

## FICHA 1: Concepto de nº entero. Representación en la recta $\mathbb{R}$

- Escribir los  $\mathbb{Z}$  del 7 al 23:
- Completar con el signo  $<$  o  $>$ , según corresponda (véase el primer ejemplo):

a)  $3 < 7$

b)  $11 < 6$

c)  $-2 < 5$

d)  $10 < -6$

e)  $-1 < -4$

f)  $-12 < -3$

g)  $8 < 0$

h)  $1 < 9$

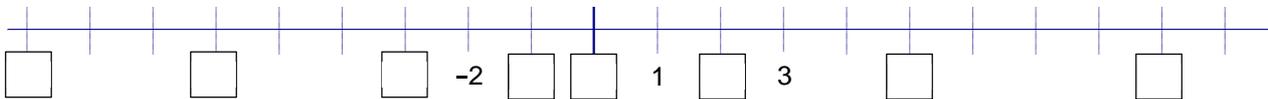
i)  $-3 < 3$

j)  $7 < -1$

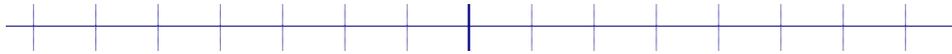
k)  $-4 < -1$

l)  $-2 < -13$

- Rellenar los cuadrados en la siguiente recta numérica:



- Representar en la recta real los siguientes  $\mathbb{Z}$ : 5, -4, 2, 0, -1, 1



A la vista de lo anterior, ordenarlos de menor a mayor:

- Ordenar de menor a mayor los siguientes  $\mathbb{Z}$ : -34, 23, 7, 100, -33, 0, 24, -2, 14, -1, 132, -1000
- Escribir los  $\mathbb{Z}$  del -8 al 9:
- Definir el opuesto de un número entero. Dar dos ejemplos.

Escribir los opuestos de los siguientes  $\mathbb{Z}$  (véase el primer ejemplo):

a)  $7 \rightarrow -(+7)=-7$

b)  $-7 \rightarrow$

c)  $143 \rightarrow$

d)  $-25 \rightarrow$

e)  $0 \rightarrow$

f)  $-1 \rightarrow$

g)  $45 \rightarrow$

h)  $2 \rightarrow$

i)  $-57 \rightarrow$

- Definir el valor absoluto de un entero. Indicar dos ejemplos.

Indicar el valor absoluto de los siguientes  $\mathbb{Z}$ :

a)  $|5| =$

b)  $|-3| =$

c)  $|57| =$

d)  $|-23| =$

e)  $|0| =$

f)  $|-1| =$

g)  $|-114| =$

h)  $|12| =$

i)  $|-37| =$

j)  $|1| =$

k)  $|-2| =$

l)  $|5| =$

m)  $|5+2| =$

n)  $|14-3| =$

o)  $|2-5| =$

### Repaso:

9. Escribir los  $\mathbb{Z}$  del -8 al 8:

10. Completar con el signo  $<$  o  $>$ , según corresponda (véase el primer ejemplo):

a)  $13 > 9$

b)  $1 > 16$

c)  $-5 > 2$

d)  $0 > -1$

e)  $-11 > -4$

f)  $-3 > -7$

g)  $9 > 1$

h)  $0 > 10$

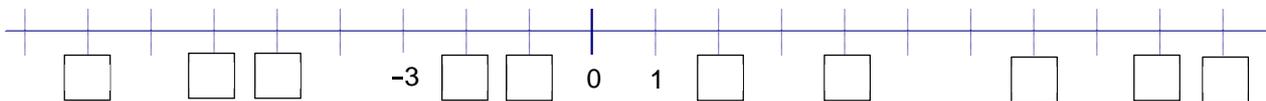
i)  $6 > -6$

j)  $-7 > 1$

k)  $-14 > -16$

l)  $-1 > -7$

11. Rellenar los cuadrados en la siguiente recta numérica:



12. Representar en la recta real los siguientes  $\mathbb{Z}$ : 0, -3, -1, 5, -2, 4



A la vista de lo anterior, ordenarlos de menor a mayor:

13. Ordenar de menor a mayor los siguientes  $\mathbb{Z}$ : -14, 14, -1, 0, -3, 1, 2, 20, 15, -2, 102, -500

14. Escribir los 10 primeros  $\mathbb{Z}$  positivos (consideramos el 0 como positivo):

15. Escribir los opuestos de los siguientes  $\mathbb{Z}$  (véase el primer ejemplo):

a)  $4 \rightarrow -(+4) = -4$

b)  $-3 \rightarrow$

c)  $-43 \rightarrow$

d)  $15 \rightarrow$

e)  $0 \rightarrow$

f)  $-2 \rightarrow$

g)  $15 \rightarrow$

h)  $3 \rightarrow$

i)  $-7 \rightarrow$

**16.** Indicar el valor absoluto de los siguientes  $\mathbb{Z}$ :

a)  $|9| =$

b)  $|-12| =$

c)  $|17| =$

d)  $|-43| =$

e)  $|-2| =$

f)  $|-1| =$

g)  $|-94| =$

h)  $|22| =$

i)  $|1| =$

j)  $|-7| =$

k)  $|0| =$

l)  $|7-3| =$

m)  $|3-7| =$

n)  $|-4-3| =$

## FICHA 2: Sumas y restas de enteros

NOTA: En algunos ejercicios de esta ficha (y en más fichas que veremos más adelante) no se indican las soluciones. Se recomienda hacer las operaciones en casa o en clase mentalmente, y autoevaluarse en casa con la calculadora (¡no al revés!).

1. Simplificar (véase el primer ejemplo):

a)  $-(-14) = 14$

b)  $-(-5) =$

c)  $-(+5) =$

d)  $-(-2) =$

e)  $+(-8) =$

f)  $+(+6) =$

g)  $-(-43) =$

h)  $+(-1) =$

i)  $-(+1) =$

### Sumas y restas sencillas:

2. Cálculo mental: Efectuar, indicando todos los pasos intermedios, las siguientes sumas y restas sencillas. Aplicar la propiedad conmutativa cuando proceda (ver ejemplo):

a)  $12+7=$

b)  $12-7=$

c)  $3+8+12=$

d)  $15-8+3=$

e)  $38-23=$

f)  $18+7=$

g)  $18-7=$

h)  $40-(-5)=$

i)  $15-3=$

j)  $-3+15=15-3=$   
propied. conmutativa

k)  $12+(-3)=$

l)  $32+(-6)=$

m)  $13-7=$

n)  $-1+6=$

o)  $-2+5=$

p)  $11-3-(-2)=$

q)  $17-9=$

r)  $9-(-17)=$

s)  $33-5-6=$

t)  $-14+18=$

u)  $18-14=$

v)  $-1+4=$

w)  $45-21=$

x)  $37-9=$

y)  $28+(-6)=$

z)  $28-(-6)=$

	<div style="display: flex; justify-content: space-around; font-size: small;"> <span>minuendo</span> <span>sustraendo</span> </div> <div style="text-align: center;"> <math>2-5=?</math> </div>
<b>minuendo &lt; sustraendo:</b>	
Restamos al revés:	$sustraendo - minuendo = 5 - 2 = 3$
y el resultado se cambia de signo:	$2 - 5 = -3$

3. Operar, indicando cuando sea necesario los pasos intermedios. Aplicar la propiedad conmutativa cuando proceda (ver ejemplo):

a)  $5-15=$

b)  $5-9=$

c)  $-17+12=12-17=$   
propied. conmutativa

d)  $2-15=$

e)  $23-38=$

f)  $-18+7=$

g)  $-5+20=$

h)  $3-14=$

i)  $12-17=$

j)  $1-18=$

k)  $-(-18)+7=$

l)  $7-13=$

m)  $-10-(-5)=$

n)  $4-10=$

o)  $-2-(-1)=$

p)  $3+(-12)=$

q)  $-7-(-5)=$

r)  $2+(-6)=$

s)  $3-7=$

t)  $-1+6=$

u)  $2-5=$

v)  $6-13=$

w)  $1-10=$

x)  $14-18=$

y)  $5+(-5)=$

z)  $11+(-19)=$

	minuendo	sustraendo
<b>minuendo negativo:</b>	↙	↘
	$-3-6=?$	
Sumamos los valores absolutos:	$3+6=9$	
y el resultado se cambia de signo:	$-3-6=-9$	

**4.** Operar, indicando cuando proceda los pasos intermedios (ver ejemplo):

a)  $-5-11=$

b)  $-3-7=$

c)  $-14-11=$

d)  $-2-15=$

e)  $-23-8=$

f)  $-18-7=$

g)  $-5-20=$

h)  $-4+(-5)=-4-5=$

i)  $-2+(-1)=$

j)  $-12+(-3)=$

k)  $-7+(-5)=$

l)  $-32+(-6)=$

m)  $-3-7=$

n)  $-1-6=$

o)  $-2-5=$

p)  $-7-4=$

q)  $-16+(-7)=$

r)  $-1-1=$

s)  $-4-11=$

t)  $-14+(-1)=$

u)  $-82-11=$

v)  $-29-4=$

w)  $-2+(-18)=$

x)  $-1-43=$

y)  $-24-42=$

z)  $-2-37=$

**5.** Operar, utilizando en cada caso el procedimiento correspondiente; indicar los pasos intermedios:

a)  $5+13=$

b)  $3-7=$

c)  $-4-11=$

d)  $18-5=$

e)  $-3-8=$

f)  $-1-7=$

g)  $5-21=$

h)  $-14+(-7)=$

i)  $-9+(-9)=$

j)  $-12-(-3)=$

k)  $7+(-5)=$

l)  $-17+(-1)=$

m)  $-3-17=$

n)  $-(-4)-5=$

o)  $2-5=$

p)  $7-4=$

q)  $-16-(-7)=$

r)  $-1+(-1)=$

s)  $-8-13=$

t)  $-26+(-6)=$

u)  $-34-5=$

v)  $-13-13=$

w)  $-2+(-18)=$

x)  $-1+43=$

y)  $24-42=$

z)  $2-37=$

### Sumas y restas encadenadas:

1<sup>er</sup> método: Operamos de izquierda a derecha:

$$13-5+2-7=8+2-7=10-7=3$$

6. Efectuar las siguientes sumas y restas **indicando todos los pasos** (se recomienda simplificar signos primero; véase el ejemplo):

a)  $1+8-7=$

(Sol: 2)

h)  $-5+2-(-3)=$

(Sol: 0)

b)  $-5-(-7)+12=-5+7+12=2+12=14$

i)  $4-(-10)-(-5)=$

(Sol: 19)

c)  $8+13-(-1)=$

(Sol: 22)

j)  $-2+(-1)+14=$

(Sol: 11)

d)  $-(-4)-7+(-3)=$

(Sol: -6)

k)  $1-(-2)+(-3)=$

(Sol: 0)

e)  $12-(-2)-11=$

(Sol: 3)

l)  $2-3+6=$

(Sol: 5)

f)  $-3+9-(-2)=$

(Sol: 8)

m)  $-3+2-1=$

(Sol: -2)

g)  $17-9-10=$

(Sol: -2)

n)  $3-(5-2)=$

(Sol: 0)

2º método: Sumamos por separado todos los positivos y todos los negativos, y restamos ambos resultados:

$$13-5+2-7=15-12=3$$

7. Efectuar las siguientes sumas y restas de enteros por el 2º método, **indicando todos los pasos** (se recomienda, cuando sea necesario, simplificar signos primero; véase el primer ejemplo):

a)  $11-8+14-7=25-15=10$

b)  $-15-(-2)+1-2=$

(Sol: -14)

c)  $18+3-(-2)-5=$

(Sol: 18)

d)  $-(-14)-(-7)+(-13)+2=$

(Sol: 10)

- e)  $1-2-(-2)-1=$  (Sol: 0)
- f)  $-13+19-2+7=$  (Sol: 11)
- g)  $-15-(-2)-(-3)+1=$  (Sol: -9)
- h)  $14-(-11)-(-15)-8=$  (Sol: 32)
- i)  $-12+(-11)-14+3=$  (Sol: -34)
- j)  $10-(-12)-(-3)-(-5)=$  (Sol: 30)

8. **Cálculo mental:** Efectuar las siguientes sumas y restas encadenadas, **procediendo de izquierda a derecha**, e indicando todos los pasos intermedios (véase el primer ejemplo):

- a)  $18+6-4+2+1=24-4+2+1=20+2+1=$  **23**
- b)  $12-8-7+5-1=$  (Sol: 1)
- c)  $21+13-8-2+5+6=$  (Sol: 35)
- d)  $-23+21-12-5+1-3=$  (Sol: -21)
- e)  $-7-4-12-8+4-9+1=$  (Sol: -35)
- f)  $45-20-15+2-7-9+4=$  (Sol: 0)
- g)  $-1-2-3-4-5-6-7-8-9=$  (Sol: -45)
- h)  $1-2+3-4+5-6-7+8-9=$  (Sol: -11)

### Sumas y restas con paréntesis:

1<sup>er</sup> método: Efectuamos primero el interior de los paréntesis:

$$13 - (-5 + 2) - 7 = 13 - (-3) - 7 = 13 + 3 - 7 = \mathbf{9}$$

NOTA: Si hay paréntesis, corchetes, llaves, etc. se procede siempre de dentro hacia fuera.

9. Efectuar las siguientes sumas y restas combinadas efectuando primero el interior de los paréntesis, y **simplificando en todo momento** (véase el primer ejemplo):

- a)  $11-(8+14-7)=11-15=$  **-4**
- b)  $10-(8-7)+(-9-3)=$  (Sol: -3)
- c)  $12-8-(7+5-1)=$  (Sol: -7)
- d)  $21+13-8-(-2+5)+6=$  (Sol: 29)

- e)  $-(23+21-12)-5+(1-3)=$  (Sol: -39)
- f)  $-7-(4-12-8)+(4-9)+1=$  (Sol: 5)
- g)  $45-(20-15)+2-(7-9+4)=$  (Sol: 40)
- h)  $-1-2-(3-4-5-6)-7-8-9=$  (Sol: -15)
- i)  $1-(2+3-4)+5-(6-7)+8-9=$  (Sol: 5)

**2º método:** Eliminamos paréntesis, es decir:

1º) Si delante del paréntesis hay un -, se cambian todos sus términos de signo y se quitan los ( ).

2º) Si delante del paréntesis hay un +, simplemente se quitan los ( ).

$$13 - (-5 + 2) - 7 = 13 + 5 - 2 - 7 = 18 - 2 - 7 = 9$$

NOTA: Si hay paréntesis, corchetes, llaves, etc. se eliminan siempre de dentro hacia fuera.

**10.** Efectuar las siguientes sumas y restas combinadas eliminando primero los paréntesis, y **simplificando en todo momento** (véase el primer ejemplo):

- a)  $11-(8+14-7)=11-8-14+7=3-14+7=-11+7=-4$
- b)  $10-(8-7)+(-9-3)=$  (Sol: -3)
- c)  $12-8-(7+5-1)=$  (Sol: -7)
- d)  $21+13-8-(-2+5)+6=$  (Sol: 29)
- e)  $-7-(4-12-8)+(4-9)+1=$  (Sol: 5)
- f)  $45-(20-15)+2-(7-9+4)=$  (Sol: 40)

**11.** Efectuar las siguientes sumas y restas combinadas, indicando todos los pasos:

- a)  $15-[7-(-3)]=$  (Sol: 5)
- b)  $(-8-2)-(6-3)=$  (Sol: -13)
- c)  $-2-[7-(-7)+(-1)]=$  (Sol: -15)

d)  $[4-2+(-13)]-(8-3)=$  (Sol: -16)

e)  $12+(15-3)-(-1-18)=$  (Sol: 43)

f)  $-4-[34-(-2)]-(-5)=$  (Sol: -35)

g)  $9+3-\{-[14-(-5)]-8\}=$  (Sol: 39)

h)  $-3-[-(-2+5-4)-(-1-2)]=$  (Sol: -7)

**Repaso:**

**12.** Simplificar:

a)  $-(-21)=$

b)  $-(-9)=$

c)  $-(+2)=$

d)  $-(-3)=$

e)  $+(-5)=$

f)  $+(+12)=$

g)  $-(-31)=$

h)  $+(-6)=$

i)  $-(+4)=$

**13.** Efectuar las siguientes sumas y restas de enteros (se recomienda, cuando proceda, simplificar signos primero):

a)  $5+15=$

b)  $-5+9=$

c)  $-17+12=$

d)  $-2-15=$

e)  $-23+38=$

f)  $-18-7=$

g)  $-5+20=$

h)  $40-(-5)=$

i)  $-2-(-1)=$

j)  $12+(-3)=$

k)  $-7-(-5)=$

l)  $32+(-6)=$

m)  $|3-7|=$

n)  $|-1+6|=$

o)  $|-2-5|=$

**14.** Efectuar las siguientes sumas y restas de enteros (se recomienda simplificar signos primero) operando de izquierda a derecha, indicando todos los pasos (véase el ejemplo):

a)  $7+9-5=$

b)  $-6-(-8)+11=-6+8+11=2+11=13$

c)  $9+23-(-3)=$

d)  $-(-7)-9+(-5)=$

e)  $15-(-4)-19=$

f)  $-7+8-(-5)=$

g)  $-9+12-(-9)=$

h)  $1-(-17)-(-6)=$

i)  $-8+(-8)+18=$

j)  $1-(-1)+(-1)=$

k)  $|2-3+6|=$

l)  $|-3+2-1|=$

m)  $3-|5-2|=$

**15.** Efectuar las siguientes sumas y restas de enteros (se recomienda simplificar signos primero) sumando por separado positivos y negativos:

a)  $13-7+30-5=$

b)  $-11-(-12)+5-3=$

c)  $28+13-(-1)-1=$

d)  $-(-20) -(-2)+(-22)+2=$

e)  $6-7-(-9)-4=$

f)  $-21+13-3+4=$

g)  $-11-(-1)-(-1)+1=$

h)  $44-(-21)-(-25)-3=$

i)  $-22+(-21)-24+7=$

j)  $11-(-13)-(-9)-(-7)=$

**16. Cálculo mental:** Efectuar, directamente, las siguientes sumas y restas encadenadas:

a)  $14+5-6+3+3=$

b)  $22-7-7+1-9=$

c)  $11+23-5-3+4+7=$

d)  $-13+11-13-4+4-6=$

e)  $-5-2-15-9+4-9+1=$

f)  $35-10-25+6-7-5+6=$

g)  $-1+2-3+4-5+6-7+8-9=$

h)  $1-2-3-4+5+6-7+8+9=$

**17.** Efectuar las siguientes sumas y restas combinadas efectuando primero el interior de los paréntesis, y **simplificando en todo momento** (véase el primer ejemplo):

a)  $11-(8+14-7)=11-15=$  -4

b)  $10-(8-7)+(-9-3)=$

(Soluc: -3)

c)  $17-[9-(-4)]=$

(Soluc: 4)

d)  $(-9-7) - (9-1)=$

(Soluc: -24)

e)  $-6-[6-(-6)+(-6)]=$

(Soluc: -12)

f)  $[13-4+(-11)]-(7-2)=$

(Soluc: -7)

g)  $15+(12-1)-(-7-17)=$

(Soluc: 50)

h)  $-8-[14-(-5)]-(-|-4|)=$

(Soluc: -23)

i)  $7+7-\{-[17-(-7)]-7\}=$

(Soluc: 45)

j)  $-3-[-|-2+5-4|-(-1-2)]=$

(Soluc: -7)

## FICHA 3: Productos y cocientes de enteros

### Productos y cocientes sencillos:

#### 1. Multiplicar:

a)  $2 \cdot (-4) =$

b)  $(-3) \cdot (-5) =$

c)  $(-5) \cdot 5 =$

d)  $(-1) \cdot (-2) =$

e)  $6 \cdot (-8) =$

f)  $3 \cdot (-6) =$

g)  $(-7) \cdot (-4) =$

h)  $3 \cdot (-1) =$

i)  $(-4) \cdot 5 \cdot (-1) =$

j)  $3 \cdot (-2) \cdot 7 =$

k)  $(-4) \cdot (-2) \cdot (-3) =$

l)  $(-1) \cdot (-1) =$

m)  $3 \cdot 4 \cdot (-6) =$

n)  $2 \cdot (-2) \cdot (-2) =$

o)  $3 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 4 =$

#### 2. Dividir:

a)  $15 : 5 =$

b)  $(-12) : 4 =$

c)  $(-14) : (-7) =$

d)  $(-42) : 6 =$

e)  $21 : (-3) =$

f)  $(-18) : (-3) =$

g)  $(-63) : 9 =$

h)  $40 : (-5) =$

i)  $(-2) : (-1) =$

j)  $12 : (-3) =$

k)  $(-75) : (-5) =$

l)  $32 : (-8) =$

#### 3. Efectuar los siguientes productos y cocientes combinados:

a)  $2 \cdot 8 : 4 =$

b)  $(-15) : 5 \cdot 12 =$

c)  $8 : (-2) \cdot (-1) =$

d)  $-(-14) : (-7) \cdot (-3) =$

e)  $12 : [ -(-2) ] \cdot (-11) =$

f)  $(-3) \cdot 9 : (-3) =$

g)  $(-75) : 5 : (-3) =$

h)  $64 : (-8) : [ -(-4) ] =$

i)  $-4 \cdot (-1) : 2 =$

j)  $21 : (-7) : (-3) =$

#### 4. Efectuar las siguientes divisiones:

a)  $18 : 3 =$

b)  $27 : 9 =$

c)  $33 : 3 =$

d)  $63 : 7 =$

e)  $55 : 5 =$

f)  $120 : 5 =$

g)  $81 : 9 =$

h)  $25 : 5 =$

i)  $26 : 2 =$

j)  $36 : 9 =$

k)  $60 : 12 =$

l)  $72 : 8 =$

m)  $-27 : 3 =$

n)  $-45 : (-15) =$

o)  $-91 : 13 =$

p)  $80 : 5 =$

q)  $-35 : 7 =$

r)  $-63 : (-7) =$

s)  $-50 : (-5) =$

t)  $28 : 14 =$

u)  $-125 : 5 =$

$$v) -72 : (-9) =$$

$$w) -42 : 7 =$$

$$x) 36 : 4 =$$

### Operaciones combinadas. Jerarquía:

5. Realizar las siguientes operaciones combinadas con números enteros, indicando todos los pasos:

$$a) (27 - 30 + 21) : (-3) = \quad \text{(Sol: -6)}$$

$$b) -18 + 36 - 45 : 3 = \quad \text{(Sol: 3)}$$

$$c) -15 + (21 - 36) : (-3) = \quad \text{(Sol: -10)}$$

$$d) (-22 + 33 - 55) : (-11) = \quad \text{(Sol: 4)}$$

$$e) -64 - (56 - 72 : 8) = \quad \text{(Sol: -111)}$$

$$f) 21 - 6 - [15 : (-3)] - 20 = \quad \text{(Sol: 0)}$$

$$g) 33 : [22 : (-2)] \cdot (-6) = \quad \text{(Sol: 18)}$$

$$h) -4 \cdot 5 \cdot 8 : (-5) = \quad \text{(Sol: -32)}$$

$$i) -5 \cdot 8 : [-12 : (-6)] = \quad \text{(Sol: -20)}$$

$$j) 2 \cdot [-10 : 2 : (-5)] = \quad \text{(Sol: 2)}$$

$$k) -50 : [-25 \cdot (-1)] : (-2) = \quad \text{(Sol: 1)}$$

$$l) 14 : 7 \cdot [-27 : (-3)] = \quad \text{(Sol: 18)}$$

$$m) -9 \cdot 5 : [-3 \cdot (-5)] : (-3) = \quad \text{(Sol: 1)}$$

$$n) -12 : (-3) \cdot (-15 \cdot 3 : 5) = \quad \text{(Sol: -36)}$$

$$o) -12 + 5 - [(6 + 7) \cdot (2 + 6 - 3) + 9] - 21 : (-3) =$$

(Sol: -74)

$$p) (-5 + 2 + 7) + (-3 + 8 + 12) : (-6 + 8 - 3) \cdot (1 + 5 + 8) =$$

(Sol: -234)

q)  $(5 - 7 + 12) - (-2 + 6 - 5) \cdot [(-8 + 9 - 3 - 11) - (13 + 8 - 13)] =$

(Sol: -11)

r)  $-(9 + 8 - 5)(-3 + 5 + 7) + (-2 - 7 + 17) : (-1 + 6 + 8 - 9) =$

(Sol: -106)

s)  $[-5 + (-3 - 9) : (3 - 9)] \cdot 2 + 2 - |(-8) : 2 \cdot 4| =$

(Soluc: -20)

t)  $\{(-3 - 9)^2 - [6 - 2 \cdot (-3)]\} : [|-4| \cdot (\sqrt{144} - 15) - (-16 + 7)] =$

(Soluc: -44)

### Repaso:

### 6. Efectuar las siguientes divisiones:

a)  $-45 : 9 =$

b)  $64 : (-8) =$

c)  $56 : (-7) =$

d)  $-42 : (-6) =$

e)  $-39 : (-3) =$

f)  $-54 : (-6) =$

g)  $24 : (-8) =$

h)  $-18 : 8 =$

i)  $-9 : 3 =$

j)  $-21 : (-7) =$

k)  $-63 : (-7) =$

l)  $65 : (-13) =$

m)  $-24 : 8 =$

n)  $-66 : 6 =$

o)  $16 : (-2) =$

p)  $50 : (-5) =$

q)  $-900 : (-30) =$

r)  $65 : (-15) =$

### 7. **Cálculo mental:** efectuar mentalmente:

a)  $309 : 3 =$

b)  $78 : 2 =$

c)  $156 : 2 =$

d)  $96 : 2 =$

e)  $506 : 2 =$

f)  $17 \cdot 3 =$

g)  $5:2=$

h)  $78:3=$

i)  $147:(-3)=$

j)  $306:6=$

k)  $102:3=$

l)  $(-156):3=$

m)  $3 \cdot 25=$

n)  $1012:2=$

o)  $78:6=$

p)  $84:21=$

q)  $36:3=$

r)  $102:2=$

8. Realizar las siguientes operaciones combinadas con números enteros, indicando todos los pasos:

a)  $(-3 + 6 + 18) : (-3) =$  (Soluc: -7)

b)  $(-4) - (-6) : (-3) =$  (Soluc: -6)

c)  $5 : (-5) - (-7) \cdot 2 =$  (Soluc: 13)

d)  $(-11) - 3 \cdot (-4) : (-6) - (-9) =$  (Soluc: -4)

e)  $[2 - (-5) - 3] \cdot (-2) =$  (Soluc: -8)

f)  $[6 - (-1) - (-13)] : (-5) =$  (Soluc: -4)

g)  $[(-7 + 5 - 2) - (6 - 8) + 5] : (-3) =$  (Soluc: -1)

h)  $[(-5) \cdot (-3) \cdot 4 + 12] : [-12 - (-3)] =$   
(Soluc: -8)

i)  $-4 + 6 \cdot (-2 + 5) : (-9) + 2 \cdot 3 =$   
(Soluc: 0)

j)  $-18 - [4 + (-6)] : 2 + 5 =$   
(Soluc: -12)

k)  $\{[-4 + 6 \cdot (-2 + 5)] : (-7) + 2\} \cdot 3 =$   
(Soluc: 0)

l)  $18 : [6 - 3 \cdot (-4 : 2 + 1)] - 3 =$   
(Soluc: -1)

m)  $(-5) - (-9) - 4 \cdot (-3) : (-2) : (-6) =$   
(Soluc: 5)

n)  $3 - 6 : 2 \cdot (-3) : [-2 + (-1)] =$

(Soluc: 0)

o)  $[(-4 + 6 : 3 + 1) \cdot (6 - 4 : 2) + 8] : (-2) =$

(Soluc: -2)

p)  $2 + 4 : 2 - 3 \cdot (-5) + 6 - 3 : (5 - 2 \cdot 3) =$

(Soluc: 28)

q)  $(-2) \cdot [8 - 6 \cdot (-3 + 12 : 2) : (-3) + 1] + (-3) =$

(Soluc: -33)

r)  $|-5 + 2| - 8 : [-2 + 3 \cdot (-3 + 1)] + 1 + 6 : (-2) =$

(Soluc: 2)

s)  $25 : [-7 - (-2)] - (-5) \cdot 4 \cdot |-2| =$

(Soluc: 35)

t)  $-32 : (-8) - (-3) \cdot (-2) - 81 : (-9) =$

(Soluc: 7)

u)  $14 - 4 \cdot [4 - 12 : (-2) : 3] + [-1 - (-2)] : (-1) =$

(Soluc: -11)

v)  $|2 - 14| - 8 : (-2) \cdot [(9 - 13) - (-9 - 13) : 2] =$

(Soluc: 40)

w)  $-30 : 15 \cdot 2 - [7 + 12 : (2 - 14)] : |-1 - 5| =$

(Soluc: -5)

x)  $20 - 16 : [(-2 + 7) - (-3 - 8)] \cdot |4 : 2 + 2 \cdot (-3)| =$

(Soluc: 16)

y)  $(-18 - 15) : 33 - 30 : [(11 - 13) - (16 - 15 : 5)] =$

(Soluc: 1)

z)  $18 - 15 - 6 : \left\{ 2 + 9 : [-2 - (-3)^2 + 20] \right\} \cdot |-3 - \sqrt{121}| =$

(Soluc: -25)

## FICHA 4: Potencias de exponente IN

**RECORDAR:**

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a \quad (n \text{ veces})$$

**Definición de potencia**

*(Añadir esta fórmula al formulario, junto con la lista de principales potencias de base 2, 3, 5 y 7, que indicará el profesor)*

**1.** Expresar en forma de potencia y hallar el valor:

a)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

b)  $5 \cdot 5 \cdot 5 =$

c)  $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) =$

d)  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$

e)  $(-2) \cdot (-2) =$

f)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$

g)  $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) =$

h)  $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) =$

i)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$

j)  $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$

k)  $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a =$

l)  $(-1) \cdot (-1) =$

**2.** Aplicar la definición para hallar, **sin calculadora**, el valor de las siguientes potencias:

1)  $2^5 =$

2)  $(-2)^5 =$

3)  $3^4 =$

4)  $2^2 =$

5)  $(-8)^4 =$

6)  $(-5)^3 =$

7)  $10^3 =$

8)  $4^2 =$

9)  $(-4)^2 =$

10)  $(-2)^3 =$

11)  $4^5 =$

12)  $(-2)^6 =$

13)  $14^2 =$

14)  $(-3)^4 =$

15)  $(-4)^4 =$

16)  $7^3 =$

17)  $(-9)^2 =$

18)  $5^4 =$

19)  $(-6)^4 =$

20)  $5^0 =$

21)  $13^1 =$

22)  $(-5)^0 =$

23)  $(-13)^1 =$

24)  $3^5 =$

25)  $(-3)^7 =$

26)  $1^5 =$

27)  $(-1)^5 =$

28)  $(-1)^6 =$

29)  $(-1)^{37} =$

30)  $3^0 =$

31)  $(-2)^2 =$

32)  $(-5)^5 =$

33)  $(-2)^4 =$

34)  $-2^4 =$

35)  $(-3)^3 =$

36)  $-3^3 =$

37)  $1^{34} =$

38)  $(-1)^{56} =$

39)  $(-1)^{57} =$

40)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

41)  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 =$

42)  $9^2 =$

43)  $(-9)^2 =$

44)  $\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

45)  $9^3 =$

46)  $(-9)^3 =$

47)  $0,4^2 =$

48)  $60^2 =$

Recordar:

$(n^\circ \text{negativo})^{\text{par}} =$

$(n^\circ \text{negativo})^{\text{impar}} =$

$1^n =$

$(-1)^{\text{par}} =$

$(-1)^{\text{impar}} =$

(Completar estas fórmulas con ayuda del profesor y añadir al formulario)

3. Hallar el valor de las siguientes potencias (puede comprobarse en casa con calculadora):

a)  $2^{12} =$

b)  $(-2)^{12} =$

c)  $3^7 =$

d)  $(-3)^7 =$

e)  $1^{73} =$

f)  $(-1)^{15} =$

g)  $35^0 =$

h)  $(-2)^{10} =$

i)  $-2^{10} =$

j)  $(-3)^5 =$

k)  $-3^5 =$

l)  $\pi^2 \cong$

m)  $\left(\frac{1}{2}\right)^9 =$

n)  $4^5 =$

o)  $5^5 =$

p)  $(-7)^3 =$

q)  $\left(\frac{2}{3}\right)^7 =$

4. Completar convenientemente el interior del cuadrado con un número positivo:

a)  $3 \square = 27$

b)  $2 \square = 64$

c)  $(-4) \square = 16$

d)  $5 \square = 625$

e)  $7 \square = 1$

f)  $(-2) \square = 16$

g)  $(-3) \square = -243$

h)  $\square^4 = 81$

i)  $\square^2 = 100$

j)  $\square^5 = 0$

k)  $\square^7 = 128$

l)  $\square^3 = 125$

### Operaciones con potencias de exponente IN:

RECORDAR:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a : b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^0 = 1$$

(Añadir estas fórmulas al formulario)

5. Simplificar, utilizando las propiedades de las potencias, dejando el **resultado como potencia única** de base lo más simple posible (*no vale usar calculadora, salvo para comprobar, una vez finalizado todo el ejercicio, los resultados*):

1)  $2^7 \cdot 2^5 =$

2)  $3^{10} : 3^8 =$

3)  $(-3)^6 \cdot (-3)^3 =$

4)  $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4 =$

5)  $(-6)^8 : (-6)^4 =$

6)  $\frac{10^7}{10^3} =$

7)  $(2^4)^5 =$

8)  $(7^5)^3 =$

9)  $[(-2)^3]^4 =$

10)  $\left[ (x^2)^3 \right]^4 =$

11)  $2^3 \cdot 3^3 =$

12)  $a^2 \cdot a^3 \cdot a^5 =$

13)  $\left[ (5^3)^2 \right]^4 =$

14)  $5^5 \cdot 7^5 =$

15)  $9^{14} \cdot 3^{14} =$

16)  $2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^3 =$

17)  $\frac{8^5}{4^5} =$

18)  $14^6 : 7^6 =$

19)  $(2^5 \cdot 7^5)^0 =$

20)  $(-2)^5 \cdot 3^5 =$

21)  $\frac{(-15)^5}{5^5} =$

22)  $(-2)^8 \cdot (-3)^8 =$

23)  $(-14)^6 : (-7)^6 =$

24)  $\frac{7^5}{7^3} =$

25)  $12^8 : 12^5 =$

26)  $\frac{(-7)^6}{(-7)^3} =$

27)  $\frac{(-7)^9}{(-7)^5} =$

28)  $(-2)^7 \cdot (-2)^4 \cdot (-2) =$

29)  $(5^4)^3 =$

30)  $(7^5)^2 =$

31)  $[(-3)^4]^3 =$

32)  $\left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^6 =$

33)  $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^9 =$

34)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{15} : \left(\frac{1}{3}\right)^3 =$

35)  $ab^3 \cdot a^2b =$

36)  $2xy^2 \cdot 3x^2y =$

37)  $(-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 4 =$

(Sol: 10)

38)  $(2x)^2 =$

39)  $(-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) =$

(Sol: 28)

40)  $3^{3^3} =$

(Sol:  $3^{27}$ )

**6. Completar los exponentes que faltan:**

a)  $4^6 \cdot 4^{\square} = 4^9$

b)  $(-7)^{\square} : (-7)^3 = (-7)^3$

c)  $5^4 \cdot 5^{\square} \cdot 5^2 = 5^9$

d)  $a \cdot a^3 \cdot a^{\square} = a^5$

e)  $(-7)^{\square} \cdot (-7)^4 \cdot (-7) = (-7)^7$

f)  $2^8 \cdot 2^3 \cdot 2^{\square} = 2^{11}$

g)  $(3^6)^{\square} = 3^{18}$

h)  $(5^{\square})^4 = 5^{20}$

i)  $[(-2)^{\square}]^4 = (-2)^8$

j)  $[(-7)^3]^{\square} = (-7)^9$

**7. Más elaborados:** Simplificar, utilizando las propiedades de las potencias, dejando el **resultado como potencia única** de base lo más simple posible (*no vale usar calculadora, salvo para comprobar, una vez finalizado todo el ejercicio, los resultados*):

1)  $8^3 \cdot 2^3 =$

(Sol:  $2^{12}$ )

6)  $(2 \cdot 4)^2 =$

(Sol:  $2^6$ )

2)  $8^3 : 2^3 =$

(Sol:  $2^6$ )

7)  $3 \cdot 27^5 =$

(Sol:  $3^{16}$ )

3)  $4^2 \cdot 4^3 \cdot 4 =$

(Sol:  $2^{12}$ )

8)  $125^2 \cdot 5 =$

(Sol:  $5^7$ )

4)  $\frac{(-8)^8}{(-8)^6} =$

(Sol:  $2^6$ )

9)  $\frac{3 \cdot 3^{31}}{9} =$

(Sol:  $3^{30}$ )

5)  $2 \cdot 4^2 =$

(Sol:  $2^5$ )

10)  $5^6 \cdot (5^9 : 5^3) =$

(Sol:  $5^{12}$ )

- |  |   |
|--|---|
| <p>11) <math>5^6 \cdot 5^9 \cdot 5^3 =</math><br/>(Sol: <math>5^{12}</math>)</p>   | <p>28) <math>8^4 \cdot 16^2 =</math><br/>(Sol: <math>2^{20}</math>)</p>   |
| <p>12) <math>2^2 \cdot (2^3)^2 =</math><br/>(Sol: <math>2^8</math>)</p>  | <p>29) <math>3^4 \cdot 9^2 =</math><br/>(Sol: <math>3^8</math>)</p>   |
| <p>13) <math>\frac{3^8}{(3^2)^2 \cdot 3} =</math><br/>(Sol: <math>3^3</math>)</p>  | <p>30) <math>(-3)^4 \cdot 18^2 =</math><br/>(Sol: <math>2^2 \cdot 3^8</math>)</p>   |
| <p>14) <math>2^8 : 2^3 \cdot 2^3 =</math><br/>(Sol: <math>2^8</math>)</p>  | <p>31) <math>5^4 \cdot 25^3 =</math><br/>(Sol: <math>5^{10}</math>)</p>   |
| <p>15) <math>3^5 : (3^7 : 3^4) =</math><br/>(Sol: <math>3^2</math>)</p>  | <p>32) <math>6^3 \cdot 12^5 =</math><br/>(Sol: <math>2^{13} \cdot 3^8</math>)</p>   |
| <p>16) <math>[(-9)^3]^4 =</math><br/>(Sol: <math>3^{24}</math>)</p>  | <p>33) <math>4^7 \cdot 3^2 =</math><br/>(Sol: <math>2^{19}</math>)</p>  |
| <p>17) <math>\frac{(-4)^7}{(-4)^2} =</math><br/>(Sol: <math>2^8</math>)</p>  | <p>34) <math>12^3 \cdot 18^5 =</math><br/>(Sol: <math>2^{11} \cdot 3^{13}</math>)</p>   |
| <p>18) <math>(2^5)^2 \cdot (2^2)^4 =</math><br/>(Sol: <math>2^{18}</math>)</p>   | <p>35) <math>(-21)^2 \cdot 63^5 =</math><br/>(Sol: <math>3^{12} \cdot 7^7</math>)</p>   |
| <p>19) <math>(10^3)^3 \cdot (10^2)^4 =</math><br/>(Sol: <math>10^{17}</math>)</p>  | <p>36) <math>72^3 \cdot 4^7 =</math><br/>(Sol: <math>2^{23} \cdot 3^6</math>)</p>   |
| <p>20) <math>[(-3)^5]^3 \cdot [(-3)^4]^3 =</math><br/>(Sol: <math>(-3)^{27}</math>)</p>  | <p>37) <math>(-3)^2 \cdot (3 \cdot 9)^2 \cdot \frac{3^4}{3} =</math><br/>(Sol: <math>3^{10}</math>)</p>   |
| <p>21) <math>[(-x)^2]^2 \cdot [(-x)^3]^2 =</math><br/>(Sol: <math>x^{10}</math>)</p>   | <p>38) <math>\frac{18^3}{18^2 \cdot 3} =</math><br/>(Sol: 6)</p>  |
| <p>22) <math>(2^2)^4 \cdot a^2 \cdot (a^3)^2 =</math><br/>(Sol: <math>(2a)^8</math>)</p>   | <p>39) <math>\frac{2^8}{8^{10}} \cdot (-2)^6 \cdot (2 \cdot 4)^7 =</math><br/>(Sol: <math>2^5</math>)</p>   |
| <p>23) <math>\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4}{\frac{8}{27}} =</math><br/>(Sol: <math>(2/3)^3</math>)</p> | <p>40) <math>\frac{\left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^0}{\left(\frac{9}{25}\right)^3} =</math><br/>(Sol: 1)</p>   |
| <p>24) <math>(6^2)^5 : (6^3)^3 =</math><br/>(Sol: 6)</p>   | <p>41) <math>10 - 2 \cdot (-3)^2 + 5 \cdot (-6 + 2^2)^2 =</math><br/>(Sol: 12)</p>  |
| <p>25) <math>(23^7)^2 : (23^3)^4 =</math><br/>(Sol: <math>23^2</math>)</p>   | <p>42) <math>\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3}{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^4 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^0} =</math><br/>(Sol: <math>2/3</math>)</p> |
| <p>26) <math>\frac{[(-14)^9]^3}{[(-14)^3]^5} =</math><br/>(Sol: <math>14^{12}</math>)</p>  |   |
| <p>27) <math>[(-2)^8]^3 : (-2)^4 =</math><br/>(Sol: <math>2^{20}</math>)</p>   |   |

$$43) \frac{[(-3)^3]^2 \cdot [3 \cdot (-9)]^6}{81^5} =$$

(Sol:  $3^4$ )

$$44) [9 - \sqrt{25} \cdot (-2)^3] : [(-3-1)^2 - 9] =$$

(Sol: 7)

$$45) [\sqrt{3-2} + 5 \cdot 2^2 + (-3)^3 + (-4)^0] : (1+4)^1 =$$

(Sol: -1)

$$46) (6 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^2) : (3 - \sqrt{81})^2 =$$

(Sol: 1)

8. 25 no puede ser igual a 13. ¿Dónde está el fallo?:  $(2+3)^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

||  
 $5^2$   
||  
25

### Repaso:

9. Aplicar la definición para hallar, **sin calculadora**, el valor de las siguientes potencias:

a)  $3^5 =$

b)  $(-4)^3 =$

c)  $(-3)^6 =$

d)  $10^4 =$

e)  $1^{11} =$

f)  $(-1)^5 =$

g)  $(-1)^8 =$

h)  $(-2)^9 =$

i)  $13^0 =$

j)  $5^5 =$

k)  $(-9)^2 =$

l)  $(-2)^6 =$

m)  $-2^6 =$

n)  $(-3)^5 =$

o)  $-3^5 =$

p)  $1^{14} =$

q)  $(-1)^{14} =$

r)  $(-1)^{15} =$

s)  $\left(\frac{2}{3}\right)^4 =$

t)  $\left(\frac{1}{3}\right)^5 =$

u)  $10^2 =$

v)  $(-10)^4 =$

w)  $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$

x)  $6^3 =$

y)  $(-6)^3 =$

z)  $0,1^3 =$

α)  $20^2 =$

10. Simplificar, utilizando las propiedades de las potencias, dejando el **resultado como potencia única** de base simple (no vale usar calculadora, salvo para comprobar, una vez finalizado todo el ejercicio, los resultados):

1)  $3^4 \cdot 3^5 =$

2)  $6^7 : 6^4 =$

3)  $(-3)^3 \cdot (-3)^5 =$

4)  $(-4)^3 \cdot (-4)^2 =$

5)  $9^2 \cdot 9^3 \cdot 9^5 =$

6)  $\left[(3^2)^3\right]^4 =$

7)  $2^5 \cdot 3^5 =$

8)  $\frac{27^4}{9^4} =$

9)  $25^6 : 5^6 =$

10)  $(-7)^3 \cdot (-7)^4 \cdot (-7)^3 =$

11)  $2^{12} : (2^6 : 2^3) =$

12)  $2^{12} : 2^6 \cdot 2^3 =$

13)  $\frac{3^6 \cdot 3^7}{3^{11}} =$

(Sol:  $-2^{10}$ ) 14)  $a^3 \cdot (a^4)^5 =$

(Sol:  $3^{20}$ ) 15)  $3^{11} : [(3^3)^3 \cdot 3] =$

(Sol: 3)

16)  $(-5)^3 : [(-5)^4 : (-5)] =$

(Sol: 1)

17)  $(3^4 \cdot 4^3)^0 =$

18)  $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 =$

(Sol:  $2^9$ ) 19)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^5 =$

(Sol:  $2^9$ ) 20)  $\frac{\left(\frac{7}{5}\right)^{12}}{\left(\frac{7}{5}\right)^4} =$

## FICHA 5: Raíz cuadrada

### RECORDAR: Definición de raíz cuadrada

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a$$

signo radical
radicando
raíz

(Añadir esta fórmula al formulario, junto con la **lista de los 20 primeros cuadrados perfectos** que indicará el profesor)

1. Calcular mentalmente o por tanteo (operaciones en el cuaderno) las siguientes raíces cuadradas, e indicar la comprobación (véase el primer ejemplo). Puede también comprobarse en casa con la calculadora.

1)  $\sqrt{9} = 3$  pq  $3^2 = 9$

2)  $\sqrt{25} =$

3)  $\sqrt{49} =$

4)  $\sqrt{100} =$

5)  $\sqrt{4} =$

6)  $\sqrt{16} =$

7)  $\sqrt{64} =$

8)  $\sqrt{1} =$

9)  $\sqrt{0} =$

10)  $\sqrt{81} =$

11)  $\sqrt{\frac{1}{4}} =$

12)  $\sqrt{\frac{1}{9}} =$

13)  $\sqrt{\frac{4}{25}} =$

14)  $\sqrt{\frac{16}{100}} =$

15)  $\sqrt{-4} =$

16)  $\sqrt{121} =$

17)  $\sqrt{169} =$

18)  $\sqrt{256} =$

19)  $\sqrt{144} =$

20)  $\sqrt{225} =$

21)  $\sqrt{\frac{36}{25}} =$

22)  $\sqrt{400} =$

23)  $\sqrt{196} =$

24)  $\sqrt{900} =$

25)  $\sqrt{361} =$

26)  $\sqrt{289} =$

27)  $\sqrt{2500} =$

28)  $\sqrt{324} =$

29)  $\sqrt{0,25} =$

30)  $\sqrt{0,49} =$

31)  $\sqrt{1600} =$

32)  $\sqrt{0,09} =$

33)  $\sqrt{0,0025} =$

34)  $\sqrt{729} =$

35)  $\sqrt{-25} =$

36)  $\sqrt{0,64} =$

37)  $\sqrt{0,04} =$

38)  $\sqrt{\frac{25}{81}} =$

39)  $\sqrt{0,16} =$

40)  $\sqrt{1296} =$

41)  $\sqrt{1764} =$

42)  $\sqrt{484} =$

2. Utilizar la calculadora para hallar, con cuatro cifras decimales bien aproximadas (véase el ejemplo):

1)  $\sqrt{8} \cong 2,8284$

2)  $\sqrt{19} =$

3)  $\sqrt{24} =$

4)  $\sqrt{10} =$

5)  $\sqrt{-15} =$

6)  $\sqrt{40} =$

7)  $\sqrt{2}$

8)  $\sqrt{3}$

9)  $\sqrt{5}$

10)  $\sqrt{256}$

11)  $\sqrt{3^3}$

12)  $\sqrt{1315}$

3. Completar, e indicar el porqué (véase el primer ejemplo):

a)  $\sqrt{\square} = 7$  pq  $7^2 = 49$

b)  $\sqrt{\square} = 6$

c)  $\sqrt{\square} = 15$

d)  $\sqrt{\square} = 20$

4. Acotar los siguientes radicales entre dos enteros consecutivos, razonando el porqué (Véanse los dos primeros ejemplos; no vale usar calculadora, salvo para comprobar los resultados):

a)  $1 < \sqrt{3} < 2$  pq  $1^2 = 1$  y  $2^2 = 4$

b)  $\sqrt{13} \cong 3, \dots$  pq  $3^2 = 9$  y  $4^2 = 16$

c)  $< \sqrt{17} <$

d)  $\sqrt{40} \cong$

e)  $< \sqrt[3]{6} <$

f)  $\sqrt[3]{100} \cong$

g)  $< \sqrt{93} <$

h)  $\sqrt[4]{57} \cong$

i)  $< \sqrt[3]{-10} <$

## FICHA 5: Divisibilidad

### Múltiplos y divisores. N<sup>OS</sup> primos y compuestos:

1. Calcular los diez primeros múltiplos y todos los divisores de los siguientes números (véase el primer ejemplo):

a)  $4 \rightarrow \dot{4} = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40\} \quad \text{div}(4) = \{1, 2, 4\}$

b)  $7 \rightarrow$

c)  $8 \rightarrow$

d)  $10 \rightarrow$

2. Hallar los seis primeros múltiplos de los siguientes números (véase el primer ejemplo):

a)  $\dot{6} = \{6, 12, 18, 24, 30, 36\}$

b)  $\dot{15} = \{$

c)  $\dot{120} = \{$

d)  $\dot{500} = \{$

3. Hallar todos los divisores de los siguientes números (véase el primer ejemplo):

a)  $\text{div}(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

b)  $\text{div}(18) = \{$

c)  $\text{div}(28) = \{$

d)  $\text{div}(23) = \{$

e)  $\text{div}(36) = \{$

f)  $\text{div}(45) = \{$

g)  $\text{div}(75) = \{$

h)  $\text{div}(100) = \{$

4. Hallar todos los divisores de 42 y sus múltiplos positivos menores que 300.

5. Hallar los múltiplos de 7 comprendidos entre 1 y 60. ¿Cuáles de ellos son también múltiplos de 3?

6. Definir número primo, e indicar tres ejemplos.

Definir número compuesto, e indicar tres ejemplos.

Averiguar, **razonadamente**, si los siguientes números son primos o compuestos. En caso de ser compuestos, indicar su factorización:

- a) 4
- b) 5
- c) 9
- d) 11
- e) 14
- f) 17
- g) 21

7. Descomponer (en el cuaderno) los siguientes números en factores primos (véase el primer ejemplo), teniendo en cuenta que:

1º) Una vez hecha la descomposición, es obligatoria la comprobación, mentalmente o a mano.

2º) Las posibles divisiones por 7, 11, 13, etc. se indicarán en el margen derecho.

<p>1) 30</p> $  \begin{array}{r l}  30 & 2 \\  15 & 3 \\  5 & 5 \\  1 & \\  \hline  \end{array}  \Rightarrow 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5  $	<p>4) 59 <span style="float: right;">(primo)</span></p> <p>5) 60 <span style="float: right;">(Sol: <math>2^2 \cdot 3 \cdot 5</math>)</span></p> <p>6) 63 <span style="float: right;">(Sol: <math>3^2 \cdot 7</math>)</span></p> <p>7) 65 <span style="float: right;">(Sol: <math>5 \cdot 13</math>)</span></p> <p>8) 67 <span style="float: right;">(Sol: primo)</span></p>
<p>2) 36 <span style="float: right;">(Sol: <math>2^2 \cdot 3^2</math>)</span></p> <p>3) 51 <span style="float: right;">(Sol: <math>3 \cdot 17</math>)</span></p>	

9) 70	(Sol: $2 \cdot 5 \cdot 7$ )	28) 275	(Sol: $5^2 \cdot 7$ )
10) 72	(Sol: $2^3 \cdot 3^2$ )	29) 315	(Sol: $3^2 \cdot 5 \cdot 7$ )
11) 75	(Sol: $3 \cdot 5^2$ )	30) 360	(Sol: $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ )
12) 79	(Sol: primo)	31) 364	(Sol: $2^2 \cdot 7 \cdot 13$ )
13) 87	(Sol: $3 \cdot 29$ )	32) 385	(Sol: $5 \cdot 7 \cdot 11$ )
14) 89	(Sol: primo)	33) 441	(Sol: $3^2 \cdot 7^2$ )
15) 90	(Sol: $2 \cdot 3^2 \cdot 5$ )	34) 450	(Sol: $2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ )
16) 91	(Sol: $7 \cdot 13$ )	35) 462	(Sol: $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$ )
17) 100	(Sol: $2^2 \cdot 5^2$ )	36) 492	(Sol: $2^2 \cdot 3 \cdot 41$ )
18) 103	(Sol: primo)	37) 504	(Sol: $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$ )
19) 108	(Sol: $2^2 \cdot 3^3$ )	38) 600	(Sol: $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$ )
20) 120	(Sol: $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ )	39) 671	(Sol: $11 \cdot 61$ )
21) 125	(Sol: $5^3$ )	40) 900	(Sol: $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ )
22) 133	(Sol: $7 \cdot 19$ )	41) 1050	(Sol: $2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$ )
23) 143	(Sol: $11 \cdot 13$ )	42) 1080	(Sol: $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$ )
24) 150	(Sol: $2 \cdot 3 \cdot 5^2$ )	43) 2250	(Sol: $2 \cdot 3^2 \cdot 5^3$ )
25) 180	(Sol: $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ )	44) 2310	(Sol: $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ )
26) 240	(Sol: $2^4 \cdot 3 \cdot 5$ )	45) 4950	(Sol: $2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11$ )
27) 270	(Sol: $2 \cdot 3^3 \cdot 5$ )		

### Repaso:

**8. a)** Indicar, ordenados, todos los múltiplos (positivos) de 75 de tres cifras:

$$\dot{7}5 = \{$$

**b)** Hallar todos los divisores de 75:

$$\text{Div}(75) = \{$$

**9.** Indicar todos los divisores (positivos) de 24 y los múltiplos (positivos) de 24 de dos cifras.

- 10.** Hallar todos los divisores de 113. Razonar la respuesta, **indicando el proceso seguido**. ¿Es un número primo o compuesto? (Soluc: Primo)

- 11.** Construir, razonadamente, la criba de Eratóstenes para los primeros 50 números naturales, indicando además la factorización de aquellos que sean compuestos (Obsérvense algunos ejemplos):

1= n <sup>o</sup> especial	15=	28=	41=
2=	16=	29=	42=
3=	17=	30= 2·3·5	43=
4=	18= 2·9=2·3 <sup>2</sup>	31=	44=
5=	19=	32=	45=
6=	20=	33=	46=
7=	21=	34=	47=
8=	22=	35=	48=
9=	23=	36=	49=
10=	24=	37=	50=
11= PRIMO	25=	38=	
12=	26=	39=	
13=	27=	40=	
14=			

- 12.** a) ¿Es posible que un número sea divisible por 9 pero no por 3? Razonar la respuesta. Indicar ejemplos.
- b) ¿Es posible que un número sea divisible por 3 pero no por 9? Razonar la respuesta. Indicar ejemplos.
- c) ¿Podemos concluir que 210 es divisible por 15, sin dividir?

## FICHA 6: MCD y mcm de enteros

1. a) Definir **MCD** de dos o más enteros, e indicar, previa descomposición factorial, cuál es la forma de calcularlo.

b) Escribir todos los divisores de 36 y 24, y señalar cuál es el mayor de ellos común a ambos.

c) Calcular, previa descomposición, el MCD de 36 y 24, y comprobar que se obtiene idéntico resultado.

2. a) Definir **mcm** de dos o más enteros, e indicar, previa descomposición factorial, cuál es la forma de calcularlo.

b) Escribir los diez primeros múltiplos de 20 y 50, y señalar cuál es el menor de ellos común a ambos.

c) Calcular, previa descomposición, el mcm de 20 y 50, y comprobar que se obtiene idéntico resultado.

3. Obtener, **previa descomposición**, el MCD y mcm de los siguientes grupos de números (Véase el 1<sup>er</sup> ejemplo):

a) 12 y 225

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 225 & 5 \\ 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 225 = 3^2 \cdot 5^2 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \end{array} \right\} \text{MCD}(12, 225) = 3$$

comunes al menor exponente

$$\left. \begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 225 = 3^2 \cdot 5^2 \end{array} \right\} \text{mcm}(12, 225) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$$

comunes y no comunes al mayor exponente

**b) 8 y 12**

(Soluc:  $mcm=24$ ;  $MCD=4$ )

**c) 8 y 3**

(Soluc:  $mcm =24$ ;  $MCD=1$ )

**d) 8 y 36**

(Soluc:  $mcm =72$ ;  $MCD=4$ )

**e) 18 y 20**

(Soluc:  $mcm =180$ ;  $MCD=2$ )

**f) 75 y 45**

(Soluc:  $mcm =225$ ;  $MCD=15$ )

**g) 33 y 70**

(Soluc:  $mcm =2310$ ;  $MCD=1$ )

**h) 30 y 63**

(Soluc:  $mcm =630$ ;  $MCD=3$ )

**i) 12, 18 y 15**

(Soluc:  $mcm =180$ ;  $MCD=3$ )

**j) 54 y 36**

(Soluc:  $mcm =108$ ;  $MCD=18$ )

**k)** 12, 15 y 40

(Soluc:  $mcm = 120$ ;  $MCD=1$ )

**l)** 84 y 120

(Soluc:  $mcm = 840$ ;  $MCD=12$ )

**m)** 150 y 225

(Soluc:  $mcm = 450$ ;  $MCD=75$ )

**n)** 120, 180 y 300

(Soluc:  $mcm = 1800$ ;  $MCD=60$ )

**o)** 24 y 83

(Soluc:  $mcm = 1992$ ;  $MCD=1$ )

**p)** 330 y 495

(Soluc:  $mcm = 990$ ;  $MCD=165$ )

**q)** 91 y 245

(Soluc:  $mcm = 3185$ ;  $MCD=7$ )

**r)** 91 y 98

(Soluc:  $mcm = 1274$ ;  $MCD=7$ )

s) 89 y 121

(Soluc:  $mcm = 10769$ ;  $MCD=1$ )

**Repaso:**

**4.** Obtener, **previa descomposición**, el MCD y mcm de los siguientes grupos de números:

a) 28 y 42

(Soluc:  $mcm=84$ ;  $MCD=14$ )

b) 18 y 4

(Soluc:  $mcm=36$ ;  $MCD=2$ )

c) 18 y 32

(Soluc:  $mcm =288$ ;  $MCD=2$ )

d) 48 y 32

(Soluc:  $mcm =96$ ;  $MCD=16$ )

e) 21 y 28

(Soluc:  $mcm =84$ ;  $MCD=7$ )

f) 10, 12 y 35

(Soluc:  $mcm =420$ ;  $MCD=1$ )

g) 15, 20 y 27

(Soluc:  $mcm =540$ ;  $MCD=1$ )

h) 45 y 27

(Soluc:  $mcm =135$ ;  $MCD=9$ )

i) 21 y 28

(Soluc:  $mcm = 84$ ;  $MCD = 7$ )

j) 130 y 231

(Soluc:  $mcm = 30030$ ;  $MCD = 1$ )

k) 12 y 18

(Soluc:  $mcm = 36$ ;  $MCD = 6$ )

l) 6, 8 y 12

(Soluc:  $mcm = 24$ ;  $MCD = 2$ )

m) 16, 20 y 28

(Soluc:  $mcm = 560$ ;  $MCD = 4$ )

n) 10, 25 y 40

(Soluc:  $mcm = 200$ ;  $MCD = 5$ )

**5. TEORÍA:** a) Un alumno contesta en un examen que  $MCD(12,30)=36$  y  $mcm(12,30)=6$ . Sin calcular nada previamente, razonar que ello no puede ser posible.

b) Otro alumno contesta que el MCD de 356 y 121 es 3. Sin calcularlo, razonar que ello también es imposible.

c) Sabemos que el producto de dos números enteros es 117, que su mcd es 1 y que uno de ellos es primo ¿Qué números son? (Justificar razonadamente las respuestas). (Soluc: 9 y 13)

## FICHA 7: Problemas de aplicación de números enteros

1. Ana tiene ahorrados 30 €. Un fin de semana sale al cine con unos amigos y se gasta 7 €, le compra un regalo que le cuesta 12 € a una amiga y paga el billete de tren, que le supone 3 €. Si al llegar a casa su padre le da sus 15 € semanales, ¿cuánto le queda finalmente? (Plantear la solución como una única operación con enteros) (Soluc: 23 €)
  
2. Tres barcos zarpan del mismo puerto: el primero cada 5 días, el segundo cada 9 días y el tercero cada 15 días. Si coincidieron un determinado día, ¿cuándo volverán a coincidir? (Soluc: a los 45 días)
  
3. Se desea cubrir con baldosas **cuadradas** el suelo de una habitación que mide 330 cm de ancho por 390 cm de largo. Se quiere realizar el trabajo utilizando baldosas lo más grandes posibles y sin cortar ninguna.  
**a)** ¿Cuál debe ser el tamaño de las baldosas? **b)** ¿Cuántas baldosas se necesitan? (Soluc: 30 x 30 cm; 143 baldosas)

4. Un rollo de cable mide más de 150 metros y menos de 200 metros. ¿Cuál es su longitud exacta, sabiendo que se puede dividir en trozos de 15 metros y también en trozos de 9 metros? (No vale resolverlo por tanteo)  
(Soluc: 180 m)

5. Se desea envasar 125 botes de conserva de tomate y 175 botes de conserva de pimiento en cajas del mismo número de botes, y sin mezclar ambos productos en la misma caja. ¿Cuál es el mínimo número de cajas necesarias? ¿Cuántos botes irán en cada caja? [Soluc: Harán falta 12 cajas (5 de tomates y 7 de pimientos) y cada caja contendrá 25 botes]