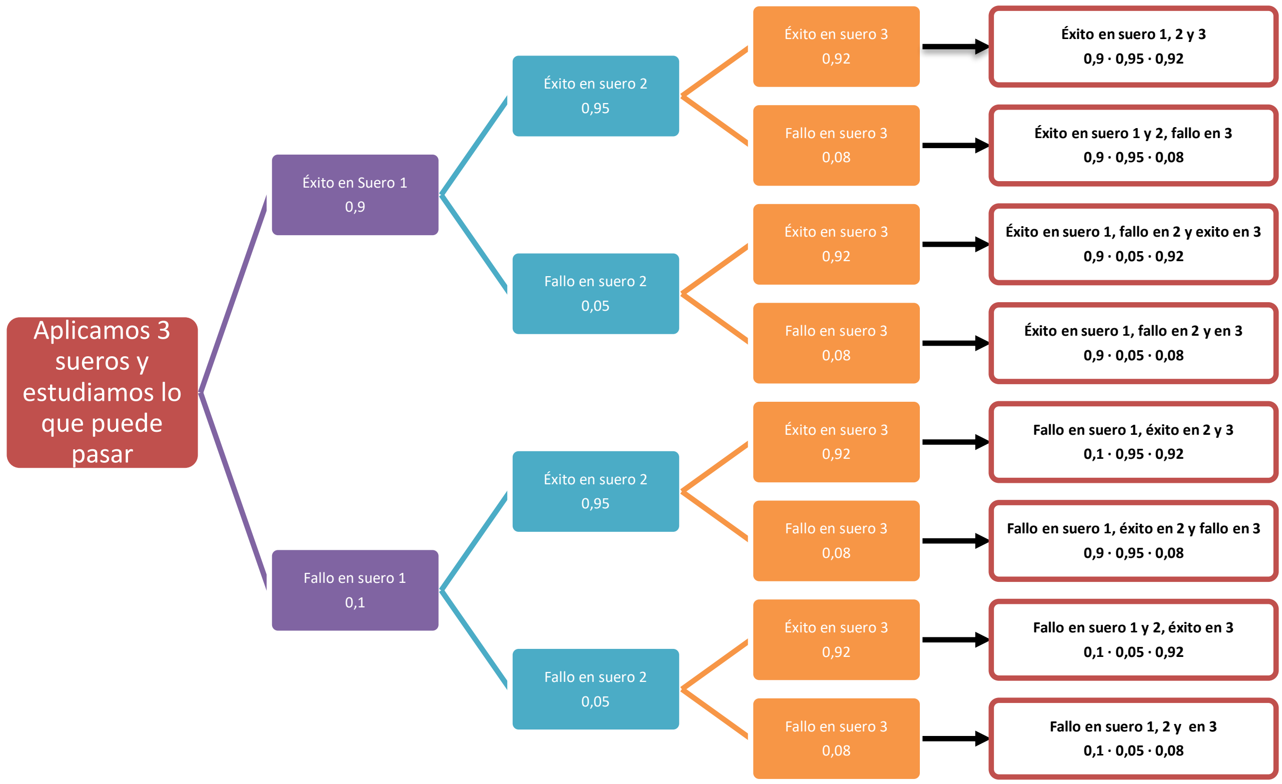
14. **A un paciente se le aplican tres sueros independientes con probabilidad de éxito 0,9; 0,95; y 0,92. Hallar la probabilidad de que el paciente se cure.**

Hay muchas formas de que se cure, bastaría con que tuviese éxito 1, 2 o los 3 sueros. Por ello lo resolvemos con el suceso contrario, que es más sencillo el cálculo de su probabilidad.
“El paciente se cura” = “Tiene éxito alguno de los sueros”.
Lo contrario a este suceso es el suceso “El paciente no se cura” = “Fallan todos los sueros”.
Tengamos en cuenta que la probabilidad de éxito es 0´9, 0´95, y 0´92, y la de fallo en cada suero es 1 – 0´9 = 0´1, 0´05 y 0´08.

Sin diagrama de árbol

P(El paciente se cure) =
= 1 – P(El paciente no se cura) =
= 1 – P(Falla el suero 1, falla el suero 2 y falla el suero 3) =
= 1 – P(Falla el suero 1) · P(Falla el suero 2) · P(Falla el suero 3) =
= 1 – 0´1 · 0´05 · 0´08 = 1 – 0´0004 = **0´9996**

Con diagrama de árbol



Realmente no es necesario tanto detalle. Se suele indicar en el diagrama solo lo necesario para hallar la probabilidad pedida, pero este ejemplo lo utilizamos para aprender a construir diagramas de árbol.

P(El paciente se cure) ={*La suma de las probabilidades que aparecen en los caminos que acaban con algún éxito*} = ….

¡Muy largo de escribir, demasiado para multiplicar y sumar!

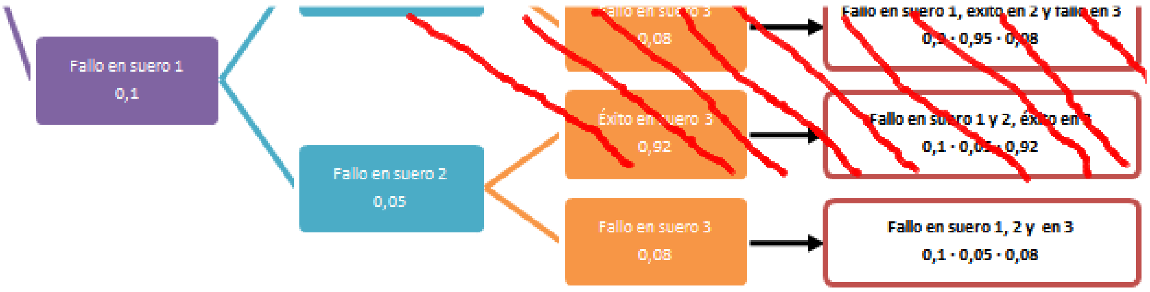
¡Son todos los caminos menos el que está debajo del todo!

¡Lo hacemos mediante el suceso contrario! ¡Es mucho más corto y sencillo!

= 1 – P(El paciente no se cura) =

= 1 – P(Falla el suero 1, falla el suero 2 y falla el suero 3) =

= 1 – {*Camino inferior*} =



= 1 – 0´1 · 0´05 · 0´08 = 1 – 0´0004 = **0´9996**

15. Un estudiante de Geografía e Historia busca una pirámide de población, que necesita para un trabajo, en tres manuales de Geografía Humana. Las probabilidades de que lo encuentre en el primero, segundo o tercero son, respectivamente, 0,5; 0,6; 0,7. Hallar la probabilidad de que la encuentre:

a) Sólo en uno.

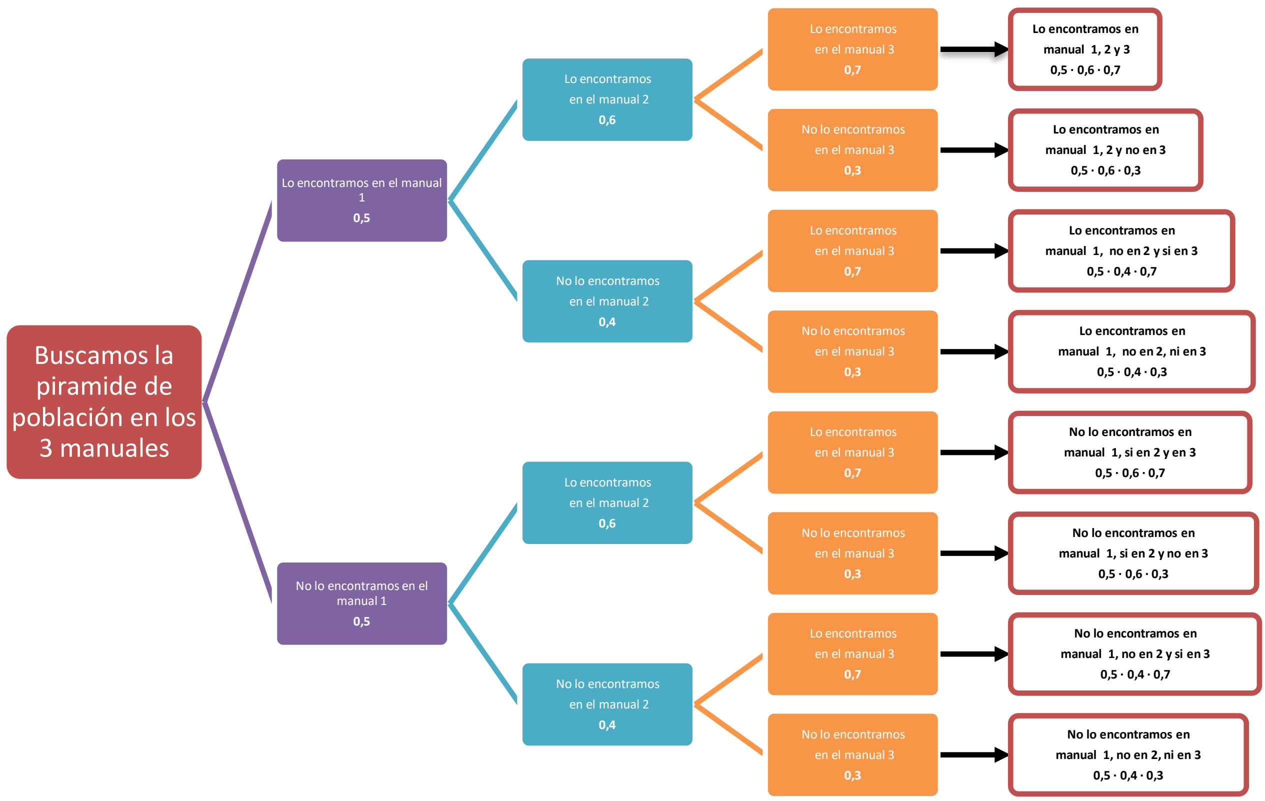
b) Únicamente en dos manuales.

c) En los tres.

Las probabilidades de que lo encuentre en el primero, segundo o tercero son, respectivamente, 0´5; 0´6; 0´7.

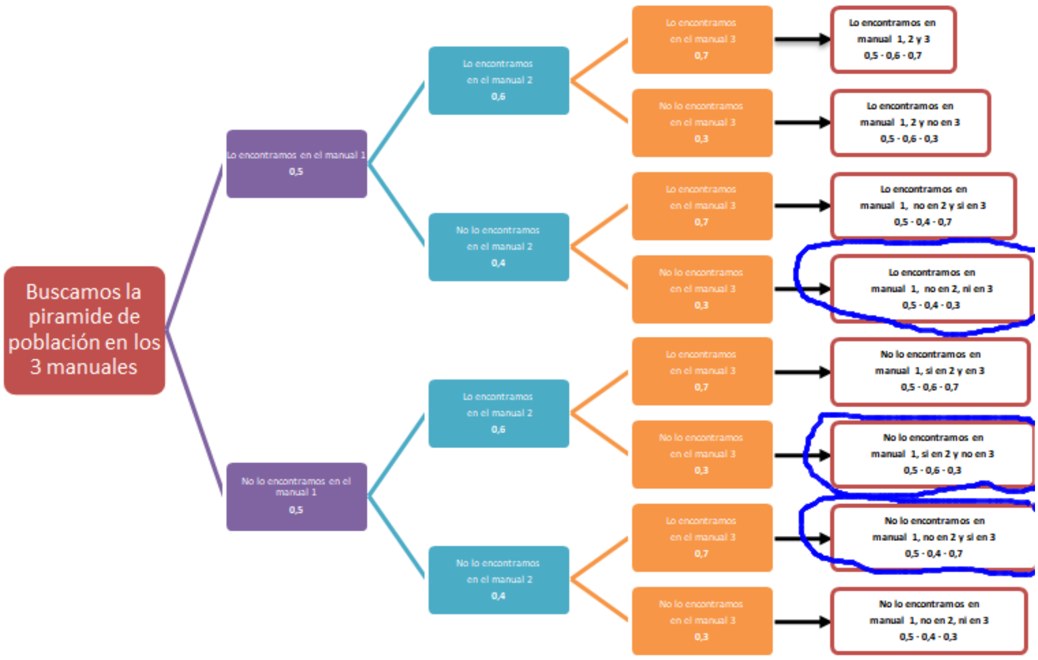
Las probabilidades de que ***no*** lo encuentre en el primero, segundo o tercero son, respectivamente, 0´5; 0´4; 0´3.

Construyamos el diagrama de árbol.

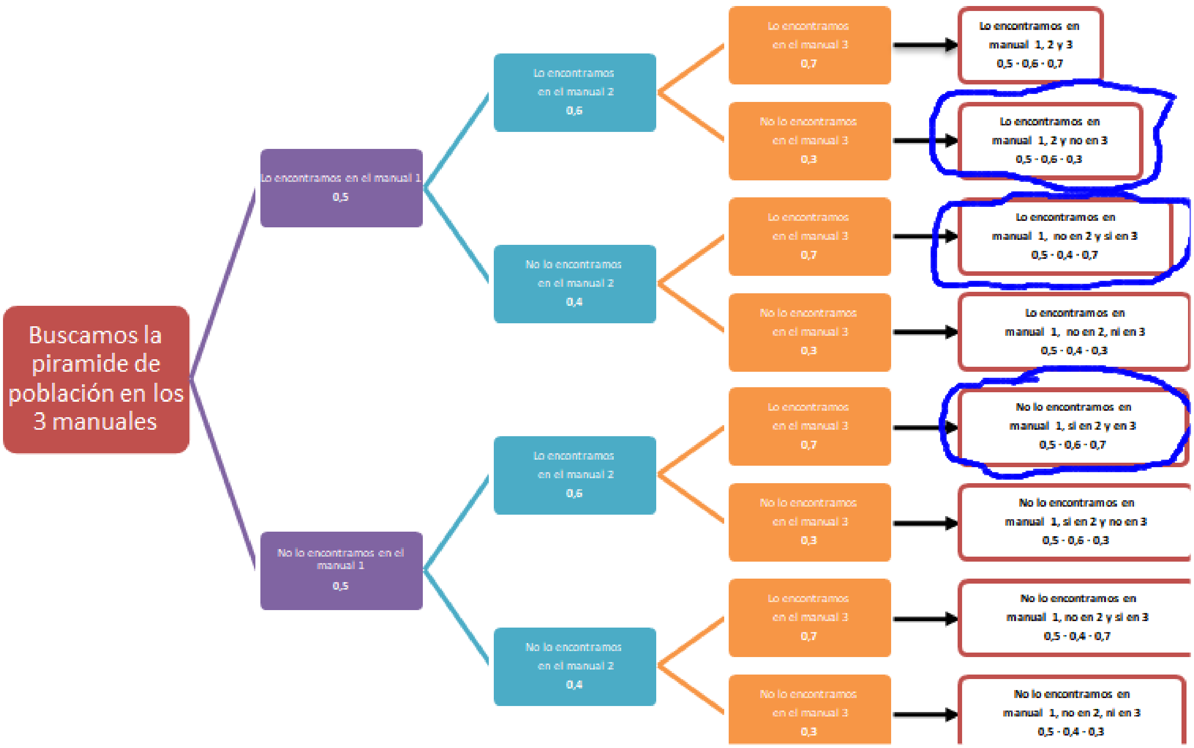


a) P(Sólo se encuentre en uno de los manuales) =
= {Solo hay tres formas de que ocurra esto, lo rodeado de azul en la imagen inferior} =
= 0´5 · 0´4 · 0´3 + 0´5 · 0´6 · 0´3 + 0´5 · 0´4 · 0´7 =
= 0´06 + 0´09 +0´14 = **0´29**

¡También se puede hacer sin ayudarse del diagrama de árbol!

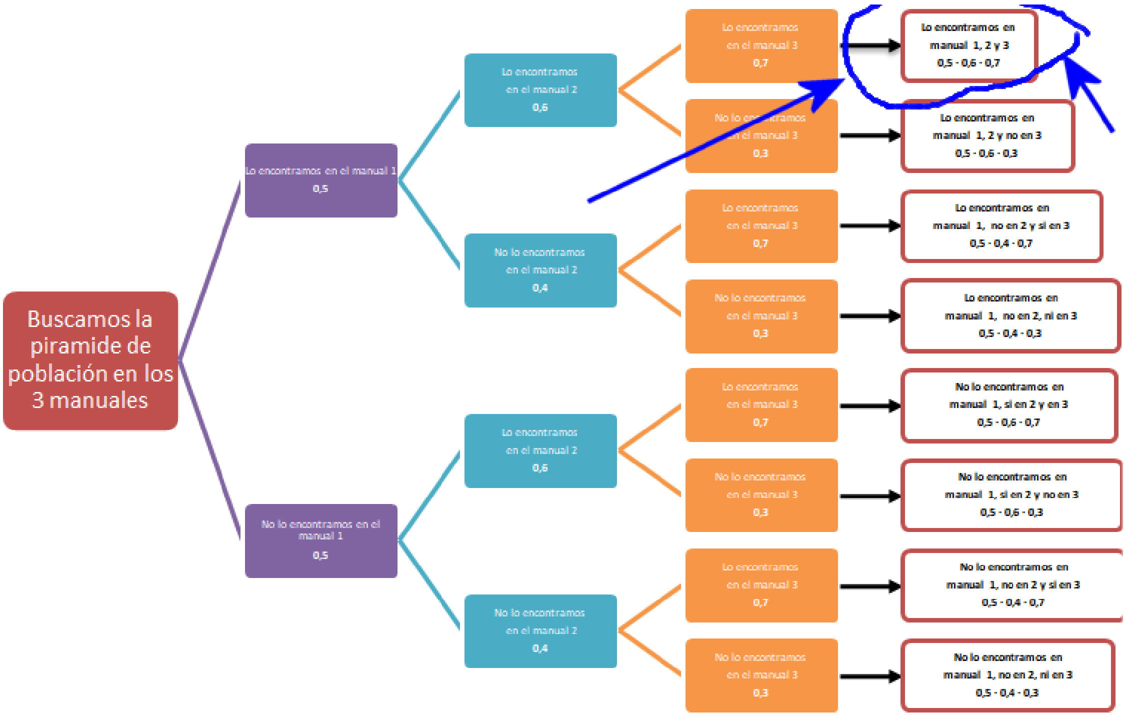


b) P(Únicamente se encuentre en dos manuales) =



= {Solo hay tres formas de que ocurra esto, lo rodeado de azul en la imagen superior} =
$= 0'5 \cdot 0'6 \cdot 0'3 + 0'5 \cdot 0'4 \cdot 0'7 + 0'5 \cdot 0'6 \cdot 0'7 =$
$= 0'09 + 0'14 + 0'21 = \mathbf{0'44}$

c) P(Se encuentre en los tres manuales) =



= {Solo hay una forma de que ocurra esto, lo rodeado de azul en la imagen superior} =

= 0´5 · 0´6 · 0´7 = **0´21**

16. La probabilidad de que una persona sea rubia es 0,4 y de que tenga los ojos negros es 0,3. Calcula las siguientes probabilidades:

a) que al elegir una persona al azar sea rubia y tenga los ojos negros

b) que al elegir una persona al azar sea rubia o tenga los ojos negros.

c) que al elegir tres personas al azar las tres personas sean rubias.

d) que al elegir dos personas al azar, ambas sean rubias o ambas tengan los ojos negros.

Suponemos que el hecho de ser rubia y el de tener los ojos negros son independientes. Uno no influye en el otro.

a) *Este es un experimento simple.*
P(sea rubia y tenga los ojos negros) =
= *P(*sea rubia) · P(tenga los ojos negros) = 0´4 · 0´3 = **0´12**

b) *Este es un experimento simple. Aplicamos la fórmula* $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
P(Sea rubia o tenga los ojos negros) = P(Sea rubia) + P(tenga los ojos negros) – P(sea rubia y tenga los ojos negros) = 0´4 + 0´3 – 0´12 = 0´7 – 0´12 = **0´58**

c) Este es un experimento compuesto. Lo hago sin diagrama de árbol.
P(al elegir tres personas al azar las tres personas sean rubias) =
= P(Al elegir una persona sea rubia y al elegir una 2ª sea rubia y al elegir una 3ª sea rubia)=

= P(Al elegir una persona sea rubia) · P(al elegir la 2ª sea rubia) · P(al elegir la 3ª sea rubia) = 0´4 · 0´4 · 0´4 = **0´064**

d) Este es un experimento compuesto. Lo hago sin diagrama de árbol.
Como es la unión de dos sucesos aplicamos la fórmula:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B).$$

P(al elegir dos personas al azar las dos sean rubias o tengan ojos negros) =
= P(al elegir dos personas al azar las dos sean rubias) + P(las dos tengan ojos negros) –

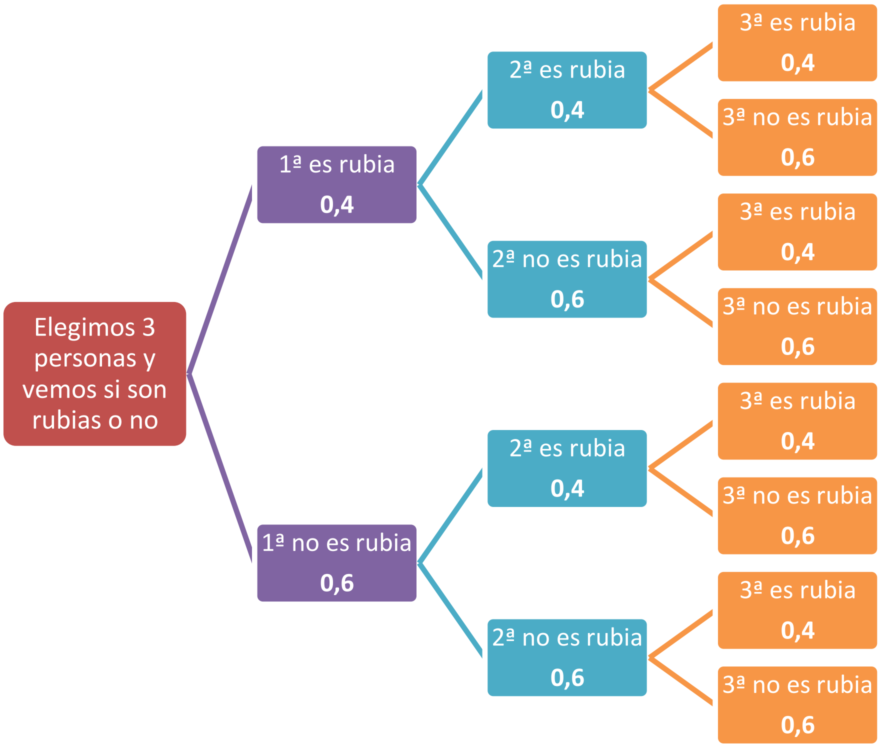
– P(las dos sean rubias y tengan ojos negros) =

= P(la 1ª sea rubia) · P(la 2ª sea rubia) + P(la 1ª tenga ojos negros) · P(la 2ª tenga ojos negros) – P(la 1ª sea rubia con ojos negros) · P(la 2ª sea rubia con ojos negros) =

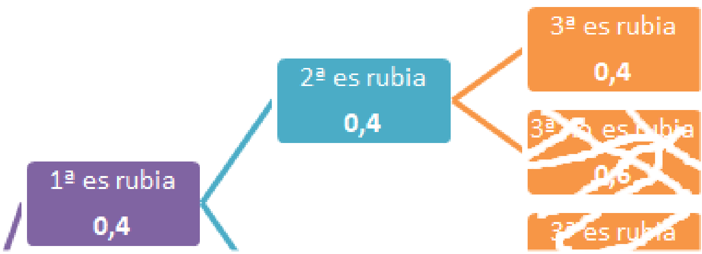
= 0´4 · 0´4 + 0´3 · 0´3 – 0´12 · 0´12 = 0´16 + 0´09 – 0´0144 = **0´2356**

Hacemos los apartados c) y d) con diagrama de árbol.

c) Su diagrama de árbol es:



La probabilidad pedida se observa en la rama superior:



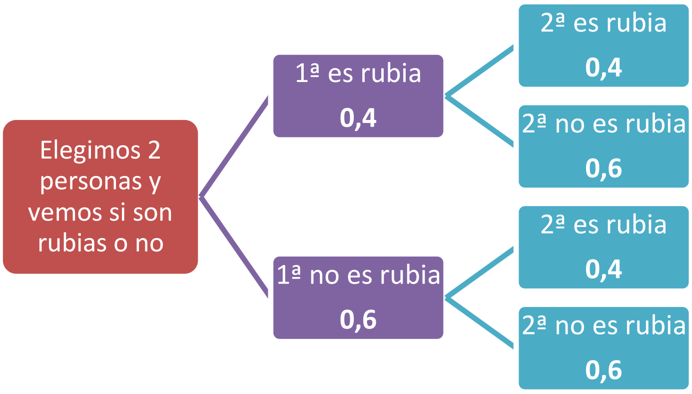
P(al elegir tres personas al azar las tres personas sean rubias) = 0´4 · 0´4 · 0´4 = **0´064**

d) Es la unión de dos sucesos, entonces:
P(al elegirlas sean las dos rubias o tengan ojos negros) =
= P(al elegir dos personas al azar las dos sean rubias) + P(las dos tengan ojos negros) –

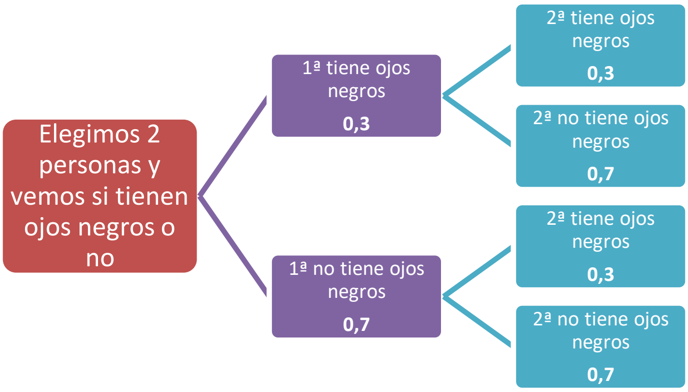
– P(las dos sean rubias y tengan ojos negros) =

Calculamos estas tres probabilidades con un diagrama de árbol:

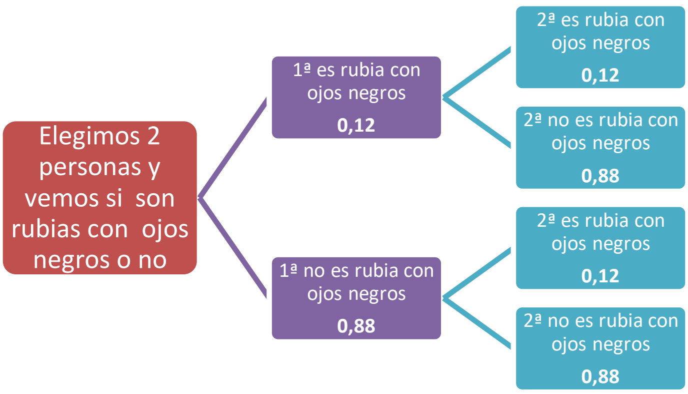
P(al elegir dos personas al azar las dos sean rubias) = 0´4 · 0´4 = 0´16



P(las dos tengan ojos negros) = 0´3 · 0´3 = 0´09



P(las dos sean rubias y tengan ojos negros) = 0´12 · 0´12 =0´0144



P(al elegir dos personas al azar las dos sean rubias o tengan ojos negros) =
= P(al elegir dos personas al azar las dos sean rubias) + P(las dos tengan ojos negros) –

– P(las dos sean rubias y tengan ojos negros) = 0´16 + 0´09 – 0´0144 = **0´2356**

17. Se escoge un número al azar en la guía telefónica de cierta ciudad española. La probabilidad de que figure a nombre de un hombre es 0,7 y de que figure a nombre de una mujer es 0,3. En dicha ciudad la probabilidad de que un hombre trabaje es 0,8 y de que lo haga una mujer es 0,7. Se elige un número al azar. Cuál es la probabilidad:

a. de que corresponda a una persona que trabaja

b. de que corresponda un hombre sabiendo que pertenece a una persona que trabaja.

Haciendo recuento

La probabilidad es una proporción. Obtenemos los valores absolutos, suponiendo una población de un número concreto, por ejemplo 100.

De las 100 personas de la guía telefónica 0´7 · 100 = 70 son hombres y 0´3 · 100 = 30 son mujeres.

De los 70 hombres trabajan 0´8 ·70 = 56. De las 30 mujeres trabajan 0´7 · 30 = 21.

a) Si elegimos un número al azar la probabilidad de que sea de una persona que trabaja, según la ley de Laplace:

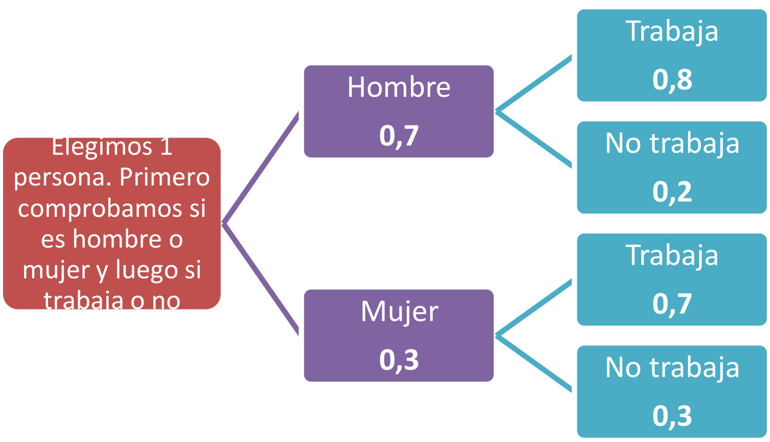
$$\text{P(La persona trabaje)} = \frac{\textit{Número de trabajadores}}{\textit{Número total de personas}} = \frac{56+21}{100} = \mathbf{0,77}$$

b) Si elegimos a una persona y sabemos que trabaja los casos posibles solo serán 56 + 21 = 77. De ellos son hombres 56. Por tanto:

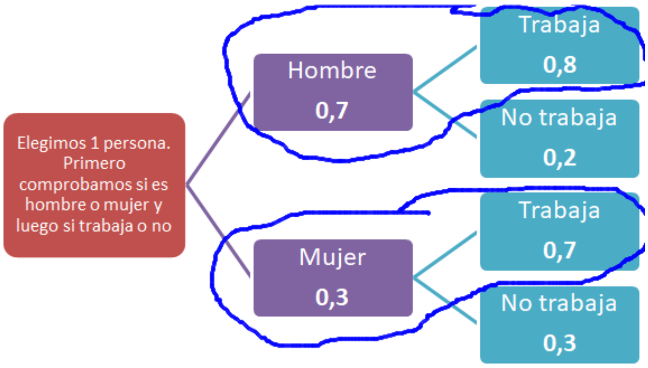
P(La persona elegida sea hombre sabiendo que trabaja) =

$$\frac{\textit{Número de hombres que trabajan}}{\textit{Número de personas que trabajan}} = \frac{56}{77} = 0,72$$

Con diagrama de árbol



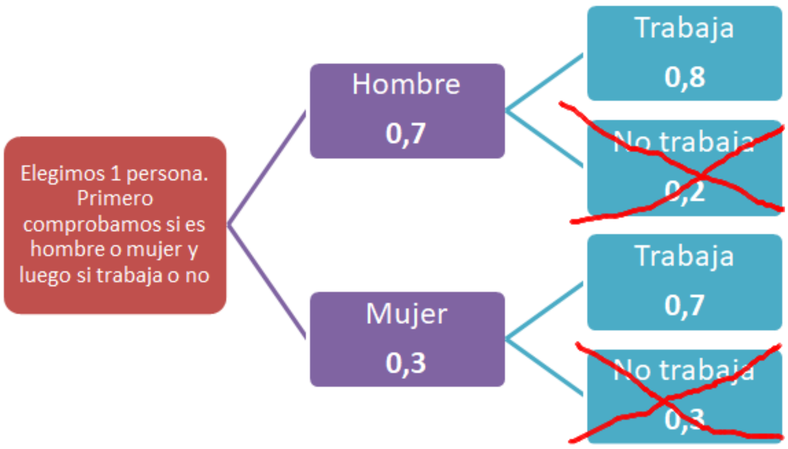
a. P(La persona trabaje) = 0´7 · 0´8 + 0´3 · 0´7 = **0,77**



b. Aquí utilizamos el teorema de Bayes o ese sentido común que todos y todas tenemos.

P(La persona sea hombre sabiendo que trabaja) = P(Sea hombre / trabaja) =

$$=\frac{P(sea\ hombre\ y\ trabaje)}{P(Trabaje)}=\frac{0'7\cdot 0'8}{0'7\cdot 0'8+0'3\cdot 0'7}=\frac{0'56}{0'77}=\boxed{0,72}$$



18. En una ciudad hay dos examinadores para la obtención del carné de conducir; el primero examina los lunes, miércoles y viernes; y el segundo los martes y jueves. El primero aprueba a 4 de cada 7 examinados; el segundo aprueba a 5 de cada 9 examinados. Si es igualmente probable examinarse en uno u otro día de la semana, halla la probabilidad de aprobar el examen.

P(Aprobar) =
= P(examines lunes y apruebes o Te examines martes y apruebes o Te examines miércoles y apruebes o Te examines jueves y apruebes o Te examines viernes y apruebes) =
= P(examines lunes y apruebes) + P(Te examines martes y apruebes) + P(Te examines miércoles y apruebes) + P(Te examines jueves y apruebes) + P(Te examines viernes y apruebes) $=\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{7}+\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{9}+\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{7}+\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{9}+\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{7}=\frac{178}{315}=\boxed{0,565}$

19. En una ciudad, el 55% de la población consume aceite de oliva, el 30% de girasol, y el 20% ambos tipos de aceite. Se escoge una persona al azar:

a) Si consume aceite de oliva, ¿cuál es la probabilidad de que consuma también aceite de girasol?

b) Si consume aceite de girasol, ¿cuál es la probabilidad de que no consuma aceite de oliva?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que no consuma ninguno de los dos tipos de aceite?

Tabla de contingencia

Realicemos una tabla de contingencia para aclarar la situación.
Ponemos los datos proporcionados, pasando de datos porcentuales a valores con respecto a un total de 100 consumidores:

	Consume aceite de girasol	No consume aceite de girasol	
Consume aceite de oliva	20		55
No consume aceite de oliva			
	30		100

Ahora completamos la tabla, siguiendo la regla que la fila suma lo que se indica en la celda de la derecha y en la columna suma lo que aparece en la celda inferior.

	Consume aceite de girasol	No consume aceite de girasol	
Consume aceite de oliva	20	**35**	55
No consume aceite de oliva	**10**	**35**	**45**
	30	**70**	100

a) Aceite de oliva consumen 55 personas, de ellas solo 20 consumen aceite de girasol.

P(Consuma aceite de girasol, sabiendo que consume aceite de oliva) = $\frac{20}{55} = \boxed{\frac{4}{11} = 0,363}$

b) Aceite de girasol consumen 30 personas, de ellas solo 10 no consumen aceite de oliva.
P(No consuma aceite de oliva, sabiendo que consume aceite de girasol) =

$$= \frac{10}{30} = \boxed{\frac{1}{3} = 0,333}$$

c) De las 100 personas, no consumen ninguno de los dos tipos de aceite 35 de ellas.

P(No consuma ningún tipo de aceite) = $\boxed{\frac{35}{100} = 0,35}$

Matemático formal

Demos nombre a los sucesos para usar las fórmulas de probabilidad estudiadas.
O = Consumir aceite de oliva G = Consumir aceite de girasol
Por los datos proporcionados sabemos que $P(O) = 0,55$ $P(G) = 0,3$ $P(O \cap G) = 0,2$

a) $P(G/O) = \frac{P(G \cap O)}{P(O)} = \frac{0,2}{0,55} = \boxed{0,363}$

b) $P(\overline{O}/G)=\dfrac{P(\overline{O}\cap G)}{P(G)}=\dfrac{P(G)-P(O\cap G)}{0,3}=\dfrac{0,3-0,2}{0,3}=\dfrac{0,1}{0,3}=\boxed{\dfrac{1}{3}=0,333}$

c)

$$P(\overline{O}\cap\overline{G})=P\left(\overline{O\cup G}\right)=1-P\left(O\cup G\right)=1-\left[P(O)+P(G)-P(O\cap G)\right]=$$
$$=1-\left[0,55+0,3-0,2\right]=1-0,65=\boxed{0,35}$$

20. De los sucesos independientes A y B se sabe que $P\left(\overline{A}\right)=0,4$ y $P(A\cup B)=0,8$.

a) Halla la probabilidad de B.
b) Halla la probabilidad B/A.
c) ¿Son incompatibles los sucesos A y B?

Si A y B son independientes se cumple: $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

También tenemos que $P\left(\overline{A}\right)=0,4 \rightarrow P\left(\overline{A}\right)=1-P(A)=0,4\Rightarrow P(A)=1-0,4=0,6$

Como sabemos que $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.

$$\left.\begin{array}{l} P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\\ P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)\\ P(A\cup B)=0,8\\ P(A)=0,6\end{array}\right\}\Rightarrow 0,8=0,6+P(B)-0,6\cdot P(B)$$

$$0,8=0,6+0,4P(B)\Rightarrow 0,4P(B)=0,2\Rightarrow P(B)=\frac{0,2}{0,4}=0,5$$

a) P(B) = 0,5

b)

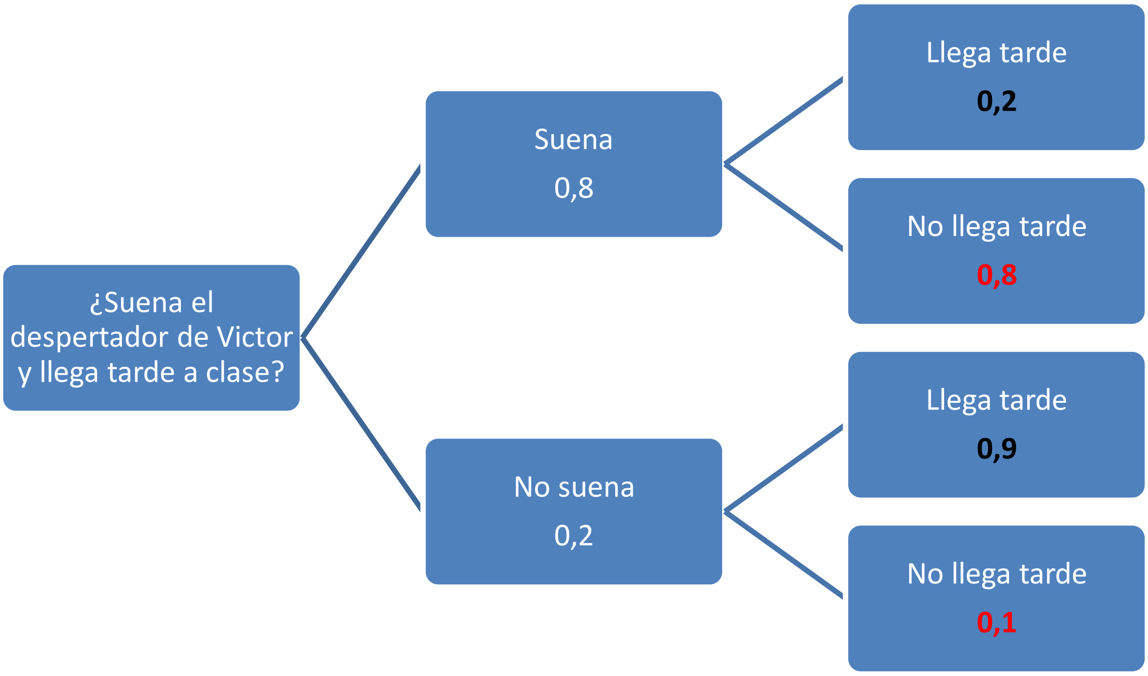
$$P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\cancel{P(A)}\cdot P(B)}{\cancel{P(A)}}=P(B)=0,5 \quad \text{P(A) = 0,6}$$

c) Para que sean incompatibles debe cumplirse que $A\cap B=\varnothing$.
Esto no es cierto ya que $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=0,6\cdot 0,5=0,3$.
Por lo que la intersección de A y B no puede ser Ø. Ay B son compatibles.

21. El despertador de Víctor no funciona muy bien y el 20% de las veces no suena. Cuando suena, Víctor llega tarde a clase el 20% de las veces, pero si no suena, llega tarde a clase el 90% de las veces.

a) Víctor ha llegado tarde a clase, determina la probabilidad de que haya sonado el despertador.
b) Halla la probabilidad de que no llegue tarde.

Realicemos un diagrama de árbol.



Con estos datos nos planteamos las probabilidades pedidas:

a)

$$P\left(\text{Suene el despertador, sabiendo que ha llegado tarde}\right)=$$

$$=\frac{P(\text{Suene el despertador y llegue tarde a clase})}{P(\text{Llegue tarde a clase})}=$$

$$=\frac{0,8\cdot 0,2}{0,8\cdot 0,2+0,2\cdot 0,9}=\frac{0,16}{0,16+0,18}=\frac{16}{34}=\boxed{\frac{8}{17}=0,47}$$

b) La probabilidad de que llegue tarde se ha calculado en el apartado anterior.
P(Llegue tarde) = 0,16 + 0,18 = 0,34
Por lo que: P(No llegue tarde) = 1 – P(Llegue tarde) =1 – 0,34 = $\boxed{0,66}$

22. En una bolsa de caramelos surtidos hay 10 caramelos con sabor a naranja, 5 con sabor a limón y 5 con sabor a fresa. Todos tienen el mismo tamaño y hasta extraerlos de la bolsa no se sabe de qué sabor son. Se extrae un caramelo al azar, me lo guardo en el bolsillo y luego cojo un segundo caramelo, también al azar.

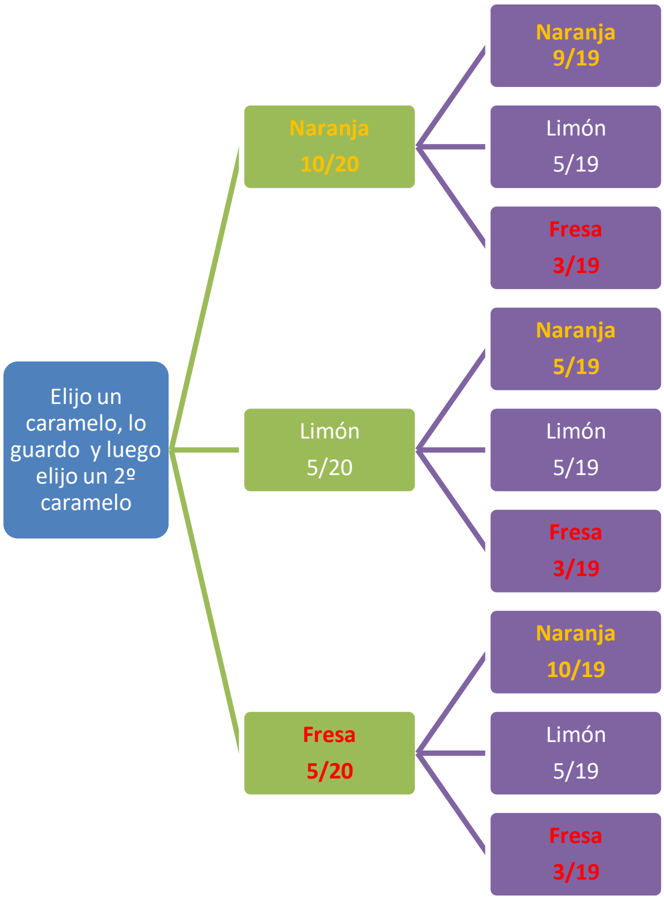
a) Calcular de forma razonada la probabilidad de extraer primero uno con sabor a naranja, y luego uno con sabor a limón.

b) Calcular de forma razonada la probabilidad de extraer uno con sabor a naranja y el otro con sabor a limón.

c) Calcular de forma razonada la probabilidad de que al extraer los dos caramelos sean de sabores diferentes.

d) Calcular la probabilidad de sacar dos caramelos de naranja.

Llamaremos N1, L1 y F1 a los sucesos obtener en la 1ª extracción el sabor naranja, limón o fresa respectivamente. Análogamente nombramos N2, L2 y F2.



a) P(N1 ∩ L2) = P(N1) · P(L2/N1) = $\frac{10}{20}\cdot\frac{5}{19}=\frac{5}{38}=\boxed{0{,}131}$

Es fácil observar que cuando ya se ha extraído uno de naranja, quedan 5 de limón sobre un total de 19.

b) P(Extraer uno de naranja y otro de limón) = P(N1 ∩ L2) + P(L1 ∩ N2) =

$$=\frac{10}{20}\cdot\frac{5}{19}+\frac{5}{20}\cdot\frac{10}{19}=\frac{10}{38}=\boxed{0{,}262}$$

c) Sacar dos caramelos de sabores diferentes puede pasar de muchas formas distintas. Basta con mirar el diagrama de árbol. Hay que calcular la probabilidad de cada camino y sumarlas todas.

O bien, lo hacemos con el suceso contrario, es decir, calculamos la probabilidad de sacar dos caramelos del mismo sabor.

P(Sacar 2 caramelos del mismo sabor) = P(Sacar 2 de naranja o 2 de limón o 2 de fresa) =
= P(Sacar 2 de naranja) + P(2 de limón) + P(2 de fresa) =

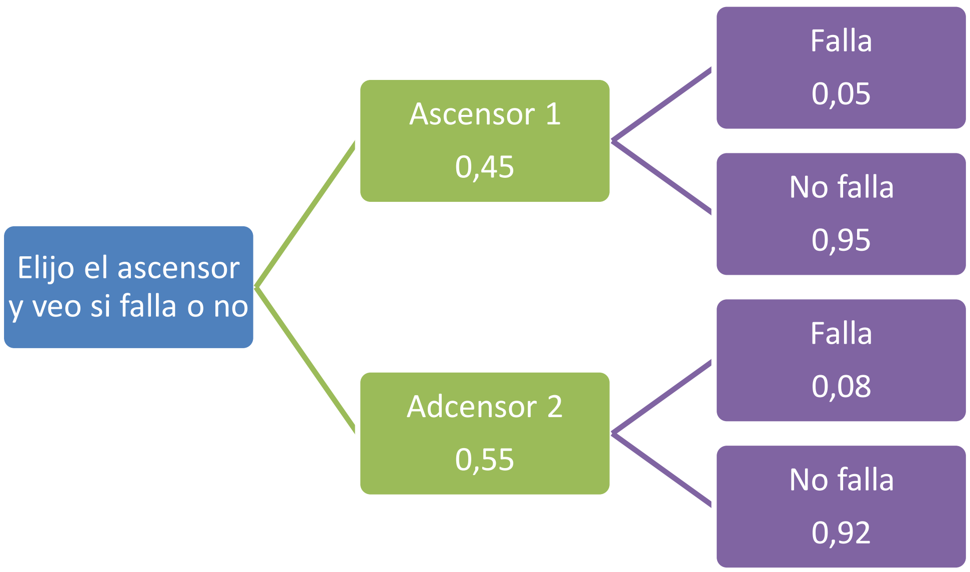
$$=\frac{10}{20}\cdot\frac{9}{19}+\frac{5}{20}\cdot\frac{4}{19}+\frac{5}{20}\cdot\frac{4}{19}=\frac{13}{38}=0{,}342$$

Por lo que P(Sacar 2 caramelos de sabores diferentes) =
= 1 – P(Sacar 2 caramelos del mismo sabor) = 1 – 0,342 = $\boxed{0{,}658}$

d) P(Sacar 2 de naranja) = $\dfrac{10}{20}\cdot\dfrac{9}{19}=\dfrac{9}{38}=\boxed{0,237}$

23. En un edificio se usan dos ascensores. El primero lo usan el 45% de los inquilinos y el resto de inquilinos utiliza el segundo. El primer ascensor falla un 5% de las veces que se usa y el segundo un 8%. Si un cierto día un inquilino se queda atrapado en el ascensor, ¿qué probabilidad hay de que haya sido en el primero?

Hacemos un diagrama de árbol.



Con este esquema, observamos que puede fallar en dos situaciones distintas, por lo que la probabilidad de fallar es la suma de estas dos opciones:

P(Falla el ascensor) = P(Elijo el ascensor 1 y falla) + P(Elijo el ascensor 2 y falla) =

= 0,45 · 0,05 + 0,55 · 0,08 = 0,0665

Nos va a fallar el ascensor el 6,65 % de las veces, es decir, casi 7 veces de cada 100.

P(Haya fallado el ascensor 1, sabiendo que ha fallado) =

$$=\frac{P(\text{Elija ascensor 1 y falla})}{P(\text{Falla el ascensor})}=\frac{0,45\cdot 0,05}{0,0665}=\boxed{0,338}$$

24. Juan y Elisa juegan al baloncesto habitualmente. Juan hace dos canastas de cada cinco lanzamientos de tiro libre, y Elisa consigue tres de cada diez lanzamientos de tiro libre. Expresa todo esto con sucesos (letras A y B). Calcula la probabilidad de que tras un lanzamiento de cada uno de ellos:

a) Ambos acierten.

b) Uno acierte y el otro no.

c) Ninguno de los dos acierte.

d) Alguno acierte.

Llamamos A = Juan acierta una canasta y B = Elisa acierta una canasta.
La primera información que proporciona el ejercicio nos sirve para precisar la probabilidad de encestar de cada uno de ellos, siendo $P(A)=\frac{2}{5}=0,4$ y $P(B)=\frac{3}{10}=0,3$. Y las probabilidades de fallar la deducimos por la fórmula $P(A^C)=1-P(A)$.

$$P(A^C)=1-\frac{2}{5}=1-0,4=0,6 \text{ y } P(B^C)=1-P(B)=1-\frac{3}{10}=1-0,3=0,7$$

Vamos a utilizar terminología matemática aunque no sería necesaria.

a)
$$P\left(\text{Ambos acierten}\right)=P\left(A\cap B\right)=\left\{\text{Son sucesos independientes}\right\}=P\left(A\right)\cdot P\left(B\right)=$$
$$=0,4\cdot 0,3=\boxed{0{,}12}$$

b) Como no especifica cual debe fallar y cual acertar, este suceso puede suceder de dos formas distintas:
$$P\left(\text{Uno acierte y otro falle}\right)=P\left(\text{Acierta Juan y falla Elisa o Falla Juan y acierta Elisa}\right)=$$
$$=\left\{\text{Son sucesos incompatibles}\right\}=$$
$$=P\left(\text{Acierta Juan y falla Elisa}\right)+P\left(\text{Falla Juan y acierta Elisa}\right)=$$
$$=\left\{\text{Son sucesos independientes}\right\}=$$
$$=P\left(\text{Acierta Juan}\right)P\left(\text{Falla Elisa}\right)+P\left(\text{Falla Juan}\right)P\left(\text{Acierta Elisa}\right)=$$
$$=P\left(A\right)P\left(B^C\right)+P\left(A^C\right)P\left(B\right)=$$
$$=0,4\cdot 0,7+0,6\cdot 0,3=\boxed{0,46}$$

c) “Ninguno acierte” = “Ambos fallan”
$$P\left(\text{Juan falla y Elisa falla}\right)=P\left(A^C\cap B^C\right)=$$
$$=\left\{\text{Son independientes}\right\}=$$
$$=P\left(A^C\right)P\left(B^C\right)=$$
$$=0,6\cdot 0,7=\boxed{0,42}$$

d) “Alguno Acierte” = “Juan y Elisa aciertan o Juan acierta y Elisa falla o Juan falla y Elisa acierta”
Podemos aprovechar lo hecho en apartado a) y d):
$$P\left(\text{Alguno acierte}\right)=P\left(\text{Ambos acierten}\right)+P\left(\text{Uno acierta y el otro falla}\right)=$$
$$=P\left(apartado\ a)\right)+P\left(apartado\ b)\right)=0{,}12+0,46=\boxed{0,58}$$

También podemos hacerlo sin tener en cuenta los apartados anteriores.

$$P\left(\text{Alguno acierte}\right)=$$
$$=P\left(\text{Acierta Juan y Acierta Elisa o Acierta Juan y falla Elisa o Falla Juan y acierta Elisa}\right)=$$
$$=\left\{\text{Son sucesos incompatibles}\right\}=$$
$$=P\left(\text{Acierta Juan y Acierta Elisa}\right)+P\left(\text{Acierta Juan y falla Elisa}\right)+P\left(\text{Falla Juan y acierta Elisa}\right)=$$
$$=\left\{\text{Son sucesos independientes}\right\}=$$
$$=P\left(\text{Acierta Juan}\right)P\left(\text{Acierta Elisa}\right)+P\left(\text{Acierta Juan}\right)P\left(\text{Falla Elisa}\right)+$$
$$+P\left(\text{Falla Juan}\right)P\left(\text{Acierta Elisa}\right)=$$
$$=P(A)P(B)+P(A)P\left(B^C\right)+P\left(A^C\right)P(B)=$$
$$=0,4\cdot 0,3+0,4\cdot 0,7+0,6\cdot 0,3=\boxed{0,58}$$

25. Tenemos en una bolsa 10 olivas verdes y 4 negras. Saco 1 oliva y apunto su color y la devuelvo a la bolsa. Remuevo y repito el experimento una segunda vez. Y en las mismas condiciones lo repito una tercera vez. Al acabar miro cuantas olivas negras he sacado.

a) Indica los resultados posibles que puede obtener con este experimento.

b) Realiza un diagrama de árbol que nos permita tener más claro que puede pasar en la realización de este experimento. En cada rama de dicho árbol escribe la probabilidad de que ocurra lo que indica.

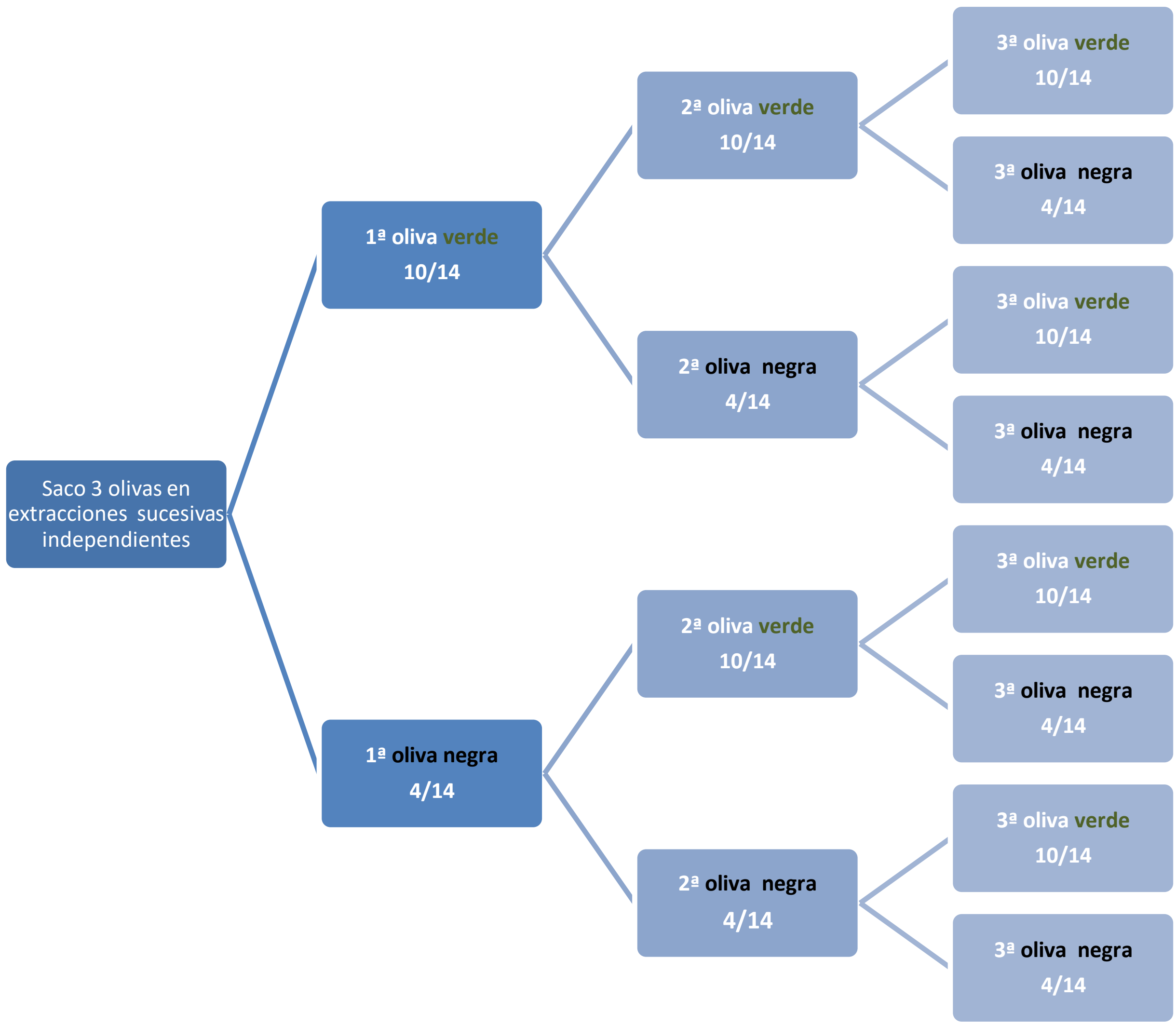
c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar 2 olivas negras?

d) ¿Cuál es la probabilidad de sacar 3 olivas negras?

e) ¿Cuál es la probabilidad de sacar, al menos, 1 oliva negra?

a) E = {0, 1, 2, 3}

b)



c) Este suceso puede ocurrir de 3 formas distintas y aparece en 3 ramas del diagrama de árbol.
P(Sacar 2 olivas negras) = P(1ª verde, 2ª negra y 3ª negra) + P(1ª negra, 2ª verde y 3ª negra) + P(1ª negra, 2ª negra y 3ª verde) = {Mirando el diagrama de árbol} =
$= 10/14 \cdot 4/14 \cdot 4/14 + 4/14 \cdot 10/14 \cdot 4/14 + 4/14 \cdot 4/14 \cdot 10/14 = \boxed{0{,}175}$

d) Solo puede ocurrir de una única manera, esa probabilidad solo está en una rama del diagrama de árbol superior.
P(3 negras) = P(1ª negra) · P(2ª negra) · P(3ª negra) = $4/14 \cdot 4/14 \cdot 4/14 = \boxed{0{,}023}$

e) Esto ocurre de muchas maneras, aparece en muchas ramas. Cuando ocurra esto interesa resolverlo por el suceso contrario.
P(sacar, al menos, una negra) = P (sacar 1, 2 o 3 negras) = 1 – P(sacar 0 negras) =
= 1 – P(sacar 3 verdes) = {Mirando el diagrama de árbol} =
$= 1 - 10/14 \cdot 10/14 \cdot 10/14 = \boxed{0{,}636}$

26. Tenemos en una bolsa 10 olivas verdes y 4 negras. Saco 1 oliva y la dejo sobre la mesa. Remuevo las olivas restantes y repito el experimento una segunda vez. Por último, lo repito una tercera vez. Al acabar miro cuantas olivas negras he sacado.

a) Indica los resultados posibles que puede obtener con este experimento.

b) Realiza un diagrama de árbol que nos permita tener más claro que puede pasar en la realización de este experimento. En cada rama de dicho árbol escribe la probabilidad de que ocurra lo que indica. Nota. "Es diferente al ejercicio anterior: la oliva que saco la dejo fuera".

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar 2 olivas negras?

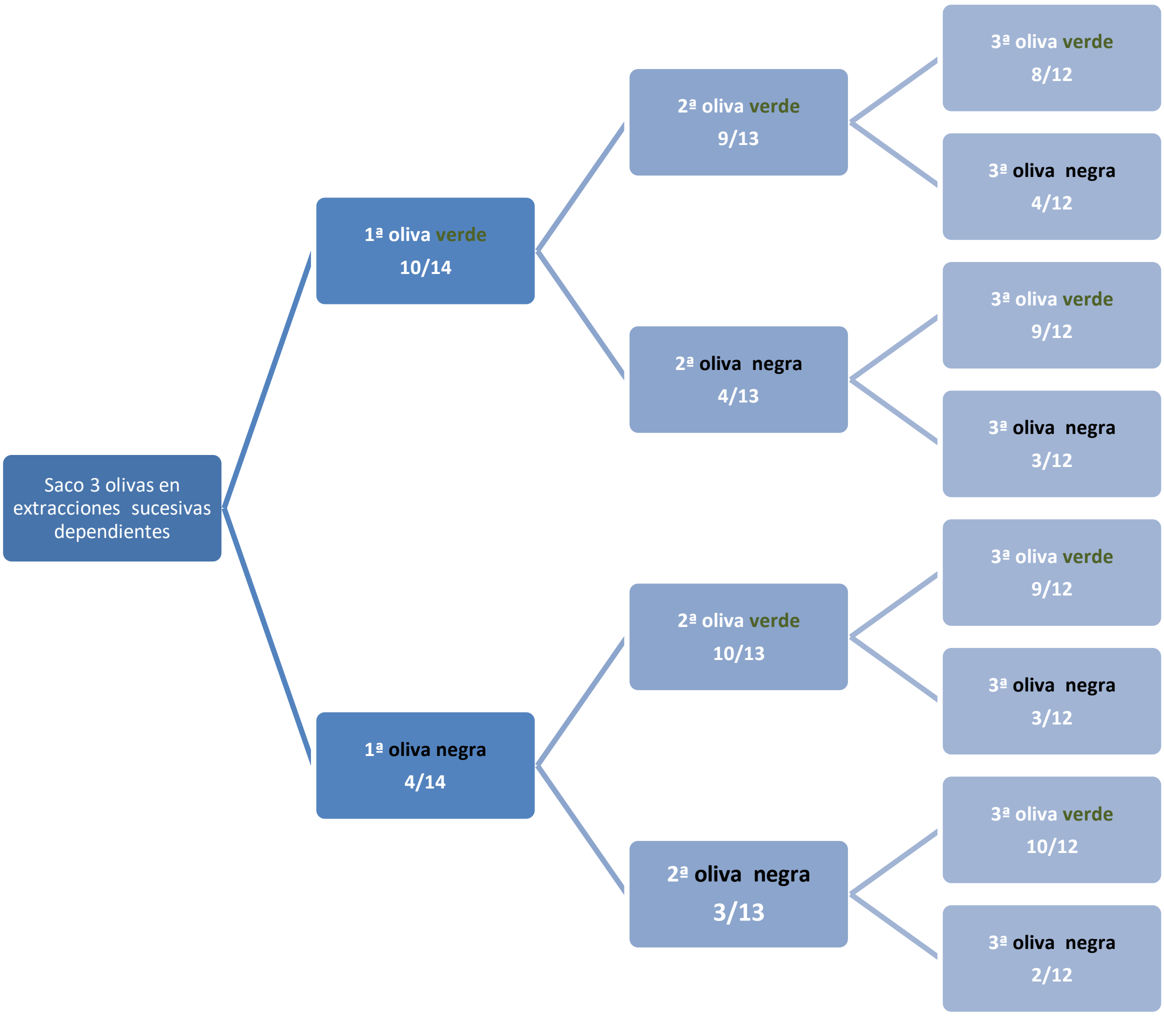
d) ¿Cuál es la probabilidad de sacar 3 olivas negras?

e) ¿Cuál es la probabilidad de sacar, al menos, 1 oliva negra?

Al dejar la oliva fuera, la composición de la bolsa cambia en cada extracción. Ahora cada extracción sucesiva no es independiente de la anterior, ya que no da igual que hayas sacado 1º verde o negra para calcular que puede pasar después.
Se resuelve como el ejercicio anterior pero cambia las probabilidades de cada rama.

a) Los resultados posibles siguen siendo los mismos. E = {0, 1, 2, 3}

b) En el árbol cambio las probabilidades en 2ª y 3ª extracción mirando que ha pasado en las anteriores. Damos por ocurrido las ramas previas.



c) Este suceso puede ocurrir de 3 formas distintas y aparece en 3 ramas del diagrama de árbol.
P(Sacar 2 olivas negras) = P(1ª verde, 2ª negra y 3ª negra) + P(1ª negra, 2ª verde y 3ª negra) + P(1ª negra, 2ª negra y 3ª verde) = {Mirando el diagrama de árbol} =
= 10/14 · 4/13 · 3/12 + 4/14 · 10/13 · 3/12 + 4/14 · 3/13 · 10/12 = $\boxed{\mathbf{0{,}165}}$

d) Solo puede ocurrir de una única manera, esa probabilidad solo está en una rama del diagrama de árbol superior.
P(3 negras) = P(1ª negra) · P(2ª negra) · P(3ª negra) =
= 4/14 · 3/13 · 2/12 = $\boxed{\mathbf{0{,}011}}$

e) Esto ocurre de muchas maneras, aparece en muchas ramas. Interesa resolverlo por el suceso contrario.
P(sacar, al menos, una negra) = P (sacar 1, 2 o 3 negras) = 1 – P(sacar 0 negras) =
= 1 – P(sacar 3 verdes) = {Mirando el diagrama de árbol} =
= 1 – 10/14 · 9/13 · 8/12 = $\boxed{\mathbf{0{,}67}}$

27. En un grupo de 25 personas, 15 hablan inglés, 10 hablan francés y 4 hablan los dos idiomas. Si elegimos una persona de este grupo al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no hable inglés ni francés?

Leyendo el enunciado encontramos que "hablar francés" y "hablar inglés" no son incompatibles, es decir, una persona puede hablar ambos idiomas, de hecho hay 4 que cumplen ese requisito. Por lo que debo de aclarar ¿Cuántos hablan un idioma y no el otro? ¿Cuántos no hablan ninguno?
Para aclarar esto tenemos varias herramientas, una es la lógica, otra es una tabla de contingencia y otra forma más es utilizar un diagrama de conjuntos.

1ª UTILIZO LA LÓGICA, MI CABEZA, MI CEREBRO ME AYUDA.

Si 15 hablan inglés y de ellas 4 hablan también francés entonces las restantes 11 no hablan francés. Es decir, 11 hablan inglés y no hablan francés.
Si 10 hablan francés y de ellas 4 hablan también inglés entonces las restantes 6 no hablan inglés. Es decir, 6 hablan francés y no hablan inglés.
Resumiendo las cifras, tenemos que 11 hablan solo inglés, 6 hablan solo francés y 4 hablan inglés y francés. Esto hace un total de 21 personas. Por lo que 25 –21 = 4 no hablan ningún idioma.

2ª TABLA DE CONTINGENCIA.

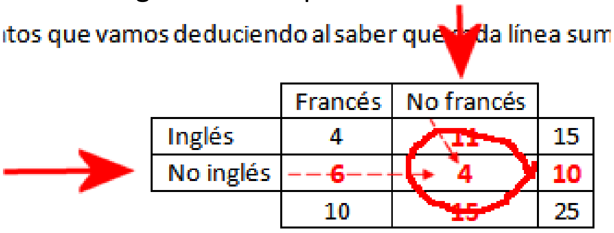
Pongo los datos en una tabla. En cada cruce de fila y columna aparece el número de personas que cumplen esas dos características (4) y al final de la fila o columna aparecen los datos globales (10 y 15). En la esquina inferior derecha aparece el total de personas (25):

	Francés	No francés	
Inglés	4		15
No inglés			
	10		25

Le añadimos los datos que vamos deduciendo al saber que cada línea suma lo que se indica al final de ella.

	Francés	No francés	
Inglés	4	**11**	15
No inglés	**6**	**4**	**10**
	10	**15**	25

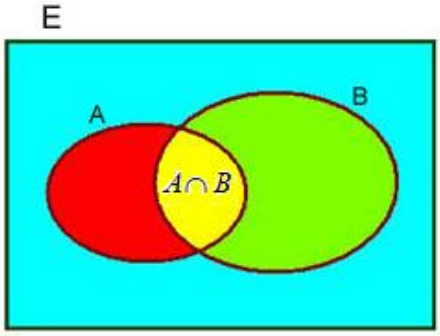
Obtenemos los mismos datos, pero con otra apariencia.
Por ejemplo: 4 no hablan ningún idioma aparece en la celda:



	Francés	No francés	
Inglés	4	11	15
No inglés	6	4	10
	10	15	25

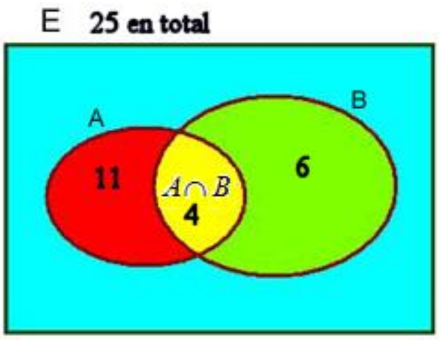
3ª DIAGRAMA DE CONJUNTOS.

Este diagrama es el que aparece en la imagen inferior. No especifica cantidades, pero vamos a completarlo con los datos del ejercicio.

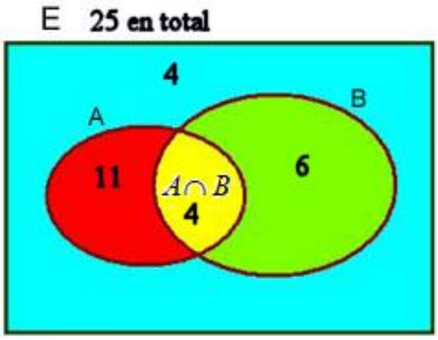


En este diagrama se representa en A las personas que hablan inglés y en B a las que hablan francés. Por lo que en la intersección aparecen los que hablan los dos idiomas.

A = “hablan inglés”. Son 15 personas pero 4 están en la zona amarilla y 11 en la roja.
B = “hablan francés”. Son 10 personas, pero 4 están en la zona amarilla y 6 en la verde.
E =”Todas las personas”. Son 25.



Por lo que en la zona azul quedan los que no hablan ninguno de los dos idiomas.
Por lo que : 25 – (11 + 4 + 6) = 25 –21 = 4 personas son las que no hablan ningún idioma.
Así queda el esquema, una vez completado:



Una vez organizados los datos como mejor nos plazca, respondemos a la pregunta planteada:

$$P\left(No\ hable\ ninguno\ de\ los\ 2\ idiomas\right)=\frac{\text{nº personas no hablan ningún idioma}}{\text{nº personas totales}}=\frac{4}{25}=\boxed{0{,}16}$$

AÚN OTRA FORMA MÁS DE RESOLVER ESTE EJERCICIO.

También se puede resolver por formulitas matemáticas, con la intersección, la unión, el contrario, etc..

Si A = "Habla inglés" B = "Habla francés" $\overline{A}$ = "No habla inglés" $\overline{B}$ = "No habla francés"

El suceso "no habla francés ni inglés" se representa $\overline{A}\cap\overline{B}$ y aplicando las fórmulas de la probabilidad que aquí aparecen:

$$\begin{cases} P\left(\overline{A}\right)=1-P(A) \\ P\left(A\cup B\right)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \\ P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A\cup B}\right) \end{cases}$$

Obtendremos:

$$\begin{aligned} &P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-P\left(A\cup B\right)= \\ &=1-\left[P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)\right]= \\ &=1-\left[\frac{15}{25}+\frac{10}{25}-\frac{4}{25}\right]= \\ &=1-\frac{21}{25}=\frac{4}{25}=\boxed{0{,}16} \end{aligned}$$

28. Hay 2 institutos en un pueblo, uno se llama PG y el otro VM. El 60% del alumnado del pueblo es del VM y el 40% restante es del PG. Los dos tienen alumnos que se presentan a la EBAU, en el PG aprueban el 90% de los que se presentan y en el VM aprueban el 95%. Si te encuentras con un alumno que ha aprobado, ¿Cuál es la probabilidad de que sea alumno del VM?

Se detecta que es un problema de "probabilidad a posteriori" pues nos dan por hecho algo y nos piden que determinemos la probabilidad de algo previo.

PRIMERA FORMA DE RESOLVERLO

Hacemos cuentas y averiguamos que porcentajes de alumnos del pueblo aprueban uniendo a los alumnos de PG y de VM.

Para facilitar las cuentas, supongamos que hay 100 alumnos en el pueblo, entonces 60 son del VM y 40 del PG.

De los 60 del VM aprueban el 95%, es decir, $\dfrac{95\cdot 60}{100}=57$ alumnos de VM aprueban.

De los 40 del PG aprueban el 90 %, es decir, $\dfrac{90\cdot 40}{100}=36$ alumnos de PG aprueban.

Con lo que de los 100 alumnos del pueblo aprueban 57 + 36 = 93. Un 93% de los alumnos del pueblo aprueban.

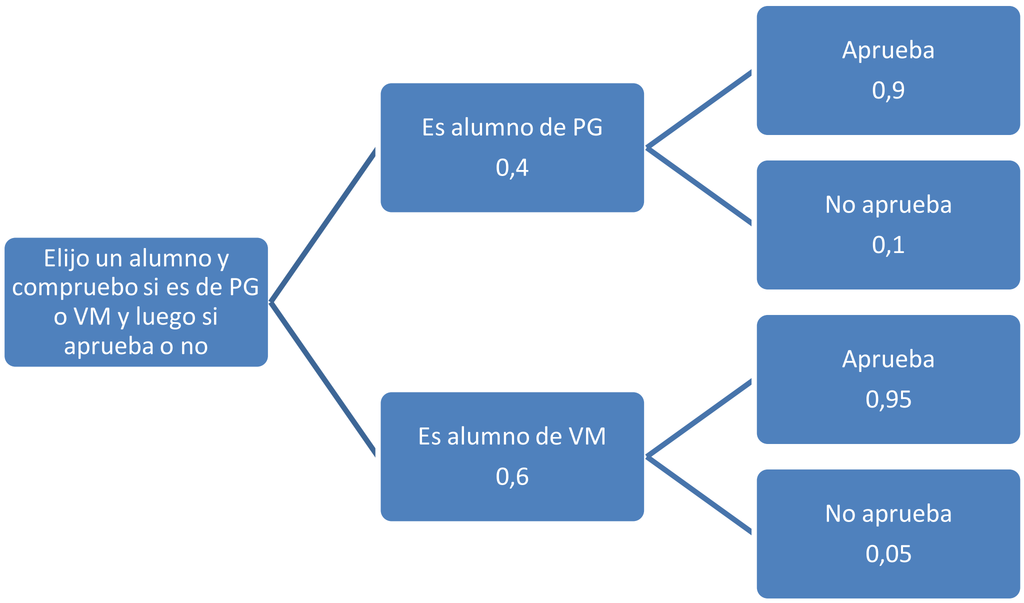
Calculamos la probabilidad pedida:

$$P\left(\text{Sea alumno del VM / Ha aprobado}\right)=$$

$$=\left\{\text{Regla de Laplace}\right\}=\frac{\text{Alumnos aprobados en el VM}}{\text{Alumnos aprobados}}=\frac{57}{93}=\boxed{0,613}$$

SEGUNDA FORMA DE RESOLVERLO

Con diagrama de árbol y el teorema de Bayes.



$$P\left(\text{Sea alumno del VM / Ha aprobado}\right)=P\left(VM\ /\ Aprueba\right)=$$

$$=\frac{P\left(VM\cap Aprueba\right)}{P\left(Aprueba\right)}=$$

$$=\frac{P\left(VM\right)\cdot P\left(Aprueba\,/\,VM\right)}{P\left(VM\right)\cdot P\left(Aprueba\,/\,VM\right)+P\left(PG\right)\cdot P\left(Aprueba\,/\,\text{PG}\right)}=$$

$$=\frac{0,6\cdot 0,95}{0,6\cdot 0,95+0,4\cdot 0,90}=\boxed{0,613}$$

Más ejercicios propuestos

Experimentos aleatorios. Probabilidad: regla de Laplace

1) Al lanzar dos monedas al aire, anotamos el número de caras obtenidas. Escribe el espacio muestral y completa la tabla:

TIPO DE SUCESO	SUCESO
Suceso Seguro	Obtener una cara o una cruz.
Suceso posible	
Suceso imposible	
Suceso muy probable	
Suceso poco probable	

2) Aplica la Ley de Laplace y calcula las siguientes probabilidades:
   a) En una bolsa hay 30 bolas, todas del mismo tamaño, de las cuales 15 son rojas, 10 son amarillas y 5 son verdes. ¿Cuál es la probabilidad de cada color al sacar una bola?
   b) En un avión viajan 35 pasajeros franceses, 15 españoles, 10 británicos y 50 italianos. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer pasajero que salga del avión no sea español?

3) En un cajón tengo 3 pares de calcetines: unos rojos, otros negros y otros marrones. Si saco dos calcetines sin mirar (de forma aleatoria), construye el diagrama de árbol asociado a este experimento y calcula las probabilidades siguientes:
   a) sacar dos calcetines rojos
   b) sacar dos calcetines negros
   c) sacar dos calcetines marrones
   d) sacar dos calcetines verdes
   e) Sacar dos calcetines del mismo color
   f) Sacar dos calcetines de distinto color.

4) En una clase de 20 alumnos, 14 aprueban matemáticas, 9 aprueban lengua y 5 aprueban las dos materias. Si se elige un alumno al azar, calcular la probabilidad de que:
   a) Apruebe matemáticas, sabiendo que ha aprobado lengua.
   b) Apruebe matemáticas, sabiendo que ha suspendido lengua.
   c) Haya suspendido todo.

5) En una clase de 20 alumnos, 14 aprueban matemáticas, 9 aprueban lengua y 5 aprueban las dos materias. Determina cuantos alumnos aprueban mates y aprueban lengua, cuantos aprueban mates y suspenden lengua, cuantos suspenden mates y aprueban lengua y cuantos suspenden mates y lengua.
   Haz un esquema que represente de forma visual estos datos obtenidos.
   A partir de los datos anteriores vuelve a resolver el ejercicio aplicando la regla de Laplace. Si se elige un alumno al azar, calcular la probabilidad de que:
   a) Apruebe matemáticas, sabiendo que ha aprobado lengua.
   b) Apruebe matemáticas, sabiendo que ha suspendido lengua.
   c) Haya suspendido todo.

6) En una bolsa hay diez bolas iguales numeradas del 0 al 9 cada una. Si se extraen dos bolas de forma consecutiva y se anotan sus números:
   a) Escribe todos los sucesos elementales que forman el suceso "la primera bola extraída ha sido un 5".
   b) ¿Cuántos números de dos cifras pueden formarse colocando las bolas por orden de extracción?
   c) ¿Cuál es la probabilidad de que el número formado sea mayor que 59?
   d) ¿Y la probabilidad de que termine en 3?

7) En un juego se sortea cada día un premio utilizando papeletas con tres cifras, numeradas del 000 al 999.
   a) Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 5.
   b) Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 55.
   c) Sabiendo que ayer salió premiado un número terminado en 5, calcula la probabilidad de que el número premiado hoy termine también en 5.

8) Se truca una moneda de forma que la probabilidad de salir cara es doble que la de salir cruz.
   a) Si se tira al aire calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales.
   b) Si se tira dos veces, ¿cuánto vale la probabilidad de obtener dos caras?
   c) Si se tira tres veces, calcula la probabilidad de obtener dos cruces y una cara.

9) Pedro y Pablo idean el siguiente juego: cada uno lanza un dado, si la suma de los dados es mayor que 7, gana Pedro; si la diferencia de ambos es menor que 2, gana Pablo; y en cualquier otro caso hay empate.
   ¿Es un juego equitativo?

10) Un juego consiste en lanzar tres monedas al aire. Si salen 3 caras o 3 cruces el jugador gana 7 puntos; en caso contrario el jugador pierde 2 puntos.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de ganar en la primera tirada?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de perder las dos primeras tiradas y ganar la tercera?
   c) ¿Es un juego equitativo?

11) Al hacer tres lanzamientos de un dado y sumar sus resultados se alcanzó una puntuación total de 12.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que en el primer lanzamiento se obtuviera un 6?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que en alguno de los lanzamientos se obtuviera un 6?
   c) ¿Cuál es la probabilidad de que en ninguno de los lanzamientos se obtuviera un 6?

12) Se hacen tres lanzamientos de un dado con las caras numeradas del 1 al 6. Si en el primer lanzamiento sale un 3, ¿qué es más probable, que la suma de las puntuaciones sea un número par o que tal suma sea impar?

13) Los estudiantes de 1º y 2º de Bachillerato de un centro escolar se distribuyen por curso y sexo como se indica en la tabla, aunque hay números desconocidos:

	Chicos	**Chicas**	Total
1º Bachillerato	**60**	*a*	**130**
2º Bachillerato	*b*	**65**	*c*
Total	**110**	*d*	**245**

   a) Completa los números que faltan.
   b) Se elige un estudiante al azar y se consideran los siguientes sucesos:

A = “sea una chica”; B = “sea de 1º”; C = “sea una chica de 2º”; D = “sea un chico de 1º”
F = “sea de 1º si se sabe que es un chico”; G = “sea un chico si se sabe que es de 1º”
Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

14) En un colectivo de 330 personas: 200 hablan inglés, 90 hablan francés y 70 no hablan ni inglés ni francés. Sabiendo que una persona del colectivo habla francés, halla la probabilidad de que también hable inglés.

15) En una empresa trabajan 3 mujeres por cada 2 hombres. Se sabe que el 20% de las mujeres y el 26% de los hombres necesitan gafas. Con esos datos construye una tabla de contingencia que distribuya a los trabajadores según su sexo y necesidad de gafas. A partir de los datos de esa tabla, si se elige un empleado al azar halla la probabilidad de los sucesos que se indican:
   a) Que sea mujer.
   b) Que sea una mujer y necesite gafas.
   c) Que sea mujer si necesita gafas.
   d) Que sea mujer o necesite gafas.

Probabilidad: propiedades

16) Se tienen dos sucesos aleatorios A y B y se conocen las probabilidades $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,6$ y $P(A\cup B) = 0,85$. Calcula:
   a) $P(A\cap B)$
   b) $P((A\cap B)^C)$
   c) La probabilidad de que se cumpla solo uno de los dos sucesos.

17) Sean A y B dos sucesos independientes de un mismo experimento aleatorio, tales que $P(A)=0,4$ y $P(B)=0,5$. Calcula las siguientes probabilidades:
   a) $P(A\cap B)$ b) $P(A\cup B)$ c) $P(A/B)$ d) $P(B/A)$

18) Sean A y B dos sucesos incompatibles de un mismo experimento aleatorio, tales que $P(A)=0,4$ y $P(B)=0,5$. Calcula las siguientes probabilidades:
   a) $P(A\cap B)$ b) $P(A\cup B)$ c) $P(A/B)$ d) $P(B/A)$

19) Dado un espacio muestral E se consideran los sucesos A y B, cuyas probabilidades son $P(A)=1/2$ *y* $P(B)=2/3$.
   a) ¿Pueden ser los sucesos A y B incompatibles? ¿Por qué?
   b) Suponiendo que los sucesos A y B son independientes, calcula $P(A\cup B)$.
   c) Suponiendo que $A\cup B = E$, calcula $P(A\cap B)$.

20) De los sucesos aleatorios independientes A y B se sabe que $P(A) = 0,3$ y que $P(B^C) = 0,25$. Calcula las siguientes probabilidades:
   a) $P(A\cup B)$
   b) $P(A^C\cap B^C)$
   c) $P(A/B^C)$

21) Si A y B son dos sucesos independientes, de un cierto experimento aleatorio, tales que $P(A) = 1/3$ y $P(A\cup B) = 1/2$, halla $P(B)$ y $P(A\cap B/A)$.

22) Se tienen dos sucesos aleatorios A y B y se conocen las probabilidades:
$P(A)=0,4$; $P(B)=0,2$ y $P(A\cup B)=0,5$.

a) ¿Son los sucesos A y B incompatibles?
b) ¿Son sucesos independientes?

23) Se tienen dos sucesos aleatorios A y B y se conocen las probabilidades:
$P(A)=0,4$; $P(B)=0,5$ y $P(A\cup B)=0,7$.

a) ¿Son los sucesos A y B incompatibles? Razona la respuesta.
b) ¿Son sucesos independientes? Razona la respuesta.

24) Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A)=0,4$; $P(A\cup B)=0,5$; $P(B/A)=0,5$. Calcula:

a) $P(A\cap B)$
b) $P(B)$
c) $P(A/B)$

25) Se consideran los sucesos A, B y C de un experimento aleatorio tales que: $P(A)=0,09$; $P(B)=0,07$ y $P(\overline{A}\cup\overline{B})=0,97$. Además los sucesos A y C son incompatibles.

a) Estudia si los sucesos A y B son independientes.
b) Calcula $P(A\cap B/C)$.

26) Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, de los que se conocen las probabilidades $P(A = 0,65$ y $P(B)=0,30$. Determina las probabilidades que deben asignarse a los sucesos $A\cap B$ y $A\cup B$ en cada uno de los siguientes supuestos:

a) Si A y B fuesen incompatibles.
b) Si A y B fuesen independientes.
c) Si $P(A/B)=0,40$.

27) Los resultados académicos de cierto grupo de Bachillerato muestran que la probabilidad de aprobar Matemáticas es 0,6 y la de aprobar Economía 0,7. Además, la probabilidad de aprobar las dos asignaturas es 0,45. Si en ese grupo se elige un alumno al azar, cuánto vale la probabilidad de que:

a) Apruebe alguna de las dos asignaturas.
b) Apruebe solamente una de las dos asignaturas.
c) No apruebe ninguna de las dos asignaturas.
d) ¿Es independiente aprobar Matemáticas de aprobar Economía?

28) Una alarma de seguridad tiene instalados dos indicadores. Ante una emergencia los indicadores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el primer indicador es 0,95 y de que se active el segundo es 0,90. Halla la probabilidad de que ante una emergencia:

a) Se active solo uno de los indicadores.
b) Se active al menos uno de los dos indicadores.

29) Marta y Caty son jugadoras de baloncesto. Marta encesta 2 de cada 5 tiros; Caty, 3 de cada 7. Si ambas tiran a canasta una sola vez, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

a) Ambas han encestado.
b) Ninguna ha encestado.
c) Solo Marta ha encestado.
d) Al menos una ha encestado.

30) En un IES hay dos grupos que cursan Matemáticas II. En el primero el 55% de los estudiantes son hombres y en el segundo, son mujeres el 60%. Se elige al azar un estudiante de cada grupo.
a) Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
A = "Ambos son mujeres"; B = "Solo uno es mujer": C = "Los dos son hombres"
b) Razona si el suceso contrario del suceso A es el B, el C, el $B \cap C$, el $B \cup C$ o algún otro suceso y calcula su probabilidad.

31) En un proceso de fabricación se sabe que la probabilidad de que un producto sea defectuoso es 0,1. Si se selecciona una muestra aleatoria de 3 productos:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que solo el segundo sea defectuoso?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que, al menos, uno de los tres sea defectuoso?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente uno defectuoso?

Probabilidad condicionada y total: Bayes

32) De una muestra de 9 personas, 2 son de nivel socioeconómico bajo, 3 de nivel medio y 4 alto.
a) Si se eligen dos personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean de nivel socioeconómico bajo?
b) Si se eligen tres personas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ninguna sea de nivel alto?

33) Tenemos un cofre A con 2 monedas de oro y 3 de plata, un cofre B con 5 monedas de oro y 4 de plata y un tercer cofre C con 2 monedas de oro. Elegimos un cofre al azar y sacamos una moneda.
a) Calcula la probabilidad de que sea de oro.
b) Sabiendo que ha sido de plata, calcula la probabilidad de que haya sido extraída del cofre A.

34) A la Junta General de Accionistas de una empresa asisten 105 accionistas de los cuales 45 tienen menos de 40 años y 18 más de 60 años. Sometida a votación una propuesta, es rechazada por la tercera parte de los menores de 40 años, por la tercera parte de los que están entre 40 y 60 años y por 4 personas mayores de 60 años; los demás la aceptan.
a) Calcula la probabilidad de que, elegida una persona al azar, tenga menos de 40 años y haya aceptado la propuesta.
b) La prensa afirmó que la propuesta había sido aceptada por el 80% de los asistentes, ¿es correcta la afirmación?
c) Si una persona escogida al azar ha rechazado la propuesta, ¿qué probabilidad hay de que tenga más de 60 años?

35) Lena y Adrián son aficionados al tiro con arco. Lena da en el blanco con probabilidad 7/11 y Adrián con probabilidad 9/13. Si ambos sucesos son independientes, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:
a) "Ambos dan en el blanco".
b) "Sólo Lena da en el blanco".
c) "Al menos uno da en el blanco"

36) Una urna tiene 25 bolas iguales, que son: 16 negras y 9 rojas. Una segunda urna tiene 30 bolas iguales, que son: 18 blancas y 12 azules. Se lanza un dado; si sale un 1 o un 2, entonces se sacan 2 bolas de la primera urna; si se obtiene 3, 4, 5 o 6, entonces se sacan 2 bolas de la segunda urna. Halla las probabilidades de los sucesos: A = se saca alguna bola negra; B = se saca alguna bola blanca.

37) Según la revista *Allmovil*, el 63% de los usuarios de móvil en España tiene un "Smartphone". Entre los propietarios de este tipo de teléfono, el 77% lo emplea para su conexión habitual a internet. Sin embargo, entre los propietarios de otros tipos de teléfono móvil solo el 8% lo emplea para la conexión habitual a internet. Calcula la probabilidad de conectarse habitualmente a internet a través del teléfono móvil.

38) Sobre una mesa hay dos bolsas iguales opacas. Una de ellas contiene 2 bolas verdes y 3 rojas; la otra, 4 bolas verdes y 1 roja.

a) Si se elige una bolsa al azar y se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea roja?
b) Si se elige una bolsa al azar y se extraen dos bolas, ¿cuál es la probabilidad de que las bolas sean de distinto color?

39) Una caja contiene 7 bolas blancas y 10 negras. Se extrae al azar una bola y se sustituye por dos del otro color. A continuación se extrae una segunda bola. Calcula la probabilidad de que:

a) La segunda bola sea blanca.
b) La segunda bola sea del mismo color que la primera.

40) Se dispone de un dado cúbico equilibrado y dos urnas *A* y *B*. La urna *A* contiene 3 bolas rojas y 1 negras; la urna *B* contiene 3 rojas y 2 negras. Se lanza el dado: si el número obtenido es par se extrae una bola de la urna *A*; en caso contrario se extrae una bola de la urna *B*.

a) ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola roja?
b) Si la bola extraída es roja, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la urna *A*?

Combinatoria (otro tipo de ejercicios)

41) En una empresa trabajan 7 mujeres y 12 hombres. Si se seleccionan 3 personas al azar, halla la probabilidad de que se seleccionen 2 mujeres y un hombre.

42) En una bolsa hay 7 bolas blancas y 9 negras. Si se extraen a la vez 3 bolas al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Las 3 bolas sean negras.
b) Una sea negra y las otras 2 blancas.
c) Dos sean negra y 1 blanca.
d) Al menos 1 sea blanca.

43) Un examen de oposición consiste en desarrollar por escrito un tema de un total de 50. El tribunal elige al azar 2 temas y cada candidato debe contestar correctamente uno de los dos.

a) Halla la probabilidad de que un candidato apruebe la oposición si se sabe solo 35 temas.
b) Si los opositores tienen que contestar correctamente a los dos temas elegidos, ¿cuál será la probabilidad de aprobar que tiene otro candidato que se sabe 40 de los 50 temas?

44) Pablo y Miguel están jugando a un juego de encestar que consiste en lo siguiente: Desde una determinada posición, realizas un lanzamiento. Si aciertas el primer tiro, puedes repetir el

lanzamiento y si lo fallas, ya no puedes seguir lanzando. Por tanto, es posible conseguir 0 puntos (fallando el primer lanzamiento), 1 punto (acertando el primero y fallando el segundo) o 2 puntos (acertando los dos lanzamientos). Pablo suele acertar el 70% de sus lanzamientos. ¿Qué puntuación es más probable que consiga Pablo: 0, 1 o 2 puntos?

Soluciones

1. *Suceso posible = sacar 2 caras, suceso imposible = sacar 3 caras, suceso muy probable = sacar 1 cara, suceso poco probable = sacar 0 caras.*

2. *a) P(R) =1/2 P(A) = 1/3 P(V) = 1/6 b) P(No español) = 95/110*

3. *a)P(RR)=1/15. b) P(NN)=1/15. c) P(MM)=1/15. d) P(VV)=0. e) P(Mismo color)=1/5. f) P(Distinto color)= 4/5*

4.*a)* $P(M/L)=\frac{P(M\cap L)}{P(L)}=\frac{5/20}{9/20}=\frac{5}{9}$ *b)* $P(M/\overline{L})=\frac{P(M\cap\overline{L})}{P(\overline{L})}=\frac{P(M)-P(M\cap L)}{P(\overline{L})}=\frac{14/20-5/20}{11/20}=\frac{9}{11}$

c) $P\left(\overline{L}\cap\overline{M}\right)=P\left(\overline{L\cup M}\right)=1-P\left(L\cup M\right)=1-\left[P(L)+P(M)-P(L\cap M)\right]=1-\left[9/20+14/20-5/20\right]=1/10$

5.

	M		

6. *a) {50}, {51}, {52}, {53}, {54}, {56}, {57}, {58, {59} b) 90. c) 2/5. d) 1/10.*

7. *a) 1/10. b) 1/100. c) 1/10.*

8. *a) 1/3; 2/3. b) 4/9. c) 2/9.*

9. *Favorable a Pablo.*

10. *a) 1/4. b) 9/64. c) Es ventajoso para el jugador.*

11. *a) 1/5. b) 3/5. c) 2/5.*

12. *Son equiprobables.*

13. *a) 135/245; 130/245; 65/245; 60/245; 60/110; 60/130.*

14. *Con tabla de contingencia se obtienes P(I/F) = 1/3*

15. *a) 0,6. b) 0,12. c) 60/112. d) 0,704.*

16. *a) 0,45. b) 0,55. c) 0,40.*

17. *a) 0,2. b) 0,7. c) 0,4. d) 0,5.*

18. *a) 0. b) 0,9. c) y d) 0*

19. *a) No b) 5/6 c) 1/6*

20. *a) 33/40 b) 7/40 c) 3/10*

21, *P(B) = 1/4 P(A∩B/A) =1/4*

22. *a) No. b) No.*

23. *a) No. b) Sí.*

24. *a) 0,2. b) 0,3. c) 2/7.*

25. *a) No. b) 0.*

26. *a) 0,95; 0. b) 0,755; 0,195. c) 0,83; 0,12.*

27. *a) 0,85. b) 0,40. c) 0,15. d) No.*

28. *a) 0,14. b) 0,995.*

29. *a) 6/35. b) 12/35. c) 8/35. d) 23/35.*

30. *a) 0,27; 0,51; 0,22. b) B ▯ C; 0,73.*

31. *a) 0,081. b) 0,271. c) 0,243.*

32. *a) 1/36 b) 5/42*

33. *a) 88/135 b) 27/47*

34. *a) 2/7 b) Falso c) 4/33*

35. *a) 63/143 b) 28/143 c) 127/143*

36. *P(A) = 22/75 P(B) = 82/145*

37. *0,5147.*

38. *a) 2/5. b) 1/2.*

39. *a) 22/51. b) 22/51.*

***40**. 27/40. b) 5/9.*
***41**. 252/969.*
***42**. a) 35/816. b) 252/816. c) 189/816.*
***43.** a) 0,9143. b) 0,6367.*
***44.** P(2 ptos) = 0,49; P(1 pto) = 0,21; P(0 ptos) = 0,3. Pablo es más probable que consiga 2 puntos.*

Probabilidad en EBAU (Mat CCSS II) de Murcia

Septiembre 2020

CUESTIÓN 7. Entre los alumnos ERASMUS que han llegado este curso a la Universidad de Murcia el 75% hablan inglés, el 50% hablan francés y un 5% no hablan ninguno de estos dos idiomas. Elegido un alumno al azar:

a) Calcule la probabilidad de que hable inglés o francés. (0,5 puntos)
b) Calcule la probabilidad de que hable inglés y francés. (0,5 puntos)
c) Calcule la probabilidad de que, hablando inglés, no hable francés. (1 punto)

Solución: a) 0.95 b) 0.3 c) 0.6

CUESTIÓN 8. En una empresa multinacional el 60% de las reuniones se realizan a través de videoconferencia. El 40% de los empleados que asisten a estas videoconferencias son de países de la Unión Europea, mientras que en las reuniones presenciales solo el 20% son trabajadores que no pertenecen a la Unión Europea. Si elegimos un trabajador al azar:

a) Calcule la probabilidad de que pertenezca a la Unión Europea (1 punto)
b) Sabiendo que el trabajador es de la Unión Europea, ¿Cuál es la probabilidad de que haya asistido a la reunión por videoconferencia (1 punto)

Solución: a) 0.56 b) 0.4286

Julio 2020

CUESTIÓN 7. En una ferretería se encuentran mezclados 100 tornillos de color azul, 60 de color blanco y 40 de color rojo. La probabilidad de que un tornillo sea defectuoso es de 0.01 si es azul, 0.02 si es blanco y de 0.03 si es rojo. Un comprador elige un tornillo al azar.

a) Calcule la probabilidad de que el tornillo sea defectuoso. (1 punto)
b) Sabiendo que el tornillo es defectuoso, ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanco? (1 punto)

Solución: a) 0.017 b) 0.353

CUESTIÓN 8. (2 puntos) Dado dos sucesos independientes A y B se conoce que $P(A)=0,3$ y que $P(\overline{B})=0,4$. Calcular las siguientes probabilidades:

a) $P(A\cup B)$ (0.75 puntos)
b) $P(\overline{A}\cap\overline{B})$ (0.5 puntos)
c) $P(A/\overline{B})$ (0.75 puntos)

Solución: a) 0.72 b) 0.28 c) 0.3

Septiembre 2019

CUESTIÓN A4. En un taller mecánico el 70% de los coches que se reparan son del modelo A y el resto de un modelo B. Después de 6 meses, el 95% de los coches del modelo A no vuelven al taller mientras que del modelo B solo no vuelven el 80%. Si elegimos un coche al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que vuelva al taller antes de 6 meses? **(0,75 puntos)**
b) Si se observa que antes de los seis meses vuelve al taller, ¿cuál es la probabilidad de que sea del modelo B? **(0,75 puntos)**

Solución: a) 0,095 b) 0,6313

CUESTIÓN B4. En un hospital de la región de Murcia se está probando una nueva terapia para dejar de fumar. De los pacientes que entran en este ensayo el 45% prueba la terapia y el resto no. Después de un año el 70% de los que siguieron la terapia y el 40% de los que no la siguieron han dejado de fumar. Se elige al azar a un paciente fumador de este hospital:

a) Calcule la probabilidad de que después de un año haya dejado de fumar. **(0,75 puntos)**
b) Si transcurrido un año el paciente sigue fumando, calcule la probabilidad de que haya seguido la nueva terapia. **(0,75 puntos)**

Solución: a) 0,535 b) 0,2903

Junio 2019

CUESTIÓN A4. En el coro universitario el 65% de sus componentes son mujeres. El 30% de las mujeres y el 25% de los hombres son bilingües. Si elegimos al azar a un componente del coro:

a) ¿Cuál es la probabilidad que sea bilingüe? **(0,75 puntos)**
b) Sabiendo que es bilingüe, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer? **(0,75 puntos)**

Solución: a) 0,2825 b) 0,69

CUESTIÓN B4. Dados dos sucesos A y B de un experimento aleatorio, se sabe que $P(A)=0,3$, $P(B)=0,2$ y $P(A/B)=0,5$. Calcular $P(A\cap B)$ y $P(A\cup B)$. **(1,5 puntos)**

Solución: $P(A\cap B)=0,1$ y $P(A\cup B)=0,4$

Septiembre 2018

CUESTIÓN A4. Sabiendo que $P(A\cup B)=0,95$, $P(A\cap B)=0,35$ y $P(A/B)=0,5$. Hallar $P(A),\ P(B)\ \ y\ P(\overline{A}/\overline{B})$ (2 puntos)

Solución: $P(A)=0'6,\ P(B)=0'7\ \ y\ P(\overline{A}/\overline{B})=0'166$ *Utilizando la fórmula para el cálculo de la probabilidad condicionada:*

CUESTIÓN B4. En un grupo hay 12 mujeres y 8 hombres. Se eligen al azar, sucesivamente y sin reemplazamiento, tres personas.

a) Hallar la probabilidad de que las tres personas sean mujeres. (0,5 puntos)
b) ¿Cuál es la probabilidad de que las tres personas no sean del mismo sexo? (0,75 puntos)
c) Hallar la probabilidad de que salgan, al menos, dos hombres. (0,75 puntos)

Solución: a) 0,19 b) 0,75 c) 0,34

Junio 2018

CUESTIÓN A4. El examen de una asignatura consta de tres pruebas. La primera prueba es superada por el 80% de los alumnos que la realizan. Esta prueba es eliminatoria, por lo que si no se supera no se pueden realizar las otras, y se suspende la asignatura. La segunda prueba tiene dos convocatorias en las que puede superarse, la ordinaria y la extraordinaria (para alumnos que no la hayan aprobado en la ordinaria). Superan esta prueba el 35% de los alumnos en la convocatoria ordinaria y el 50% de los alumnos que se presentan a la extraordinaria. La tercera prueba solo pueden realizarla los alumnos que tienen las otras dos pruebas superadas, y la supera el 75% de los alumnos presentados.

a) Calcular la probabilidad de superar las dos primeras pruebas. (1,5 puntos)
b) Si el requisito para aprobar la asignatura es que se superen las tres pruebas, hallar la probabilidad de aprobar la asignatura. (0,5 puntos)

*Solución***:** *a) P(Superar las dos primeras pruebas) = 0’8 · 0’65 + 0’8 · 0’35 · 0’5 =* $\boxed{\textbf{0'66}}$
b) P(Superar las tres pruebas) = 0’8 · 0’65 · 0’75 + 0’8 · 0’35 · 0’5 · 0’75 = $\boxed{\textbf{0'495}}$

CUESTIÓN B4. La probabilidad de que un autobús llegue con retraso a una parada es 0,2. Si pasa cuatro veces a lo largo del día por la parada, calcular la probabilidad de que:

a) No llegue con retraso ninguna de las veces.
b) Llegue con retraso al menos una vez.
c) Al menos tres veces llegue con retraso.
d) Llegue con retraso exactamente dos veces consecutivas. (2 puntos)

*Solución***:**

a) P(no llega con retraso ninguna vez)=P(No llega con retraso la 1ª y No llega con retraso la 2ª y No llega con retraso la 3ª y No llega con retraso la 4ª) = 0’8 · 0’8 · 0’8 · 0’8 = $\boxed{0'41}$

b) P(Llegue con retraso al menos una vez) = 1 – P(No llega con retraso ninguna vez) = 1 – 0’41 = $\boxed{0'59}$

c) P(Al menos tres veces llegue sin retraso) = P(Llegue sin retraso las 4 veces) + P(Llegue con retraso solo la 1ª vez) + P(Llegue con retraso solo la 2ª vez) + P(Llegue con retraso solo la 3ª vez) + P(Llegue con retraso solo la 4ª vez) = 0’41 + 0’2 · 0’8 · 0’8 · 0’8 + 0’8 · 0’2 · 0’8 · 0’8 + 0’8 · 0’8 · 0’2 · 0’8 + 0’8 · 0’8 · 0’8 · 0’2 = 0’41 + 4 · 0’102 = 0’41 + 0’408 = $\boxed{0'82}$

d) P(Llegue con retraso exactamente 2 veces consecutivas) = P(Llegue con retraso solo la 1ª y la 2ª vez) + P(Llegue con retraso solo la 2ª y la 3ª vez) + P(Llegue con retraso solo la 3ª y la 4ª vez) = 0’2 · 0’2 · 0’8 · 0’8 + 0’8 · 0’2 · 0’2 · 0’8 + 0’8 · 0’8 · 0’2 · 0’2 = 3 · 0’2 · 0’2 · 0’8 · 0’8 = $\boxed{0'077}$

Septiembre 2017

CUESTIÓN A4. Para que un producto cosmético tenga un informe favorable de una agencia de sanidad debe superar tres pruebas de evaluación de garantía sanitaria. Las pruebas son independientes y todos los productos se someten a las tres pruebas. Se sabe, por otras ocasiones, que la probabilidad de superar la primera prueba es 0,8, la de superar la segunda es 0,75 y la de superar la tercera 0,85. Hallar:

a) La probabilidad de que un producto tenga el informe favorable. (1 punto)
b) La probabilidad de que un producto no tenga el informe favorable por fallar solamente en una prueba. (1 punto)

Solución: *a) La probabilidad de informe favorable = P(Supera1) · P(Supera2) · P(Supera3) =0,8·0,75·0,85 = 0,51*

b) P(producto no tenga el informe favorable por fallar solamente en una prueba) = 0,3875

CUESTIÓN B4. En un grupo el 60% de los alumnos aprueba la asignatura A y el 30% aprueba la asignatura B. Se sabe, además, que el 10% de los alumnos que aprueba la asignatura B aprueba también la asignatura A. Hallar el porcentaje de alumnos del grupo que aprueba alguna de las dos asignaturas. (2 puntos)

Solución: *El porcentaje de alumnos del grupo que aprueba alguna de las dos asignaturas = 3 + 27 + 57 = 87%*

Junio 2017

CUESTIÓN A4. Una urna contiene tres bolas numeradas del 1 al 3. Se extraen sucesivamente las tres bolas.

a) Calcular la probabilidad de que las dos últimas bolas extraídas sean impares. (1 punto)
b) Determinar si los siguientes sucesos son independientes: S_1:"sale número par antes de alguno de los impares" y S_2:"los dos números impares salen consecutivamente". (1 punto)

Solución: *a)* $P(2\ \text{últimas bolas impares}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0'33$

b) Dos sucesos son independientes si $P(S_1 \cap S_2) = P(S_1) \cdot P(S_2)$

$$\left.\begin{array}{l} P(S_1 \cap S_2) = \frac{2}{6} \\ P(S_1) \cdot P(S_2) = \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} \end{array}\right\} \Rightarrow P(S_1 \cap S_2) \neq P(S_1) \cdot P(S_2)$$

Siendo distintos los resultados, los sucesos S_1 y S_2 son dependientes

CUESTIÓN B4. En una población se ha determinado que cada 100 consumidores de agua mineral, 30 consumen la marca A, 25 la marca B y el resto la marca C. Además, el 30% de consumidores de A, el 20% de consumidores de B y el 40% de consumidores de C son mujeres. Se selecciona al azar un consumidor de agua mineral de esa población y resulta ser mujer, hallar la probabilidad de que consuma la marca A. (1,75 puntos)

Solución: $P(\text{consumir la marca A sabiendo que es mujer}) = \frac{9}{32} = 0'28$

Septiembre 2016

CUESTIÓN A4. Se sabe que el 28% de una población padece algún tipo de alergia. El 45% de los individuos de la población que sufren alergia son mujeres. Además, de la parte de la población que no padece alergia, el 35% son mujeres.
a) Calcular la probabilidad de que al elegir al azar un individuo de la población sea mujer. (1 punto)
b) Se ha elegido un individuo al azar y es mujer; calcular la probabilidad de que no padezca alergia. (1 punto)

Solución: a) P(Sea mujer)=P(alérgica y mujer) + P(No alérgica y mujer)
=0’28·0’45+0’72·0’35=0’378

b) $P\left(\overline{Alérgica}\,/\,Mujer\right)=\dfrac{P\left(\overline{Alérgica}\cap Mujer\right)}{P\left(Mujer\right)}=0,66$

CUESTIÓN B4. En una urna hay bolas numeradas del 1 al 3, hay 30 bolas con el número 1, 60 con el número 2 y 90 con el número 3. Se realiza el experimento de sacar dos bolas consecutivamente sin reemplazamiento.

a) Hallar la probabilidad de que en las dos salga 1. (0,5 puntos)
b) Hallar la probabilidad de que la suma de los números obtenidos sea par. (1 punto)

Solución: a) $P\left(Sacar\ 1\ y\ 1\right)=0,027$ b) $P\left(Suma\ par\right)=0,55$

Junio 2016

CUESTIÓN A4. En una universidad el 65% de sus miembros son estudiantes, el 25% profesores y el 10% personal de administración y servicios. Son mujeres el 60% de los estudiantes, el 47% de los profesores y el 52% del personal de administración y servicio. Si elegimos al azar un miembro integrante de esta universidad:

a. Determinar la probabilidad de que sea mujer. (1 punto)
b. Sabiendo que la persona seleccionada ha resultado ser un hombre, hallar la probabilidad de que sea estudiante. (1 punto)

Solución: a. *P(Elegir mujer)=0’65·0’60+0’25·0’47+0’1·0’52=0’5595 b. P(Estudiante/Hombre)=0,59*

CUESTIÓN B4. Cierto día, la probabilidad de que llueva en la ciudad A es 0’3, la de que no llueva en la ciudad B es 0’6 y la de que llueva, al menos, en una de las dos ciudades es 0’5.

a. Calcular la probabilidad de no llueva en ninguna de las dos ciudades (0’5 puntos)
b. Calcular la probabilidad de que llueva en las dos. ¿Son independientes los sucesos “llueve en la ciudad A” y “llueve en la ciudad B”?

Solución: a.0,5 b. *Para que sea independiente el suceso A del B, debe cumplirse que P(A∩B)=P(A)·P(B), como P(A∩B) = 0’2, solo falta calcular P(A)·P(B) = 0’3 · 0’6 = 0’18*
No son independientes A y B ya que 0’2 ≠ 0’18

Orientaciones EBAU. Bloque 3. Probabilidad.

Números y Álgebra (25%)	*Análisis (50%)*	*Probabilidad (25%)*

Las cuestiones 7 y 8 en la prueba EBAU corresponden al bloque de probabilidad y tienen un valor de 5 puntos.
Los contenidos correspondientes a este bloque los ha establecido la coordinadora de la materia (la que redacta el examen) como los siguientes:

Probabilidades compuestas, condicionadas, totales y a posteriori

- Conocer los conceptos de experimento aleatorio, espacio muestral, sucesos asociados a un experimento aleatorio.
- Conocer las operaciones con sucesos.
- Conocer las propiedades de la probabilidad.
- Saber asignar probabilidades utilizando la Regla de Laplace, en el caso de sucesos elementales equiprobables.
- Conocer los conceptos de probabilidad condicionada y de sucesos dependientes e independientes.
- Conocer el Teorema de la Probabilidad Total y aplicarlo al cálculo de probabilidades “a posteriori" mediante la regla de Bayes.
- Saber resolver problemas sencillos de cálculo de probabilidades mediante técnicas de conteo directo y diagramas de árbol.

Probabilidad en pruebas EBAU de ESPAÑA

Resueltos con todo detalle en www.ebaumatematicas.com

1) **Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2020. BLOQUE C.** EJERCICIO 5
Una urna contiene 6 bolas rojas y 4 azules. Se extrae una bola al azar y se reemplaza por seis bolas del otro color. A continuación, se vuelve a extraer una segunda bola de la urna.
a) Calcule la probabilidad de que la segunda bola extraída sea roja.
b) Si sabemos que la segunda bola extraída es azul, ¿cuál es la probabilidad de que también lo haya sido la primera?
Solución: a) 0.52 b) 0.167

2) **Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2020. BLOQUE C.** EJERCICIO 6
Una empresa fabrica dos tipos de bombillas: una LED y otra halógena. Se sabe que un 5% de las LED y un 2% de las halógenas salen defectuosas. Se elige al azar una bombilla de una caja que contiene 40 bombillas LED y 10 halógenas.
a) Calcule la probabilidad de que la bobilla elegida no sea defectuosa.
b) Calcule la probabilidad de que la bombilla elegida sea LED, sabiendo que es defectuosa.
Solución: a) 0.956 b) 0.909

3) **Andalucía. PEvAU Ordinaria 2020. BLOQUE C.** EJERCICIO 5
A 120 estudiantes se les ha recomendado la lectura de dos libros. Se sabe que 46 de ellos han leído el primer libro recomendado, 34 el segundo y 16 estudiantes han leído ambos libros. Se elige un estudiante al azar.
a) Calcule la probabilidad de que haya leído alguno de los dos libros.
b) Calcule la probabilidad de que no haya leído ninguno de los dos libros.
c) Calcule la probabilidad de que solamente haya leído el primer libro.
d) Calcule la probabilidad de que haya leído el primer libro, si se sabe que no ha leído el segundo.
Solución: a) 0.53 b) 0.46 c) 0.25 d) 0.35

4) **Andalucía. PEvAU Ordinaria 2020. BLOQUE C.** EJERCICIO 6
Las bicicletas de alquiler de una ciudad se clasifican por su calidad: buena, media y mala. El 30% de dichas bicicletas son gestionadas por una empresa E_1 y el resto por una empresa E_2. De las bicicletas de la empresa E_1, el 80% son de buena calidad, el 5% de calidad media y el resto de mala calidad. De las bicicletas de la empresa E_2 se sabe que el 60% son de buena calidad, pero se desconocen los porcentajes de bicicletas de calidad media y calidad mala. Se elige al azar una bicicleta de alquiler de esa ciudad.
a) Calcule la probabilidad de que sea de buena calidad.
b) Calcule la probabilidad de que sea de la empresa E_1 y de mala calidad.
c) Si se sabe que el porcentaje de bicicletas de alquiler de calidad media en toda la ciudad es del 19%, ¿cuál es la probabilidad de que sea de calidad media, sabiendo que la bicicleta elegida es de la empresa E_2?
Solución: a) 0.66 b) 0.045 c) 0.25

5) **Andalucía. PEvAU Septiembre 2019. OPCIÓN A.** EJERCICIO 3
Una marca de patinetes eléctricos fabrica tres modelos distintos A, B y C. El modelo A supone el 25 % de su producción, el B el 40 % y el resto de la producción corresponde al modelo C. Transcurridos tres meses desde su venta, se comprobó que el 15% de patinetes del modelo A, el 10% del B y el 12% del C había presentado alguna avería. Se elige al azar un patinete de esta marca.

a) Calcule la probabilidad de que dicho patinete haya presentado alguna avería.
b) Si sabemos que el patinete elegido es del modelo A, ¿cuál es la probabilidad de que no haya presentado avería?
c) Calcule la probabilidad de que haya presentado avería o sea del modelo C?
Solución: a) 0.1195 b) 0.85 c) 0.4276

6) **Andalucía. PEvAU Septiembre 2019. OPCIÓN B.** EJERCICIO 3
De dos sucesos A y B de un mismo espacio muestral se sabe que: $P(A \cap B)= 0'2$, $P(A \cup B) = 0'4$, $P(A/B) = 0'8$.
a) Calcule P(B) y P(A).
b) ¿Son los sucesos A y B independientes? Razone la respuesta.
c) Calcule $P(A^C \cup B^C)$.
Solución: a) P(B) = 0.25 y P(A) = 0.35 b) No son independientes c) 0.8

7) **Andalucía. PEvAU Junio 2019. OPCIÓN A.** EJERCICIO 3
El 65 % de los turistas que visitan una provincia elige alojamientos en la capital y el resto en zonas rurales. Además, el 75 % de los turistas que se hospedan en la capital y el 15 % de los que se hospedan en zonas rurales lo hace en hoteles, mientras que el resto lo hace es apartamentos turísticos. Se elige al azar un turista de los que se han alojado en esa provincia.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya hospedado en un hotel?
b) Si se sabe que se ha hospedado en un apartamento turístico, ¿cuál es la probabilidad de que el apartamento esté en zonas rurales?
Solución: a) 0.54 b) 0.64674

8) **Andalucía. PEvAU Junio 2019. OPCIÓN B.** EJERCICIO 3
El 69 % de los habitantes de una determinada ciudad ven series, el 35% películas y el 18% no ven ni series ni películas. Se elige al azar un habitante de la ciudad.
a) Calcule la probabilidad de que vea series o películas.
b) Sabiendo que ve series, calcule la probabilidad de que vea películas.
c) ¿Cuál es la probabilidad de que vea series y no vea películas?
Solución: a) 0.82 b) 0.62857 c) 0.13

9) **Andalucía. PEvAU Septiembre 2018. OPCIÓN A.** EJERCICIO 3
En una localidad, el 25% de los habitantes asiste periódicamente a la consulta del dentista, el 10% se hace una analítica y el 8% hace ambas cosas.
a) ¿Razone si los sucesos “Asistir a la consulta del dentista” y “Hacerse una analítica” son independientes?
b) ¿Qué porcentaje de habitantes ni se hace una analítica ni va al dentista?
c) Si elegimos un habitante al azar de esa localidad de entre los que van al dentista, ¿cuál es la probabilidad de que se haga una analítica?
Solución: a) No son indepentientes b) 73% c) 0.32

10) **Andalucía. PEvAU Septiembre 2018. OPCIÓN B.** EJERCICIO 3
Un hotel dispone de tres lavadoras industriales L_1, L_2 y L_3 para el servicio de lavandería. El 50% de los lavados los realiza L_1, el 30% los hace L_2 y el resto L_3. La lavadora L_1 produce un 5% de lavados defectuosos, L_2 produce un 15% y L_3 un 20%. Se elige al azar un lavado de hotel.
a) Calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.
b) Calcule la probabilidad de que el lavado haya sido realizado por L_1, sabiendo que ha sido defectuoso.
Solución: a) 0.89 b) 0.2273

11) **Andalucía. PEvAU Junio 2018. OPCIÓN A.** EJERCICIO 3
En una determinada población residen 5000 personas en el centro y 10000 en la periferia. Se sabe que el 95% de los residentes en el centro y que el 20% de los que viven en la periferia opina que el Ayuntamiento debería restringir el acceso de vehículos privados al centro urbano. Se elige al azar un residente de la población.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que esté a favor de restringir el acceso de vehículos privados al centro de la ciudad?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que de que resida en el centro y esté a favor de la restricción de acceso?
c) Si la persona elegida opina que se debería restringir el acceso, ¿cuál es la probabilidad de que de que resida en el centro de la ciudad?
Solución: a) 0.45 b) 0.31667 c) 0.7037

12) **Andalucía. PEvAU Junio 2018. OPCIÓN B.** EJERCICIO 3
Un campus universitario dispone de 3000 plazas numeradas de aparcamiento para vehículos, distribuidos en tres zonas A, B y C. La zona A está constituida por las plazas del 1 al 1500, estando 1350 de ellas protegidas del sol. La zona B la conforman las plazas numeradas desde 1501 a 2500, estando el 80% protegidas del sol. La zona C contiene plazas numeradas desde 2501 hasta 3000, estando protegidas solamente 250 protegidas del sol. Aleatoriamente se elige una de las plazas de aparcamiento del campus.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que esté en la zona A o en la B?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no esté protegida del sol?
c) Si se ha elegido una plaza protegida del sol, ¿cuáles la probabilidad de que esté ubicada en la zona B?
Solución: a) 0.4 b) 0.2 c) 0.33

13) **Andalucía. PEvAU Septiembre 2017. OPCIÓN B.** EJERCICIO 3
Supongamos que el 20% de los votantes de Trump apoya la construcción del muro en la frontera de México y que solo el 5% de los que no lo votaron lo apoya. En un grupo formado por 5000 votantes de Trump y 10000 estadounidenses que no lo votaron se elige una persona al azar.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que ésta apoye la construcción del muro?
b) Si la persona elegida apoya la construcción del muro, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya votado a Trump?
c) Calcule la probabilidad de que sea votante de Trump o apoye la construcción del muro.
Solución: a) 0.1 b) 0.33 c) 0.366

14) **Andalucía. PEvAU Septiembre 2017. OPCIÓN B.** EJERCICIO 3
Una urna contiene 5 bolas rojas y 3 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por dos bolas del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola.
a) Calcule la probabilidad de que la segunda bola extraída sea verde.
b) Halle la probabilidad de que la primera haya sido roja, sabiendo que la segunda también ha sido roja.
Solución: a) 0.4305 b) 0.8536

15) **Andalucía. PEvAU Junio 2017. OPCIÓN B.** EJERCICIO 3
Se sabe que el 90% de los alumnos de un centro docente está interesado por las redes sociales, el 60% está interesado por sus notas y el 55% por ambas cuestiones. Se elige al azar un alumno de ese centro.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho alumno está interesado por alguna de las dos cuestiones?

b) Calcule la probabilidad de que esté interesado por sus notas, sabiendo que no está interesado por las redes sociales.
c) Calcule la probabilidad de que no esté interesado por ninguna de estas dos cuestiones.
Solución: a) 0.95 b) 0.5 c) 0.05

16) **Andalucía. PEvAU Junio 2017. OPCIÓN B.** EJERCICIO 3
En una ciudad hay dos fábricas de pasta, F1 y F2, que producen dos tipos de productos, A y B, que venden a un distribuidor en paquetes de 1 kg. En un mes, la fábrica F1 produce 20000 kg de pasta, de los que 12000 son del tipo A y la fábrica F2 produce 25000 kg de pasta de los que 15000 kg son del tipo A. Se escoge al azar un paquete del distribuidor.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea del tipo B?
b) Si el paquete elegido resulta ser del tipo A, ¿qué es más probable, que proceda de la fábrica F1 o que proceda de la F2?
Solución: a) 0.4 b) P(F1/A) = 0.44 y P(F2/A) = 0.55. Es más probable que proceda de F2.

17) **Aragón. EvAU Extraordinaria 2020. 5)** En una bolsa tenemos 8 bolas: 3 blancas, 1 roja y 4 negras. Extraemos dos bolas sin reemplazamiento. Calcular:
a.- La probabilidad de que las dos sean blancas.
b.- La probabilidad de que al menos una sea blanca.
c.- La probabilidad de que las dos sean del mismo color.
d.- Si las dos bolas son del mismo color, la probabilidad de que sean blancas.
Solución: a) 0,107 b) 0,643 c) 0,321 d) 0,33

18) **Aragón. EvAU Ordinaria 2020. 5)** En el curso de primero de Bachillerato de un centro educativo se ha hecho una encuesta sobre el destino del viaje de estudios con dos opciones: Londres y París. El curso está compuesto por tres clases: A, B y C. La clase A tiene 28 estudiantes, de los cuales 12 han votado por Londres y el resto por París; en la clase B, que tiene 25 estudiantes, 10 han votado por Londres y el resto por París; en la clase C, con 23 estudiantes, 18 han votado por Londres y el resto por París.
a.- Si elegimos al azar un estudiante del curso, ¿cuál es la probabilidad de que haya votado por Londres?
b.- Si elegimos al azar un estudiante de entre los que han votado por Londres, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la clase B?
c.- Si elegimos al azar (sin reemplazamiento) dos estudiantes del curso, ¿cuál es la probabilidad de los dos hayan votado por Londres?
d.- Si elegimos al azar (sin reemplazamiento) tres estudiantes del curso, ¿cuál es la probabilidad de que sea uno de cada clase?
Solución: a) 0.526 b) 0.25 c) 0.2736 d) 0.228

19) **Aragón. EvAU Septiembre 2019. Opción B. 3.** Una empresa tiene 64 trabajadores repartidos en tres departamentos: Administración, Producción y Ventas. Se ha hecho un estudio sobre si los trabajadores saben inglés o no, con los siguientes resultados:

	Administración	Producción	Ventas
Sabe inglés	12	30	6
No sabe inglés	4	11	1

a) Elegimos al azar un trabajador de la empresa, ¿cuál es la probabilidad de que sepa inglés?
b) Elegimos al azar un trabajador de entre los que saben inglés, ¿cuál es la probabilidad de que sea del departamento de Ventas?

c) Elegimos al azar un trabajador de la empresa. Sea *A* el suceso "el trabajador es del departamento de Administración" y *B* el suceso "el trabajador sabe inglés". ¿Son los sucesos *A* y *B* independientes?

d) Elegimos al azar (sin reemplazamiento) tres trabajadores de la empresa. ¿Cuál es la probabilidad de que sean del mismo departamento?

Solución: a) 0,75 b) Son indepependientes c) 0,27

20) **Aragón. EvAU Junio 2019. Opción B. 3.**
Según los datos del Instituto Nacional de Estadística, el 49,3% de la población aragonesa son hombres y el 50,7% son mujeres. Del total de hombres, un 80,9% tienen menos de 65 años; del total de mujeres, un 75,9% tienen menos de 65 años.

a) Elegimos una persona de Aragón al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer de menos de 65 años?

b) Elegimos una persona de Aragón al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 65 años?

c) Elegimos una persona de Aragón de entre las que tienen menos de 65 años, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

d) Si se eligen al azar (con reemplazamiento) tres personas de Aragón, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de las tres sea mujer?

Solución: a) 0.3848 b) 0.78365 c) 0.49 d) 0.8802

21) **Aragón. EvAU Septiembre 2018. Opción A. 3.** En una caseta de feria se puede jugar a lanzar balones a una canasta. El juego consiste en lanzar 2 balones; si se encesta al menos un lanzamiento, entonces se gana un premio. Luis va a jugar una partida: la probabilidad que tiene de encestar cada lanzamiento es de 0,3 y los lanzamientos son independientes.

a) ¿Qué probabilidad tiene Luis de encestar los dos lanzamientos?

b) ¿Qué probabilidad tiene Luis de ganar el premio?

c) Si Luis ha ganado el premio, ¿cuál es la probabilidad de que haya fallado el primer lanzamiento?

d) Sea *A* el suceso "Luis falla el primer lanzamiento" y *B* el suceso "Luis gana el premio". ¿Son los sucesos *A* y *B* independientes?

Solución: a) 0.09 b) 0.51 c) 0.41 d) No son indepependientes

22) **Aragón. EvAU Junio 2018. Opción A. 3.** Un concesionario se dedica a la venta de tres modelos de coches: A, B y C. En el concesionario trabajan dos vendedores: María y Pedro. El mes pasado María realizó el 55% de las ventas y Pedro el 45% restante. Además, de las ventas de María, un 60% fueron del modelo A, un 30% del modelo B y un 10% del modelo C. De las ventas de Pedro, un 50% fueron del modelo A, un 20% del modelo B y un 30% del modelo C.

a) Elegimos al azar una de las ventas realizadas el mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un coche del modelo B vendido por María?

b) Elegimos al azar una de las ventas de mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del modelo B?

c) Elegimos al azar una de las ventas de modelo B del mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una venta de María?

d) Elegimos al azar (con reemplazamiento) dos ventas del mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea una venta de María?

Solución: a) 0.165 b) 0.255 c) 0.6471 d) 0.7975

23) **Aragón. EvAU Septiembre 2017. Opción A. 3.** En la Facultad de Economía de una universidad se pueden estudiar 3 grados: Grado en Contabilidad, Grado en Economía y Grado en

Empresariales. En todos los grados hay un grupo de mañana y un grupo de tarde. La distribución de los estudiantes en cada uno de los grados, según grupo de mañana y de tarde es:

	Grado en Contabilidad	Grado en Economía	Grado en Empresariales
Mañana	395	278	538
Tarde	240	306	486

a) Se elige al azar un estudiante de la Facultad. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del grupo de tarde del Grado en Contabilidad?
b) Se elige al azar un estudiante del grupo de tarde. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del Grado en Contabilidad?
c) Se elige al azar un estudiante de la Facultad. Sea A el suceso "Es del Grado en Contabilidad" y B el suceso "Es del grupo de tarde", ¿son independientes los sucesos A y B?
d) Se eligen al azar dos estudiantes distintos de la Facultad. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos sean del grupo de tarde?
e) Se eligen al azar dos estudiantes distintos de la Facultad. ¿Cuál es la probabilidad de que sean del mismo Grado?
Solución: a) 0.107 b) 0.2326 c) No son independientes d) 0.2116 e) 0.3561

24) **Aragón. EvAU Junio 2017. Opción A. 3.** En una urna hay 2 bolas blancas, 4 bolas negras y 5 bolas rojas. Se extraen dos bolas de la urna, una tras otra sin reemplazamiento. Calcular:
a) La probabilidad de que las dos sean rojas.
b) La probabilidad de que sean de distinto color.
c) La probabilidad de que la segunda bola extraída sea roja.
d) Sea A el suceso "la primera bola extraída es roja" y B el suceso "las dos bolas son del mismo color", ¿son los dos sucesos A y B independientes?
Solución: a) 2/11 b) 38/55 c) 5/11 d) No son independientes

25) **Asturias. EBAU Extraordinaria 2020. Bloque 3.A.** Se sortea un viaje a Japón entre los 240 mejores clientes de una agencia de viajes. De ellos, 144 son mujeres, 168 son personas con hijos y 90 son hombres con hijos.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre sin hijos?
b) Si la persona a la que le toca el viaje tiene hijos, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?
Solución: a)0.025 b) 0.464

26) **Asturias. EBAU Extraordinaria 2020. Bloque 3.B.** En un proceso de fabricación se sabe que el 2 % de las piezas producidas son defectuosas. Se utiliza un dispositivo para detectarlas que califica como defectuosas al 90 % de las piezas defectuosas, pero también califica como defectuosas a un 5 % que no lo son.
a) Calcula la probabilidad de que el dispositivo califique una pieza cualquiera como defectuosa.
b) Calcula la probabilidad de que no sea defectuosa una pieza que el dispositivo ha calificado como defectuosa.
Solución: a) 0.067 b) 0.731

---

27) **Asturias. EBAU Ordinaria 2020. Bloque 3.A.** El 20% de los trabajadores de una empresa tiene estudios superiores y el 80% restante no los tiene. De los que tienen estudios superiores, el 6% fuma. Además, se sabe que del total de los trabajadores, el 12% fuma.
a) De los trabajadores que fuman, ¿qué porcentaje tiene estudios superiores?
b) De los trabajadores que no tienen estudios superiores, ¿qué porcentaje fuma?
Solución: a) 10% b) 13,5%

28) **Asturias. EBAU Ordinaria 2020. Bloque 3.B.** Una fábrica de tornillos utiliza en su fabricación el 60% de las veces la máquina *A* y el 40% restante la *B*. La máquina *A* produce un 5% de tornillos defectuosos y la *B* un 2,5%.
a) Calcula la probabilidad de que un tornillo, elegido al azar, sea defectuoso.
b) Si un tornillo elegido al azar resulta defectuoso, calcula la probabilidad de que lo haya producido la máquina *B*.
Solución: a) 0,04 b) 0,25

29) **Asturias. EBAU Julio 2019. Opción A 3.** De los estudiantes de secundaria que fueron al viaje de estudios, se determina que tres quintas partes de ellos han consumido alcohol y que un cuarto de ellos han fumado. Además, se sabe que el veinte por ciento de ellos han consumido alcohol y fumado.
a) Si un estudiante elegido al azar ha fumado, ¿cuál es la probabilidad de que haya consumido alcohol?
b) Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya fumado y no haya bebido alcohol?
Solución: a) 0.8 b) 0.35

30) **Asturias. EBAU Julio 2019. Opción B 3.** En una agencia de viajes online se ha observado que el 80% de los clientes compra un billete de avión, el 60% compra un bono de hotel y el 50% compra las dos cosas. Elegido un cliente al azar de esa agencia, se pide:
a) Calcular la probabilidad de que compre un billete de avión o un bono de hotel.
b) Calcular la probabilidad de que compre un bono de hotel si se sabe que compró un billete de avión.
Solución: a) 0.9 b) 0.625

31) **Asturias. EBAU Junio 2019. Opción A 3.** El abogado A se encargó del 30% de los casos que llegaron a un bufete el año pasado, de los cuales ganó el 70% en los tribunales. El abogado B se encargó del 60% de los casos que llegaron, de los que ganó en los tribunales el 90%. Por último, el abogado C se encargó del 10% restante de casos, ganando en los tribunales el 50% de ellos. Si se elige al azar un caso que los que llegó el año pasado al bufete:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya ganado en los tribunales?
b) Si el caso elegido se ganó, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya llevado el abogado B?
Solución: a) 0.8 b) 0.675

32) **Asturias. EBAU Junio 2019. Opción B 3.** En el almacén de un supermercado hay 400 tetrabriks de leche de la marca A y 100 de la marca B. Además se sabe que el 5% de los tetrabriks de la marca A están caducados, así como el 10% de los tetrabriks de la marca B. Si se elige un tetrabrik de leche al azar de esos 500 tetrabriks que hay en el almacén, se pide:
a) Determinar la probabilidad de que sea de la marca B y no esté caducado.
b) Determinar la probabilidad de que sea de la marca B o esté caducado.
Solución: a) 0.18 b) 0.24

33) **Asturias. EBAU Julio 2018. Opción A 3.** En un determinado banco, el 90% de los clientes tienen fondos. De ellos, el 40% tiene talonario de cheques. En cambio, entre los clientes sin fondos, el porcentaje de ellos que tienen talonario de cheques pasa a ser del 100%. Si se elige un cliente al azar:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga fondos y talonario de cheques?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga talonario de cheques?
Solución: a) 0.36 b) 0.46

34) **Asturias. EBAU Julio 2018. Opción B 3.** En una clase formada por 10 chicos y 10 chicas, el 40% de los chicos tienen francés como asignatura optativa. Además, se sabe que el 5% de la clase son chicas que tienen francés como asignatura optativa.
a) ¿Qué porcentaje de la clase tiene francés como asignatura optativa?
b) Dentro del grupo de estudiantes que tiene francés como asignatura optativa, ¿qué porcentaje son chicas?
Solución: a) 25% *b) 20%*

35) **Asturias. EBAU Junio 2018. Opción A 3.** En una empresa trabajan 10 hombres y 20 mujeres. La mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen titulación superior. Si se sabe que un día asisten al trabajo 29 personas, encuentra la probabilidad de que la persona que falta sea:
a) Hombre y tenga titulación superior.
b) Hombre o tenga titulación superior.
Solución: a) 1/6 *b) 2/3*

36) **Asturias. EBAU Junio 2018. Opción B 3.** El 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y otro 10% son economistas, no habiendo empleados con dos titulaciones. El 75% de los ingenieros ocupan un puesto directivo y el 80% de los economistas también, mientras que de los no ingenieros y los no economistas solamente el 10% ocupa un puesto directivo.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido al azar sea directivo?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido al azar entre los directivos sea ingeniero?
Solución: a) 0.7 *b) 0.5*

37) **Asturias. EBAU Julio 2017. Opción A 3.** En una fábrica el 40% de la producción es realizada por la línea A y el 60% restante por la línea B. De las piezas fabricadas por la línea A, el 5% son defectuosas, mientras que de las fabricadas por la línea B solo el 2% son defectuosas.
a) [1 punto] ¿Cuál es el porcentaje de piezas defectuosas de las producidas en dicha fábrica?
b) [1 punto] Si una pieza elegida al azar es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producida por la línea A?
Solución: a) 3.2% *b) 0.625*

38) **Asturias. EBAU Julio 2017. Opción B 3.** En una empresa se sabe que el 80% de sus trabajadores son de nacionalidad española y el resto no. También se sabe que el 30% de sus trabajadores son mujeres de nacionalidad española. Se elige una persona al azar de dicha empresa.
a) Si es de nacionalidad española, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y de nacionalidad española?
Solución: a) 0.375 *b) 0.5*

39) **Asturias. EBAU Junio 2017. Opción A 3.** El 30% de los estudiantes de un instituto practica fútbol. De entre los que practican fútbol, el 40 % practica además baloncesto. De entre los que no practican fútbol, un cuarto practica baloncesto. Elegido un estudiante de ese instituto al azar,
a) ¿Cuál es la probabilidad de que practique ambos deportes?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que practique el baloncesto?
Solución: a) 0.12 *b) 0.295*

40) **Asturias. EBAU Junio 2017. Opción B 3.** En una empresa, el 30 % de los empleados son mujeres y el 70 % restante son hombres. De las mujeres, el 80 % pasa un determinado test, mientras que del grupo de los hombres, solo el 70% pasa dicho test.
a) Obtener el porcentaje de personas de dicha empresa que pasa el test.
b) Si una persona pasa el test, obtener la probabilidad de que sea mujer.
Solución: a) 73% b) 0.33

41) **Balears. PBAU Extraordinaria 2020. Opció A. 3.** Siguin A i B dos successos tals que $p(A\cup B) = 0.8$, $p(A^c) = 0.5$, on A^c denota el succés complementari del succés A, i $P(A \cap B) = 0.3$.
a) Calculau les probabilitats p(B) i p(A/B).
b) Calculau les probabilitats $p(A \cap B^c)$ i $p(A^c \cup B^c)$.
c) Són A i B successos independents? Justficau la vostra resposta.
Solución: a) 0.5 b) 0.2 y 0.7 c) Son independientes

42) **Balears. PBAU Extraordinaria 2020. Opció B. 4.** En una població, el tant per cent de persones que miren un cert programa de televisió ès del 40%. Se sap que el 60% de les persones que el miren tenen estudis superiors i que el 30% de les persones que no el miren no tenen estudis superiors.
a) Interpreta les dades proporcionades en termes de successos, probabilitats i probabilitats condicionades.
b) Quina és la probabilitat que una persona tengui estudis superiors?
c) Cercau la probabilitat que una persona que tengui estudis superiors, miri el citat programa.
Solución: a) A = Una persona de cierta población mira cierto programa de televisión. B = Una persona de cierta población tiene estudios superiores. $P(A)=0.4$; $P(B/A)=0.6$; $P(B^C/A^C)=0.3$
b) 0.66 c) 0.364

43) **Balears. PBAU Ordinaria 2020. Opció B. 4.** Una tafona rep caixes d'olives de dues productores, A i B, que conreen dues varietats, picual i arbequina. El 40% de les olives prové de la productora A, d'aquestes el 60 % és de la varietat picual. De les que provenen de la productora B, el 30 % és de la varietat arbequina. Es tria una caixa d'olives a l'atzar.
a) Interpretau les dades proporcionades en termes de successos, probabilitats i probabilitats condicionades.
b) Quina és la probabilitat que sigui de la varietat picual?
c) Si se sap que és de la varietat picual, quina és la probabilitat que provingui de la productora A?
Solución: a) b) 0.66 c) 0.3636

44) **Balears. PBAU Julio 2019. Opció A. 3.** En una máquina s'han fabricat 100 peces, de les quals 15 han presentat algun defecte.
a) Calculau la proporció de peces que no són defectuoses.
b) Calculau la probabilitat que, si examinam dues peces a l'atzar, ambdues resultin defectuoses.
c) Si provam dues peces a l'atzar i la primera és defectuosa, quina és la probabilitat que la segona no ho sigui?
Solución: a) 0.85 b) 7/330 c) 85/99

45) **Balears. PBAU Julio 2019. Opció B. 4.** Una empresa té dues fabriques, en la primera són dones el 60% dels treballadors i en la segona són homes el 55% dels treballadors. Es tria a l'atzar un treballador de cada fábrica per pertányer al comité d'empresa. Suposam que el fet de pertányer a una fábrica és independent de pertányer a l'altra.
a) Calculau la probabilitat dels esdeveniments següents:

A ="Tots dos són homes":

B ="Solament un és dona":

C ="Tots dos són dones":

b) Raonau si el succés contrari de l'esdeveniment C és l'A, el B, l'A∩B, l'A∪B o algún altre esdeveniment, i calculau-ne la probabilitat.

Solución: a) 0.22; 0.51; 0.27 b) Es A∪B. Su probabilidad es 0.73

46) **Balears. PBAU Julio 2019. Opció A. 3.** Tenim un dau correcte i dues urnes amb bolles descrites a continuació:

Urna I: 1 bolla negra, 3 bolles vermelles i 6 bolles verdes.

Urna II: 2 bolles negres, 6 bolles vermelles i 2 bolles verdes.

Tiram el dau. Si surt 1 o 2, anam a l'urna I. Si surt 3, 4, 5 o 6, acudim a l'urna II. Extreim a l'atzar una bolla de l'urna corresponent.

a) Donau un diagrama en arbre que representi l'experiment amb totes les probabilitats.

b) Calculau les probabilitats següents:

i) p({3; 4; 5; 6} i {bolla vermella}).

ii) p({bolla verda}/{1}).

iii) p({bolla vermella}/{5}).

iv) p({2} i {bolla verda}).

c) Calculau la probabilitat que la bolla extreta hagi estat vermella i que hagi estat negra. Quina és la probabilitat que la bolla extreta hagi estat verda? Quant val la suma de les tres probabilitats? Justifica la resposta.

Solución: a) b) 2/5; 3/5; 3/5; 1/10 c) 1

47) **Balears. PBAU Julio 2019. Opció B. 4.** Tenim dues urnes descrites a continuació:

Urna I: 2 bolles negres, 1 bolla vermella i 3 bolles verdes.

Urna II: 1 bolla negra, 2 bolles vermelles i 1 bolla verda.

L'experiment consisteix a extraure una bolla a l'atzar de l'urna I, introduir-la en l'urna II, remoure i extraure, finalment, una bolla a l'atzar de l'urna II.

a) Donau un diagrama en arbre que representi l'experiment amb les probabilitats associades.

b) Calculau la probabilitat que la segona bolla extreta sigui

b.1) vermella. b.2) negra. b.3) verda.

c) Sabent que la segona bolla ha esta negra, quina és la probabilitat que la primera també ho fos?

d) Quina és la probabilitat que la primera fos vermella sent vermella la segona?

Solución: a) b) 13/30; 8/30; 9/30 c) ½ d) 3/13

48) **Canarias. EBAU Extraordinaria 2020. Grupo A. 2.** Un distribuidor reparte verduras procedentes de tres fincas: A (dos séptimas partes), B (dos quintas partes) y C (el resto). Durante el periodo de reparto, el porcentaje de verduras que presentan deterioros es el 4%, el 6% y el 5%, respectivamente.

a) Dibujar el correspondiente diagrama de árbol.

b) En un determinado envío se han repartido 4000 kilogramos de verduras ¿Cuál es la cantidad esperada que no presenta deterioros?

c) Si se elige una verdura al azar y se observa que está deteriorada, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la finca C?

Solución: a) b) 3795,43 kg c) 0,307

49) **Canarias. EBAU Ordinaria 2020. Grupo A. 1.** Una multinacional dedicada a la fabricación de vehículos fabrica el 40% de sus vehículos en España, el 35% en Francia y el resto en Italia. Los vehículos fabricados son de tres modelos (Ancer, Beam y Celestial). En España se fabrican

los tres modelos a partes iguales. En Francia dos terceras partes de los vehículos que se fabrican son del modelo Ancer y el resto son Beam. En Italia se fabrican los modelos Beam y Celestial a partes iguales.

a) Construye el diagrama de árbol de probabilidades.

b) Se elige un vehículo al azar de entre todos los producidos por la multinacional, ¿cuál es la probabilidad de que sea del modelo Beam?

c) Si poseyéramos un vehículo modelo Ancer, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en España?

Solución: a) b) 0.375 c) 0.3636

50) **Canarias. EBAU Julio 2019. Prueba A. 1.** Una empresa informática comercializa un programa de retoque fotográfico. Un 50% de las licencias de este programa se han vendido para sistemas Windows, un 40% para MacOS y un 10% para Linux. Transcurrido un año de la compra, renuevan la licencia un 90% de los usuarios de Windows, un 60% de los de Linux y un 75% de los de MacOS.

a) Construir el árbol de probabilidades.

b) Se recibe una llamada de un usuario que ha renovado la licencia. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un usuario Linux?

c) Se eligen al azar 10 propietarios de licencias de este programa para una encuesta de opinión. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos sea usuario Linux?

Solución: a) b) 0.074 c) 0.651

51) **Canarias. EBAU Junio 2019. Prueba A. 2.** Una empresa fabrica altavoces para equipos de cine en casa en tres factorías situadas en Japón, Alemania y España. Estos altavoces son de 4 tipos: central, delanteros, efectos y "subwoofer". En Japón se fabrican altavoces de los 4 tipos siendo idéntica la cantidad de cada uno. En Alemania sólo se fabrican los "subwoofer" y de efectos, siendo la producción de los de efectos doble que los otros. En España se fabrican todos menos el "subwoofer", con idéntica producción de cada tipo. Finalmente, también sabemos que la producción de la fábrica de Japón es doble que la de Alemania, y ésta coincide con la española.

a) Construir el árbol de probabilidades.

b) Elegido, al azar un altavoz fabricado por esta empresa, ¿cuál es la probabilidad de que sea un altavoz central?

c) Si compramos un altavoz central de esta empresa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en España?

Solución: a) b) 0.2083 c) 0.4

52) **Canarias. EBAU Julio 2018. Prueba B. 1.** En los murales frigoríficos de un supermercado, se encuentran a la venta 250 yogures de la marca A, 150 de la marca B y 100 de la marca C. La probabilidad de que un yogur esté caducado es del 2% para la marca A, 3% para la marca B y 15% para la marca C. Se elige un yogur al azar:

a) Dibuja un diagrama en árbol que represente los posibles resultados de la elección.

b) Calcula la probabilidad de que el yogur elegido esté caducado.

c) Si se ha cogido un yogur y está caducado, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca A?.

Solución: a) b) 0.049 c) 0.2041

53) **Canarias. EBAU Junio 2018. Prueba A. 2.** El 20% de los habitantes de cierta población dice siempre la verdad y otro 20% miente siempre. El 75% de los que dicen siempre la verdad son felices; también son felices el 50% de los mentirosos y el 20% del resto de la población.

a) Construir el árbol de probabilidades

b) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar no sea feliz.

c) Se ha elegido una persona al azar que resulta ser feliz. ¿Cuál es la probabilidad de que diga

siempre la verdad?
Solución: a) b) 0.63 c) 0.4054

54) **Canarias. EBAU Julio 2017. Prueba A. 2.** El 30% de los videojuegos que se consumen en España se juegan en PC, el 45% en consola y el resto en el móvil. De los que se juegan en PC, el 50% son de acción, el 40% de estrategia y el resto de otras categorías. De los que se juegan en consola, el 70%, son de acción, el 10% de estrategia y el resto de otras categorías. De los juegos para móvil, un 25% son de acción, otro 25% de estrategia y el resto de otras categorías.
a) Construir el árbol de probabilidades.
b) ¿Qué proporción de los videojuegos consumidos en España son de acción?
c) Se elige al azar un jugador que está jugando a un juego de estrategia ¿cuál es la probabilidad de que lo esté haciendo a través del móvil?
Solución: a) b) 0.5275 c) 0.2747

55) **Canarias. EBAU Junio 2017. Prueba B. 2.** En una ciudad, el 20% de las personas que acceden a un centro comercial urbano proceden del centro de la ciudad, el 45% de barrios periféricos y el resto de pueblos cercanos. Respectivamente, efectúan compras el 60%, el 75% y el 50%.
a) Dibujar el árbol de probabilidades.
b) Si un determinado día visitan el centro comercial 2000 personas, ¿cuál es el número esperado que no realiza compras?
c) De los que entran en una determinada tienda del centro comercial, el 30% realizan compras. ¿Cuál es el porcentaje de los que, entrando y realizando compras en esa tienda, proceden de barrios periféricos?
Solución: a) b) 735 c) 16.008%

56) **Cantabria. EBAU Extraordinaria 2020. Bloque 3. Ejercicio 5**
En una población de 3510 habitantes, se conoce el número, por franjas de edades, de los que colaboran con alguna ONG. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	18-35 años	36-55 años	Mayores de 55 años	Total
Colabora con alguna ONG	537	759	463	1759
No colabora con ninguna ONG	115	1034	602	1751
Total	652	1793	1065	3510

Elegido un habitante al azar,
A. Calcular la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 18 y 35 años.
B. Si sabemos que no colabora con ninguna ONG, ¿cuál es la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 36 y 55 años?
Solución: A. 0.186 B. 0.5905

57) **Cantabria. EBAU Ordinaria 2020. Bloque 3. Ejercicio 6**
Una empresa juguetera lanza al mercado un nuevo modelo de balón de playa, que fabrica en tres plantas, A, B y C, de las que salen respectivamente el 45 %, 21 % y el 34 % de la producción total. Se ha detectado un fallo en la máquina utilizada en cada planta para aplicar los colores. De hecho, sale defectuoso el 1 % de los balones procedentes de la planta A, el 3 % de los provenientes de la B, y el 2 % de los de la C.
Seleccionamos un balón al azar de entre todos los que han salido de las tres plantas:
A. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso y haya pasado por la máquina de la planta A?
B. Si no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya salido de la máquina de la planta B?
Solución: A. 0.4455 B. 0.2073

58) **Cantabria. EBAU Julio 2019. Opción 2. Ejercicio 3**

Se tienen dos urnas. La urna I tiene 2 bolas negras, 3 rojas y 5 amarillas. La urna II contiene 3 bolas negras, 4 rojas y 3 amarillas. Se lanza un dado. Si sale 1, 3 o 5, se extrae una bola de la urna I. Si sale 2, 4 o 6, se extrae una bola de la urna II.

A. Calcular la probabilidad que tenemos de extraer una bola amarilla.

B. Si hemos extraído una bola roja, ¿cuál es la probabilidad de que se haya extraído de la urna I?

C. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola amarilla de la urna II?

Solución: A. 0.4 B. 0.428 C. 0.15

59) **Cantabria. EBAU Junio 2019. Opción 1. Ejercicio 3**

De los 360 alumnos de nuevo ingreso de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, conocemos el número de matriculados en el Centro de Idiomas de la Universidad. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	Matriculados en C. de Idiomas	No matriculados en C. de Idiomas	Total
G. Económicas	57	63	120
G. Adm. y D. Empresas	106	134	240
Total	163	197	360

Elegido un alumno al azar,

A. ¿Calcular la probabilidad de que no esté matriculado en el Centro de Idiomas?

B. Si sabemos que el alumno pertenece al Grado en Económicas, ¿cuál es la probabilidad de que esté inscrito en el Centro de Idiomas?

C. Calcular la probabilidad de que sea del Grado en Administración y D. de Empresas y no esté inscrito en el Centro de Idiomas.

Solución: A. 0.547 B. 0.457 C. 0.372

60) **Cantabria. EBAU Septiembre 2018. Opción 2. Ejercicio 3**

De los alumnos matriculados en 1º en los grados de Economía, Administración y Dirección de Empresas y Derecho, de determinada universidad, conocemos su nivel de inglés. Los datos desglosados aparecen en la tabla adjunta

	G. Económicas	G. Adm. y D. Empresas	G. Derecho	Total
Nivel alto	20	33	34	87
Nivel medio	78	167	76	321
Nivel bajo	27	20	65	112
Total	125	220	175	520

Escogido un alumno al azar:

A. ¿Cuál es la probabilidad de que esté estudiando Derecho?

B. ¿Cuál es la probabilidad de que estudie Económicas y tenga un nivel alto?

C Si sabemos que el alumno tiene un nivel medio, ¿cuál es la probabilidad de que esté estudiando Administración y D. de Empresas?

Solución: A. 0.336 B. 0.038 C. 0.52

61) **Cantabria. EBAU Junio 2018. Opción 2. Ejercicio 3**

Una fábrica de botones cuenta con tres máquinas, A, B y C, por las que pasan respectivamente el 45%, el 23% y el 32% de la producción total. El 2% de los botones que pasan por la máquina A salen defectuosos, en el caso de la B es el 1%, y en el de la C el 3%.

Seleccionamos un botón al azar de entre todos los que han salido de la fábrica:

A. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso?

B. ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso y haya pasado por la máquina B?

C. Si es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya salido de la máquina C?

Solución: A. 0.9791 B. 0.0023 C. 0.4593

62) **Cantabria. EBAU Septiembre 2017. Opción 2. Ejercicio 3**

Este último curso 2016/2017, el 45 % de los alumnos de nuevo ingreso en el Grado de Economía es de Santander, el 40 % proviene de otras localidades de Cantabria y el 15 % restante viene de fuera de la región. De los alumnos de nuevo ingreso procedentes de Santander, superaron la Selectividad en junio de 2016 el 70 %; de los procedentes de otras localidades de Cantabria, el 75 %, y de los provenientes de fuera de Cantabria, el 73 %. Si elegimos un alumno de nuevo ingreso al azar,

A. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Santander y haya superado la Selectividad en junio de 2016?

B. ¿Cuál es la probabilidad de que haya superado la Selectividad en junio de 2016?

C. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Cantabria pero de fuera de la capital, sabiendo que no superó la Selectividad en junio de 2016?

Solución: A. 0.315 B. 0.7245 C. 0.363

63) **Cantabria. EBAU Junio 2017. Opción 1. Ejercicio 3**

Las probabilidades de que tres tiradores con arco consigan hacer diana son, respectivamente, 3/5, 2/3 y 5/6. Si los tres disparan simultáneamente:

A. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte en el blanco uno solo?

B. ¿Cuál es la probabilidad de que los tres acierten?

C. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte al menos uno de ellos?

Solución: A. 0.188 B. 0.33 C. 0.977

64) **Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2020. Sección 2. Bloque 1. 3.**

El 10% de los adultos padece sobrepeso. Se sabe por estudios previos que el riesgo de padecer hipertensión arterial es dos veces mayor en las personas con sobrepeso que las que no tienen sobrepeso y también que la probabilidad de que un adulto sin sobrepeso padezca hipertensión arterial es del 14.8 %.

a) ¿Qué porcentaje de adultos tienen sobrepeso e hipertensión arterial?

b) Si se escoge un adulto al azar y tiene hipertensión arterial, ¿cuál es la probabilidad de que tenga sobrepeso?

Solución: a) 2.96% b) 18.2%

65) **Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2020. Sección 3. Bloque 2. 5.**

En un municipio el 5 % de los habitantes son deportistas aficionados. El 0.5 % de estos deportistas aficionados no han superado un test respiratorio. Mientras que de los habitantes no deportistas aficionados el 15 % no han superado el mismo test respiratorio.

a) Elegido un habitante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya superado el test respiratorio?

b) Sabiendo que un habitante elegido al azar no ha superado el test respiratorio, ¿cuál es la probabilidad de que sea deportista aficionado?

Solución: a) 0.14275 b) 0.00175

66) **Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2020. Sección 2. Bloque 1. 3.**

En un instituto el 15% de los alumnos ven la tele todos los días, el 25% juegan todos los días a la consola y el 26% ven la tele todos los días o juegan todos los días a la consola o ambos.

a) Se elige un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que vea la tele todos los días y juegue a la consola todos los días?

b) Si elegimos un alumno al azar y juega todos los días a la consola, ¿cuál es la probabilidad de que vea todos los días la televisión?
Solución: a) 0.14 b) 0.56

67) **Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2020. Sección 3. Bloque 2. 5.**
En una ciudad el 1% de los habitantes ha ido a jugar alguna vez a una casa de apuestas. De las personas que han ido a jugar alguna vez a una casa de apuestas, el 70% tiene problemas financieros. De los habitantes que no han ido a jugar alguna vez a una casa de apuestas, se sabe que un 5% tiene problemas financieros.
a) Calcula la probabilidad de que elegido un habitante al azar tenga problemas financieros.
b) Sabiendo que una persona tiene problemas financieros, ¿cuál es la probabilidad de que haya ido a jugar alguna vez a una casa de apuestas?
Solución: a) 0.0565 b) 0.1239

68) **Castilla La Mancha. EvAU Julio 2019. Propuesta A. 5.**
En una universidad el 40% de los estudiantes son aficionados a la lectura, el 50% al cine, y al 70% les gusta el cine o la lectura o ambas cosas.
a) Se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura y el cine?
b) Si elegimos un estudiante al azar y le gusta la lectura, ¿cuál es la probabilidad de que le guste el cine?
Solución: a) 0.2 b) 0.5

69) **Castilla La Mancha. EvAU Julio 2019. Propuesta B. 5.**
El 5% de los estudiantes matriculados en una determinada asignatura de bachillerato son deportistas aficionados. El 0.5% de estos alumnos deportistas aficionados obtienen una calificación de suspenso en dicha asignatura. Mientras que el 15% de los alumnos no deportistas aficionados obtienen una calificación de suspenso.
a) Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya obtenido un suspenso en la citada asignatura?
b) Sabiendo que un alumno elegido al azar ha obtenido un suspenso, ¿cuál es la probabilidad de que sea deportista aficionado?
Solución: a) 0.14275 b) 0.0017

70) **Castilla La Mancha. EvAU Junio 2019. Propuesta A. 5.**
En un cierto banco el 5% de los créditos concedidos son para la compra de una casa. De los créditos concedidos para la compra de una casa, el 40% resultan impagados. Del resto de créditos concedidos que no son para la compra de una casa, se
sabe que el 10% de ellos resultan impagados.
a) Calcula la probabilidad de que elegido un crédito al azar sea de los impagados.
b) Sabiendo que un crédito se ha pagado, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito fuera para una casa?
Solución: a) 0.885 b) 0.0338

71) **Castilla La Mancha. EvAU Junio 2019. Propuesta B. 5. *(igual que Junio 2018)***
En una clase de pintura hay 27 alumnos, 14 son de Albacete, 5 son de Cuenca y 8 de Toledo.
a) Se sortean dos entradas entre todos los alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que ambas entradas le toquen a alumnos que no son de Albacete? (pueden tocarle al mismo alumno las dos entradas).

b) Si sorteamos 5 entradas, de una en una, de forma que no participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 5 sean para alumnos de Cuenca?
Solución: a) 0.2318 b) 0.0000123

72) **Castilla La Mancha. EvAU Julio 2018. Propuesta A. 5.**
En un municipio el 40% de los habitantes son aficionados a la lectura, el 50% al cine, y al 70% les gusta el cine o la lectura o ambas cosas.
a) Se elige un habitante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura y el cine?
b) Si elegimos un habitante al azar y le gusta el cine, ¿cuál es la probabilidad de que le guste la lectura?
Solución: a) 0.2 b) 0.4

73) **Castilla La Mancha. EvAU Julio 2018. Propuesta B. 5.**
En un cierto banco el 5% de los créditos concedidos son para la compra de una motocicleta. De los créditos concedidos para la compra de una motocicleta, el 40% resultan impagados. Del resto de créditos concedidos que no son para la compra de una motocicleta, se sabe que el 10% de ellos resultan impagados.
a) Calcula la probabilidad de que elegido un crédito al azar sea de los impagados.
b) Sabiendo que un crédito se ha pagado, ¿cuál es la probabilidad de que el crédito fuera para una motocicleta?
Solución: a) 0.885 b) 0.0339

74) **Castilla La Mancha. EvAU Junio 2018. Propuesta A. 5.**
El 10% de los habitantes de una región padece cierta enfermedad. Para diagnosticar la misma, se dispone de un procedimiento que no es completamente fiable, ya que da positivo en el 97% de los casos de personas con la enfermedad, pero también da positivo en el 1% de personas que no padecen la enfermedad.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona obtenga un diagnóstico positivo?
b) Si una persona obtiene negativo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad?
Solución: a) 0.106 b) 0.003

75) **Castilla La Mancha. EvAU Junio 2018. Propuesta B. 5.**
En una clase de 27 alumnos, 14 son de Albacete, 5 son de Cuenca y 8 de Toledo.
a) Se sortean dos entradas entre todos los alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que ambas entradas le toquen a alumnos que no son de Albacete? (pueden tocarle al mismo alumno las dos entradas).
b) Si sorteamos 5 entradas, de una en una, de forma que no participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 5 sean para alumnos de Cuenca?
Solución: a) 0.23 b) 0.000012

76) **Castilla La Mancha. EvAU Septiembre 2017. Propuesta A. 5.**
De un estudio sobre accidentes de tráfico se dedujeron los siguientes datos: el 29% de los conductores superaron los límites de alcohol en sangre, el 14% de los conductores tenía presencia de drogas en sangre y el 37% superaba los límites de alcohol o tenía presencia de drogas en sangre o ambas.
a) Calcula la probabilidad de que, en un accidente de tráfico, el conductor supere los límites de alcohol y tenga presencia de drogas en sangre.

b) Razone si son independientes los sucesos superar los límites de alcohol y presencia de drogas en sangre.
Solución: a) 0.06 b) Nos son independientes.

77) **Castilla La Mancha. EvAU Septiembre 2017. Propuesta B. 5.**
Una persona que fuma habitualmente tiene una probabilidad 0.1 de padecer cáncer de pulmón en el transcurso de su vida. Suponiendo que el hecho de que una persona padezca cáncer de pulmón es independiente de que otra lo padezca.
a) Si dos personas fuman habitualmente, ¿cuál es la probabilidad de que las dos padezcan cáncer de pulmón?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que padezcan cáncer de pulmón al menos una de cuatro personas que fuman habitualmente?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que padezca cáncer de pulmón exactamente una persona de dos que fuman habitualmente?
Solución: a) 0.01 b) 0.9999 c) 0.18

78) **Castilla La Mancha. EvAU Junio 2017. Propuesta A. 5.**
En un instituto el 45% de los estudiantes son de la modalidad de Ciencias, el 35% son de la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales y el resto son de la modalidad de Arte. También se sabe que el 10% de los estudiantes de Ciencias tienen una nota media superior a 8, el 20% de los de Humanidades y Ciencias Sociales y el 25% de los de la modalidad de Arte.
a) Calcule la probabilidad de que un estudiante, elegido al azar, tenga una nota media superior a 8.
b) Si tenemos un estudiante que tiene una nota media menor o igual a 8, ¿cuál es la probabilidad de que sea Ciencias?
Solución: a) 0.165 b) 0.47

79) **Castilla La Mancha. EvAU Junio 2017. Propuesta B. 5.**
En una empresa hay dos categorías para los empleados, en la categoría A se encuentra el 80% de los empleados y el resto en la B. El 10% de los empleados de la categoría A tiene contrato temporal mientras que en la categoría B este porcentaje es del 30 %.
a) Elegido un empleado al azar de esa empresa, ¿cuál es la probabilidad de que tenga contrato temporal?
b) Se escoge un empleado al azar y tiene contrato temporal, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la categoría B?
Solución: a) 0.14 b) 0.42

80) **Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2020. P5. (Estadística y probabilidad)**
Para ir a clase, un estudiante utiliza su coche el 70 % de los días, mientras que va en autobús el resto de los días. Cuando utiliza su coche, llega tarde el 20 % de los días, mientras que si va en autobús llega a tiempo el 10 % de los días. Elegido un día al azar:
a) Calcular la probabilidad de que el estudiante llegue tarde.
b) Si ha llegado a tiempo, ¿cuál es la probabilidad de que haya venido en autobús?
Solución: a) 0.41 b) 0.0508

81) **Castilla y León. EBAU Ordinaria 2020. P5. (Estadística y probabilidad)**
El 30 % de los clientes de un banco especializado en microcréditos son hombres y el 70 % son mujeres. Se sabe que el 20 % de los hombres recibieron un crédito inferior a 6000 € mientras que el 72 % de las mujeres recibieron un crédito igual o superior a dicha cantidad.

a) Elegido uno de los clientes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que éste haya recibido un crédito inferior a 6000 €?
b) Elegido al azar un cliente entre los que recibieron un crédito inferior a 6000 €, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
Solución: a) 0.256 b) 0.765

82) **Castilla y León. EBAU Julio 2019. Opción A. 3A-** Una multinacional farmacéutica elabora un test para la detección precoz de la enfermedad producida por el virus del Ébola. El test da positivo en el 86% de las personas que son portadoras del virus y da negativo en el 92% de las personas que no son portadoras del virus. Además, en una cierta zona geográfica el 2% de la población es portadora del virus. Se elige al azar una persona de esa zona geográfica y se la somete al test. Calcula razonadamente la probabilidad de que sea portadora del virus sabiendo que el test ha dado positivo.
Solución: 0.18

83) **Castilla y León. EBAU Julio 2019. Opción B. 4B-** Se consideran dos sucesos independientes A y B. Si la probabilidad de que ocurra A es $\frac{1}{2}$ y la probabilidad de que ocurran ambos a la vez es $\frac{1}{3}$, calcula la probabilidad de que no ocurra A y no ocurra B.
Solución: 1/6

84) **Castilla y León. EBAU Junio 2019. Opción B. 3B-** El 15% de los paquetes repartidos por una empresa de transporte llegan defectuosos. Entre los paquetes que llegan defectuosos un 9% llega fuera de plazo, mientras que entre los no defectuosos sólo un 2 % llega fuera de plazo. Se elige un paquete al azar repartido por esta empresa:
a) Calcula la probabilidad de que el paquete elegido llegue fuera de plazo.
b) Sabiendo que el paquete elegido llega fuera de plazo, ¿qué probabilidad hay de que llegue defectuoso?
Solución: a) 0.0305 b) 0.443

85) **Castilla y León. EBAU Julio 2018. Opción A.** Se sabe que si ha ocurrido A, la probabilidad de que ocurra B es 0,3. Halla la probabilidad de que, si ha ocurrido A no ocurra B.
Solución: 0.7

86) **Castilla y León. EBAU Julio 2018. Opción B. B3.** Una corporación informática utiliza tres bufetes de abogados para resolver sus casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30 % de los casos legales y gana en los tribunales el 60 % de los casos presentados, el bufete B recibe el 50 % de los casos legales y gana el 80 % de los casos presentados, mientras que el bufete C recibe el 20 % de los casos legales y gana el 70 % de los casos presentados. Se elige al azar uno de los casos presentados en los tribunales.
a) Determina la probabilidad de que la empresa gane el caso.
b) Si el caso elegido se ha ganado, calcula la probabilidad de que haya sido encargado al bufete **A.**
Solución: a) 0.72 b) 0.25

87) **Castilla y León. EBAU Julio 2018. Opción B. B3.** En una clase de yoga hay 7 mujeres y 12 hombres. Si se escoge a tres personas al azar, halla la probabilidad de que se seleccionen dos mujeres y un hombre.
Solución: 0.2601

88) **Castilla y León. EBAU Junio 2018. Opción A. A4**. El 40 % de los internautas utiliza *Dropbox* o *Google Drive* para almacenar archivos en la nube. Sabiendo que el 25 % emplea *Dropbox* y el 20 % emplea *Google Drive*, ¿qué porcentaje de inter–nautas emplea ambos?
Solución: 5 %

89) **Castilla y León. EBAU Junio 2018. Opción B. B3.** Una cadena de supermercados envasa tres variedades de queso en paquetes al vacío, en las proporciones que se indican: curado (45 %), semicurado (30 %) y tierno (25 %). Parte del queso que recibe es de importación, concretamente, el 25 % del queso curado, el 23 % del semicurado y el 20 % del tierno. Se elige al azar un paquete de queso.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea de importación?
b) Si el queso elegido es de importación, ¿qué probabilidad tiene de ser curado?
Solución: a) 0.7685 b) 0.486

90) **Castilla y León. EBAU Junio 2018. Opción B. B4.** La probabilidad de que un alumno de Matemáticas apruebe un examen tipo test es del 80 %, mientras que la probabilidad de que apruebe un examen de problemas es del 60 %. Si la probabilidad de aprobar los dos exámenes es del 50 %, calcula la probabilidad de que no apruebe ninguno de los dos exámenes.
Solución: 0.1

91) **Castilla y León. EBAU Septiembre 2017. Opción A. 3A.** En una asignatura de primer curso de un grado universitario, asisten a clase regularmente 210 alumnos de los 300 alumnos matriculados. Al finalizar el período docente, superan la asignatura el 80% de los alumnos que asisten regularmente a clase y el 50% de los alumnos que no asisten regularmente a clase. Se elige un alumno matriculado al azar.
a) Calcula la probabilidad de que haya superado la asignatura y no haya asistido regularmente a clase.
b) Sabiendo que ha superado la asignatura, ¿cuál es la probabilidad de que haya asistido regularmente a clase?
Solución: a) 0.15 b) 0.79

92) **Castilla y León. EBAU Septiembre 2017. Opción A. 4A.** En un grupo de 8 amigos se encuentran los 3 agraciados con un viaje para visitar Lisboa sorteado por la embajada portuguesa. Si hay 4 amigos que ya han visitado Lisboa, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno de los agraciados haya visitado Lisboa?
Solución: 0.071

93) **Castilla y León. EBAU Septiembre 2017. Opción B. 4B.** El 48% de los trabajadores de una empresa son hombres. Si en esa empresa, el 82% de los hombres y el 75% de las mujeres están satisfechos con su trabajo, ¿qué porcentaje de trabajadores está satisfecho con su trabajo en esa empresa?
Solución: 78.36%

94) **Castilla y León. EBAU Junio 2017. Opción A. 3A.** La lista electoral de un determinado partido político está formada por un número igual de hombres y mujeres. Un análisis sociológico de dichas listas revela que el 60% de los hombres tienen 40 o más años de edad, mientras que el 30% de las mujeres tienen menos de 40 años. Se elige al azar una persona que forma parte de las listas electorales.
a) Calcula la probabilidad de que tenga menos de 40 años.
b) Sabiendo que tiene 40 o más años de edad, calcula la probabilidad de que sea mujer.

Solución: a) 0.35 b) 0.538

95) **Castilla y León. EBAU Junio 2017. Opción B. 4B.** En una clase con 15 alumnos de segundo de bachillerato, 2 alumnos están jugando al mus y 5 están jugando al tute, mientras que el resto de alumnos no está jugando a las cartas. Si se eligen al azar dos alumnos, ¿qué probabilidad hay de que ninguno de los elegidos estén jugando a las cartas?
Solución: 0.266

96) **Extremadura. EBAU Extraordinaria 2020. Problema 8.** En Portugal, el 40% del café consumido es de marca Delta, el 50% de marca Sical y el 10% restante se lo reparten otras marcas. Delta utiliza la variedad arábiga para el 70% de sus envases y la variedad robusta para el 30% restante. Sical utiliza la variedad arábiga en el 40% de sus envases y la robusta en el 60%. Las otras marcas de café utilizan ambas variedades en el 50% de sus envases. Se pide, justificando las respuestas:
(a) Calcular la probabilidad de que un envase de café comprado en Portugal sea Sical y de variedad arábiga.
(b) Calcular la probabilidad de que un envase de café portugués se haya utilizado la variedad robusta.
Solución: (a) 0.2 (b) 0.47

97) **Extremadura. EBAU Extraordinaria 2020. Problema 8.** Una biblioteca cuenta con 1000 socios, de los cuales 350 son jóvenes, 400 adultos y 250 mayores. Encuestados sobre la puesta en marcha de un nuevo servicio, se muestran favorables 210 jóvenes, 300 adultos y 125 mayores. Se pide, justificando las respuestas:
(a) Calcular la probabilidad de que un adulto sea contrario a la puesta en marcha del servicio.
(b) Calcular la probabilidad de que un socio elegido al azar sea favorable a la puesta en marcha del servicio.
Solución: (a) 0.25 (b) 0.635

98) **Extremadura. EBAU Julio 2019. Opción B. Problema 3.**
En una bodega, el 50 % del vino que se fabrica es tinto, el 30 % blanco y el resto rosado. Una vez en las barricas se vuelve agrio el 5 % del vino tinto, el 10 % del vino blanco y el 7 % del vino rosado. Mediante muestreo estratificado con afijación proporcional
(a) Calcular la probabilidad de que una barrica elegida al azar contenga vino blanco y que además dicho vino esté agrio.
(b) Calcular la probabilidad de que una barrica de vino tinto contenga vino con buen sabor.
(c) Si se selecciona al azar una barrica y el vino está agrio, ¿cuál es la probabilidad de que contenga vino tinto?
Solución: (a) 0.03 (b) 0.95 (c) 0.36

99) **Extremadura. EBAU Junio 2019. Opción A. Problema 3.**
En un bosque hay 50 abetos, 30 cipreses y 120 pinos. Una enfermedad provocada por una oruga afecta a 25 abetos, 9 cipreses y 48 pinos. Se pide, justificando las respuestas:
(a) Calcular la probabilidad de que un pino elegido al azar esté infectado por la oruga.
(b) Calcular la probabilidad de que un árbol elegido al azar esté infectado por la oruga.
(c) Si se selecciona un árbol al azar y está infectado por la oruga, ¿Cuál es la probabilidad de que sea un pino?
Solución: (a) 0.4 (b) 0.41 (c) 0.585

100) **Extremadura. EBAU Julio 2018. Opción A. Problema 3.**

Un fotógrafo aficionado hace copia de seguridad de sus imágenes en espacios virtuales. Tiene contratados tres servicios premium: Dropbox, Onedrive y Box. Por razones de espacio, cada imagen la incluye solamente en uno de ellos. En Dropbox tiene el 40 % de sus imágenes, el 30 % en Onedrive y el resto en Box. Cada imagen está etiquetada en uno de dos tipos posibles: 'Retratos' o 'Paisajes'. En Dropbox, el 25 % son retratos, en Onedrive el 60 % y en Box, el 90 %. El resto son paisajes.

(a) Si escoge una imagen al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea retrato?
(b) Si escoge una imagen al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea paisaje y esté en Box?
(c) Si escoge una imagen al azar y es paisaje, ¿cuál es la probabilidad de que esté en Onedrive?

Solución: (a) 0.55 (b) 0.03 (c) 0.266

101) **Extremadura. EBAU Junio 2018. Opción B. Problema 3.**

Se está realizando un estudio sobre los turistas en cierta ciudad. Se sabe que el 60 % son europeos, el 30 % americanos y el resto asiáticos. El 70 % de los europeos son mujeres, el 50 % de los americanos son mujeres y el 30 % de los asiáticos son mujeres.

(a) Si se selecciona un turista al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer americana?
(b) Si se selecciona un turista al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?
(c) Si nos dicen que se ha seleccionado un turista y es mujer, ¿cuál es la probabilidad de que sea europea?

Solución: (a) 0.15 (b) 0.6 (c) 0.7

102) **Extremadura. EBAU Julio 2017. Opción B. Problema 3.**

Una región de bosques está dividida en 3 zonas A, B y C. Para el próximo verano la probabilidad de incendio en cada zona es de 0.1, 0.2 y 0.05 respectivamente. En cada zona sólo puede producirse, como máximo, un incendio. Si consideramos que los incendios se producen de forma independiente entre las zonas:

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ningún incendio?
(b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente dos incendios?
(c) Si se sabe que ha habido sólo un incendio, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido en la zona A?

Solución: (a) 0.684 (b) 0.032 (c) 0.269

103) **Extremadura. EBAU Junio 2017. Opción A. Problema 3.**

En la exposición de la Facultad de Ciencias “Original o Réplica" hay 42 fósiles, 28 rocas y 36 metales. Se sabe que, de ellos, son originales 6 fósiles, 14 rocas y 20 metales.

(a) Si escogemos al azar una pieza de la exposición, ¿cuál es la probabilidad de que sea un metal original?
(b) Si escogemos al azar una pieza de la exposición, ¿cuál es la probabilidad de que sea réplica?
(c) Si escogemos al azar una pieza de la exposición y es una réplica, ¿cuál es la probabilidad de que sea un fósil?

Solución: (a) 0.189 (b) 0.623 (c) 0.545

104) **Galicia. ABAU Extraordinaria 2020. Pregunta 5. Estadística y Probabilidad.**

Una empresa de transporte decide renovar su flota de vehículos. Para ello encarga 240 vehículos al distribuidor A, 600 al distribuidor B y 360 al distribuidor C. Se sabe que el 10% de los vehículos suministrados por el distribuidor A tienen algún defecto, siendo estas proporciones del 20% y 15% para los distribuidores B y C respectivamente.

Para aceptar o rechazar el pedido la empresa revisa un vehículo elegido al azar del total de vehículos, rechazando todo el pedido si el vehículo tiene algún defecto.

a) Determine el porcentaje de pedidos rechazados.

b) Si el vehículo revisado resulta ser **NO** defectuoso, calcule la probabilidad de que provenga del distribuidor A.

Solución: a) 0.165 b) 0.216

105) **Galicia. ABAU Ordinaria 2020. Pregunta 5. Estadística y Probabilidad.**

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A)=0,4$ y $P(\overline{B})=0,7$ y $P(\overline{B}/A)=0,75$. Calcule las siguientes probabilidades:

a) $P(A\cap\overline{B})$; b) $P(A\cup B)$; c) $P(A\cap B)$; d) ¿son A y B sucesos independientes? Justifique la respuesta

Solución: a) 0.3 b) 0.6 c) 0.1 d) No son independientes.

106) **Galicia. ABAU Julio 2019. Opción A. 3.**

En una ciudad, el 20% de las personas que acceden a un centro comercial proceden del centro de la ciudad, el 45% de barrios periféricos y el resto de pueblos cercanos. Efectúan alguna compra el 60%, el 75% y el 50% de cada procedencia respectivamente.

a) Si en un determinado día visitan el centro comercial 2000 personas, ¿cuál es el número esperado de personas que no realizan compras?

b) Si elegimos al azar una persona que ha realizado alguna compra en ese centro comercial, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de un pueblo cercano?

Solución: a) 0.3675 →735 visitantes b) 0.277

107) **Galicia. ABAU Julio 2019. Opción B. 3.**

Para la construcción de un panel luminoso se dispone de un contenedor con 200 bombillas blancas, 150 bombillas azules y 250 bombillas rojas. La probabilidad de que una bombilla del contenedor no funcione es 0,01 si es blanca, 0,02 si es azul y 0,03 si es roja. Se elige al azar una bombilla del contenedor;

a) Calcula la probabilidad de que la bombilla no funcione.

b) Sabiendo que la bombilla elegida funciona, calcula la probabilidad de que dicha bombilla no sea roja.

Solución: a) 0.0208 b) 0.587

108) **Galicia. ABAU Junio 2019. Opción A. 3.**

Los videojuegos que se consumen en Galicia se juegan el 45% en consola y el resto en el móvil. De los que se juegan en consola, el 70% son de acción, el 10% de estrategia y el resto de otras categorías. De los juegos para móvil, un 25% son de acción, otro 25% de estrategia y el resto de otras categorías.

a) ¿Qué porcentaje de los videojuegos consumidos en Galicia son de acción?

b) Se elige al azar un jugador que está jugando a un juego de estrategia: ¿cuál es la probabilidad de que lo esté haciendo a través del móvil?

Solución: a) 45% b) 0.75

109) **Galicia. ABAU Junio 2019. Opción B. 3.**

En una población, de cada 100 consumidores de agua mineral 30 consumen la marca A, 25 la marca B y el resto la marca C. Además, el 30% de consumidores de A, el 20% de consumidores de B y el 40% de consumidores de C son mujeres.

a) Se selecciona al azar un consumidor de agua mineral de esa población: ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

b) Si se ha seleccionado al azar una mujer, halla la probabilidad de que consuma la marca B.

Solución: a) 0.32 b) 0.16

110) **Galicia. ABAU Septiembre 2018. Opción A. 3.** Nunha empresa, o 30 % dos empregados son mulleres e o 70 % restante son homes. Das mulleres, o 80 % teñen contrato indefinido, mentres que do grupo dos homes, só o 70 % ten ese tipo de contrato. **a)** Calcula a porcentaxe de persoas da devandita empresa que ten contrato indefinido. **b)** Se un empregado ten contrato indefinido obtén a probabilidade de que sexa muller. **c)** ¿Son independentes os sucesos "ser home" e "ter contrato indefinido"?

Solución: a) 73% b) 0.32877 c) No son independientes

111) **Galicia. ABAU Septiembre 2018. Opción B. 3.** Nunha poboación de cada 200 consumidores dunha bebida isotónica 60 consumen a marca A, 50 a marca B e o resto a marca C. Ademais, o 30% de consumidores de A, o 20% de consumidores de B e o 40% de consumidores de C son mozos. **a)** Selecciónase ao azar un consumidor de dita bebida nesa poboación, cal é a probabilidade de que sexa mozo? **b)** Se se seleccionou un mozo acha a probabilidade de que consuma a marca B. **c)** Son independentes os sucesos "ser mozo" e "consumir a marca A"?

Solución: a) 0.32 b) 0.15625 c) No son independientes.

112) **Galicia. ABAU Junio 2018. Opción A. 4.**

Nunha empresa, o 20% dos traballadores son maiores de 30 anos, o 8% desempeña algún posto directivo e o 6% é maior de 30 anos e desempeña algún posto directivo. **a)** Que porcentaxe dos traballadores ten máis de 30 anos e non desempeña ningún cargo directivo? **b)** Que porcentaxe dos traballadores non é directivo nin maior de 30 anos? **c)** Se a empresa ten 100 traballadores, cantos son directivos e non teñen máis de 30 anos?

Solución: a) 14% b) 78% c) 2 personas

113) **Galicia. ABAU Junio 2018. Opción B. 3.**

O 30 % das estudantes dun instituto practica baloncesto. De entre as que practican baloncesto, o 40 % practica ademais tenis. De entre as que non practican baloncesto, un cuarto practica tenis. Elixida unha estudante dese instituto ao azar, **a)** Cal é a probabilidade de que practique ambos os deportes? **b)** Cal é a probabilidade de que practique tenis? **c)** Son independentes os sucesos "practicar tenis" e "practicar baloncesto"?

Solución: a) 0.12 b) 0.295 c) No son independientes.

114) **Galicia. ABAU Septiembre 2017. Opción A. 3.**

O 60% dos individuos dunha poboación está vacinado contra certa enfermidade. Durante unha epidemia sábese que o 20% contraeu a enfermidade e que o 3% está vacinado e contraeu a enfermidade.

(a) Calcula a porcentaxe de individuos que contraeu a enfermidade, entre os que non están vacinados.

(b) Calcula a porcentaxe de individuos vacinados, entre os que contraeron a enfermidade. Xustifica se os sucesos "estar vacinado" e "contraer a enfermidade" son dependentes ou independentes.

Solución: (a) 42,5% (b) 0.15. No son independientes

115) **Galicia. ABAU Septiembre 2017. Opción B. 3.**

Unha multinacional realiza operacións comerciais en tres mercados *A*, *B* e *C*. O 20% das operacións corresponden ao mercado *B* e nos mercados *A* e *C* realiza o mesmo número de operacións. Prodúcense atrasos no pago no 15%, 10% e 5% das operacións realizadas nos mercados *A*, *B* e *C*, respectivamente.

(a) Calcula a porcentaxe de operacións da multinacional nas que se producen atrasos no pago.
(b) ¿Que porcentaxe das operacións nas que se atrasou o pago foron realizadas no mercado *A*?
Solución: (a) 10% (b) 60%

116) **Galicia. ABAU Junio 2017. Opción A. 3.**
Segundo certo estudo do departamento de vendas duns grandes almacéns, o 30% dos seus clientes son homes, o 25% dos seus clientes adquiren algún produto do departamento de electrónica e o 40% dos que adquiren algún produto do departamento de electrónica son mulleres.
(a) ¿Que porcentaxe dos seus clientes son mulleres e adquiren algún produto do departamento de electrónica?
(b) Se un cliente elixido ao azar é home, calcula a probabilidade de que non adquira algún produto do departamento de electrónica.
Solución: (a) 10% (b) 0.5

117) **Galicia. ABAU Junio 2017. Opción B. 3.**
Un artigo distribuído en tres marcas distintas *A*, *B* e *C* véndese nun supermercado. Obsérvase que o 30% das vendas diarias do artigo son da marca *A*, o 50% son da marca *B* e o resto son da marca *C*. Sábese ademais que o 60% das vendas da marca *A* realízase pola mañá, o 55% das vendas da marca *B* pola tarde e o 40% da marca *C* véndese pola mañá.
(a) Calcula a porcentaxe de vendas do artigo efectuadas pola mañá.
(b) Se a venda se efectuou pola tarde, calcula a probabilidade de que o artigo sexa da marca *C*.
Solución: (a) 48,5% (b) 0.233

118) **La Rioja. EBAU Extraordinaria 2020. Bloque 3. Estadística y probabilidad 3.1.**
En una residencia canina hay en total 120 perros; de ellos 40 son pastores alemanes (35 negros y 5 blancos), 30 pekineses (18 negros y 12 blancos) y 50 mastines (42 negros y 8 blancos).
(I) Hemos elegido un perro al azar, ¿cuál es la probabilidad de que NO sea pekinés?
(II) Elegido al azar un perro, ¿cuál es la probabilidad de que sea de color blanco?
(III) Se ha elegido al azar un perro que ha resultado ser blanco, ¿cuál es la probabilidad de que sea un mastín?
Solución: (I) 0.75 (II) 0.208 (III) 0.32

119) **La Rioja. EBAU Extraordinaria 2020. Bloque 3. Estadística y probabilidad 3.3.**
Luis ha hecho una cartulina con cada una de las siete letras de LA RIOJA y las ha introducido en una urna.
(I) Si extrae una cartulina, ¿cuál es la probabilidad de que sea la R?, ¿cuál es la probabilidad de que NO sea la A?
(II) Luis extrae una cartulina y, a continuación, sin volver a introducir la primera, saca otra y se las muestra en ese orden a María, ¿Cuál es la probabilidad de que María vea LA?
(III) Luis repite la operación y le vuelve a mostrar las cartas a María. ¿Cuál es la probabilidad de que María pueda formar la palabra LA?, ¿y de que pueda formar la palabra LO?
(IV) Luis extrae ahora tres cartulinas sin reemplazar después de cada extracción. ¿Cuál es la probabilidad de que María lea RIO si se las muestra en el orden en el que Luis las ha extraído? ¿Y de que lea RIA?
Solución: (I) 0.143; 0.714 (II) 0.048 (III) 0.095; 0.048 (IV) 0.0048; 0.0095

120) **La Rioja. EBAU Ordinaria 2020. Bloque 3. Estadística y probabilidad 3.2.**
En una clase hay 24 estudiantes, 12 de ellos han aprobado inglés, 16 han aprobado matemáticas y 4 han suspendido las dos asignaturas.

(I) ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un alumno de esa clase resulte que haya aprobado matemáticas y haya suspendido inglés?
(II) ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir al azar un alumno de esa clase resulte que haya aprobado las dos asignaturas?
(III) ¿Son independientes los sucesos aprobar matemáticas y aprobar inglés?
Solución: (I) 0.33 (II) 0.33 (III) Son independientes

121) **La Rioja. EBAU Ordinaria 2020. Bloque 3. Estadística y probabilidad 3.3.**
Un hospital está especializado en el tratamiento de 3 enfermedades A, B, C. El 40% de los pacientes ingresan con la enfermedad A, el 35% con la enfermedad B y el 25% con la enfermedad C. La probabilidad de curación de la enfermedad A es el 80%, de la B el 60% y de la C el 90%.
(I) José ingresa en el hospital (no sabemos cual de las tres enfermedades padece). ¿Cuál es la probabilidad de que se cure?
(II) Miguel ingresó en el hospital y se ha restablecido completamente. ¿Cuál es la probabilidad de que ingresara padeciendo la enfermedad B?
(III) Rosa ingresó en el hospital y se ha restablecido completamente. ¿Cuál es la probabilidad de que NO padeciera la enfermedad B?
Solución: (I) 0.755 (II) 0.278 (III) 0.722

122) **La Rioja. EBAU Julio 2019. Propuesta A. A1.3.**
La probabilidad de que Alberto conteste a un mensaje de Whatsapp es 0.1. En los últimos 20 minutos ha recibido 3 mensajes.
(I) ¿Cuál es la probabilidad de que conteste a los tres?
(II) ¿Cuál es probabilidad de que conteste exactamente a uno?
(III) ¿Cuál es probabilidad de que conteste al menos a uno?
(IV) ¿Cuál es probabilidad de que no conteste a ninguno?
Solución: (I) 0.001 (II) 0.243 (III) 0.271 (IV) 0.729

123) **La Rioja. EBAU Junio 2019. Propuesta A. A1.3.**
El 65 % de los empleados de una empresa manejan un nuevo programa informático, de ellos, un 40 % además hablan inglés. Por otra parte, la cuarta parte de los que no manejan el nuevo programa también hablan inglés. Se elige un empleado al azar.
(I) Calcula la probabilidad de que hable inglés y maneje el nuevo programa.
(II) Calcula la probabilidad de que hable inglés.
(III) Si el empleado habla inglés, calcula la probabilidad de que maneje el nuevo programa.
Solución: (I) 0.26 (II) 0.3475 (III) 0.748

124) **La Rioja. EBAU Julio 2018. Opción A. A2.3.** Durante las fiestas de San Bernabé del pasado año, seis de cada diez personas que acudieron a la degustación del pan, el pez y el vino adquirieron la tradicional jarra de barro para tomar el vino. Una de cada cuatro personas que adquirió la jarra no consumió vino y cuatro de cada cinco personas que no la compraron tampoco lo tomaron.
a) Calcula el porcentaje de personas que bebieron vino en la degustación.
b) Un amigo mío no tomó vino el año pasado, ¿cuál es la probabilidad de que mi amigo comprase la jarra?
Solución: a) 53% b) 0.32

125) **La Rioja. EBAU Julio 2018. Opción B. B2.3.** En una caja tenemos inicialmente una bola negra y otra roja. Cada vez que extraemos una bola, introducimos tres bolas del color de la extraída.
Sacamos una primera bola y procedemos a hacer la reposición, sacamos una segunda bola y reponemos y sacamos una tercera bola.
a) Determinar la probabilidad de que en las tres extracciones hayamos sacado bolas del mismo color.
b) Determinar la probabilidad de que en las tres extracciones hayamos sacado dos bolas del mismo color y otra de color distinto.
Solución: a) 0.625 b) 0.375

126) **La Rioja. EBAU Junio 2018. Opción A. A2.3.** De los habitantes de Logroño se sabe que tres cuartas partes han visitado en alguna ocasión San Sebastián y tres quintas partes han estado alguna vez en Zaragoza. Además, un cuarenta por ciento de los logroñeses reconoce haber visitado ambas ciudades.
a) Si mi amigo Juan, que es de Logroño, me ha dicho que el otro día estuvo comiendo en San Sebastián, ¿cuál es la probabilidad de que haya estado también en Zaragoza en alguna ocasión?
b) Luis, otro amigo mío de Logroño, es de poco viajar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya visitado ninguna de las dos ciudades?
Solución: a) 0.533 b) 0.05

127) **La Rioja. EBAU Junio 2018. Opción B. B2.3.** En la Escuela Oficial de Idiomas de mi ciudad, hay tres aulas de primer curso de inglés. La distribución de chicos y chicas en cada aula es como se muestra en la tabla adjunta.

	Aula 1	**Aula 2**	**Aula 3**
Chicos	**21**	**16**	**16**
Chicas	**18**	**16**	**24**

a) Determina la probabilidad de que al elegir un estudiante de primer curso sea chica.
b) Si elegimos una chica de primer curso al azar, ¿a qué aula es más probable que pertenezca?
Solución: a) 0.522 b) Es más probable que sea del aula 3.

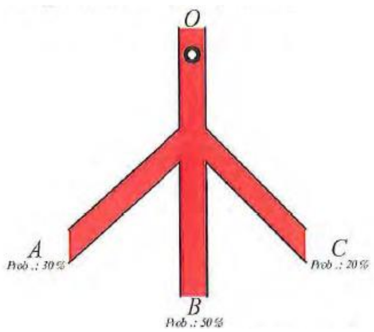
128) **La Rioja. EBAU Julio 2017. Opción A. A1.3.** Durante la pasada Semana Santa el 40% de los turistas nacionales que visitaron Logroño procedían de Cataluña. El 60% de los turistas catalanes visitó alguna bodega y el 40% de los turistas de otras comunidades también lo hizo.
a) Calcula el porcentaje de turistas nacionales que visitó una bodega.
b) Se sabe que un determinado turista no visitó una bodega, calcula la probabilidad de que fuese catalán.
Solución: a) 48% b) 0.307

129) **La Rioja. EBAU Julio 2017. Opción A. A2.3.** Andoni, el cocinero jefe del afamado restaurante *El Caracol Vertiginoso*, tiene a su disposición diez botellas de aceite indistinguibles en una estantería. Hay dos botellas que contienen aceite elaborado con aceitunas de la variedad arbequina, tres con aceite hecho a partir de la variedad picual y cinco cuyo aceite se ha obtenido mezclando aceitunas de distintas variedades. Esta mañana Andoni ha elaborado tres platos en cuya elaboración era necesaria aceite. Para hacer cada uno de ellos ha tomado una botella de la estantería de manera aleatoria e inmediatamente la ha devuelto.
a) Determinar la probabilidad de que en algún plato haya usado aceite elaborado con aceitunas de la variedad picual.

b) Determinar la probabilidad de que para elaborar los tres platos haya usado los tres tipos de aceite disponibles.
Solución: a) 0.657 b) 0.18

130) **La Rioja. EBAU Junio 2017. Opción A. A2.3.** Nuestro amigo José, reciente ganador de un concurso local de tortillas, elabora la tortilla de su bar usando patatas y huevos. Un 80% de las tortillas las hace exclusivamente con patatas de Santo Domingo de la Calzada y el resto con patatas de otras zonas. Cuando emplea patatas de Santo Domingo, en el 60% de los casos pone únicamente huevos de gallinas camperas y en el 40% restante utiliza huevos de granja avícola. Cuando la patata no es de Santo Domingo invierte los porcentajes a la hora de añadir los huevos.
a) Cuando tomamos un pincho en el bar de José, ¿cuál es la probabilidad de que esté hecho con huevos de gallina campera?
b) Si la tortilla está hecha con huevos camperos, ¿cuál es la probabilidad de que lleve patatas de Santo Domingo?
Solución: a) 0.56 b) 0.857

131) **La Rioja. EBAU Junio 2017. Opción B. B2.3.** En un dispositivo como el de la figura adjunta, una canica que se lanza desde el punto O sale por *A* con una probabilidad del 30%, por *B* con una probabilidad del 50% y por *C* con una probabilidad del 20%. Tras tres lanzamientos, calcular:



a) la probabilidad de que la canica haya salido por *C* en algún lanzamiento;
b) la probabilidad de que en los tres lanzamientos la canica haya salido por agujeros distintos.
Solución: a) 0.488 b) 0.18

132) **Madrid. EvAU Extraordinaria 2020. A.4.**
Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A/B)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{1}{6}$ y $P(A)=\frac{2}{3}$. Calcule:
a) $P\left(A\cup\overline{B}\right)$
b) $P\left(\left(\overline{A}\cap B\right)\cup\left(\overline{B}\cap A\right)\right)$.
Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.
Solución: a) 0.875 b) 0.75

133) **Madrid. EvAU Extraordinaria 2020. B.4.**
En un instituto se decide que los alumnos y alumnas solo pueden utilizar un único color (azul o negro) al realizar los exámenes. Dos de cada tres exámenes están escritos en azul. La probabilidad de que un examen escrito en azul sea de una alumna es de 0,7. La probabilidad de que un examen esté escrito en negro y sea de un alumno es 0,2. Se elige un examen al azar. Determine la probabilidad de que
a) Sea el examen de un alumno.
b) Sabiendo que está escrito en negro, sea de un alumno.
Solución: a) 0.4 b) 0.6

134) **Madrid. EvAU Ordinaria 2020. A.4.**

Una asociación de senderismo ha programado tres excursiones para el mismo fin de semana. El 40% de los socios irá al nacimiento del río Cuervo, el 35% a las Hoces del río Duratón y el resto al Cañón del río Lobos. La probabilidad de lluvia en cada una de estas zonas se estima en 0,5, 0,6 y 0,45, respectivamente. Elegido un socio al azar:
a) Calcule la probabilidad de que en su excursión no llueva.
b) Si en la excursión realizada por este socio ha llovido, ¿cuál es la probabilidad de que este socio haya ido al nacimiento del río Cuervo?
Solución: a) 0.4775 b) 0.383

135) **Madrid. EvAU Ordinaria 2020. B.4.**
Un estudio sobre la obsolescencia programada en una marca de electrodomésticos reveló que la probabilidad de que un microondas se estropee durante el período de garantía es 0,02. Esta probabilidad se eleva a 0,05 para sus hornos eléctricos y se sabe que estos sucesos son independientes. Cuando el microondas se ha estropeado en el período de garantía, la marca amplía esta por dos años más. El 40% de los clientes con garantía ampliada no conserva la factura de compra durante los dos años de ampliación.
a) Un cliente compra un horno y un microondas de esta marca. Obtenga la probabilidad de que se estropee al menos uno de ellos durante el período de garantía.
b) Un cliente ha comprado un microondas. Calcule la probabilidad de que se le estropee durante el período de garantía y conserve la factura durante los dos años de ampliación.
Solución: a) 0.069 b) 0.012

136) **Madrid. EvAU Julio 2019. Opción A. Ejercicio 4.**
Los escolares de un cierto colegio de Madrid fueron encuestados acerca de su alimentación y de su ejercicio físico. Una proporción de 2/5 hacían ejercicio regularmente y 2/3 siempre desayunaban. Además, entre los que siempre desayunan, una proporción de 9/25 hacían ejercicio regularmente. Se elige al azar un escolar de ese colegio
a) ¿Es independiente que siempre desayune y que haga ejercicio regularmente?
b) Calcúlese la probabilidad de que no siempre desayune y no haga ejercicio regularmente.
Solución: a) Son independientes b) 13/75

137) **Madrid. EvAU Julio 2019. Opción B. Ejercicio 4.**
Sean A y B dos sucesos con $P(A)=0'3,\ P(B/A)=0'4,\ P(B/\overline{A})=0'6$. Calcúlese:

a) $P(A/B)$

b) $P(\overline{A}/\overline{B})$

Nota: $\overline{S}$ denota al suceso complementario del suceso S.
Solución: a) 2/9 b) 14/23

138) **Madrid. EvAU Junio 2019. Opción A. Ejercicio 4.**
Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que
$P(A)=0'6,\ P(B)=0'8 \text{ y } P(A\cap\overline{B})=0'1$.

a) Calcúlese la probabilidad de que ocurra el suceso A si no ha ocurrido el suceso B y determínese si los sucesos A y $\overline{B}$ son independientes. $\overline{B}$ denota el complementario del suceso B.
b) Obténgase la probabilidad de que ocurra alguno de los dos sucesos, A o B.
Solución: a) No son independientes b) 0.9

139) **Madrid. EvAU Junio 2019. Opción B. Ejercicio 4.**

De un estudio realizado en una región, se deduce que la probabilidad de que un niño de primaria juegue con consolas de videojuegos más tiempo del recomendado por los especialistas es 0'60. Entre estos niños, la probabilidad de fracaso escolar se eleva a 0'30 mientras que, si no juegan más tiempo del recomendado, la probabilidad de fracaso escolar es 0'15. Seleccionado un niño al azar de esta región,

a) Obténgase la probabilidad de que tenga fracaso escolar.

b) Si tiene fracaso escolar, determínese cuál es la probabilidad de que no juegue con estas consolas más tiempo del recomendado.

Solución: a) 0.24 b) 0.25

140) **Madrid. EvAU Julio 2018. Opción A. Ejercicio 4.**

Se va a celebrar una carrera popular. Entre los participantes, dos de cada tres hombres y tres de cada cuatro mujeres han entrenado para la carrera.

a) Se eligen al azar y de forma independiente un hombre y una mujer de entre los participantes. Calcúlese la probabilidad de que alguno de ellos haya entrenado para la carrera.

b) Si el 65% de los participantes son hombres y el 35% mujeres y se elige un participante al azar, calcúlese la probabilidad de que sea hombre sabiendo que ha entrenado para la carrera.

Solución: a) 11/12 b) 0.623

141) **Madrid. EvAU Julio 2018. Opción B. Ejercicio 4.**

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que

$P(A) = 0'4,\ P(B) = 0'6\ y\ P(A \cup B) = 0'8$.

Calcúlese:

a) $P\left(\overline{A} \cap B\right)$.

b) $P\left(\overline{A \cup B} / A\right)$

Nota: $\overline{S}$ *denota el suceso complementario del suceso S.*

Solución: a) 0.4 b) 0

142) **Madrid. EvAU Junio 2018. Opción A. Ejercicio 4.**

En una agencia de viajes se ha observado que el 75 % de los clientes acude buscando un billete de transporte, el 80 % buscando una reserva de hotel. Se ha observado además que el 65 % busca las dos cosas. Elegido un cliente de dicha agencia al azar, calcúlese la probabilidad de que:

a) Acuda buscando un billete de transporte o una reserva de hotel.

b) Sabiendo que busca una reserva de hotel, también busque un billete de transporte.

Solución: a) 0.9 b) 0.8125

143) **Madrid. EvAU Junio 2018. Opción B. Ejercicio 4.**

En una comunidad de vecinos en el 70 % de los buzones aparece en primer lugar un nombre masculino y en el 30 % restante un nombre femenino. En dicha comunidad, la probabilidad de que un hombre trabaje es de 0'8 y la probabilidad de que lo haga una mujer es 0'7. Se elige un buzón al azar, calcúlese la probabilidad de que el primer nombre en el buzón corresponda a:

a) Una persona que trabaja.

b) Un hombre, sabiendo que es de una persona que trabaja

Solución: a) 0.77 b) 0.727

144) **Madrid. EvAU Septiembre 2017. Opción A. Ejercicio 4.**

Una empresa fabrica dos modelos de ordenadores portátiles A y B, siendo la producción del modelo A el doble que la del modelo B. Se sabe que la probabilidad de que un ordenador portátil

del modelo A salga defectuoso es de 0’02, mientras que esa probabilidad en el modelo B es de 0’06. Calcúlese la probabilidad de que un ordenador fabricado por dicha empresa elegido al azar:
a) No salga defectuoso.
b) Sea del modelo A, si se sabe que ha salido defectuoso.
Solución: a) 0.967 b) 0.404

145) **Madrid. EvAU Septiembre 2017. Opción B. Ejercicio 4.**
La probabilidad de que cierto río esté contaminado por nitratos es 0’6, por sulfatos es 0’4, y por ambos es 0’2.
Calcúlese la probabilidad de que dicho río:
a) No esté contaminado por nitratos, si se sabe que está contaminado por sulfatos.
b) No esté contaminado ni por nitratos ni por sulfatos.
Solución: a)0.5 b) 0.2

146) **Madrid. EvAU Junio 2017. Opción A. Ejercicio 4.**
Una empresa de reparto de paquetería clasifica sus furgonetas en función de su antigüedad. El 25% de sus furgonetas tiene menos de dos años de antigüedad, el 40% tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y el resto tiene una antigüedad superior a cuatro años. La probabilidad de que una furgoneta se estropee es 0’01 si tiene una antigüedad inferior a dos años; 0’05 si tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y 0’12 si tiene una antigüedad superior a cuatro años. Se escoge una furgoneta al azar de esta empresa. Calcúlese la probabilidad de que la furgoneta escogida:
a) Se estropee.
b) Tenga una antigüedad superior a cuatro años sabiendo que no se ha estropeado.
Solución: a) 0.0645 b) 0.329

147) **Madrid. EvAU Junio 2017. Opción B. Ejercicio 4.**
El 30% de los individuos de una determinada población son jóvenes. Si una persona es joven, la probabilidad de que lea prensa al menos una vez por semana es 0’20. Si una persona lee prensa al menos una vez por semana, la probabilidad de que no sea joven es 0’9. Se escoge una persona al azar. Calcúlese la probabilidad de que esa persona:
a) No lea prensa al menos una vez por semana.
b) No lea prensa al menos una vez por semana o no sea joven.
Solución: a) 0.4 b) 0.94

148) **Navarra. EvAU Extraordinaria 2020. Ejercicio 6.**
En un centro de bachillerato aprobaron la prueba de acceso a la universidad 112 estudiantes de los 140 que se presentaron. En un segundo centro aprobaron la prueba el 60% de los 110 estudiantes presentados.
i) Se selecciona un estudiante al azar. Calcule la probabilidad de que haya aprobado.
ii) Se selecciona un estudiante al azar. Calcule la probabilidad de que proceda del segundo centro, sabiendo que el estudiante ha suspendido.
iii) Se seleccionan tres estudiantes al azar sin reemplazamiento. Calcule la probabilidad de que pertenezcan al mismo centro.
Solución: i) 0.712 ii) 0.611 iii) 0.2578

149) **Navarra. EvAU Ordinaria 2020. Ejercicio 3.**
Una empresa tecnológica clasifica a sus 40 empleados en tres secciones: Portátiles (16 empleados), Telefonía (20 empleados) y Sonido (4 empleados). El 25% de los trabajadores de la

sección Portátiles, el 40% de Telefonía y 3 trabajadores de Sonido tienen titulación C1 en inglés. Se selecciona al azar un empleado de la empresa.
i) Calcule la probabilidad de que no tenga titulación C1 en inglés y trabaje en la sección de Sonido.
ii) Calcule la probabilidad de que trabaje en la sección de Telefonía, sabiendo que tiene titulación C1 en inglés.
iii) Consideremos los sucesos A “el empleado trabaja en la sección Portátiles” y el suceso B “el empleado tiene titulación C1 en inglés”. Compruebe si los sucesos A y B son o no independientes.
Solución: i) 0.025 ii) 0.533 iii) No son independientes

150) **Navarra. EvAU Julio 2019. Opción B. Ejercicio 3.**
Según un estudio reciente, el 80% de los jóvenes españoles entre 18 y 23 años estudia, el 40% tiene un contrato laboral y el 25% simultanea estudios y trabajo. Se selecciona un joven al azar.
i) Calcule la probabilidad de que únicamente estudie.
ii) Calcule la probabilidad de que no estudie ni trabaje.
iii) Sabiendo que no estudia, calcule la probabilidad de que trabaje.
Solución: i) 0.55 ii) 0.05 iii) 0.75

151) **Navarra. EvAU Junio 2019. Opción A. Ejercicio 3.**
Un centro tiene dos clases de bachillerato (A y B). La clase A tiene 40 estudiantes, de los cuales 10 estudian alemán. La clase B tiene 25 estudiantes, de los cuales 5 estudian alemán. Se seleccionan al azar dos estudiantes de **la** clase A y uno de B. Calcule:
i) La probabilidad de que ninguno de los tres estudie alemán. (1 punto)
ii) La probabilidad de que únicamente uno de ellos estudie alemán. (1.25 puntos)
iii) La probabilidad de que alguno de ellos estudie alemán.
Solución: i) 0.446 ii) 0.368 iii) 0.554

152) **Navarra. EvAU Septiembre 2018. Opción B. Ejercicio 3.**
Dos estudiantes construyen un dado con 5 caras rojas y una cara azul, colocan 7 bolas verdes y 3 bolas negras en una caja A y colocan 6 bolas negras y 2 bolas verdes en una caja B. Se plantean el siguiente juego: lanzar el dado y sacar una bola de la caja A si la cara es roja y una bola de la caja B si la cara es azul. Lanzan el dado y sacan una bola.
Calcule:
i) La probabilidad de que la bola sea verde. (1 punto)
ii) La probabilidad de que la cara del dado sea azul, sabiendo que la bola no es verde.
Solución: i) 0.625 ii) 0.333

153) **Navarra. EvAU Junio 2018. Opción B. Ejercicio 3.**
En un aula de bachillerato, el 75% de las chicas y el 60% de los chicos son lectores habituales. El número de chicas en dicho aula duplica el número de chicos. Se selecciona un estudiante al azar.
Calcule:
i) La probabilidad de que sea lector habitual.
ii) La probabilidad de que sea chico y no sea lector habitual.
iii) La probabilidad de que no sea chico, sabiendo que no es lector habitual.
Solución: i) 0.7 ii) 0.133 iii) 0.55

154) **Navarra. EvAU Septiembre 2017. Opción A. Ejercicio 3.**
Una caja contiene doce bolígrafos, de los cuales cuatro son defectuosos. Se extraen tres bolígrafos de forma sucesiva y sin devolverlos a la caja.

i) Calcule la probabilidad de que los tres bolígrafos extraídos no tengan defectos.
ii) Calcule la probabilidad de que al menos un bolígrafo de entre los tres extraídos sea defectuoso.
iii) Calcule la probabilidad de que solamente un bolígrafo sea defectuoso.
Solución: i) 0.255 ii) 0.745 iii) 0.509

155) **Navarra. EvAU Junio 2017. Opción B. Ejercicio 3.**
En un almacén hay 300 cerraduras del modelo A, 400 del modelo B, 100 del modelo C y 200 del modelo D. La probabilidad de que una cerradura se bloquee es 0.04 si es del modelo A, 0.02 si es del modelo B, 0.05 si es del modelo C y 0.03 si es del modelo D. Se toma una cerradura al azar.
i) Calcule la probabilidad de que la cerradura se bloquee.
ii) Sabiendo que la cerradura se ha bloqueado, calcule la probabilidad de que no sea del modelo B.
Solución: i) 0.031 ii) 0.74

156) **País vasco. EAU Extraordinaria 2020. Ejercicio A3**
En un instituto, el 90 % del alumnado matriculado ha nacido en la ciudad en la que está localizado dicho centro. El 42 % del alumnado son chicos, y el 54 % son chicas nacidas en la ciudad en la que se ubica el instituto.
a) Elegida una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no sea nacida en la ciudad donde se ubica el instituto?
b) ¿Y la probabilidad de que sea chica y no haya nacido en la ciudad donde se ubica el instituto?
c) Se ha elegido una persona al azar entre el alumnado y ha resultado ser nacida en la ciudad donde se ubica el instituto. ¿Cuál es la probabilidad de que sea chico?
Solución: a) 0.1 b) 0.04 c) 0.4

157) **País vasco. EAU Extraordinaria 2020. Ejercicio B3**
En un centro de enseñanza de Estados Unidos hay 1000 estudiantes y 100 profesores. El 10 % de los profesores son demócratas y el resto republicanos. Entre los estudiantes las proporciones son las contrarias, es decir, el 10 % de ellos son republicanos y el resto son demócratas.
a) Si se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea republicana?
b) Se ha elegido al azar una persona de dicho centro y ha resultado ser republicana. ¿Cuál es la probabilidad de que se trate de un estudiante?
Solución: a) 0.172 b) 0.526

158) **País vasco. EAU Ordinaria 2020. Ejercicio A3**
En una caja hay una bola roja y una bola azul. Se han extraído dos bolas de la caja como se explica a continuación: se ha extraído una bola, y antes de sacar la segunda se ha devuelto a la caja la primera bola extraída, añadiendo otra bola del mismo color.
a) Calcula la probabilidad de que la segunda bola extraída sea roja si la primera que se ha sacado era azul
b) Calcula la probabilidad de que la segunda bola extraída sea azul.
c) Si la segunda bola ha sido azul, ¿cuál es la probabilidad de que la primera bola extraída haya sido roja?
Solución: a) 0.33 b) 0.5 c) 0.33

159) **País vasco. EAU Ordinaria 2020. Ejercicio B3**
Sean A y B dos sucesos compatibles asociados a un experimento aleatorio.
Se sabe que $P(A)=0,6,\ P(B)=0,5\ y\ P(A\cap B)=0,4$. Calcula:

a) [0,65 puntos] $P\left(A \cup B\right)$

b) [0,6 puntos] $P\left(A^C \cap B^C\right)$

c) [0,6 puntos] $P\left(A^C \cap B\right)$

d) [0,65 puntos] $P\left(A / B\right)$

Solución: a) 0.7 b) 0.3 c) 0.1 d) 0.8

160) **País vasco. EAU Julio 2019. Ejercicio A3**
En un instituto hay tres grupos de 1º de bachillerato con el mismo número de estudiantes. En el grupo A dos tercios de los/las estudiantes practican algún tipo de deporte, mientras que en los grupos B y C solo lo hacen la mitad de los/las estudiantes.
Entre todo el alumnado se escoge una persona al azar, y resulta que no practica deporte.
¿Cuál es la probabilidad de que dicha persona pertenezca al grupo A?
Solución: 1/4

161) **País vasco. EAU Julio 2019. Ejercicio B3**
En una determinada población, la probabilidad de ser mujer y padecer diabetes es el 6 %, mientras que la de ser hombre y no padecer diabetes es el 37 %. En dicha población hay un 54 % de mujeres. Se elige una persona al azar.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona elegida padezca diabetes?
b) Si la persona elegida es mujer, ¿cuál es la probabilidad de que no padezca diabetes?
c) Si la persona elegida resulta tener diabetes, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
Solución: a) 0.15 b) 0.889 c) 0.4

162) **País vasco. EAU Junio 2019. Ejercicio A3**
Sean A y B dos sucesos tales que, $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/3$, y la probabilidad de la unión de ambos sucesos es 3/4. Calcular:
a) La probabilidad de que ocurra el suceso A condicionada a que se ha producido el suceso B.
b) La probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.
c) La probabilidad de que ocurra el suceso A y no ocurra el suceso B.
d) La probabilidad de que ocurra solo uno de los dos sucesos.
Solución: a) P(A/B) = 1/4 b) 1/4 c) 5/12 d) 2/3

163) **País vasco. EAU Junio 2019. Ejercicio B3**
Se dispone de dos urnas diferentes: A y B. La urna A contiene 3 bolas blancas y 5 bolas negras, mientras que la urna B contiene 10 bolas negras.
Se toma al azar una bola de cada una de las urnas al mismo tiempo y se intercambian (es decir, la bola extraída de la urna A se introduce en la urna B y la bola extraída de la urna B se introduce en la urna A). Si a continuación se extrae una bola de la urna A, ¿cuál es la probabilidad de que sea negra?
Solución: 0.672

164) **País vasco. EAU Julio 2018. Ejercicio A3**
Un equipo de fútbol pasa una encuesta a sus socios para estimar la asistencia a los partidos. Un socio contesta que si el partido se juega en fin de semana (sábado o domingo) acude un 90% de las veces y, si es en alguno de los otros días, su asistencia baja al 70%. Suponiendo que la elección del día de la semana es aleatoria, calcula:
a) Si este fin de semana hay partido, ¿qué probabilidad hay de que no asista?
b) Si la próxima semana hay partido, ¿cuál es la probabilidad de que asista?

c) Si la semana pasada asistió a un partido, ¿cuál es la probabilidad de que se celebrara en fin de semana?
Solución: a) 0.1 b) 0.757 c) 0.339

165) **País vasco. EAU Julio 2018. Ejercicio B3**
De un grupo de personas sabemos que el 60% están casadas. Entre las personas casadas, el 80% tiene trabajo y, por otro lado, el 10% de las personas solteras está en paro.
a) Si una persona elegida al azar tiene trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que esté casada?
b) Entre las personas que están en paro, ¿cuál es el porcentaje de las personas que están casadas?
Solución: a) 0.571 b) 0.75

166) **País vasco. EAU Junio 2018. Ejercicio A3**
Un banco diseña diversos tipos de préstamos para empresas y particulares. A estos últimos les fueron concedidos el 60% del total. Pasado un tiempo, el banco no recuperó el 6% de los créditos a empresas y el 20% de los particulares.
a) Si se selecciona un crédito al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea moroso?
b) Entre los créditos que son morosos, ¿qué probabilidad corresponden a empresas?
Solución: a) 0.144 b) 0.166

167) **País vasco. EAU Junio 2018. Ejercicio B3**
En una urna hay 15 bolas blancas y 5 bolas negras. Calcular:
a) Si se extrae una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea blanca?
b) Extrayendo dos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean blancas?
c) Si se extrae primero una bola, y luego otra, siendo la primera negra, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda sea también negra?
d) Si se extrae una bola y luego otra, ¿cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?
Solución: a) 0.75 b) 0.552 c) 0.21 d) 0.394

168) **País vasco. EAU Julio 2017. Ejercicio A3**
En una clínica se realizan únicamente tres tipos de servicios: ecografías, en el 35% de los casos, radiografías, en el 40% y resonancias magnéticas en el 25%. El 60% de las ecografías son de mujeres, el 50% de las radiografías son de mujeres y el 60% de las resonancias son de hombres. Si se elige un paciente al azar se pide:
a) La probabilidad de que el paciente elegido haya sido mujer.
b) Si el paciente elegido ha sido mujer, probabilidad de que el servicio realizado sea una ecografía.
Solución: a) 0.51 b) 0.4117

169) **País vasco. EAU Julio 2017. Ejercicio B3**
Una familia hace sus compras de la siguiente manera: el 50% en tiendas locales, el 40% por Internet y, el resto, a través de terceras personas. En las tiendas pagan en el 60% de los casos con tarjeta y en el resto en metálico. En Internet pagan en el 70% de los casos con tarjeta y en el resto en metálico (contra reembolso). Si compran a través de una tercera persona, siempre pagan en metálico. Si se elige una compra al azar:
a) Calcular la probabilidad de que ésta se haya pagado en metálico.
b) Si una compra se ha pagado con tarjeta, calcular la probabilidad de que ésta se haya hecho en una tienda.
Solución: a) 0.42 b) 0.5172

170) **País vasco. EAU Junio 2017. Ejercicio A3**

Antes de acabar el curso la profesora hace una encuesta sobre las vacaciones de sus alumnos. El 30% responden que harán turismo en la propia autonomía, desplazándose el 70% en coche y el 30% en tren. Un 45% viajará a otras autonomías del Estado, desplazándose el 60% en coche, el 30% en tren y el 10% en avión. Los restantes saldrán al extranjero, desplazándose el 60% en avión, el 30% en coche y el 10% en tren. Si elegimos un alumno o alumna al azar, calcular:
a) Probabilidad de que haya elegido desplazarse en coche o en avión.
b) Si se va a desplazar en avión, probabilidad de que no haya elegido ir al extranjero.
Solución: a) 0.75 b) 0.2307

171) **País vasco. EAU Junio 2017. Ejercicio B3**
En un laboratorio se ensaya en tres grupos de 100 ratones con tres tipos de bacterias (A, B y C) que pueden causar neumonía. A los ratones del primer grupo se les inocula la bacteria A y el 40% contraen neumonía, al segundo grupo la bacteria B y el 60% contraen neumonía y al tercer grupo la bacteria C y el 25% contraen neumonía. Después del experimento, se elige un ratón al azar.
a) Calcula la probabilidad de que el ratón haya contraído una neumonía.
b) Si el ratón ha contraído la neumonía, calcula la probabilidad de que pertenezca al grupo de ratones al que se le ha inoculado la bacteria de tipo B.
Solución: a) 0.4166 b) 0.48

172) **Valencia. PAU Extraordinaria 2020. Problema 3.**
De dos sucesos A y B se sabe que satisfacen que $P(A)=0,4$, $P(A\cup B)=0,8$ y $P(A^C\cup B^C)=0,7$, donde A^C y B^C representan los sucesos complementarios de los sucesos A y B, respectivamente. Se pide:
a) ¿Son independientes los sucesos A y B?
b) La probabilidad de que solo se verifique uno de los sucesos.
c) La probabilidad de que se verifique el suceso B^C.
d) La probabilidad de que se verifique el suceso A^C/B.
Solución: a) No son independientes b) 0.5 c) 0.3 d) 0.571

173) **Valencia. PAU Extraordinaria 2020. Problema 6.**
En una determinada ciudad, se sabe que el 80% de los hogares están formados por más de una persona. Se sabe también que el 30% de los hogares de esa ciudad están suscritos al canal *Panoramix*. Por último, se sabe que el 20% de los hogares están formados por más de una persona y están suscritos al canal *Panoramix*. Seleccionamos al azar un hogar de esta ciudad.
a) Calcula la probabilidad de que el hogar seleccionado no esté suscrito al canal *Panoramix.*
b) Calcula la probabilidad de que el hogar seleccionado esté formado por una única persona y también esté suscrito al canal *Panoramix.*
c) Si sabemos que el hogar seleccionado está formado por una única persona, ¿cuál es la probabilidad de que esté suscrito al canal *Panoramix*?
d) Si sabemos que el hogar seleccionado está suscrito al canal *Panoramix*, ¿cuál es la probabilidad de que esté formado por más de una persona?
Solución: a) 0.7 b) 0.1 c) 0.5 d) 0.66

174) **Valencia. PAU Ordinaria 2020. Problema 3.**
Si un habitante de la ciudad de *Megalópolis* es portador del anticuerpo *A*, entonces 2 veces de cada 5 es portador del anticuerpo *B*. Por el contrario, si no es portador del anticuerpo *A*, entonces 4 veces de cada 5 no es portador del anticuerpo *B*. Si sabemos que la mitad de la población es portadora del anticuerpo *A*, calcula:

a) La probabilidad de que un habitante de *Megalópolis* sea portador del anticuerpo *B*.
b) La probabilidad de que si un habitante de *Megalópolis* es portador del anticuerpo *B* lo sea también del anticuerpo *A*.
c) La probabilidad de que si un habitante de *Megalópolis* no es portador del anticuerpo *B*, tampoco lo sea del anticuerpo *A*.
d) La probabilidad de que un habitante de *Megalópolis* sea portador del anticuerpo *A* y no lo sea del anticuerpo *B*.

Solución: a) 0.3 b) 0.66 c) 0.571 d) 0.3

175) **Valencia. PAU Ordinaria 2020. Problema 3.**
Un profesor evalúa a sus estudiantes a través de un trabajo final. El profesor sabe por experiencia que el 5% de los trabajos no son originales, sino que son plagios. El profesor dispone de un programa informático para detectar plagios. La probabilidad de que el programa no clasifique correctamente un trabajo plagiado es 0,04 y la probabilidad de que clasifique como plagio un trabajo original es 0,02.
a) Calcula la probabilidad de que un trabajo final, elegido al azar, sea clasificado como plagio por el programa informático.
b) Un trabajo es inspeccionado por el programa informático y es clasificado como original. ¿Cuál es la probabilidad de que dicho trabajo sea un plagio?
c) ¿Qué porcentaje de trabajos finales son plagios y a la vez son clasificados como tales por el programa?

Solución: a) 0.067 b) 0.021 c) 4.8%

176) **Valencia. PAU Julio 2019. Opción A. Problema 3.**
Un modelo de coche se fabrica en tres versiones: Van, Urban y Suv. El 25% de los coches son de motor híbrido. El 20% son de tipo Van y el 40% de tipo Urban. El 15% de los de tipo Van y el 40% de los de tipo Urban son híbridos. Se elige un coche al azar. Calcula:
a) La probabilidad de que sea de tipo Urban, sabiendo que es híbrido.
b) La probabilidad de que sea de tipo Van, sabiendo que no es híbrido.
c) La probabilidad de que sea híbrido, sabiendo que es de tipo Suv.
d) La probabilidad de que no sea de tipo Van ni tampoco híbrido.

Solución: a) 0.64 b) 0.2267 c) 0.15 d) 0.58

177) **Valencia. PAU Julio 2019. Opción B. Problema 3.**
Un estudiante acude a la universidad el 70% de las veces usando su propio vehículo, y el doble de veces en transporte público que andando. Llega tarde el 1% de las veces que acude andando, el 3% de las que lo hace en transporte público y el 6% de las que lo hace con su propio vehículo. Se pide:
a) La probabilidad de que un día cualquiera llegue puntualmente.
b) La probabilidad de que haya acudido en transporte público, sabiendo que ha llegado tarde.
c) La probabilidad de que no haya acudido andando, sabiendo que ha llegado puntualmente.

Solución: a) 0.951 b) 0.1224 c) 0.8959

178) **Valencia. PAU Junio 2019. Opción A. Problema 3.**
En una cierta ciudad, las dos terceras partes de los hogares tienen una Smart TV, de los cuales, las tres octavas partes han contratado algún servicio de televisión de pago, porcentaje que baja al 30% si consideramos el total de los hogares. Si se elige un hogar al azar
a) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV pero sí haya contratado televisión de pago?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga Smart TV si sabemos que ha contratado televisión de pago?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga Smart TV si sabemos que no ha contratado televisión de pago?

Solución: a) 0.05 b) 0.833 c) 0.4048

179) **Valencia. PAU Junio 2019. Opción B. Problema 3.**
Sabemos que el 5% de los hombres y el 2% de las mujeres que trabajan en una empresa tienen un salario mensual mayor que 5000 euros. Se sabe también que el 30% de los trabajadores de dicha empresa son mujeres.
a) Calcula la probabilidad de que un trabajador de la empresa, elegido al azar, tenga un salario mensual mayor que 5000 euros.
b) Si se elige al azar un trabajador de la empresa y se observa que su salario mensual es mayor que 5000 euros, ¿cuál es la probabilidad de que dicho trabajador sea mujer?
c) ¿Qué porcentaje de trabajadores de la empresa son hombres con un salario mensual mayor que 5000 euros?

Solución: a) 0.041 b) 0.1463 c) 3.5%

180) **Valencia. PAU Julio 2018. Opción A. Problema 3.**
Un dado normal tiene sus caras numeradas del número 1 al 6. Otro dado está trucado y tiene cuatro caras numeradas con el 5 y las otras dos caras numeradas con el 6. Se elige un dado al azar y se realizan dos tiradas con el dado elegido. Se pide:
a) Calcula la probabilidad de sacar un 6 en la primera tirada y un 5 en la segunda.
b) Calcula la probabilidad de que la suma de los resultados obtenidos entre las dos tiradas sea 11.
c) Si al realizar las dos tiradas con el dado elegido al azar se obtiene un 6 en la primera tirada y un 5 en la segunda, ¿cuál es la probabilidad de haber elegido el dado trucado?

Solución: a) 1/8 b) 1/4 c) 8/9

181) **Valencia. PAU Julio 2018. Opción B. Problema 3.**
El espacio muestral asociado a un experimento aleatorio es Ω = {a, b, c, d, e}. Se sabe que $P(a)=P(c)=\dfrac{1}{8}, P(d)=\dfrac{1}{4}, P(e)=\dfrac{1}{3}$. Dados los sucesos $A=\{a,b,c\}$ y $B=\{b,d,e\}$ y siendo $\overline{A}$ el suceso contario o complementario de A y $\overline{B}$ el suceso contrario o complementario de B, calcula:
a) $P(A\cap B)$.
b) $P\left(A\cup\overline{B}\right)$.
c) $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$.
d) $P\left(A/\overline{B}\right)$.
e) $P\left(B/A\right)$.

Solución: a) 1/6 b) 5/12 c) 0 d) 1 e) 2/5

182) **Valencia. PAU Junio 2018. Opción A. Problema 3.**
En un estudio realizado en un comercio se ha determinado que el 68% de las compras se pagan con tarjeta de crédito. El 15% de las compras superan los 500 € y ambas circunstancias (una compra supera los 500 € y se paga con tarjeta de crédito) se da el 5% de las veces. Calcula la probabilidad de que:
a) Una compra no supere los 500 € y se pague en efectivo.

b) Una compra no pase de 500 € si no se ha pagado con tarjeta de crédito.

c) Una compra se pague con tarjeta de crédito si no ha superado los 500 €.

Solución: a) 0.22 b) 0.6875 c) 0.7412

183) **Valencia. PAU Junio 2018. Opción B. Problema 3.**

En una casa hay tres llaveros. El primer llavero (AZUL) tiene 5 llaves. El segundo (ROJO) tiene 4 llaves y el tercero (VERDE) tiene 3 llaves. En cada llavero hay una única llave que abre la puerta del trastero. Se escoge al azar uno de los llaveros. Se pide:

a) Calcula la probabilidad de abrir el trastero con la primera llave que se prueba del llavero escogido.

b) Si se abre el trastero con la primera llave que se prueba, ¿cuál es la probabilidad de que se haya escogido el llavero VERDE?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera llave que se prueba del llavero escogido al azar no abra y sí que lo haga una segunda (distinta de la anterior) que se prueba del mismo llavero?

Solución: a) 0.2611 b) 0.4255 c) 0.2611

184) **Valencia. PAU Julio 2017. Opción A. Problema 3.**

El 70% de los solicitantes de un puesto de trabajo tiene experiencia y, además, una formación acorde con el puesto. Sin embargo, hay un 20% que tiene experiencia y no una formación acorde con el puesto. Se sabe también que entre los solicitantes que tienen formación acorde con el puesto, un 87,5% tiene experiencia.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un solicitante elegido al azar no tenga experiencia?

b) Si un solicitante elegido al azar tiene experiencia, ¿cuál es la probabilidad de que tenga una formación acorde con el puesto?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que un solicitante elegido al azar no tenga formación acorde con el puesto ni experiencia?

Solución: a) 0.1 b) 0.7778 c) 0

185) **Valencia. PAU Julio 2017. Opción B. Problema 3.**

El 60% de los componentes electrónicos producidos en una fábrica proceden de la máquina A y el 40% de la máquina B. La proporción de componentes electrónicos defectuosos en A es 0,1 y en B es 0,05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un componente electrónico de dicha fábrica seleccionado al azar sea defectuoso?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que, sabiendo que un componente electrónico no es defectuoso, proceda de la máquina A?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que un componente electrónico de dicha fábrica seleccionado al azar sea defectuoso y proceda de la máquina B?

Solución: a) 0.08 b) 0.587 c) 0.02

186) **Valencia. PAU Junio 2017. Opción A. Problema 3.**

Imagina cinco sillas alineadas 1, 2, 3, 4, 5 y que un individuo está sentado inicialmente en la silla central (número 3). Se lanza una moneda al aire y, si el resultado es cara, se desplaza a la silla situada a su derecha, mientras que si el resultado es cruz, se desplaza a la situada a su izquierda. Se realizan sucesivos lanzamientos (y los cambios de silla consecutivos correspondientes) teniendo en cuenta que si tras alguno de ellos llega a sentarse en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5), permanecerá sentado en ella con independencia de los resultados de los lanzamientos posteriores. Se pide:

a) Dibujar el diagrama de árbol para cuatro lanzamientos de moneda.

b) La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado de nuevo en la silla central (3).

c) La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).

d) La probabilidad de que tras los **cuatro** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).

Solución: a) …. b) 0 c) 1/2 d) 3/4

187) **Valencia. PAU Junio 2017. Opción B. Problema 3.**

Una compañía de transporte interurbano cubre el desplazamiento a tres municipios distintos. El 35% de los recorridos diarios realizados por los autobuses de esta compañía corresponden al destino 1, el 20% al destino 2 y el 45% al destino 3. Se sabe que la probabilidad de que, diariamente, un recorrido de autobús sufra un retraso es del 2%, 5% y 3% para cada uno de los destinos 1, 2 y 3, respectivamente.

a) ¿Qué porcentaje de los recorridos diarios de esta compañía llegan con puntualidad a su destino?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un recorrido seleccionado al azar corresponda al destino 2 y haya experimentado un retraso?

c) Si seleccionamos un recorrido al azar y resulta que sufrió un retraso, ¿cuál era el destino más probable de dicho recorrido?

Solución: a) 96.95% b) 0.01 c) El más probable es el 3.

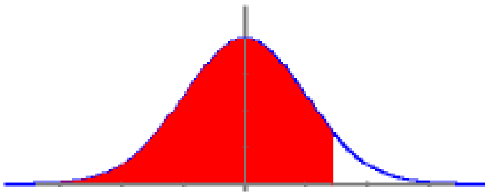
TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$$P[X = x] = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

		p												
n	x	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3600	0,3025	0,2601	0,2500
	1	0,0198	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200	0,4444	0,4550	0,4800	0,4950	0,4998	0,5000
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1111	0,1225	0,1600	0,2025	0,2401	0,2500
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2963	0,2746	0,2160	0,1664	0,1327	0,1250
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4444	0,4436	0,4320	0,4084	0,3823	0,3750
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2222	0,2389	0,2880	0,3341	0,3674	0,3750
	3	0,0000	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0270	0,0370	0,0429	0,0640	0,0911	0,1176	0,1250
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0,0915	0,0677	0,0625
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3951	0,3845	0,3456	0,2995	0,2600	0,2500
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,2963	0,3105	0,3456	0,3675	0,3747	0,3750
	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,0988	0,1115	0,1536	0,2005	0,2400	0,2500
	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0123	0,0150	0,0256	0,0410	0,0576	0,0625
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313
6	0	0,9415	0,7351	0,5314	0,3771	0,2621	0,1780	0,1176	0,0878	0,0754	0,0467	0,0277	0,0176	0,0156
	1	0,0571	0,2321	0,3543	0,3993	0,3932	0,3560	0,3025	0,2634	0,2437	0,1866	0,1359	0,1014	0,0938
	2	0,0014	0,0305	0,0984	0,1762	0,2458	0,2966	0,3241	0,3292	0,3280	0,3110	0,2780	0,2436	0,2344
	3	0,0000	0,0021	0,0146	0,0415	0,0819	0,1318	0,1852	0,2195	0,2355	0,2765	0,3032	0,3121	0,3125
	4	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,0154	0,0330	0,0595	0,0823	0,0951	0,1382	0,1861	0,2249	0,2344
	5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0015	0,0044	0,0102	0,0165	0,0205	0,0369	0,0609	0,0864	0,0938
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0014	0,0018	0,0041	0,0083	0,0138	0,0156
7	0	0,9321	0,6983	0,4783	0,3206	0,2097	0,1335	0,0824	0,0585	0,0490	0,0280	0,0152	0,0090	0,0078
	1	0,0659	0,2573	0,3720	0,3960	0,3670	0,3115	0,2471	0,2048	0,1848	0,1306	0,0872	0,0604	0,0547
	2	0,0020	0,0406	0,1240	0,2097	0,2753	0,3115	0,3177	0,3073	0,2985	0,2613	0,2140	0,1740	0,1641
	3	0,0000	0,0036	0,0230	0,0617	0,1147	0,1730	0,2269	0,2561	0,2679	0,2903	0,2918	0,2786	0,2734
	4	0,0000	0,0002	0,0026	0,0109	0,0287	0,0577	0,0972	0,1280	0,1442	0,1935	0,2388	0,2676	0,2734
	5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0012	0,0043	0,0115	0,0250	0,0384	0,0466	0,0774	0,1172	0,1543	0,1641
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0006	0,0016	0,0037	0,0068	0,0078
8	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,2725	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0046	0,0039
	1	0,0746	0,2793	0,3826	0,3847	0,3355	0,2670	0,1977	0,1561	0,1373	0,0896	0,0548	0,0352	0,0313
	2	0,0026	0,0515	0,1488	0,2376	0,2936	0,3115	0,2965	0,2731	0,2587	0,2090	0,1569	0,1183	0,1094
	3	0,0001	0,0054	0,0331	0,0839	0,1468	0,2076	0,2541	0,2731	0,2786	0,2787	0,2568	0,2273	0,2188
	4	0,0000	0,0004	0,0046	0,0185	0,0459	0,0865	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	5	0,0000	0,0000	0,0004	0,0026	0,0092	0,0231	0,0467	0,0683	0,0808	0,1239	0,1719	0,2098	0,2188
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0011	0,0038	0,0100	0,0171	0,0217	0,0413	0,0703	0,1008	0,1094
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0012	0,0024	0,0033	0,0079	0,0164	0,0277	0,0313
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0007	0,0017	0,0033	0,0039
9	0	0,9135	0,6302	0,3874	0,2316	0,1342	0,0751	0,0404	0,0260	0,0207	0,0101	0,0046	0,0023	0,0020
	1	0,0830	0,2985	0,3874	0,3679	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
	3	0,0001	0,0077	0,0446	0,1069	0,1762	0,2336	0,2668	0,2731	0,2716	0,2508	0,2119	0,1739	0,1641
	4	0,0000	0,0006	0,0074	0,0283	0,0661	0,1168	0,1715	0,2048	0,2194	0,2508	0,2600	0,2506	0,2461
	5	0,0000	0,0000	0,0008	0,0050	0,0165	0,0389	0,0735	0,1024	0,1181	0,1672	0,2128	0,2408	0,2461
	6	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0028	0,0087	0,0210	0,0341	0,0424	0,0743	0,1160	0,1542	0,1641
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0012	0,0039	0,0073	0,0098	0,0212	0,0407	0,0635	0,0703
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0013	0,0035	0,0083	0,0153	0,0176
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0008	0,0016	0,0020

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

$$P(Z \le z) = F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998