CINEMÁTICA 1 (apartados 1,2,3)

1.- El vector posición de un móvil en función del tiempo es $\vec{r}$ (t) = (2t +3) $\vec{\imath}$ + t^2 $\vec{\jmath}$, en unidades SI;

a) Determina la posición del móvil en los instantes t =0s, t = 1s, t = 2s y t = 3s.

b) Calcula la distancia del móvil al origen de coordenadas en t = 3s.

c) Calcula el vector desplazamiento entre los instantes 1s y 3s, y su módulo.

d) Determina la ecuación de la trayectoria.

Sol: a) $\vec{r}$ (0) = 3 $\vec{\imath}$ (m) ; $\vec{r}$ (1) = 5 $\vec{\imath}$ + $\vec{\jmath}$ (m); $\vec{r}$ (2) = 7 $\vec{\imath}$ + 4 $\vec{\jmath}$ (m); $\vec{r}$ (3) = 9 $\vec{\imath}$ + 9 $\vec{\jmath}$ (m); b) r_3 = 12,73 m; c) $\Delta\vec{r}$ = 4 $\vec{\imath}$ + 8 $\vec{\jmath}$ (m); Δr = 8,95 m d) y = 1/4x^2 - 6/4x + 9/4

2.- El vector de posición de un móvil viene dado por $\vec{r}$ (t) = (2t +1) $\vec{\imath}$ + 3$\vec{\jmath}$, en unidades SI. Calcula el vector posición para t = 1s y t = 3s y el vector desplazamiento entre esos instantes.

Sol: $\vec{r}$ (1) = 3 $\vec{\imath}$ + 3 $\vec{\jmath}$ (m); $\vec{r}$ (3) = 7 $\vec{\imath}$ + 3 $\vec{\jmath}$ (m); $\Delta\vec{r}$ = 4 $\vec{\imath}$ (m)

3.- Las ecuaciones paramétricas de la trayectoria de un móvil son x = 2- t, y = t^2 en unidades SI;

a) Calcula las coordenadas de la posición para t = 0 s y t = 2 s.

b) Calcula el módulo del vector desplazamiento entre esas posiciones.

c) Determina la ecuación de la trayectoria.

Sol: a) (2 , 0) ; (0 , 4) ; b) $\Delta\vec{r}$= -2 $\vec{\imath}$ + 4 $\vec{\jmath}$ (m); Δr = 4,48 m; c) y = x^2 - 4x + 4

4.- Los tripulantes de un submarino detectan con el sonar la posición de un barco con coordenadas (2, 4) km. Siete minutos después, lo detectan en el punto de coordenadas (6, 2) km. Calcula la velocidad media del barco respecto del submarino entre esos puntos y el módulo de ésta.

Sol: $\vec{v}m$ = 9,52 $\vec{\imath}$ - 4,76 $\vec{\jmath}$ (m/s); v_m = 10,64 m/s

5.- Sea $\vec{r}$ (t) = $2t^2$ $\vec{\imath}$ + t$\vec{\jmath}$ el vector de posición de un móvil, en unidades SI. Determina

a) La expresión del vector velocidad instantánea.

b) El vector velocidad en el instante t = 2s y su módulo.

Sol: a) $\vec{v}$ (t) = 4t $\vec{\imath}$ + $\vec{\jmath}$ (m/s); b) $\vec{v}$ (2) = 8 $\vec{\imath}$ + $\vec{\jmath}$ (m/s); v_2 = 8,06 m/s

6.- El vector de posición es $\vec{r}_o$ = (5 $\vec{\imath}$ - 4$\vec{\jmath}$) m en un instante determinado y, 5s más tarde es $\vec{r}$ = (10 $\vec{\imath}$ + 4$\vec{\jmath}$) m . Calcula el vector velocidad media en ese intervalo de tiempo y su módulo.

Sol: $\vec{v}m$ =2/5 $\vec{\imath}$ + 8/5 $\vec{\jmath}$ (m/s); v_m = 1,89 m/s

7.- Las ecuaciones paramétricas del movimiento de un objeto son x = 2t, y = 2t – 2, en unidades del SI. Calcula:

a) El módulo de la velocidad media entre los instantes t = 1 s y t = 3 s

b) El módulo de la velocidad instantánea en t = 2 s

Sol: a) $\vec{v}m$ = 2 $\vec{\imath}$ + 2 $\vec{\jmath}$ (m/s); v_m = 2,83 m/s ; b) $\vec{v}$ = 2 $\vec{\imath}$ + 2 $\vec{\jmath}$ (m/s); v_2 = 2,83 m/s

8.- El vector posición de un móvil es $\vec{r}$ (t) = ($3t^2$ +1) $\vec{\imath}$ + 2t$\vec{\jmath}$, en unidades del SI. Calcula:

a) El vector velocidad instantánea en función del tiempo

b) La celeridad en el instante 2,5 s

Sol: a) $\vec{v} = 6t\ \vec{\imath} + 2\ \vec{\jmath}$ **(m/s); $v_{2,5}$ = 15,13 m/s**

9.- El vector velocidad instantánea de un determinado móvil es $\vec{v}$ (t) = (2t - 1) $\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$, en unidades del SI. Calcula, para t = 2s, el vector aceleración instantánea y su módulo.

Sol: $\vec{a} = 2\ \vec{\imath}$ **(m/s^2); a_2 = 2 m/s^2**

10.- Un ciclista da vueltas a una pista circular de 50 m de radio con una velocidad constante de en módulo igual a 10 m/s. Calcula las componentes intrínsecas de la aceleración y el módulo del vector aceleración instantánea.

Sol: a_t = 0 m/s^2; a_n = 2 m/s^2; a = 2 m/s^2

11.- Un ciclista da vueltas a una pista circular de 25 m de radio. El ciclista parte del reposo y el módulo de la velocidad aumenta con el tiempo según la ecuación v (t) = ½ t, en unidades del SI. Determina:

a) La aceleración tangencial
b) La aceleración normal a los 18 s de iniciarse el movimiento
c) El módulo del vector aceleración instantánea a los 18 s

Sol: a) a_t = ½ m/s^2; b) a_n (18) = 3,24 m/s^2;c) a_{18} = 3,28 m/s^2

12.- La velocidad de un móvil en un instante determinado es $\vec{v}_o$ = (- 2 $\vec{\imath}$ - 2 $\vec{\jmath}$) m/s,y dos segundos después, es $\vec{v}$ = (4 $\vec{\imath}$ + 10 $\vec{\jmath}$) m/s. Calcula el vector aceleración media entre estos instantes y su módulo.

Sol: $\vec{a}_m$ = 3 $\vec{\imath}$ + 6 $\vec{\jmath}$ (m/s^2); a_m = 6,71 m/s^2

13.- La velocidad de un móvil es $\vec{v}$ = (8t $\vec{\imath}$ + 3 $\vec{\jmath}$) m/s, Calcula el vector aceleración media entre los instantes t = 1s y t = 3s y su módulo.

Sol: $\vec{a}_m$ = 8 $\vec{\imath}$ (m/s^2); a_m = 8 m/s^2

14.- El vector de posición de un móvil es $\vec{r}$ (t) = $t^2\ \vec{\imath}$ - $3t^2\ \vec{\jmath}$ en unidades del SI. Calcula la aceleración para t = 1s y su módulo.

Sol: $\vec{a} = 2\vec{\imath} - 6\vec{\jmath}$ (m/s^2); a_1 = 6,32 m/s^2

15.- Un coche de carreras toma la salida en una pista circular de 1 km de radio. El módulo de la velocidad aumenta según la ecuación v (t) = 7t, en unidades del SI. Calcula:

a) La aceleración tangencial.
b) La aceleración normal y el módulo del vector aceleración instantánea a los 6s.

Sol: a)a_t = 7 m/s^2; b) a_n (6) = 1,76 m/s^2; a_6 = 7,22 m/s^2

16.- El vector de posición de una partícula en movimiento es $\vec{r}$ (t) = 5t $\vec{\imath}$ + (t^2 -2t)$\vec{\jmath}$ en unidades del SI. Calcula:

a) El vector de posición en t = 1s y en t = 3s
b) La distancia al origen para t = 2s
c) El módulo del vector desplazamiento para el intervalo de tiempo entre t = 1s y t = 3s

d) La ecuación de la trayectoria

e) La expresión de la velocidad y de la aceleración en el instante t = 5s

Sol: a) $\vec{r}$ (1) = $5\vec{\imath}$ - $\vec{\jmath}$ (m); $\vec{r}$ (3) = 15 $\vec{\imath}$ + 3 $\vec{\jmath}$ (m);b) r(2) = 10 m; c) $\Delta\vec{r}$= = 10 $\vec{\imath}$ + 4 $\vec{\jmath}$ (m); d) y = $(x/5)^2$ - ⅖ x (m); e) $\vec{v}$ (5) = $5\vec{\imath}$ + 8 $\vec{\jmath}$ (m/s); $\vec{a}$ (5) = 2 $\vec{\jmath}$ (m/s^{-2})

17.- La velocidad de un móvil que sigue una trayectoria rectilínea varía con el tiempo según la ecuación $\vec{v}$ = $(t^2$ - 8t +15) $\vec{\jmath}$ m/s. Calcula:

a) La aceleración media entre los instantes t = 2s y t = 4s

b) La expresión de la aceleración instantánea

c) La aceleración instantánea en t = 3s

d) La expresión de las componentes intrínsecas de la aceleración y su valor para t = 3s

Sol: a) $\vec{a}m$ = - 2 $\vec{\jmath}$ (m/s^2); b) $\vec{a}$ (t) = (2t - 8) $\vec{\jmath}$ (m/s^2); c) $\vec{a}$ (3) = - 2 $\vec{\jmath}$ (m/s^2); d) $\vec{a}_n$ = 0 m/s^2; $\vec{a}_t$ = (2t - 8) $\vec{\jmath}$ (m/s^{-2}); valor t=3s : $\vec{a}_n$ = 0 m/s^2; $\vec{a}_t$ = -2 $\vec{\jmath}$ (m/s^{-2})

18.- (Ampliación) La ecuación de movimiento de un móvil en magnitudes del S.I. es:
$\vec{r}$ (t)= (4t-7) $\vec{\imath}$ + (1,5 t^2 +14) $\vec{\jmath}$. Hallar: a) la velocidad y su módulo en un instante cualquiera. b) la aceleración y su módulo. C) Las componentes intrínsecas de la aceleración en t= 1 s.

Soluc: **a)** $\vec{v}\,(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\,[(\mathbf{4t-7})\,\vec{\imath}\ +(\mathbf{1{,}5\ t2\ +14})\,\vec{\jmath}\ ]}{dt} = 4\vec{\imath} + 3\,t\,\vec{\jmath}$ m/s

El módulo de la velocidad será : $|\vec{v}| = \sqrt{(4)^2 + (3t)^2} \implies |\vec{v}| = \sqrt{16 + 9\,t^2}$ m/s

b) La aceleración se calcula como la derivada respecto del tiempo, del vector velocidad:

$\vec{a}\,(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\,[4\vec{\imath}+3\,t\,\vec{\jmath}\,]}{dt} = 3\ \vec{\jmath}$ m/s^2 $\implies$ Su módulo será $|\vec{a}|$ =3 m/s^2

c) Las componentes intrínsecas de la aceleración son: aceleración tangencial $\vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{t}}$ y aceleración normal $\vec{\mathbf{a}}_{\mathbf{n}}$

La aceleración tangencial se calcula como la **derivada respecto del tiempo del módulo de la velocidad** :

$$\vec{a}_t\,(t) = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d\,[\sqrt{16+9\,t^2}\ ]}{dt} \ * \ = \frac{18\,t}{2\sqrt{16+9\,t^2}} \implies \mathbf{a_t}\,(1\ s) = \frac{9}{\sqrt{16+9}} = 1{,}8\ m/s^2$$

Como en módulo $\mathbf{a}^2 = \mathbf{a_t}^2 + \mathbf{a_n}^2 \implies \mathbf{a_{n\,(1s)}} = \sqrt{a^2 - a_t{}^2} = \sqrt{3^2 - 1{,}8^2} = 2{,}40\ \ m/s^2$

El radio en ese momento $\mathbf{a_n}= \mathbf{v^2/R} \to 2{,}40 = (\sqrt{16+9\,.1^2}\,)^2/R \to R= 10{,}4$ m

$$* \ \frac{d\ x^n}{dx} = n.\,x^{n-1} \implies \frac{d\ \sqrt{x}}{dx} = \frac{d\ x^{\frac{1}{2}}}{dx} = \frac{1}{2}.\,x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}.\,x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Si en radicando en vez de x tenemos f(x) quedará: $\frac{d\ \sqrt{f(x)}}{dx} = \frac{1.f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

f´(x) es la derivada de la función de x, esto es d(f(x))