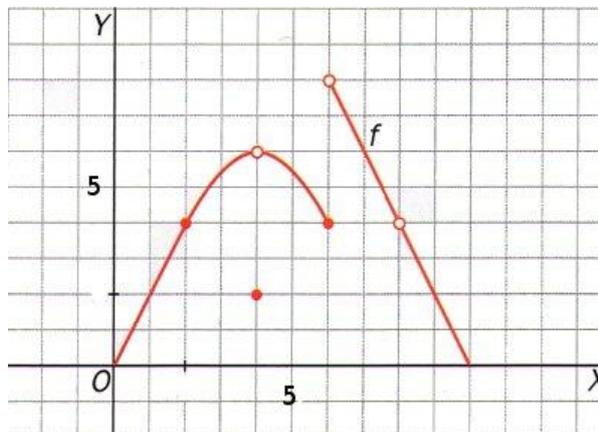


Ejercicios de Límites y Continuidad.

Ejercicio 1: Dada la función f cuya gráfica es

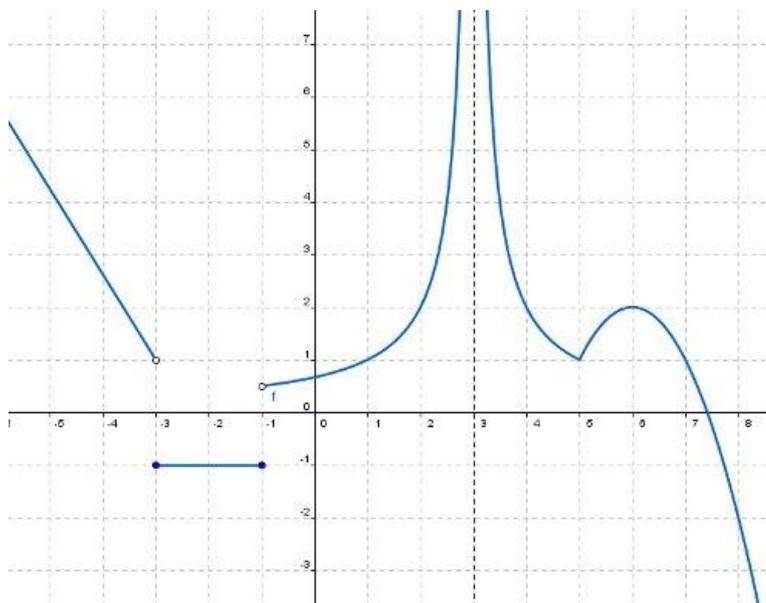


- Calcula
- a) $f(2)$ b) $f(4)$
 - c) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$
 - e) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow 8} f(x)$

Estudia también el dominio y recorrido de esta función e indica en qué puntos es continua.

Ejercicio 2: Calcula los siguientes límites de la función:

1. $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$ 2. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 4. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$
5. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ 6. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$
7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
9. $\lim_{x \rightarrow 8} f(x)$ 10. $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$



3) Calcula los siguientes límites, eliminando las indeterminaciones que se presenten

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ b) $\lim_{m \rightarrow 1} \frac{3m^2 - 3}{m - 1}$ c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^2}{x^2 - 4}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}$ e) $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 - 9}{t^2 - 5t + 6}$ f) $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{x - 64}{\sqrt{x} - 8}$
- g) $\lim_{r \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{r} - 2}{r - 8}$ h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$ i) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$
- j) $\lim_{v \rightarrow 3} \frac{\sqrt{v+1} - 2}{v - 3}$ k) $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+n} - \sqrt{5}}{\sqrt{2n}}$ l) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 + x - 6}$

Ejercicio 4: Representa y estudia la continuidad de la función $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{si } x < -3 \\ x^2 - 2x - 7 & \text{si } -3 \leq x < 2 \\ -7 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Ejercicio 5: Calcula el valor de a y b para que sea continua la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{si } x \leq -1 \\ 3 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ bx & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Ejercicio 6: Halla el valor de la constante a para que la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 6 & \text{si } x < 3 \\ \frac{12}{x} - a & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$ sea continua en

todos los números reales

Ejercicio 7: Determine el valor del parámetro a para que la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + a & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 + 3x + 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ sea

continua en $x=1$. Para $a=0$, determine los vértices de cada una de las parábolas.

Ejercicio 8: Calcula el valor de a y b para que sea continua la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & \text{si } x \leq -1 \\ -3 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ bx + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Ejercicio 9: Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \begin{cases} x^2 - mx + 3, & x \leq 1 \\ x + n, & x > 1 \end{cases}$ Halla los valores de m y

n sabiendo que f es continua y toma el valor 5 para $x=-1$

Ejercicio 10: Calcula las asíntotas de la función $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{2x^2 - 8}$

Ejercicio 11: Dada la función $f(x) = x - \frac{3}{x+2}$ estudia si tiene asíntotas verticales u horizontales y representa las que existan.

Ejercicio 12: Considera la función f definida para $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$ por $f(x) = x + 1 - \frac{2}{x}$

a) Halla los puntos de corte de su gráfica con los ejes de coordenadas

b) Halla sus asíntotas

1. Los beneficios anuales $B(x)$, en miles de euros, previstos por una empresa para los próximos años vienen dados por la siguiente función, donde x representa el número de años a partir del actual:

$$B(x) = \frac{25x}{x^2 + 16}$$

Halla los beneficios después de un año

¿Cuánto se espera que sean los beneficios a la larga?

2.- Representa la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \geq 0 \\ x - 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$. Estudia su continuidad,

3.- La puntuación obtenida, $p(x)$, por un estudiante depende del tiempo que haya dedicado a su preparación (expresado en horas) en los siguientes términos:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} & 0 \leq x \leq 15 \\ \frac{2x}{0.2x+3} & x > 15 \end{cases}$$

- Estudia la continuidad de la función
- ¿Que nota sacarías si no estudias nada?
- Justifica que si un estudiante ha dedicado menos de 15 horas a preparar el examen, no aprobará.
- ¿A que nota tiende a medida que estudia más?

4 Las ganancias de una empresa, en millones de pesetas, se ajustan a la función $f(x) = \frac{50x - 100}{2x + 5}$, donde x representa los años de vida de la empresa, cuando $x \geq 0$.

- Halla el dominio de la función
- ¿A partir de qué año la empresa deja de tener pérdidas?
- A medida que transcurre el tiempo, ¿están limitados sus beneficios? En caso afirmativo, ¿cuál es su límite?

5 Dada la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2 & \text{si } x \leq -2 \\ a & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ x & \text{si } x > 2 \end{cases}$ ($a \in \mathbb{R}$).

- Calcule el valor de "a" para que f sea continua en $x = -2$.
- Estudie la continuidad f cuando $a = 2$.
- Dibuje la gráfica de la función que se obtiene cuando $a = 2$.

1ª Resuelve los siguientes límites

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - x + x^2 - x^3)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 8x^2 + 21x - 18}$

d) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x+1} - 3}{x - 8}$

2. Halla "a" para que sea continua en $x = -1$

Representa la siguiente función a trozos

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq -1 \\ x + a & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ \frac{2}{x} & \text{si } 0 < x \end{cases}$$

- a) Estudia su continuidad en $x=0$. Clasifícala
- b) Halla los límites en $+$ y $-$ infinito

3 El número de hormigas con alas $H(x)$, en millones, en una región, depende de la lluvia caída x , en milímetros cúbicos. Si la función que relaciona una y otra variable es $H(x) = 70x - 5x^2$, determina

- a) ¿cuánto debe llover para que haya 75 millones de hormigas?
- b) ¿cuántas hormigas hay si caen 200 mm cúbicos de agua?
- c) La cantidad de lluvia que hace máxima la población de hormigas
- d) ¿Cuántas hormigas hay si no llueve nada?