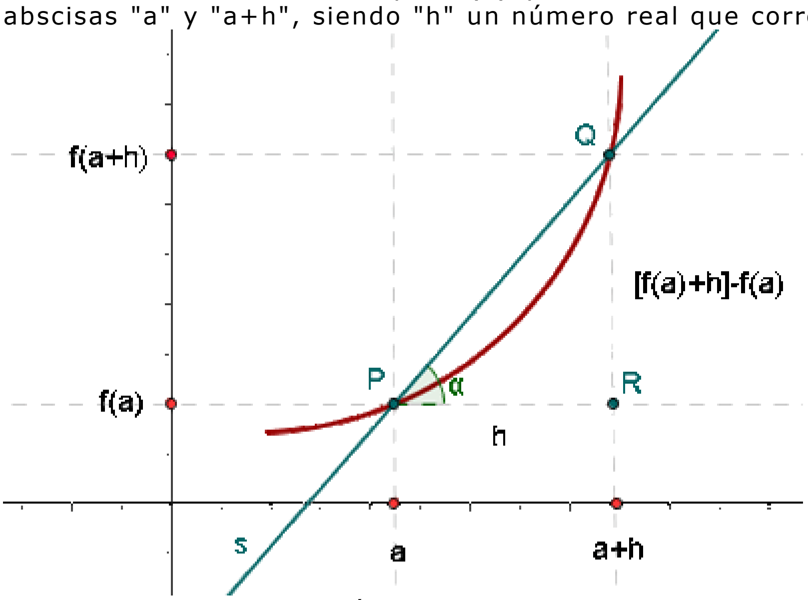
LA DERIVADA

Consideremos una función y = f(x) y consideremos dos puntos próximos sobre el eje de abscisas "a" y "a+h", siendo "h" un número real que corresponde al incremento de x(Δx).



Se llama tasa de variación media (T.V.M.) en intervalo [a, a+h], y se representa por , al cociente

$$TVM[a,a+h]=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$. También se representa $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

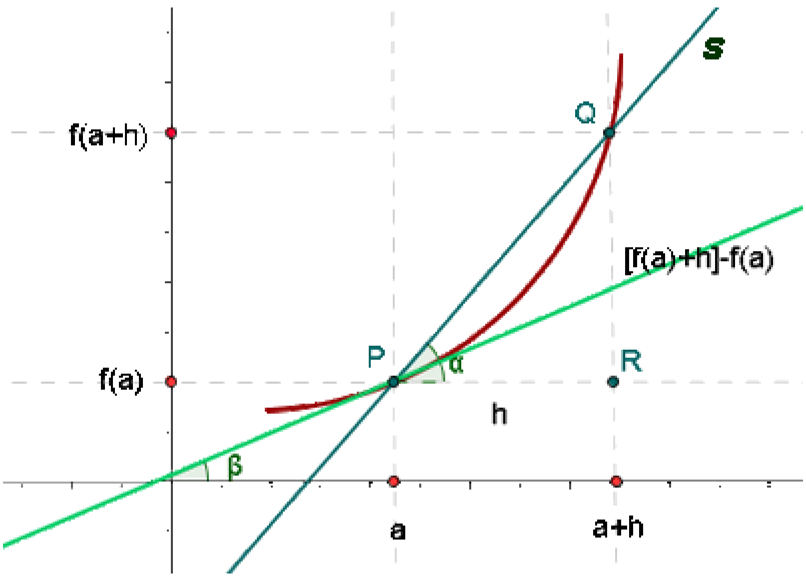
Interpretación geométrica

La expresión anterior coincide con la pendiente de la recta secante a la función f(x), que pasa por los puntos de abscisas a y a+h, ya que en el triángulo PQR resulta que:

$$\mathbf{m_s}=tg\,\alpha=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

La derivada de la función f(x) en el punto x = a es el valor del límite, si existe, de TVM[a,a+h] cuando h tiende a 0.

$$\mathbf{f'(a)}=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$



Cuando h tiende a 0, el punto Q tiende a confundirse con P, la recta secante tiende a ser la recta tangente a la función f(x) en P, y el ángulo α tiende a ser β.

$$\mathbf{m_t}=tg\,\beta=\lim_{h\to 0}\frac{\Delta y}{h}=f'(a)$$

Por eso, la pendiente de la tangente a la curva en un punto es igual a la derivada de la función en ese punto. $m_t=f'(a)$.

La función derivada de una función f(x) es una función que asocia a cada número real su derivada, si existe. Se denota por f'(x).

Derivadas laterales

por la izquierda $f'(a^-)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

por la derecha $f'(a^+)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

Una función es derivable en un punto si, y sólo si, es derivable por la izquierda y por la derecha en dicho punto y las derivadas laterales coinciden.

Si una función es derivable en un punto x = a, entonces es continua para x = a.
El reciproco es falso, es decir, hay funciones que son continuas en un punto y que, sin embargo, no son derivables.