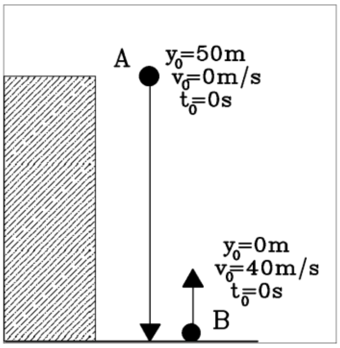
Movementos perpendiculares

2.-Dende unha azotea situada a 50 m de altura, deixamos cair un corpo . No mesmo instante lanzamos un corpo hacia arriba con velocidade 40 m/s. En que momento se encontran á mesma altura?

Ao tempo que soltamos un corpo dende 50 m de altura, lanzamos outo corpo hacia arriba con velocidade 40 m/s.

Nos dous casos temos que aplicar as ecuacións do MRUA:



$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$
$$y = y_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2$$

Para os dous corpos a aceleración é $-9{,}8\ m/s^2$

Para A:

$$v_A = 0 - 9{,}8 \cdot (t - 0) \ \rightarrow \ \mathbf{v_A = -9{,}8 \cdot t}\ \ \mathbf{(1)}$$

$$y_A = 50 + 0 \cdot (t - 0) + \frac{1}{2} \cdot (-9{,}8) \cdot (t - 0)^2 \rightarrow \mathbf{y_A = 50 - 4{,}9 \cdot t^2}\ \mathbf{(2)}$$

Para B:

$$v_B = 40 - 9{,}8 \cdot (t - 0) \ \rightarrow \ \mathbf{v_B = 40 - 9{,}8 \cdot t}\ \ \mathbf{(3)}$$

$$y_B = 0 + 40 \cdot (t - 0) + \frac{1}{2} \cdot (-9{,}8) \cdot (t - 0)^2 \rightarrow \mathbf{y_B = 40 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2}\ \ \mathbf{(4)}$$

Cando estan á mesma altura? Pois cando $\mathbf{y_A = y_B}$

Xa que logo nese intre podemos igualar as ecuacións (2) e (4):

$$\mathbf{50 - 4{,}9 \cdot t^2 = \ 40 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2}$$

E simplificando e operando obtemos que: $\mathbf{t = \frac{5}{4}\ s}$

Podes comprobar sustituíndo ese valor de tempo nas mesmas ecuacións (2) e (4) que este encontro acontece a **42,34 m de altura**.

Coas ecuacións (1) e (3) podemos calcular a velocidade de A e B no momento do encontro.

$v_A = -9{,}8 \cdot t \;\rightarrow\; v_A = -12{,}25\, m/s$; $v_B = 40 - 9{,}8 \cdot t \;\rightarrow\; v_B = +27{,}75\, m/s$

Como ves A está caíndo e B aínda está ascendendo.

5.-Lanzamos dous corpos verticalmente hacia arriba os dous con velocidade 50 m.s^{-1} separados por un intervalo de tempo de 3 s. Calcula o tempo que tardan en coincidir á mesma altura, a altura á que se encontran e a velocidade de cada un nese intre.
(Solución: 6,60 s)

Os dous corpos van a realizar movementos de ascenso-descenso no campo gravitatorio separados por 3 s.

Faremos uso das ecuacións do MRUA.

Para o primeiro ao que chamarei A: $t_0 = 0\, s$, $v_0 = +50\,\frac{m}{s}$, $y_0 = 0$

e polo tanto as ecuacións para o corpo A serán:

$$\boldsymbol{v_A = 50 - 9{,}8 \cdot t} \quad (\mathbf{1})$$

$$\boldsymbol{y_A = 50 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2} \quad (\mathbf{2})$$

Para o segundo ao que chamarei B: $t_0 = 3\, s$, $v_0 = +50\,\frac{m}{s}$, $y_0 = 0$

e polo tanto as ecuacións para o corpo B serán:

$$\boldsymbol{v_B = 50 - 9{,}8 \cdot (t - 3)} \quad (\mathbf{3})$$

$$\boldsymbol{y_B = 50 \cdot (t - 3) - 4{,}9 \cdot (t - 3)^2} \quad (\mathbf{4})$$

Cando se encontren á mesma altura enton: $y_A = y_B$ e podemos igualar as ecuacións da posición (2) e (4):

$$50 \cdot (t - 3) - 4{,}9 \cdot (t - 3)^2 = 50 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

Agora operamos e simplificamos:

$$50 \cdot t - 150 - 4{,}9 \cdot (t^2 - 6 \cdot t + 9) = 50 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

$$50 \cdot t - 150 - 4{,}9 \cdot t^2 + 29{,}4 \cdot t - 44{,}1 = 50 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

$$-150 + 29{,}4 \cdot t - 44{,}1 = 0 \quad \rightarrow \boldsymbol{t = 6{,}6\ s}$$

Para calcular a velocidade de cada un nese intre, sustitúes o tempo nas ecuación (1) e (3) e obtes:

$v_A = 50 - 9{,}8 \cdot 6{,}6 = -8{,}8 \frac{m}{s}$ ou sexa que A está baixando xa.

$v_B = 50 - 9{,}8 \cdot (6{,}6 - 3) = +14{,}72\ m/s$ ou sexa que B aínda está subindo.

Ademais podemos calcular a posición coas ecuacións (2) e (4):

$$y_A = 50 \cdot 6{,}6 - 4{,}9 \cdot 6{,}6^2 = 116{,}556\ m$$

$$y_B = 50 \cdot (6{,}6 - 3) - 4{,}9 \cdot (6{,}6 - 3)^2 = 116{,}496\ m$$

6.-Para medir a profundidade dun pozo, deixamos cair unha pedra e medimos o tempo que tardamos en ouvir o ruído do choque coa auga, que resulta ser de 4 s. Calcula a profundidade do pozo sabendo que a velocidade do son no ar é 340 m.s^{-1}.
(Solución: 70,5 m)

Como ouvimos o son aos 4 s enton resulta que ese tempo suma aquel que tardou en descender o obxecto e o que tardou en ascender o son:

$$4 = Tempo\ da\ caída + Tempo\ de\ ascenso\ do\ son \quad (1)$$

A caída foi unha "caída livre" dende a posición inicial e polo tanto:

$$Posición\ inicial: y_0\ , tempo\ inicial = 0\ s, velocidade\ inicial = 0\ m/s$$

E as ecuacións serán: $v = -9{,}8 \cdot t$ e $y - y_0 = -4{,}9 \cdot t^2$ e como $y - y_0 = -h$ que é a profundidade do pozo, podemos escreber:

$h = 4{,}9 \cdot t^2$ de onde podemos despexar o tempo de descenso: $\mathbf{t_d} = \sqrt{\frac{\mathbf{h}}{\mathbf{4{,}9}}}$

O tempo de ascenso é o tempo que tarda o son en percorrer a distancia h, e como a velocidade do son é constante;

$$340 = \frac{h}{t_{ascenso}} \quad \rightarrow \ \mathbf{t_a} = \frac{\mathbf{h}}{\mathbf{340}}$$

E agora sustituímos en (1):

$$\frac{\mathbf{h}}{\mathbf{340}}+\sqrt{\frac{\mathbf{h}}{\mathbf{4,9}}}=\mathbf{4}$$

Unha ecuación que podemos resolver asi:

$$\sqrt{\frac{\mathbf{h}}{\mathbf{4,9}}}=\mathbf{4}-\frac{\mathbf{h}}{\mathbf{340}}$$

E agora elevando ao cadrado:

$$\left(\sqrt{\frac{h}{4,9}}\right)^2=(4-\frac{h}{340})^2$$

E agora: $\frac{h}{4,9}=16-2\cdot 4\cdot\frac{h}{340}+\frac{h^2}{340^2}$

Veña, agora toca traballar¡¡¡¡

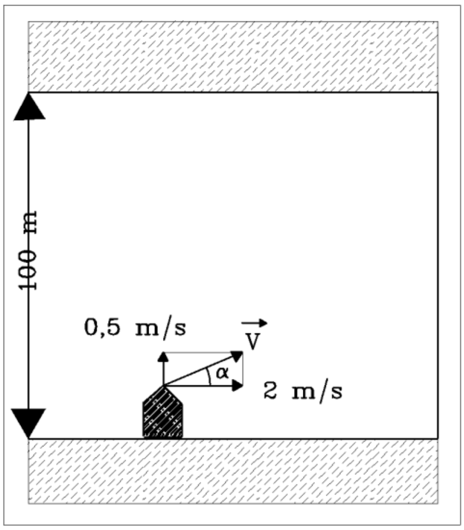
Composición de movementos

8.-Queremos cruzar un río de 100 m de ancho e contamos cunha barca coa que podemos acadar unha velocidade de 0,5 m.s^{-1}. Se a corrente do río é de 2 m.s^{-1} calcula:

a) A direción da velocidade do movemento resultante. **(Solución: 14,04º coa horizontal)**

b) A que distancia augas abaixo do ponto de partida conseguiremos atravesar o río? Inflúe a intensidade da corrente no tempo que tardamos en cruzar a canle?

(Solución: 400 m augas abaixo)



a) A velocidade ten duas componentes:

- Unha perpendicular de valor 0,5 m.s^{-1}
- A outra seguindo a corrente de valor 2 m.s^{-1}

Polo tanto o vetor velocidade será:

$$\vec{v}=2\,\vec{\imath}+0,5\,\vec{\jmath}\quad(m\cdot s^{-1})$$

Podemos calcular o seu módulo e o ángulo α que forma coa direción da corrente:

$$\alpha=arc\ tg\frac{0,5}{2}=14,04°$$

E o módulo: $v=\sqrt{0,5^2+2^2}=2,061\ m\cdot s^{-1}$

b) Logo do anterior fica claro que:

- $x = 2 \cdot t$
- $y = 0{,}5 \cdot t$

Cando atravese o río, é dicer cando no eixe Y percorra 100 m teran transcurrido 200 s.

Polo tanto, no sentido da corrente terá percorrido: $x = 2 \cdot t = 2 \cdot 200 = 400\ m$

Así que en 200 s terá atravesado o río e estará nun ponto situado 400 m augas abaixo.

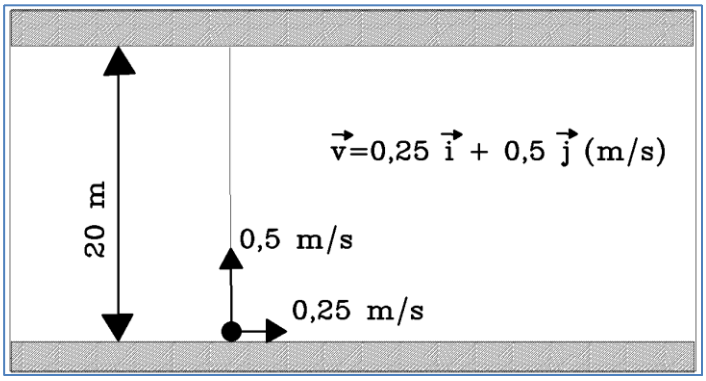
9.-Un nadador pode acadar unha velocidade constante de 0,5 m.s^{-1} e pretende cruzar un rio de 20 m de ancho no que a velocidade da corrente é 0,25 m.s^{-1}. Calcula:

a) A direción da velocidade do movemento resultante.(Solución: 63,43º coa horizontal)

b) O tempo que tarda en cruzar e a distancia augas abaixo que o arrastra a corrente. (Solución: 40 s)

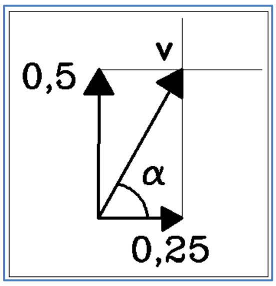
c) Se quere cruzar o río de forma totalmente perpendicular, en que direción ten que nadar? (Solución: 30º de desviación en contra da corrente)

Imos representar o movemento do nadador:



Como se apreza no esquema o nadador vai-se desprazar cunha velocidade con componente en Y (a velocidade que imprime o nadador) e outra en X (a velocidade da corrente).

Cal é a direción da velocidade?



Pois como podes ver no esquema a velocidade resultante terá como resultante un vetor que como módulo terá:

$$v^2 = 0{,}5^2 + 0{,}25^2 \rightarrow v = 0{,}56\ m/s$$

E a direción virá dada polo ángulo:

$$\alpha = arctx \frac{0{,}5}{0{,}25} \rightarrow \alpha = 63{,}43^0$$

b)Para calcular o tempo só precisamos ter en conta que as duas velocidades son constantes. Polo tanto o valor de X e de Y co tempo virán dados por:

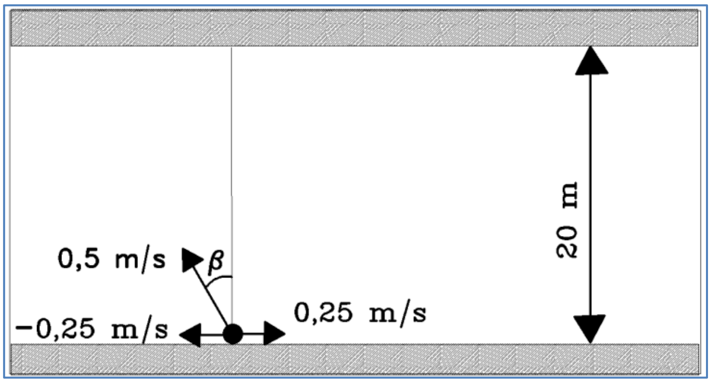
$x = 0{,}25 \cdot t$

$y = 0{,}5 \cdot t$ e nesta última, cando $y = 20\ m\ \rightarrow t = 40\ s$

E agora podes calcular : $x = 0{,}25 \cdot (40) = 10\ m$

Tarda 40 s en cruzar o río e toca terra no ponto (10,20) , 10 m rio abaixo dende o ponto de saída.

c) Queremos que cruce de forma totalmente perpendicular. Fagamos un debuxo:



Pois como ves no debuxo, terá que empregar a súa velocidade para nadar nunha direción que lle permita obter unha componente en X que anule á corrente por completo, a que aparece como $-0{,}25\ m/s$ (con signo "menos")

Para elo o ángulo de desviación debe ser $\beta = arc\ sen\beta\ \frac{0{,}25}{0{,}5} = 30^0$

E canto tempo tarda enton en cruzar?

Pois para elo imos calcular a componente en Y: $\cos\beta = \frac{v_y}{0{,}5} \rightarrow\ v_y = 0{,}433\ m/s$

Ou sexa que a velocidade ten duas componentes: $\vec{v} = -0{,}25\,\vec{\imath} + 0{,}433\,\vec{\jmath}\ \ (\frac{m}{s})$

E canto tarda?

Agora as ecuacións que porporciona Y é : $y = 0{,}433 \cdot t$ e cando chegue á outra beira:

$$y = 20\ m\ \rightarrow t = 46{,}2\ \ s$$

Así que o esforzo é maior.