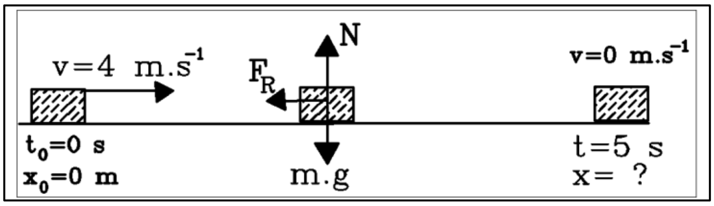
Dinámica do movemento horizontal ou vertical

1.-Un corpo de 2 kg de masa esbara sobre un plano horizontal con velocidade 4 m/s e por efeito do rozamento deten-se en 5 s. Calcula:
a) A aceleración de freado.
b) A forza de rozamento.
c) O coeficiente de rozamento.
(Solución: F_r=-1,6 N, μ=0,082)



Nas condicións iniciais:

$t_0 = 0$

$x_0 = 0$

$v_0 = 4\,m.s^{-1}$

Nas condicións finais:

$t = 5\,s$

$x =?$

$v = 0\,m.s^{-1}$

a) Para calcular a aceleración de freado:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{(0-4)m \cdot s^{-1}}{5\,s} = -0{,}8\,m \cdot s^{-2}$$

b) Para calcular a forza de rozamento só temos que acudir ao 2º Principio:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

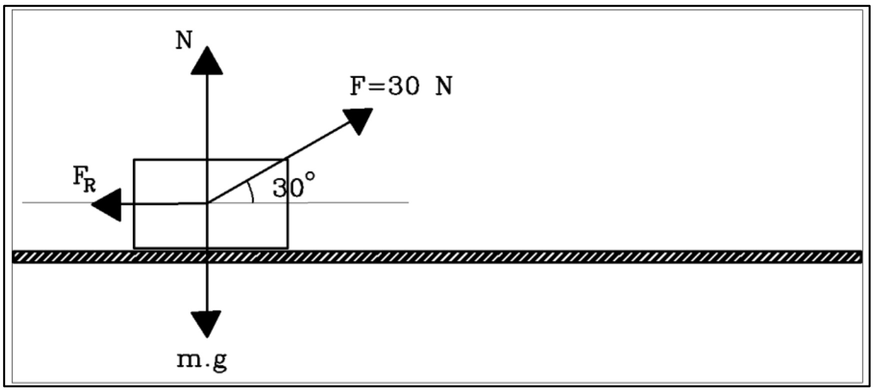
A única forza que atúa é a a de rozamento:

$$F_R = 2\,kg \cdot (-0{,}8 m \cdot s^{-2}) = -1{,}6\,N$$

E como xa sabemos: $\mathrm{F_R} = \mu \cdot \mathrm{N} = \mu \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \rightarrow \mu = \frac{1{,}6\ \mathrm{N}}{2\ \mathrm{kg.9{,}81\ m \cdot s^{-2}}} = 0{,}82$

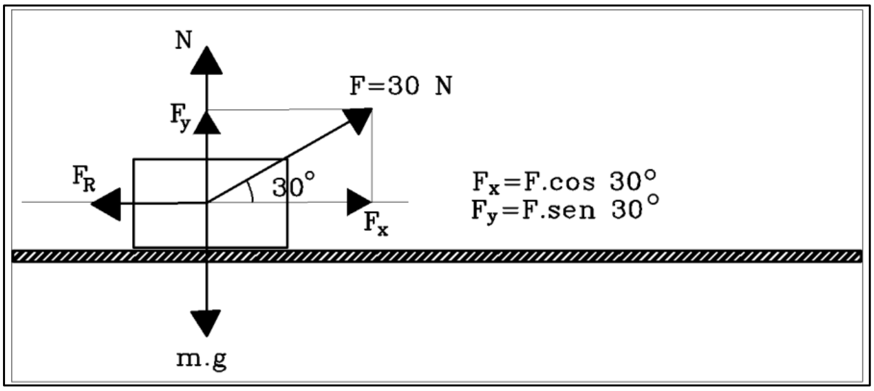
Por certo, porque non calculas a distancia percorrida?

2.-Sobre un corpo de 5 kg inicialmente en repouso, atúa unha forza de 30 N nunha direción que forma un ángulo de 30º coa horizontal durante 10 s. Sabendo que o coeficiente de rozamento entre as superficies é 0,25, calcula :
a) o valor da forza de rozamento e a aceleración producida pola forza.
b) a distancia percorrida e a velocidade adquirida aos 10 s.
c)Se aos 10 s a forza deixa de atuar, calcula a distancia que percorrerá ate deterse.



Na primeira figura estan representadas todaas as forzas que atuan.

Atención¡¡¡ Temos que descompór a forza de 30 N nas suas componentes en X e Y que chamarei F_x e F_Y :



a) Agora podemos analisar as forzas que atuan en Y e en X.

En Y: $N + F_y = m \cdot g \ \rightarrow N = m \cdot g - F_y = 5 \cdot 9{,}81 - 30 \cdot sen\, 30° = 34{,}05\ N$

En X: $F_x - F_R = m \cdot a \ \rightarrow 30 \cdot \cos 30° - \mu \cdot N = m \cdot a \ \rightarrow 15\sqrt{3} - 0{,}25 \cdot 34{,}05 = 5 \cdot a$

$$a = \frac{15\sqrt{3} - 8{,}5125}{5} = +\mathbf{3{,}5\ m \cdot s^{-2}}$$

En canto á **forza de rozamento**: $F_R = \mu \cdot N = 0{,}25 \cdot 34{,}05\ N = \mathbf{8{,}5125\ N}$

Que xa calcularamos antes.

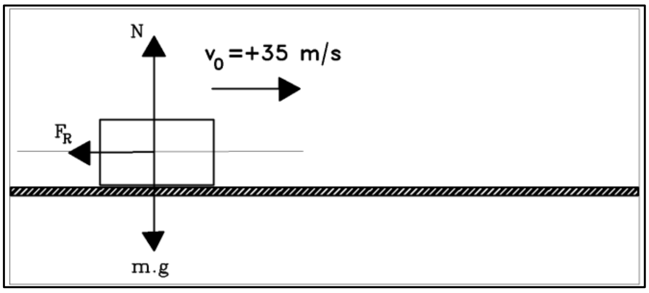
b) Para calcular a **velocidade aos 10 s** pois como coñecemos a aceleración:

$$v - v_0 = a \cdot (t - t_0) \rightarrow v - 0 = +3{,}5 \cdot (10 - 0) = +\mathbf{35\ m \cdot s^{-1}}$$

E para calcular a **distancia percorrida**:

$$x - x_0 = v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2 \rightarrow \boldsymbol{x = 175\ m}$$

c) Se a forza motor deixa de atuar. É dicer si F=0 enton o problema queda reducido ao que indica o debuxo:



A forza de rozamento será agora:

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}25 \cdot 5\ kg \cdot 9{,}81\ m \cdot s^{-2} = 12{,}2625\ N$$

E polo tanto a aceleración será:

$$a = \frac{-F_R}{m} = -2{,}4525\ m \cdot s^{-2}$$

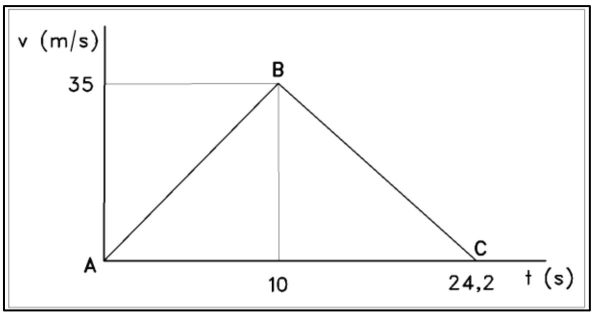
Podemos calcular o tempo que tarda en frear por completo:

$$v - v_0 = a \cdot (t - t_0)$$

Observa que t_0=10 s e polo tanto queda:

$$0 - 35 = -2{,}4525 \cdot (t - 10) \rightarrow t = 24{,}2\ s$$

Vou facer unha gráfica velocidade-tempo do movemento:



Observa que a primeira parte do problema corresponde coa etaba AB.

O proceso de freado é o que vai dende B ate C. Se calculas a superficie baixo da gráfica terás a distancia percorrida.

$$\Delta x_{BC} = \frac{(24{,}2 - 10) \cdot 35}{2} = 240{,}5\ m$$

3.-Unha nena de 30 kg de masa, deslíza-se por un poste de madeira cunha aceleración de 2 m/s^2. Calcula o valor da forza de rozamento. (Solución:234 N)

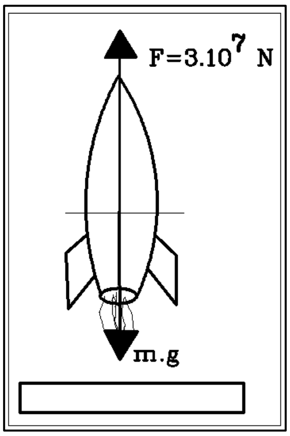
Sobre a nena atúa o peso hacia abaixo e o rozamento hacia arriba, e polo tanto:

$$P - F_R = m \cdot a$$

$$m \cdot g - F_R = m \cdot a$$

$$F_R = m \cdot (g - a) = 234{,}3\ N$$

4.-Ao despegar un foguete de 2300 toneladas, os seus motores desenvolven unha forza de 3.10^7 N. Calcula a forza total e a aceleración no momento do despegue. (Solución:7,46.10^6 N, 3,24 m/s^2)



De acordo co esquema do debuxo, sobre o foguete atúan duas forzas, hacia a rriba a propulsión e hacia abaixo o peso. De acordo co 2º Principio:

$$F - m \cdot g = m \cdot a$$

A forza total será:

$$F - m \cdot g = 3 \cdot 10^7\ N - 2{,}3.\,10^6 kg \cdot 9{,}81\ m \cdot s^{-2} = 7{,}437 \cdot 10^6\ N$$

E agora para calcular a aceleración:

$$a = \frac{7{,}437 \cdot 10^6\ N}{2{,}3.\,10^6 kg} = 3{,}23\ m \cdot s^{-2}$$

6.-Calcula que forza compre aplicar durante 2 s para que un corpo de 10 kg de masa aumente a súa velocidade de 2 a 10 m/s.

$$F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot \frac{v - v_0}{t - t_0} = 10 \cdot \frac{(10 - 2)}{(2 - 0)} = 40\ N$$

7.-Unha partícula móve-se cunha cantidade de movemento de $\vec{p}_0 = 10\vec{k}\ (kg.m.s^{-1})$ e logo de interacionar con outra partícula a súa cantidade de movemento cambia ate acadar $\vec{p} = 7\vec{\imath} + 12\vec{k}\ (kg.m.s^{-1})$. Calcula a variación da cantidade de movemento, o impulso mecánico e a intensidade da forza sobre a partícula se a interación tivo unha duración de 0,001 s.
(Solución:$7000\vec{\imath} + 2000\,\vec{k}\ (N)$)

Calculemos a variación da cantidade de movemento:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \left(7\vec{\imath} + 12\vec{k}\,\right) - 10\vec{k} = \mathbf{7}\vec{\imath} + \mathbf{2}\vec{k}\ \ (kg.m.s^{-1})$$

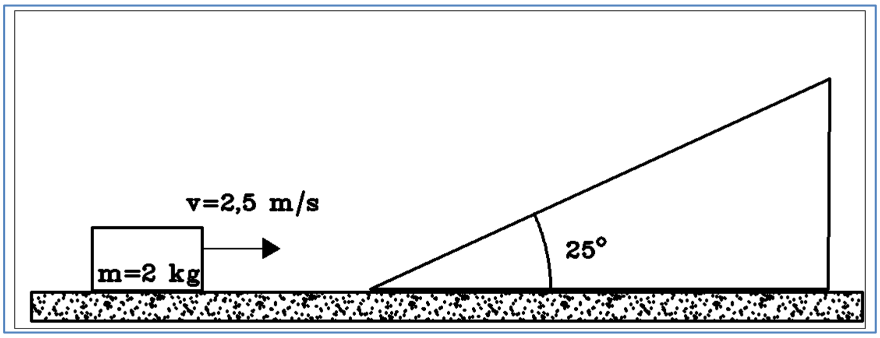
<u>**Como o impulso mecánico é igual á variación da cantidade de movemento, pois xa está calculado.**</u>

Recorda: $\vec{I} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p}$

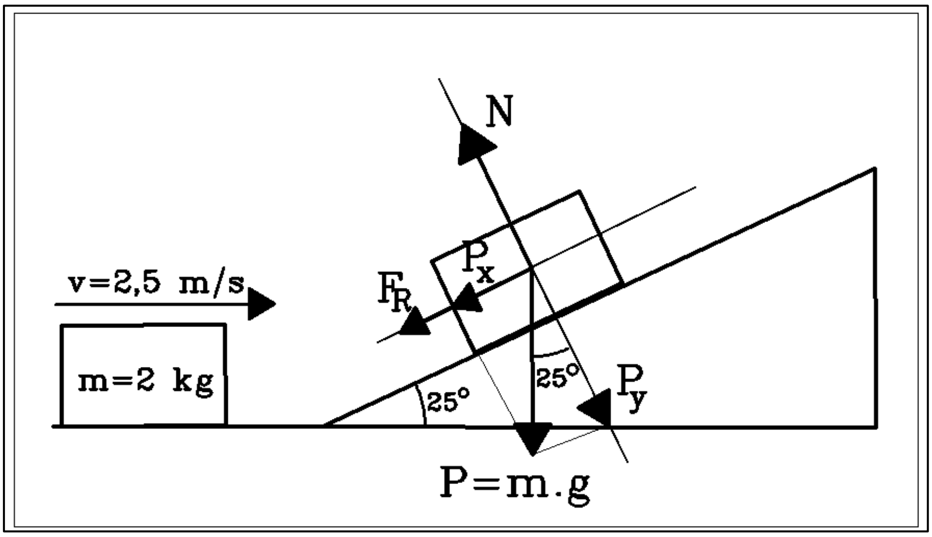
Como o impulso: $\vec{I} = \vec{F}\cdot\Delta t \ \rightarrow\ \vec{F} = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{7\vec{\imath}+2\vec{k}}{0{,}001} = \mathbf{7000}\vec{\imath} + \mathbf{2000}\,\vec{k}\ \ (N)$

<u>**Dinámica do plano inclinado**</u>

2.-Lanzamos horizontalmente un corpo de masa 2 kg sobre unha superficie horizontal sen rozamentos, cunha velocidade de 2,5 m/s hacia un plano inclinado 25º. Calcula a distancia que percorre sobre o plano e a altura que acada:
a) Non hai rozamento.
b) O coeficiente de rozamento no plano inclinado é 0,2



Fagamos un esquema das forzas que participan (ou poden participar) cando o corpo ascende o plano:



Fixate que xa debuxei o rozamento ainda que o apartado a) propon que non hai rozamento. Xa arranxaremos logo.

No eixe Y: $\boldsymbol{N = P_Y = P \cdot \cos 25° = m \cdot g \cdot \cos 25° = 17,8\ N}$

No eixe X: $-P_x - F_R = m \cdot a \ \rightarrow \boldsymbol{-P \cdot sen\ 25° - \mu \cdot N = 2 \cdot a\ (1)}$

Na ecuación (1) podemos despexar a aceleración:

$$\boldsymbol{a = \frac{-P \cdot sen\ 25° - \mu \cdot N}{2} \quad (2)}$$

A ecuación (2) permite calcular a aceleración nos dous casos:

a) Sen rozamentos

Neste caso podemos considerar que $\mu = 0$ e sustituíndo os valores que xa temos:

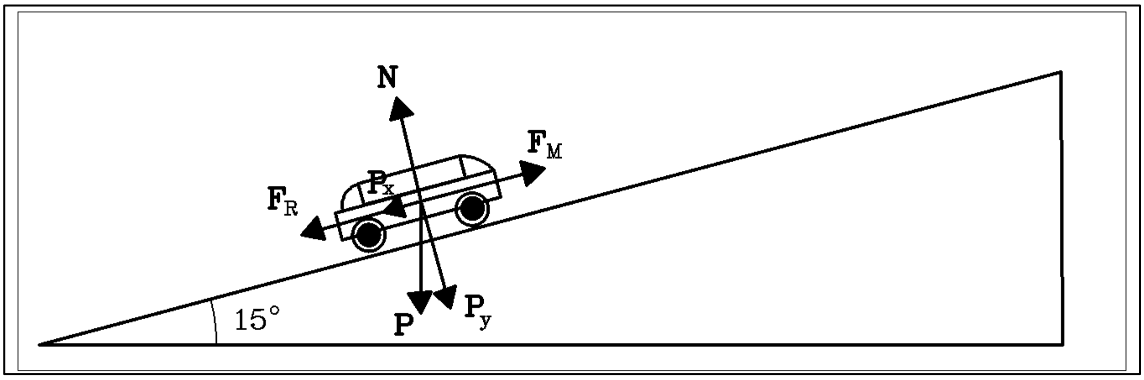
$$\boldsymbol{a = \frac{-P \cdot sen\ 25° - \mu \cdot N}{2} = \frac{-m \cdot g \cdot sen\ 25°}{2} = -4,15\ m \cdot s^{-2}}$$

b) Con rozamentos

Agora imos facer uso dun coeficiente de rozamento $\mu = 0{,}2$

$$\boldsymbol{a = \frac{-2 \cdot 9,81 \cdot sen\ 25° - 0,2 \cdot 17,8}{2} = -5,93\ m \cdot s^{-2}}$$

3.-Un carro de 1300 kg sube unha pendente inclinada 15º. Calcula a forza que desenvolve o motor:
a) Se ascende con velocidade constante e o coeficiente de rozamento total é 0,6.
b) Se ascende con aceleración 5 m/s² co mesmo valor de rozamento.



Analisamos as forzas.

No eixe Y:

$$N = P_y \rightarrow \quad N = m \cdot g \cdot cos15°$$

No eixe X:

$$F_M - P_x - F_R = m \cdot a$$

$$F_M = P_x + F_R + m \cdot a$$

$$F_M = m \cdot g \cdot sen15° + \mu \cdot N + m \cdot a$$

$$\mathbf{F_M = m \cdot g \cdot sen15° + \mu \cdot m \cdot g \cdot cos15° + m \cdot a}$$

E xa está. Agora só tes que aplicar a ecuación anterior nos apartados a) e b):

a) Neste primeiro caso a velocidade é constante e a aceleración é cero, polo tanto a ecuación queda reducida a:

$$\mathbf{F_M = m \cdot g \cdot sen15° + \mu \cdot m \cdot g \cdot cos15°}$$

$$\boldsymbol{F_M = 1300 \cdot 9,81 \cdot sen15° + 0,6 \cdot 1300 \cdot 9,81 \cdot cos15° = 10\ 692\ N}$$

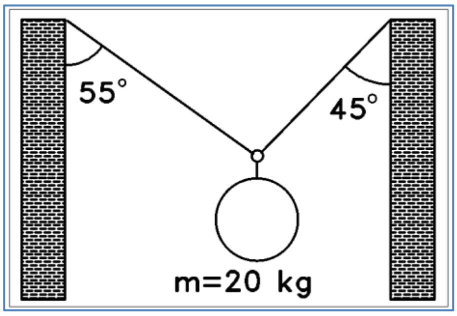
b) Neste caso terás que aplicar a ecuación introducindo o valor da aceleración 5 m.s^{-2}

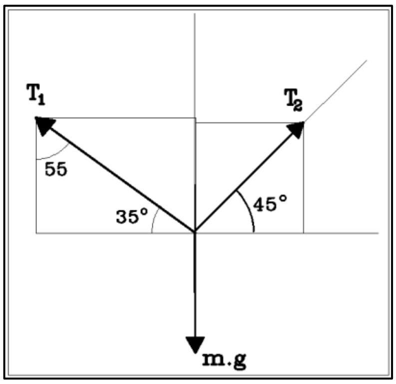
$$\mathbf{F_M = m \cdot g \cdot sen15° + \mu \cdot m \cdot g \cdot cos15° + m \cdot a}$$

$$\boldsymbol{F_M = 1300 \cdot 9,81 \cdot sen15° + 0,6 \cdot 1300 \cdot 9,81 \cdot cos15° + 1300 \cdot 5 = 17192\ N}$$

<u>**Corpos enlazados e tensións**</u>

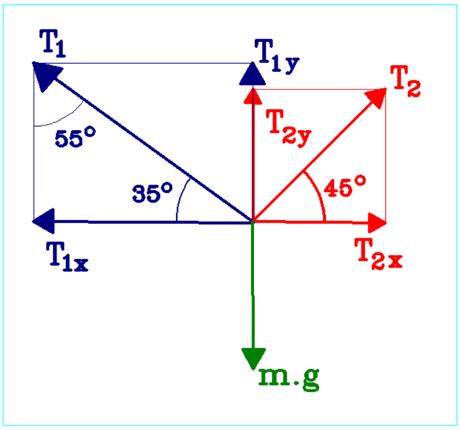
1.-Calcula a tensión das duas cordas que sosteñen a esfera da figura.





Como ves sustituín o debuxo por un esquema máis sinxelo. Agora só resta descompoñes as tensións nas suas componentes en X e en Y e resolver.

Fai un debuxo coa descomposición nos eixes das duas tensións:



<u>**No eixe Y**</u>:

$$T_{1y} + T_{2y} = m \cdot g$$

$$\boldsymbol{T_1 \cdot sen35° + T_2 \cdot sen45° = m \cdot g \ \ (1)}$$

<u>**No eixe X**</u>:

$$T_{1x} = T_{2x}$$

$$\boldsymbol{T_1 \cdot cos35° = T_2 \cdot cos45° \ \ (2)}$$

Da ecuación (2) podes obter que:

$$\mathrm{T_1} = \mathrm{T_2} \cdot \frac{\cos 45°}{\cos 35°} \ \rightarrow \ \mathbf{T_1 = 0,8632 \cdot T_2 \ (3)}$$

E agora sustituíndo na ecuación (1):

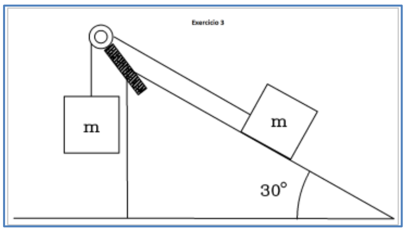
$$0{,}8632 \cdot \mathrm{T_2} \cdot \mathrm{sen}35° + \mathrm{T_2} \cdot \mathrm{sen}45° = \mathrm{m} \cdot \mathrm{g}$$

Da expresión anterior podes calcular T_2:

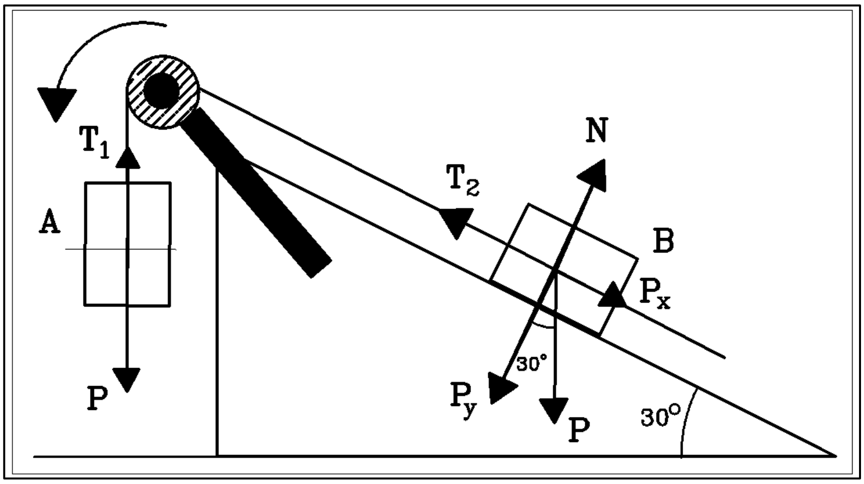
$$\mathrm{T_2} = \frac{\mathrm{m} \cdot \mathrm{g}}{0{,}8632 \cdot \mathrm{sen}35° + \mathrm{sen}45°} = \mathbf{163,2\ N}$$

E agora coa expresión (3) calculamos T_1: $\mathbf{T_1 = 140,87\ N}$

3.-Os dous blocos da figura teñen a mesma masa. Hacia onde se moverá o conxunto? Con que aceleración? Supon que non hai rozamento. (Solución: 2,45 m/s^2)



Imos descompór as forzas que atúan sobre cada corpo:



Resulta evidente que o sistema avantará no sentido da frecha pois a forza motor é o peso P. Observa que sobre o plano a forza contraria, P_x, será menor (as masas de A e B son iguais).

__Sobre A__:

$$\mathbf{P - T_1 = m \cdot a\ (1)}$$

__Sobre B__:

No eixe Y: $N = P_y = m \cdot g \cdot cos30°$ que non interven no movemento do sistema pois non consideramos rozamentos.

No eixe X: $T_2 - P_x = m \cdot a \rightarrow \mathbf{T_2 - m \cdot g \cdot sen30° = m \cdot a\ \ (2)}$

Sumamos as ecuacións (1) e (2) e como polo Principio de Ación e Reación $T_1 = T_2$, obtemos:

$$\mathrm{P - m \cdot g \cdot sen30° = m \cdot a + m \cdot a}$$

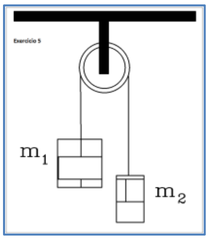
$$\mathrm{m \cdot g - m \cdot g \cdot sen30° = m \cdot a + m \cdot a}$$

E podemos simplificas as masas e obtemos:

$$\mathrm{g - g \cdot sen30° = a + a}$$

De onde podes obter que a aceleración é 2,45 m.s^{-2}

5.-Unha máquina de Atwood está constituída por unha polea de masa desprezabel, e un fío resistente e inextensibel que suxeita dous corpos de masas m_1 e m_2 como indica a figura. Se o sistema se move cunha aceleración que é o 10% da da gravedade, qué proporción existe entre as masas?



As forzas que atuan sobre m_1 seran:

$$P_1 - T_1 = m_1 \cdot a$$

E sobre m_2:

$$T_2 - P_2 = m_2 \cdot a$$

Se sumamos as duas ecuacións e temos en conta que as tensións $T_2 = T_1$, obtemos:

$$P_1 - P_2 = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a$$

$$m_1 \cdot g - m_2 \cdot g = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a$$

$$g \cdot (m_1 - m_2) = a \cdot (m_1 + m_2)$$

Se temoe en conta que a aceleración é o 10% da gravedade:

$$g \cdot (m_1 - m_2) = 0{,}1 \cdot g \cdot (m_1 + m_2)$$

E tamén:

$$(m_1 - m_2) = 0{,}1 \cdot (m_1 + m_2)$$

De onde:

$$m_1 - m_2 = 0{,}1 \cdot m_1 + 0{,}1 \cdot m_2$$

$$m_1 - 0{,}1 \cdot m_1 = m_2 + 0{,}1 \cdot m_2$$

$$0{,}9 \cdot m_1 = 1{,}1 \cdot m_2$$

$$\mathbf{m_1 = \frac{11}{9} \cdot m_2}$$