Tema 1. Números reales. Porcentajes. Interés

- **1. Números reales ($\mathbb{R}$).**
  - *Números racionales ($\mathbb{Q}$)*
  - *Números irracionales ($\mathbb{I}$)*
- **2. Aproximación de números reales. Errores de aproximación.**
  - *Error absoluto*
  - *Error relativo*
- **3. Intervalos. Unión e intersección.**
- **4. Porcentajes.**
  - *Aumentos y disminuciones porcentuales*
  - *Porcentajes encadenados*
- **5. Interés simple y compuesto**

Tema 1. Números reales. Porcentajes. Interés

- **1. Números reales ($\mathbb{R}$).**
  - *Números racionales* ($\mathbb{Q}$)
  - *Números irracionales* ($\mathbb{I}$)

$\boxed{\textbf{Números reales } (\mathbb{R})}$ Son todo el conjunto de números que utilizamos en el mundo real.

Pueden ser:

- **Números racionales** $(\mathbb{Q})$
- **Números irracionales** $(\mathbb{I})$

de modo que $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

$\boxed{\textbf{Números racionales } \mathbb{Q}}$: Cualquier número que se puede expresar como una fracción.

- **Números naturales ($\mathbb{N}$)**
- **Números enteros ($\mathbb{Z}$)**
- **Números decimales exactos (finitas cifras decimales)**
- **Números decimales periódicos (puros o mixtos)**

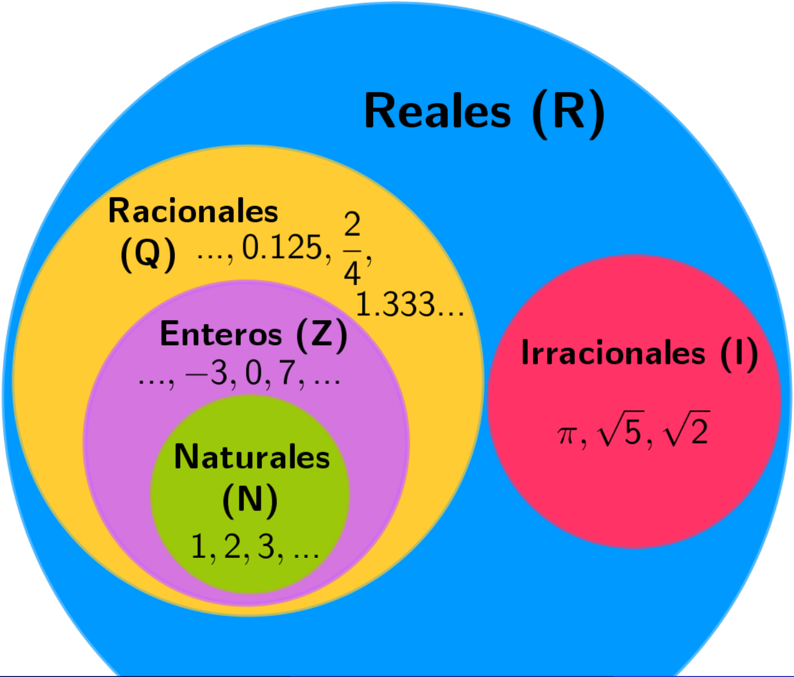
Números racionales $\mathbb{Q}$

Ejemplos

- Cualquier número entero es racional
- $0'5$, $0'223$, $1'34125$, $7'523$, son racionales, por tener un número finito de decimales distintos de cero
- $4'\overset{\frown}{3}$, $-2'\,3\overset{\frown}{35}$, $0'034\,\overset{\frown}{26}$, son racionales, por ser periódicos

$\boxed{\textbf{Números irracionales } \mathbb{I}}$: *Todos aquellos números que no se pueden expresar como fracciones.*

- Números decimales ni exactos ni periódicos
  - Infinitas cifras decimales (sin patrones periódicos) (*e.g.* $3'17937624\ldots$)
  - Raíces no exactas (*e.g.* $\sqrt{13}$, $\sqrt[3]{90}$)
  - Algunas constantes matemáticas (*e.g.* π , e)


Reales (R)
Racionales (Q) ..., 0.125, $\frac{2}{4}$, 1.333...
Enteros (Z)
$\ldots, -3, 0, 7, \ldots$
Naturales (N)
$1, 2, 3, \ldots$
Irracionales (I)
$\pi, \sqrt{5}, \sqrt{2}$

Ejercicio 1: Indica si los siguientes números son racionales o irracionales:

$3'121122111222\ldots$ $\sqrt[3]{31}$ $\sqrt{10}$ $3'004$

$3'123123123\ldots$ $\sqrt{\dfrac{256}{25}}$ $3'12121212\ldots$

$3'48163264\ldots$ $3'444\ldots$ 2π

Ejercicio 1: Indica si los siguientes números son racionales o irracionales:

$3'121122111222\ldots \longrightarrow$ Irracional (infinitos decimales no perió

$3'123123123\ldots = 3'\,\overset{\frown}{123} \longrightarrow$ Racional (periódico)

$3'48163264\ldots \longrightarrow$ Irracional (infinitos decimales no perió

$\sqrt[3]{31} \longrightarrow$ Irracional (raíz no exacta)

$\sqrt{\dfrac{256}{25}} = \sqrt{\dfrac{16^2}{5^2}} = \sqrt{\left(\dfrac{16}{5}\right)^2} = \dfrac{16}{5} \longrightarrow$ Racional (raíz exacta)

$3'444\ldots = 3'\,\overset{\frown}{4} \longrightarrow$ Racional (decimal periódico)

$\sqrt{10} \longrightarrow$ Irracional (raíz no exacta)

Ejercicio 1: Indica si los siguientes números son racionales o irracionales:

$$3'12121212\ldots = 3'\,\overset{\frown}{12} \quad \longrightarrow \quad \text{Racional (periódico)}$$

$$2\pi \quad \longrightarrow \quad \text{Irracional, por ser } \pi \text{ irracional}$$

$$3'004 \quad \longrightarrow \quad \text{Racional (decimal exacto)}$$

3. Clasifica los siguientes números indicando correctamente todos los conjuntos numéricos a los que pertenecen. Además, has de indicar si se pueden expresar en forma de fracción: (*1.5 puntos*)

	Natural ($\mathbb{N}$)	Entero ($\mathbb{Z}$)	Racional ($\mathbb{Q}$)	Irracional ($\mathbb{I}$)	En fracción (Sí/No)
$\sqrt{8}$					
43					
$1'2\widehat{7}$					
$1'121122\ldots$					
π					
$\sqrt[3]{-64}$					
$\frac{1}{4}$					

Tema 1. Números reales. Porcentajes. Interés

- **1. Números reales ($\mathbb{R}$).**
  - *Números racionales ($\mathbb{Q}$)*
  - *Números irracionales ($\mathbb{I}$)*

- **2. Aproximación de números reales. Errores de aproximación.**
  - *Error absoluto*
  - *Error relativo*

Aproximación de números reales

- En muchos ámbitos de la vida, trabajamos con aproximaciones de números por comodidad o facilidad.

  En geometría, tenemos que aproximar el número π

  Al decir cuánto medimos, aproximamos el valor a los centímetros

  Cuando en las noticias hablan de un robo, aproximan la cantidad robada a los miles o los cientos de euros

- Las aproximaciones más comunes son el **redondeo** y el **truncamiento**.

- Siempre que se aproxima un número, se está cometiendo un error. Para medir la magnitud del error se tienen:
  - Error absoluto
  - Error relativo

Errores de aproximación

Error absoluto: diferencia entre el valor real y el valor aproximado (en valor absoluto).

$$E_a = |V_{real} - V_{aprox}|$$

ejemplo: 36'95 euros $\longrightarrow$ 37 euros

$E_a = |36'95 - 37| = |-0'05| = 0'05$ euros $= 5$ céntimos

Error absoluto *vs* Error relativo

El problema del error absoluto es que no tiene en cuenta las magnitudes con las que trabajamos (*no es lo mismo un error de 1 km hablando de la distancia desde aquí al Puerto que hablando de la distancia desde aquí a la Luna*.)

Es por eso que nace el concepto de **error relativo**.

Errores de aproximación

Error relativo: diferencia entre el valor real y el valor aproximado, dividido por el valor real (en valor absoluto). Si se multiplica por 100 nos da el **porcentaje de error**.

$$E_r = \frac{|V_{real} - V_{aprox}|}{V_{real}}$$

ejemplo: 36'95 euros $\longrightarrow$ 37 euros

$$E_r = \frac{|36'95 - 37|}{36'95} = 0'00135$$

$$\% \text{ de error} = 0'00135 \cdot 100 = 0'135\,\%$$

Errores de aproximación

Supongamos que una persona **aproxima** del siguiente modo la distancia que hay del IES Faro das Lúas al Puerto y a Oporto:

$$V_{aprox} = 1'5\text{km (Puerto)} \qquad V_{aprox} = 196\text{km (Oporto)}$$

siendo los valores reales:

$$V_{real} = 0'5\text{km (Puerto)} \qquad V_{real} = 195\text{km (Oporto)}$$

El **error absoluto** es, en ambos casos:

$$E_a = |0'5 - 1'5| = 1\text{km (Puerto)}$$
$$E_a = |195 - 196| = 1\text{km (Oporto)}$$

Con esto podría pensarse que ambos errores son iguales, y efectivamente lo son en términos absolutos, pero en términos relativos no es lo mismo cometer un error de 1 km en una distancia larga que en una distancia muy corta. Veámoslo:

$$E_a = |0'5 - 1'5| = 1\text{km (Puerto)}$$
$$E_a = |195 - 196| = 1\text{km (Oporto)}$$

Con esto podría pensarse que ambos errores son iguales, y efectivamente lo son en términos absolutos, pero en términos relativos no es lo mismo cometer un error de 1 km en una distancia larga que en una distancia muy corta. Veámoslo:

$$E_r = \frac{|0'5 - 1'5|}{0'5} = 2 \text{ (Puerto)}$$
$$\% \text{ de error} = 2 \cdot 100 = 200\,\% \text{ (Puerto)}$$

$$E_r = \frac{|195 - 196|}{195} = 0'0051 \text{ (Oporto)}$$
$$\% \text{ de error} = 0'0051 \cdot 100 = 0'51\,\% \text{ (Oporto)}$$

Ejercicio 1: Indica si los siguientes números son naturales, enteros, racionales o irracionales:

0'212121...	$\sqrt{441}$	-1'296573...	$-\sqrt{\dfrac{324}{36}}$
$\sqrt[5]{64}$	$\sqrt[5]{32}$	-1'296573	25'52255225...

Ejercicio 2: Una portería de fútbol mide 7'32 metros de palo a palo. Redondea el valor a las unidades y calcula el error absoluto y relativo del redondeo.

Ejercicio 3: Juan mide 1'956 metros. Redondea y trunca el valor a las centésimas. Calcula el error absoluto y relativo del redondeo y también del truncamiento.

Ejercicio 2: Una portería de fútbol mide 7'32 metros de palo a palo. Redondea el valor a las unidades y calcula el error absoluto y relativo del redondeo.

Redondeo unidades: 7'32 m $\longrightarrow$ 7 m

Calculamos el error absoluto:

$Err_{abs} = |7'32 - 7| = 0'32 \text{ m} = 32 \text{ cm}$

Calculamos el error relativo:

$$Err_{rel} = \frac{|7'32 - 7|}{7'32} = 0'0437$$

Y el porcentaje relativo de error:

$0'0437 \cdot 100 = 4'37\,\%$

Ejercicio 3: Juan mide 1'956 metros. Redondea y trunca el valor a las centésimas. Calcula el error absoluto y relativo del redondeo y también del truncamiento.

Redondeo: 1'96 m   Truncamiento: 1'95 m

Para el redondeo:

$$Err_{abs} = |1'956 - 1'96| = 0'004 \text{ m} \qquad Err_{rel} = \frac{|1'956 - 1'96|}{1'956} = 0'00204$$

Y el % de error es 0'204 %

Para el truncamiento:

$$Err_{abs} = |1'956 - 1'95| = 0'006 \text{ m} \qquad Err_{rel} = \frac{|1'956 - 1'95|}{1'956} = 0'00307$$

Y el % de error es 0'307 %

Tema 1. Números reales. Porcentajes. Interés

- **1. Números reales ($\mathbb{R}$).**
  - *Números racionales ($\mathbb{Q}$)*
  - *Números irracionales ($\mathbb{I}$)*

- **2. Aproximación de números reales. Errores de aproximación.**
  - *Error absoluto*
  - *Error relativo*

- **3. Intervalos. Unión e intersección.**

Intervalos

Un intervalo de extremos a y b es el conjunto de todos los números comprendidos entre a y b. Los intervalos se clasifican según si contienen o no a sus extremos:

- **Intervalo abierto** (a, b) $\{x : a < x < b\}$

  *Los extremos a y b **no pertenecen** al intervalo.*

- **Intervalo cerrado** $[a, b]$ $\{x : a \leq x \leq b\}$

  *Los extremos a y b **pertenecen** al intervalo.*

- **Intervalo semiabierto** $(a, b]$ $\{x : a < x \leq b\}$

  *El extremo a **no pertenece** al intervalo. El extremo b **pertenece** al intervalo.*

- **Intervalo semiabierto** $[a, b)$ $\{x : a \leq x < b\}$

  *El extremo a **pertenece** al intervalo. El extremo b **no pertenece** al intervalo.*

Los intervalos pueden representarse fácilmente en la recta de los números reales.

Indica si las siguientes relaciones de pertenencia a intervalos son verdaderas o falsas, justificando la respuesta:

$$-1 \in (-5, -2]$$

Falso, ya que -2 $<$ -1

$$\frac{4}{5} \in (\frac{7}{10}, \frac{19}{20})$$

Convertimos las fracciones en números: $\frac{4}{5} = 0'8 \quad \frac{7}{10} = 0'7 \quad \frac{19}{20} = 0'95$

Verdadero, ya que $\frac{7}{10} < \frac{4}{5}$ y $\frac{4}{5} < \frac{19}{20}$

$$\frac{-8}{3} \in (\frac{-5}{2}, 0]$$

Convertimos las fracciones en números: $\frac{-8}{3} =$ -2'66 $\quad \frac{-5}{2} =$ -2'5

Falso, ya que $\frac{-8}{3} < \frac{-5}{2}$

Semirrectas

Una semirrecta es un intervalo infinito por uno de sus extremos.

- **Semirrecta abierta** $(a, +\infty)$ $\{x : x > a\}$

  *El extremo a **no pertenece** al intervalo.*

- **Semirrecta cerrada** $[a, +\infty)$ $\{x : x \geq a\}$

  *El extremo a **pertenece** al intervalo.*

- **Semirrecta abierta** $(-\infty, a)$ $\{x : x < a\}$

  *El extremo a **no pertenece** al intervalo.*

- **Semirrecta cerrada** $(-\infty, a]$ $\{x : x \leq a\}$

  *El extremo a **pertenece** al intervalo.*

Unión e intersección de intervalos:

Pasos a seguir.

- Representamos los intervalos en la recta real.
- La **unión de intervalos** está formada por aquellos puntos que pertenecen a uno de los intervalos, o a los dos.
- La **intersección de intervalos** está formada por aquellos puntos que pertenecen a los dos intervalos.
- Expresamos en forma numérica el resultado obtenido.

Ejercicio: Halla la unión y la intersección de los siguientes pares de intervalos.

(a) $[-4, 2]$ y $(-2, 4]$

(b) $(-\infty, -4]$ y $[-4, 2)$

(c) $[-3, 5]$ y $(-3, +\infty)$

(d) $(-\infty, 2]$ y $(2, 4]$

Ejercicio: Halla la unión y la intersección de los siguientes pares de intervalos.

(a) $[-4,2] \cup (-2,4] = [-4,4]$

$[-4,2] \cap (-2,4] = (-2,2]$

(b) $(-\infty,-4] \cup [-4,2) = (-\infty,2)$

$(-\infty,-4] \cap [-4,2) = \{-4\}$

(c) $[-3,5] \cup (-3,+\infty) = [-3,+\infty)$

$[-3,5] \cap (-3,+\infty) = (-3,5]$

(d) $(-\infty,2] \cup (2,4] = (-\infty,4]$

$(-\infty,2] \cap (2,4] = \Phi$

Ejercicio 1: Calcula unión e intersección de los siguientes pares de intervalos:

(a) $(-15, 4]$ y $[2, 7)$

(b) $(-7, 1)$ y $[-2, 1]$

(c) $(-\infty, 1)$ y $[1, 3]$

Ejercicio 2: Calcula unión e intersección de los siguientes intervalos.

(a) $[-3, 7)$ y $(5, 8]$

(b) $[1, 11]$ y $[11, +\infty]$

Ejercicio 3: La superficie de la Illa de Arousa es 6'92 km^2. Redondea el valor a las unidades. Halla error absoluto, error relativo y % de error relativo.

Tema 1. Números reales. Porcentajes. Interés

- **1. Números reales ($\mathbb{R}$).**
    - *Números racionales ($\mathbb{Q}$)*
    - *Números irracionales ($\mathbb{I}$)*
- **2. Aproximación de números reales. Errores de aproximación.**
    - *Error absoluto*
    - *Error relativo*
- **3. Intervalos. Unión e intersección.**
- **4. Porcentajes.**
    - *Aumentos y disminuciones porcentuales*
    - *Porcentajes encadenados*

Porcentaje de una cantidad

El porcentaje de una cantidad o número se calcula multiplicando el porcentaje por la cantidad y dividiendo entre 100.

$$15\,\% \text{ de } 25 = \frac{15 \cdot 25}{100} = 3\text{'}75$$

$$70\,\% \text{ de } 420 = \frac{70 \cdot 420}{100} = 294$$

Formas de expresar un porcentaje

Un porcentaje se puede expresar con el símbolo %, como proporción o con un número decimal.

$$25\,\% = \frac{25}{100} = 0\text{'}25$$

$$9\text{'}1\,\% = \frac{9'1}{100} = 0\text{'}091$$

Aumentos porcentuales

Ejemplo 1: Un instituto que tenía el curso pasado 216 alumnos ha aumentado su número este año un 12'5 %. ¿Cuántos alumnos tiene este año?

Modo 1: Regla de tres

216 alumnos $\longrightarrow$ 100 %

x alumnos $\longrightarrow$ 112'5 %

Resolución: $x = \dfrac{216 \cdot 112'5}{100}$

$x = 243$ alumnos

Modo 2: Índice de variación

Índice variación $= 100\,\% + 12'5\,\% = 112'5\,\% = 1'125$

Número final = Número inicial · Índice variación

Número final $= 216 \cdot 1'125 = 243$ lumnos

Aumentos porcentuales

Ejemplo 2: En las semifinales de una Copa de Fútbol, el número de asistentes fue de 2500 personas. En la final, la asistencia aumentó un 72 %. ¿Cuántas personas asistieron a la final?

Modo 1: Regla de tres

2500 personas $\longrightarrow$ 100 %

x personas $\longrightarrow$ 172 %

Resolución: $x = \dfrac{2500 \cdot 172}{100}$

$x = 3800$ personas

Modo 2: Índice de variación

Índice variación $= 100\,\% + 72\,\% = 172\,\% = 1'72$

Número final = Número inicial · Índice variación

Número final $= 2500 \cdot 1'72 = 3800$ personas

Disminuciones porcentuales

Ejemplo 1: Una camisa cuesta 25 euros. En el período de rebajas, su precio cae un 15 %. ¿Cuánto cuesta ahora?

Modo 1: Regla de tres

25 euros $\longrightarrow$ 100 %

x euros $\longrightarrow$ 85 %

Resolución: $x = \dfrac{25 \cdot 85}{100}$

x = 21'25 euros

Modo 2: Índice de variación

Índice variación = 100 % - 15 % = 85 % = 0'85

Precio final = Precio inicial · Índice variación

Precio final = 25· 0'85 = 21'25 euros

Disminuciones porcentuales

Ejemplo 2: Los beneficios de una tienda de informática en agosto de 2018 fueron de 1430 euros. En septiembre han disminuido un 0'6 %. ¿De cuánto han sido los beneficios en septiembre?

Modo 1: Regla de tres

1430 euros $\longrightarrow$ 100 %

x euros $\longrightarrow$ 99'4 %

Resolución: $x = \dfrac{1430 \cdot 99'4}{100}$

x = 1421'42 euros

Modo 2: Índice de variación

Índice variación = 100 % - 0'6 % = 99'4 % = 0'994

Beneficio final = Beneficio inicial · Índice variación

Beneficio final = 1430· 0'994 = 1421'42 euros

Porcentajes encadenados

- En ocasiones, sobre un precio o una cantidad hay varios aumentos o disminuciones porcentuales:
  - *Al sueldo bruto de un trabajador le aumentan un 5 % y le quitan un 18 % de IRPF*
  - *Al precio de la gasolina se le aumenta un 52 % de impuestos y un 1 % de impuesto sanitario*
- El concepto de **índice de variación (IV)** es fundamental para trabajar estos casos:
  - *Aumento de un 35 %* $\longrightarrow \text{IV} = 1'35$
  - *Disminución de un 4 %* $\longrightarrow \text{IV} = 0'96$
  - *Aumento de un 90 %* $\longrightarrow \text{IV} = 1'9$
- Cuando tenemos porcentajes encadenados, la fórmula a utilizar es:

$$\text{Cantidad final} = \text{Cantidad inicial} \cdot \text{IV}_1 \cdot \text{IV}_2 \cdot \ldots$$

Ejemplo 1: *Producir un jersey cuesta 18 euros. A esto hay que añadirle un 5 % de beneficios para el transportista y un 20 % de beneficios para el que vende en la tienda. ¿Cuál es el precio final?*

Método 1 (Dos pasos)

Primero calculamos el aumento por el 5 % de beneficios

$18 \longrightarrow 100\,\%$

$x \longrightarrow 105\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{x = 18'90\ euros}}$

Después añadimos el 20 % de beneficios del vendedor:

$18'90 \longrightarrow 100\,\%$

$y \longrightarrow 120\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{y = 22'68\ euros}}$

Ejemplo 2: *Los precios en una tienda de informática están sin IVA. Al comprar en la web, se aplica una rebaja del 20 %, pero hay que añadir un 21 % de IVA. Si pagamos por una impresora 352'25 euros (con IVA), ¿qué precio aparecía en la web?*

Método 2 (Índices de variación)

Descuento 20 % $\longrightarrow$ 100 % - 20 % = 80 % = 0'80 = IV_1

IVA 21 % $\longrightarrow$ 100 % + 21 % = 121 % = 1'21 = IV_2

Aplicamos la fórmula:

$$\boxed{\text{Precio final} = \text{Precio inicial } \times \mathrm{IV}_1 \times \mathrm{IV}_2}$$

$352'25 = \text{Precio inicial} \times 0'80 \times 1'21$

$$\text{Precio inicial} = \frac{352'25}{0'80 \cdot 1'21} = \boxed{363'89 \text{ euros}}$$

Ejercicio 1: Raúl compró un coche que costaba 18000 euros y le hicieron un descuento del 20 %. A este precio se le sumó el 21 % de IVA. ¿Qué precio pagó Raúl finalmente por el coche?

Ejercicio 2: Después de aumentar una cantidad un 12 %, se disminuye un 80 % y se obtiene 112. Calcula la cantidad inicial.

Ejercicio 1: Raúl compró un coche que costaba 18000 euros y le hicieron un descuento del 20 %. A este precio se le sumó el 21 % de IVA. ¿Qué precio pagó Raúl finalmente por el coche?

Método 1 (Dos pasos)

Primero calculamos el descuento del 20 %

$18\ 000 \longrightarrow 100\,\%$

$x \quad \longrightarrow 80\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{x = 14\ 400\ euros}}$

Después añadimos el IVA (21 %):

$14\ 400 \longrightarrow 100\,\%$

$y \quad \longrightarrow 121\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{y = 17\ 424\ euros}}$

Ejercicio 1: Raúl compró un coche que costaba 18000 euros y le hicieron un descuento del 20 %. A este precio se le sumó el 21 % de IVA. ¿Qué precio pagó Raúl finalmente por el coche?

Método 2 (Índices de variación)

Descuento 20 % $\longrightarrow$ 100 % - 20 % = 80 % = 0'80 = IV_1

IVA 21 % $\longrightarrow$ 100 % + 21 % = 121 % = 1'21 = IV_2

Aplicamos la fórmula:

$$\boxed{\text{Precio final} = \text{Precio inicial } \times IV_1 \times IV_2}$$

Precio final = 18 000× 0'80 × 1'21

$$\boxed{\text{Precio final} = 17\,424 \text{ euros}}$$

Ejercicio 2: Después de aumentar una cantidad un 12 %, se disminuye un 80 % y se obtiene 112. Calcula la cantidad inicial.

Método 1 (Dos pasos)

Aquí tenemos que trabajar hacia atrás...

Primero calculamos la cantidad antes de disminuir un 80 %

$x \longrightarrow 100\,\%$

$112 \quad \longrightarrow 20\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{x = 560}}$

Calculamos la cantidad inicial (antes del aumento del 12 %):

$y \longrightarrow 100\,\%$

$560 \quad \longrightarrow 112\,\%$ Resolvemos $\boxed{\mathbf{y = 500}}$

Ejercicio 2: Después de aumentar una cantidad un 12 %, se disminuye un 80 % y se obtiene 112. Calcula la cantidad inicial.

Método 2 (Índices de variación)

Disminución 80 % $\longrightarrow$ 100 % - 80 % = 20 % = 0'20 = IV_1

Aumento 12 % $\longrightarrow$ 100 % + 12 % = 112 % = 1'12 = IV_2

Aplicamos la fórmula:

$$\boxed{\text{Cantidad final} = \text{Cantidad inicial} \times IV_1 \times IV_2}$$

112 = Cantidad inicial $\times$ 0'20 $\times$ 1'12

$$\boxed{\text{Cantidad inicial} = 500}$$

Tema 1. Números reales. Porcentajes. Interés

- **1. Números reales ($\mathbb{R}$).**
  - *Números racionales ($\mathbb{Q}$)*
  - *Números irracionales ($\mathbb{I}$)*
- **2. Aproximación de números reales. Errores de aproximación.**
  - *Error absoluto*
  - *Error relativo*
- **3. Intervalos. Unión e intersección.**
- **4. Porcentajes.**
  - *Aumentos y disminuciones porcentuales*
  - *Porcentajes encadenados*
- **5. Interés simple y compuesto**

Interés simple

Si depositamos una cantidad de dinero en un banco durante un tiempo, el banco nos da una cantidad a mayores. A la diferencia entre la cantidad obtenida y la que depositamos inicialmente se le llama **interés**.

El interés simple (I) es el beneficio que origina una cantidad de dinero llamada capital (C) en un período de años (t) a un rédito determinado (r).

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

En problemas de interés, se considera que un año tiene 360 días

Interés simple

Ejemplo 1: Se depositan 10 000 euros en un banco durante 5 años a un rédito del 1'8 % anual. ¿Qué beneficio se obtiene al final del período?

Los datos son:

C = 10 000 euros , r = 1'8 % , t = 5 años

Aplicamos la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{10000 \cdot 1'8 \cdot 5}{100} = 900 \text{ euros}$$

Obtendrá un beneficio de 900 euros

Interés simple

Ejemplo 2: Sara deposita 5 000 euros en un banco con un rédito del 2'4 % anual. ¿Cuánto dinero ganará si lo saca a los 6 meses? ¿Y si lo saca a los 80 días?

Los datos son:

C = 5000 euros , r = 2'4 % , t = 0'5 años (6 meses)

Aplicamos la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{5000 \cdot 2'4 \cdot 0'5}{100} = 60 \text{ euros}$$

$$\boxed{\textbf{Ganará 60 euros (a los 6 meses)}}$$

Si lo saca a los 80 días, entonces $t = \dfrac{80}{360} = 0'\widehat{2}$ años

Aplicamos la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{5000 \cdot 2'4 \cdot 0'\widehat{2}}{100} = 26\text{'}67 \text{ euros}$$

Interés simple

Ejemplo 3: Marina pide un prestamo de 18 000 euros y devuelve el dinero en un único pago de 19 800 euros al cabo de 5 años. ¿Cuál es el rédito del prestamo?

Los datos son:

C = 18 000 euros , t = 5 años

I = 19800 - 18000 = 1800 euros (beneficio)

Aplicamos la fórmula: $\boxed{I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}}$

$$1800 = \frac{18000 \cdot r \cdot 5}{100}$$

Despejamos r:

$$\frac{1800 \cdot 100}{18000 \cdot 5} = r$$

$$\boxed{2\,\% = r}$$

Interés simple

Ejercicio 1: Calcula el beneficio que generan estas cantidades depositadas a un rédito del 3 %:

(a) 2 000 euros durante 5 años

(b) 30 euros durante 7 años

(c) 4 500 euros durante 8 meses

Ejercicio 2: Halla el capital inicial que, depositado a un rédito del 3'6 % durante 5 años, ha generado 490 euros de beneficio.

Ejercicio 3: Averigua el rédito en un depósito de 20 000 euros con interés simple durante 3 años que ha generado 2400 euros de beneficio.

Interés compuesto

Diferencia entre interés simple e interés compuesto:

- Con interés simple, sólo el capital inicial genera beneficios.
- Con interés compuesto, el capital inicial genera beneficios, y los diferentes beneficios se reinvierten generando también más beneficios.

El capital final (C_f) que se obtiene al invertir un capital inicial (C_i) a un rédito (r) en un período de años (t) es

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

El interés compuesto o beneficio obtenido (I) es:

$$I = C_f - C_i$$

Interés compuesto

Ejemplo 1: Raquel deposita su dinero en un fondo a interés compuesto a un rédito anual del 3 % durante 3 años. Si tiene 5135'82 euros al finalizar, ¿con qué cantidad abrió la cuenta? ¿qué beneficio obtuvo?

Los datos son:

r = 3 % , t = 3 años , C_f = 5135'82 euros

Aplicamos la fórmula: $\boxed{C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}$

$$5135'82 = C_i \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^3 \iff 5135'82 = C_i \cdot 1'092727$$

Despejamos:

$$C_i = \frac{5135'82}{1'092727} = \boxed{4700 \text{ euros}} \longrightarrow I = 5135'82 - 4700 =$$

$\boxed{\text{435'82 euros (beneficio)}}$

Interés compuesto

Ejemplo 2: Una cantidad de dinero se invierte durante 3 años al 5 % anual con interés compuesto. Si el beneficio obtenido es 1576'25 euros, ¿qué cantidad se invierte?

Los datos son:

t = 3 años , r = 5 % , I = 1576'25 = C_f - C_i

De este modo: C_f = 1576'25 + C_i

Aplicamos la fórmula: $\boxed{C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}$

$$1576'25 + C_i = C_i \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 \iff 1576'25 + C_i = C_i \cdot 1'157625$$

Despejamos:

$$1576'25 = C_i \cdot 1'157625 - C_i \iff 1576'25 = 0'157626 \cdot C_i$$

$\boxed{10\ 000 \text{ euros} = C_i}$