Dinámica

Segunda parte: ***Dinámica***

1.-Forza:efeitos das forzas.

2.-Tipos de forzas.

3.-Lei de Hooke: dinamómetros.

4.-Forzas cotians.

5.-As forzas como vetores: composición e descomposición de forzas.

6.-Principios da Dinámica.

- Principio de inercia: o equilibrio
- Principio Fundamental da dinámica
- Principio de ación e reación

7.-Aplicación das Leis da dinámica.

8.-Sistemas non inerciais: forzas de inercia.

Forza

- Unha forza é a magnitude coa que recoñecemos qualquer ación que pode producir dous tipos de efeitos sobre un corpo:

1) Un **efeito dinámico** modificando o seu estado de repouso ou movemento.
2) Un **efeito estático** deformando o corpo sobre o que atúa.

En todo caso, e como se apreza no seguinte video, é unha magnitude vetorial.

- https://youtu.be/6s50nON3Rqs

A unidade da magnitude no S.I é o Newton (N)

Tipos de forzas

- **Pola necesidade ou non de contato**.

1) De contato: cando ten que existir un contato direto.
2) A distancia: cando a forza non precisa contato.

- **Pola propiedade da materia relacionada**.

1) Gravitatoria cando a orixe é a masa.
2) Eletromagnética se participa a carga elétrica.
3) Nuclear se participan as interacións que manteñen unidos os núcleos atómicos.

- https://youtu.be/aSeQreSM0A8

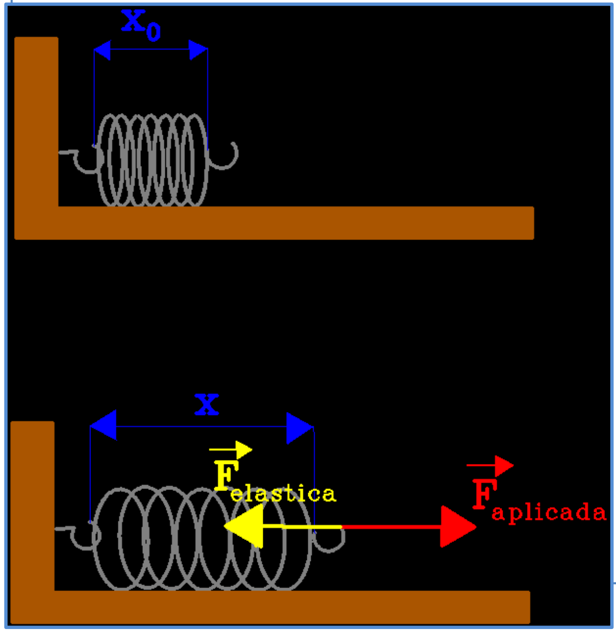
Lei de Hooke

A deformación que experimenta un resorte ou mola, é diretamente proporcional á forza aplicada no extremo da mola.

x_0= lonxitude da mola en repouso

x = lonxitude da mola deformada

$\Delta l = x - x_0$ = elongación K= constante da mola



$F_A = F_{aplicada}$

$F_E = F_{elastica}$

No equilibrio: $\vec{F}_E = -\vec{F}_A$

$$\boxed{\vec{F}_A = k \cdot (x - x_0)\vec{i}}$$

$$\boxed{\vec{F}_E = -\vec{F}_A = -k \cdot (x - x_0)\vec{i}}$$

Exercicio: Unha mola de 5 cm de lonxitude, estíra-se por ación dunha forza de 2 N ate acadar unha loxitude de 9 cm. Calcula a sua constante.

Exercicio: Para coñecer a constante dun resorte que mide 10 cm en repouso, penduramos do seu extremo unha masa de 20 g e comprobamos que acada unha lonxitude de 13,5 cm.

a) Calcula a constante.

b) Calcula a lonxitude que acadará se penduramos 60 g.

Dinamómetros

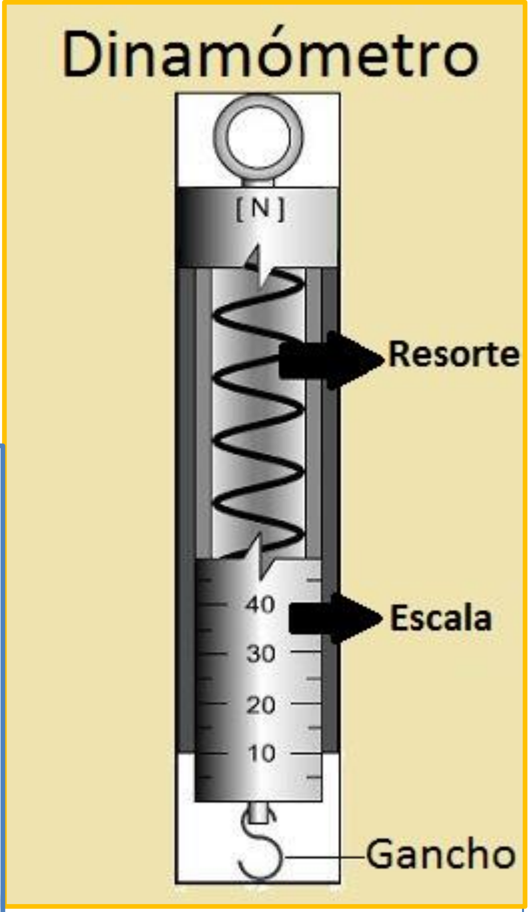
Os dinamómetros son os instrumentos que permiten medir as forzas e basean-se na Lei de Hooke.

Constan de:

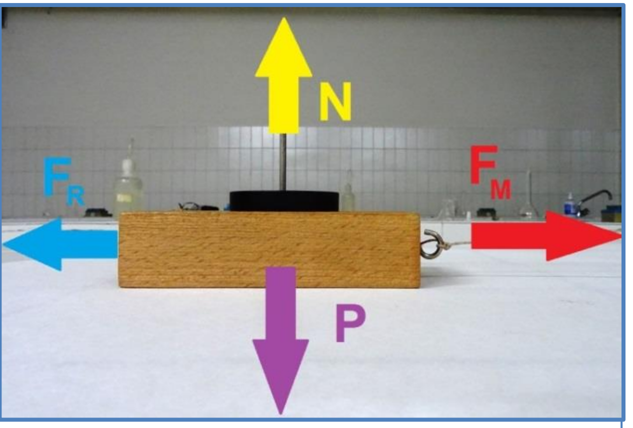
a)Un resorte de constante coñecida

b)Un tubo de material transparente.

c)Unha escala debuxada sobre o tubo.



Forzas cotiáns



- **Forza motor** $(\vec{F}_M)$ é a forza que provoca o movemento do corpo.
- **Peso** $(\vec{P})$ é a forza que atrae a todos os corpos hacia o centro da Terra.

  Calcula-se coa expresión: $\vec{\mathbf{P}} = \mathbf{m} \cdot \vec{\mathbf{g}}$

  Nesta expresión, m é a masa do corpo, e $\vec{\mathbf{g}}$ é a aceleración da gravedade.
- **Normal** $(\vec{N})$ é a forza que realiza o plano de apoio sobre o corpo.
- **Forza de rozamento** $(\vec{F}_R)$ é unha forza que se opon ao movemento.

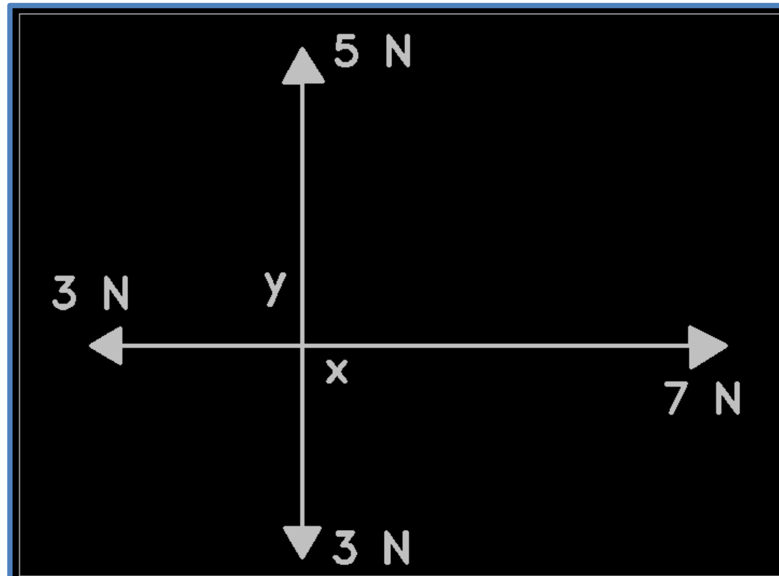
  É de orixe eletromagnético e ven definida por un coeficiente de rozamento que depende das carateristicas das superficies en contato.

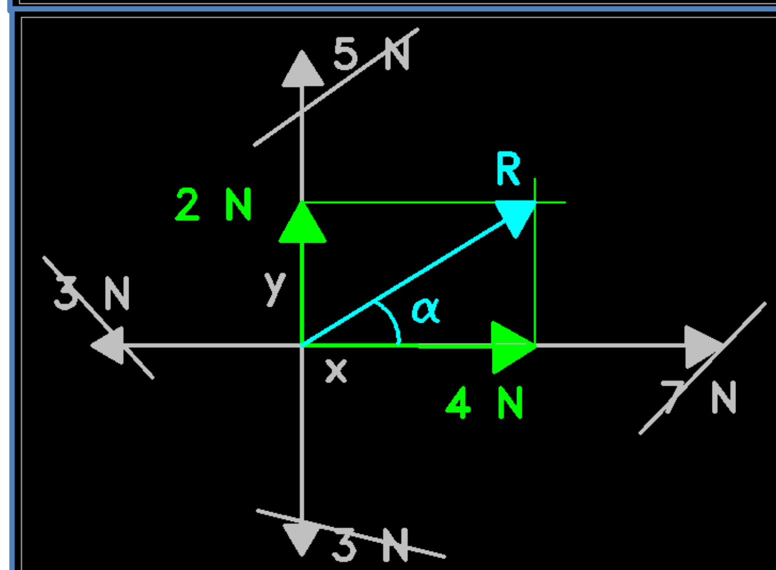
  Consideran-se dous coeficientes o estático (μ_e) e o dinámico (μ_d). As forzas de rozamento estáticas son máis intensas que as de rozamento dinámico. Estas calculan-se mediante a expresión: $\mathbf{F_R} = \mu_d \cdot \mathbf{N}$

Composición de forzas

- As forzas son magnitudes vetoriais e polo tanto estan suxeitas ás regras do calculo vetorial.
- Compoñer un sistema de forzas non é máis que obter unha única forza, á que chamamos *forza resultante*, que equivale a todo o sistema de forzas inicial.
- Para obter a forza resultante aplicaremos as regras de suma e resta de vetores.

Exercicio: calcula a forza equivalente (resultante) do sistema de forzas da figura.





Observa que no eixe Y hai unha forza en sentido + de 5 N e outra en sentido – de 3 N:

$$5\ N\ -3\ N=\ +2\ N$$

No eixe X hai unha forza de 7 N en sentido +, e outra de 5 N en sentido – :

$$7\ N\ -3\ N=\ +4\ N$$

Agora podes calcular o módulo da forza resultante e mesmo o ángulo α que indicaría a direción.

$$R^2=2^2+4^2\rightarrow R=2\sqrt{5}\ N$$

$$\alpha=arctg\ \frac{2}{4}=26{,}56^0$$

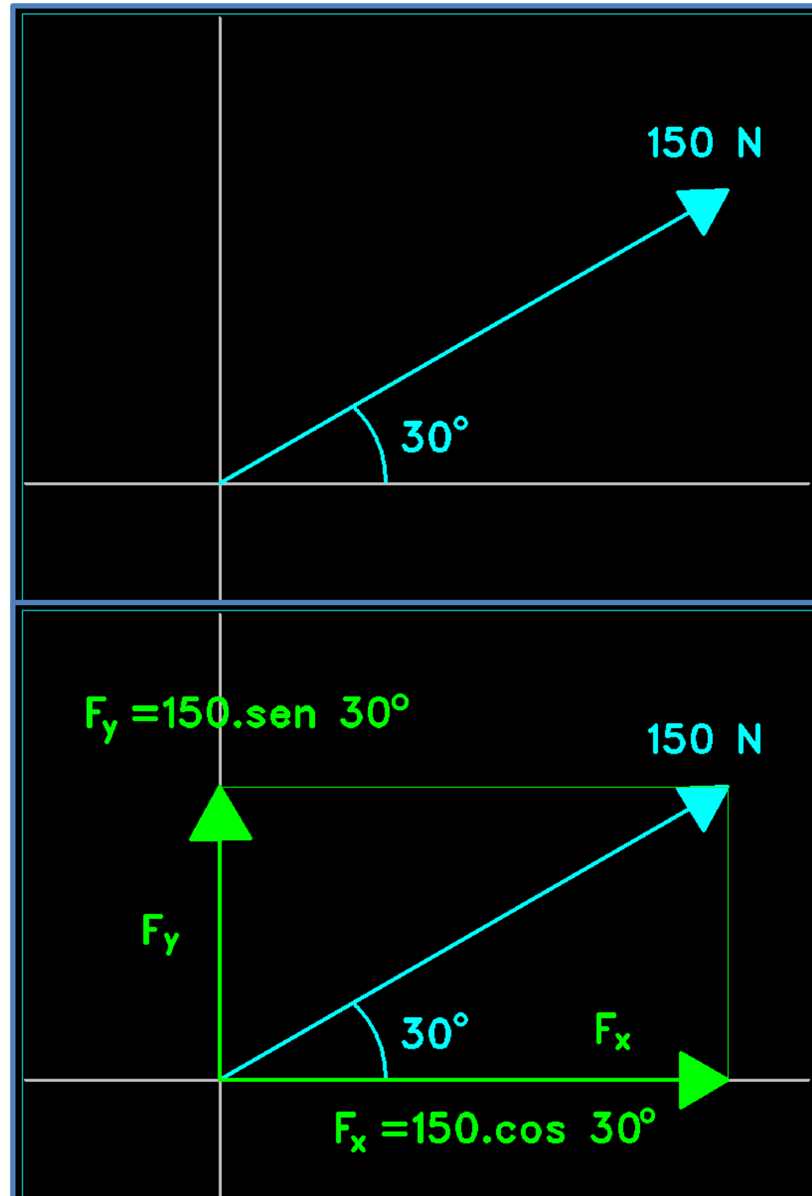
Descomposición de forzas

- A descomposición de forzas consiste en calcular o valor das componentes horizontal e vertical dunha forza.
- Normalmente a esas componentes as nomeamos como F_x e F_y.
- Para elo só precisamos o módulo da forza e o ángulo que forma co eixe horizontal.

Exercicio: calcula as componentes horizontal e vertical da forza da figura.

A forza ten un módulo de 150 N e forma un ángulo de 30º co eixe horizontal.

Observa na figura inferior que ven sendo a hipotenusa dun triángulo e podemos facer uso das razóns trigonométricas.



$$sen\ 30^0 = \frac{F_y}{150\ N} \rightarrow F_y = 150 \cdot sen\ 30^0$$

$$F_y = 75\ N$$

$$cos\ 30^0 = \frac{F_x}{150\ N} \rightarrow F_x = 150 \cdot cos\ 30^0$$

$$F_x \cong 130\ N$$

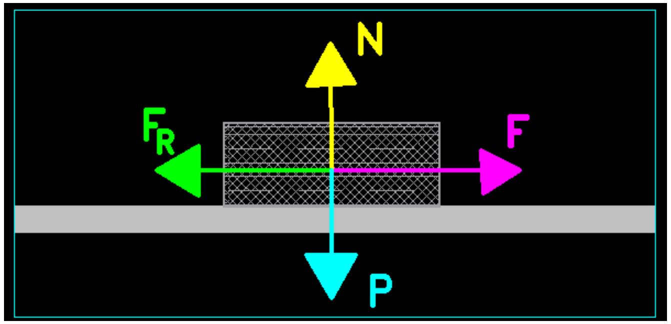
Leis da dinámica de Newton

<u>1ª Lei ou Lei da inercia</u>

Todo corpo permanece no seu estado de repouso ou de movemento retilíneo e uniforme se sobre el non atúa unha forza neta.

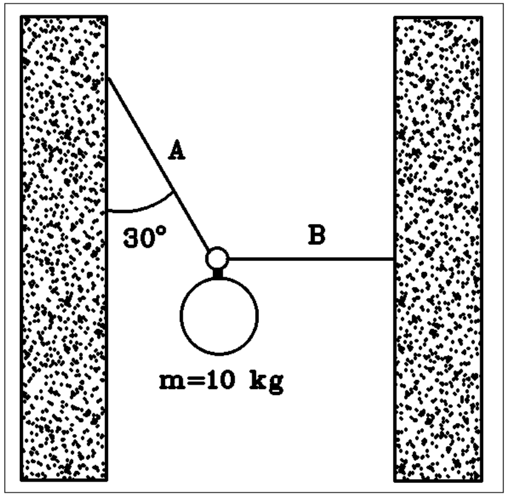
- Expresa-se así:
  $\sum \vec{F} = 0 \ \rightarrow o\ corpo\ permanece\ quieto\ ou\ en\ M.R.U$

Na figura N=P e $F=F_R$ polo tanto
A forza resultante é 0

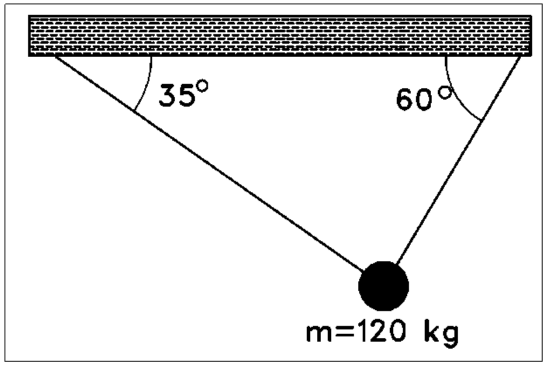


- Observa que os estados de quietude e de M.R.U son equivalentes.
- Modelo de Aristóteles: https://youtu.be/fFkPf94RE8E
- Modelo de Galileo: https://youtu.be/2Iw-hIMRCII

Exercicio: no sistema da figura, calcula a tensión das cordas.



Exercicio: no sistema da figura calcula a tensión das cordas.

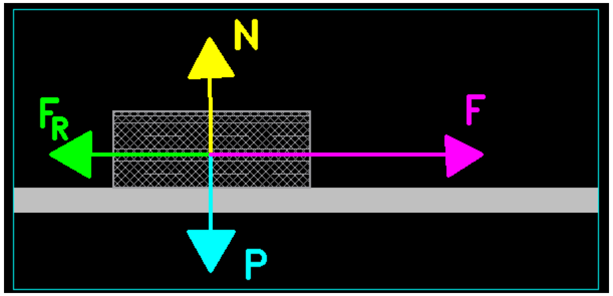


Leis da dinámica de Newton

2ª Lei ou Principio fundamental da dinámica

Cando sobre un corpo atúa unha forza resultante non nula, o corpo adquire unha aceleración na mesma direción e sentido que a forza.

Na figura N=P e F>F_R polo tanto existe unha forza resultante que produce aceleración



Exprésa-se: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Ademais a aceleración adquirida é diretamente proporcional á forza e inversamente proporcional á masa do corpo:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

Leis da dinámica de Newton

- A expresión do 2º Principio permete obter a ecuación de dimensións da forza. Prescindindo da notación vetorial:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{a}$$

A masa é unha magnitude fundamental e a aceleración, que é derivada, defíne-se como:

$$[a] = L \cdot T^{-2}$$

Polo tanto para a forza: $[F] = M \cdot L \cdot T^{-2}$

No Sistema Internacional a unidade será: $kg \cdot m \cdot s^{-2}$ que recebe o nome de Newton (N).

- E sustituíndo na expresión por unidades obtemos a definición de N:

$$1N = 1kg \cdot 1 \, {}^{m}/{}_{s^2}$$

"1 N é a forza que aplicada sobre un corpo de 1 kg de masa proporciona unha aceleración de 1 m/s^2"

Leis da dinámica de Newton

- Ademais a expresión do 2º Principio permite leituras complementarias.

  Como $\vec{a} = \frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t-t_0}$, podemos sustituír na expresión de Newton e resulta:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{F} = m \cdot \frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t-t_0}$$

  Por último:

$$\boldsymbol{\vec{F} \cdot (t - t_0) = m \cdot (\vec{v} - \vec{v}_0)}$$

O primeiro termo recebe o nome de <u>*impulso* $(\vec{I})$</u> e mide o tempo que dura a ación da forza. O segundo termo recibe o nome de <u>*cantidade de movemento* $(\vec{p})$</u> e indica a variación de velocidade producida pola forza sobre o corpo.

$$\boldsymbol{\vec{I} = \vec{F} \cdot (t - t_0) = m \cdot \vec{v} - m \cdot \vec{v}_0 = \Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0}$$

Estuda as ecuacións de dimensións do impulso e da cantidade de movemento.

Exercicio: Sobre un corpo de 10 kg de masa inicialmente en repouso, atúa unha forza de 20 N durante 5 s . Calcula a aceleración producida, a velocidade aos 5 s e a distancia percorrida nese tempo.

Exercicio:Unha tenista golpea a bola de 60 g de masa durante 15 ms imprimíndolle unha velocidade de 180 $km.h^{-1}$. Se aceitamos que a pelota inicialmente non tiña velocidade, calcula a forza que atuou sobre a pelota.

Exercicio: unha partícula de masa 1 kg móve-se con velocidade inicial $\vec{v}_0 = -2\,\vec{\imath}\, - 3\,\vec{\jmath}\ \ (m \cdot s^{-1})$. En certo momento atúa sobre ela unha forza $\vec{F} = 4\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath}\ \ (N)$ durante 0,5 s . Calcula o impulso da forza , a variación da cantidade de movemento e a velocidade final.

$$\vec{I} = \vec{\boldsymbol{F}} \cdot (\boldsymbol{t} - \boldsymbol{t_0}) = (4\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath}\,)\,(N) \cdot 5 \cdot 10^{-1} - (s) = 2\,\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}\ \ (kg \cdot m \cdot s^{-1})$$

Como $\vec{I} = m \cdot \vec{v} - m \cdot \vec{v}_0 = \Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$ e xa temos $\vec{I}$ imos calcular a cantidade de movemento inicial:

$$\vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0 = 1kg \cdot (-2\,\vec{\imath}\, - 3\,\vec{\jmath})\,(m \cdot s^{-1}) = -2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}\ \ (kg \cdot m \cdot s^{-1})$$

Polo tanto $\vec{p} = \vec{I} + \vec{p}_0 = (2\,\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}) + (-2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}) = -1\vec{\jmath}\quad (kg \cdot m \cdot s^{-1})$

E a velocidade final:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{p}}{m} = -1\,\vec{\jmath}\ \ (m \cdot s^{-1})$$

Exercicio: unha pelota de padel chega ate a raqueta con velocidade $\vec{v}_0 = -12\,\vec{\imath} + 15\vec{\jmath}\ \ (m \cdot s^{-1})$ e logo do golpe sae con velocidade $\vec{v} = 30\vec{\imath} + 22\vec{\jmath}\ \ (m \cdot s^{-1})$, se a masa da pelota é 58 g, calcula:

a) A variación da cantidade de movemento

b) O impulso da forza

c) O valor da forza aplicada se o contato durou 3 cs.

Solución: $\vec{F} = 80\vec{\imath} + 13{,}3\vec{\jmath}\ \ (N)$

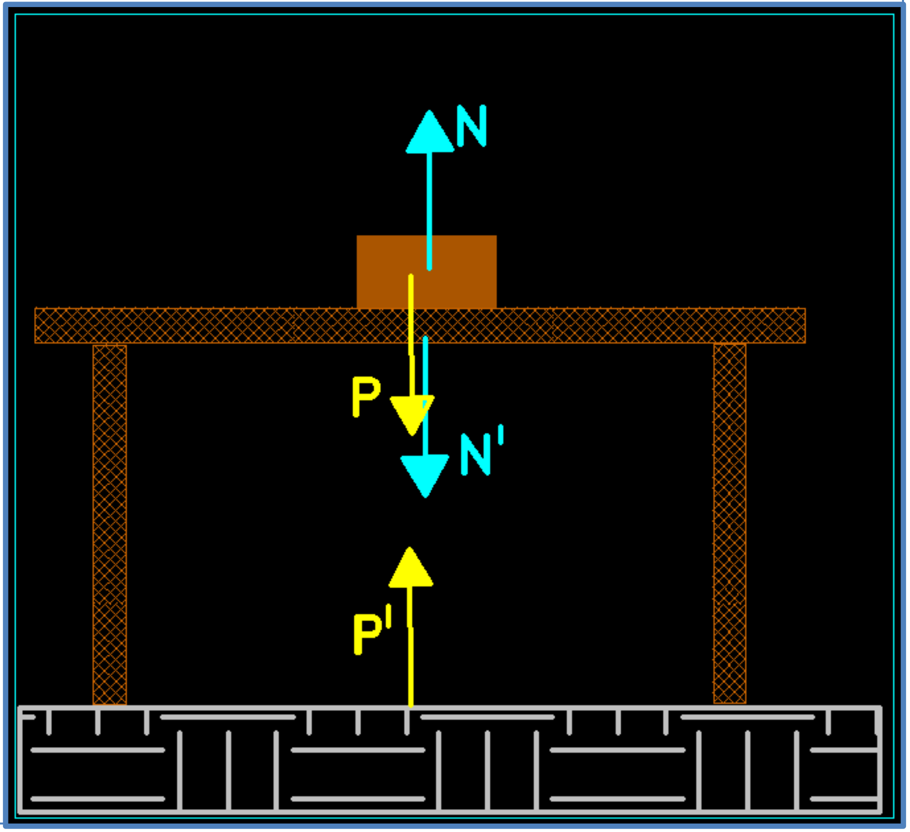
Leis da dinámica de Newton

3ªLei ou Principio de ación e reación

Cando un corpo exerce sobre outro unha forza (ación) este realiza sobre o primeiro outra forza (reación) de igual módulo e de sentido contrario.

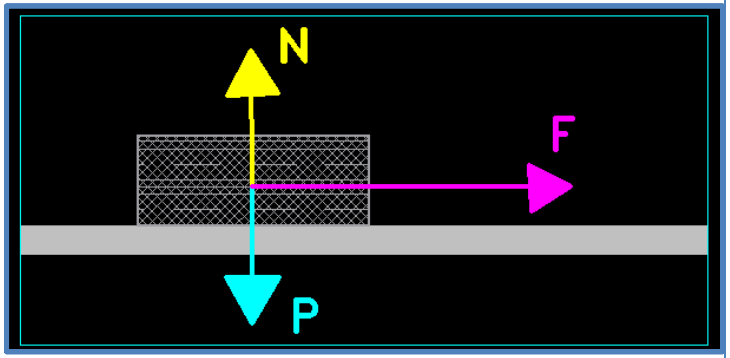
O obxecto que está sobre a mesa sofre a ación da forza N, normal,e a súa vez realiza unha forza igual máis de sentido contrario, N’ , sobre a mesa.

O obxecto resulta atraído por P, a forza peso, hacia o centro do planeta, e ao tempo el mesmo atrae ao planeta con P’.



Aplicacións das leis da dinámica

1.-Ación dunha forza sobre un corpo que repousa sobre un plano horizontal sen rozamentos.



- No eixe Y hai equilibrio e:

$$N = P = m \cdot g$$

- No eixe X non hai equilibrio e:

$$\sum F = F = m \cdot a$$

- Polo tanto: $a = \frac{F}{m}$ o corpo vai realizar un M.R.U.A
- Como $a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$ podemos sustituír e obtemos a expresión:

$$F = m \cdot \frac{v - v_0}{t - t_0} \rightarrow \boldsymbol{F \cdot (t - t_0) = m \cdot (v - v_0)}$$

Exercicio: sobre un corpo de masa 2 kg que repousa en total quietude sobre unha superficie horizontal sen rozamentos, atúa unha forza paralela ao plano de valor 10 N durante 10 s. Calcula:

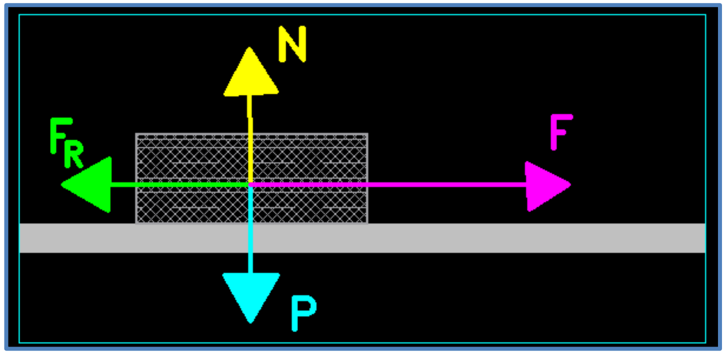
a) A aceleración que sofre o corpo

b) A velocidade aos 10 s

c) A distancia que percorre nos 10 s

Aplicacións das leis da dinámica

2.-Ación dunha forza sobre un corpo que repousa sobre un plano horizontal con rozamentos.



- No eixe Y hai equilibrio e:

$$N = P = m \cdot g$$

- No eixe X atúan duas forzas:

$$\sum F = F - F_R = m \cdot a$$

- Polo tanto: $a = \frac{F - F_R}{m}$ o corpo vai realizar un M.R.U.A
- Ademais recorda que $F_R = \mu \cdot N$ e como $N = P = m \cdot g$ enton podemos escreber:

$$F_R = \mu \cdot m \cdot g$$

$$\boldsymbol{F - F_R = m \cdot a}$$

Exercicio: sobre un corpo de masa 2 kg que repousa en total quietude sobre unha superficie horizontal con coeficiente de rozamento $\mu = 0{,}2$, atúa unha forza paralela ao plano de valor 10 N durante 10 s. Calcula:

a) A aceleración que sofre o corpo

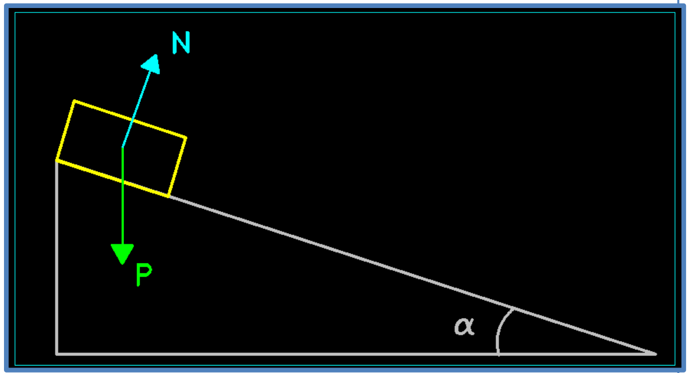
b) A velocidade aos 10 s

c) A distancia que percorre nos 10 s

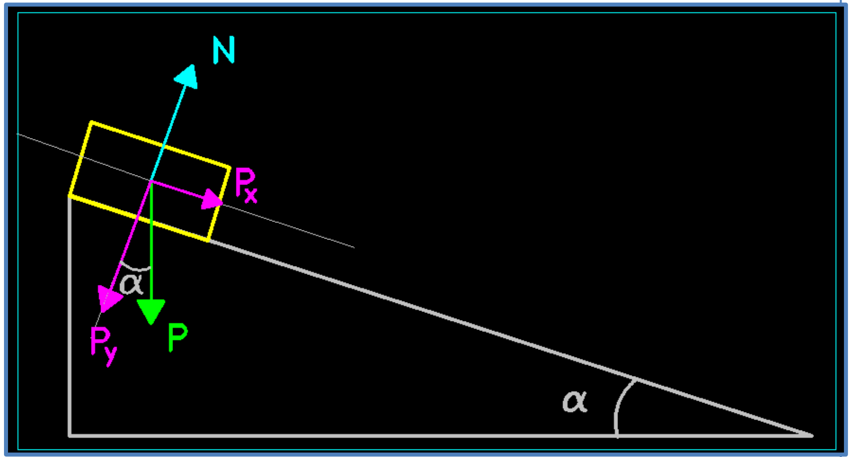
Exercicio:un corpo de 5 kg de masa deslíza-se sobre unha superficie horizontal sen rozamentos con velocidade 10 m/s no instante inicial. En certo momento penetra nunha rexión no que a superficie de apoio apresenta un coeficiente de rozamento $\mu = 0{,}2$. Calcula o tempo que tardará en deterse por completo e a distancia percorrida no proceso de frenado.

Aplicacións das leis da dinámica

3.-Descenso livre dun corpo sobre un plano inclinado sen rozamentos.



- Cando deixamos un corpo en repouso sobre un plano inclinado, sen rozamentos, só atúan duas forzas que son o peso (P) e a normal (N).
- Se descompoñemos o peso nun sistema de referencia debuxado seguindo a direción de N, topamos duas componentes do peso que siguen os eixes: P_x e P_y.



Aplicacións das leis da dinámica

- Resulta evidente que : $P_y = N$ e enton no eixe vertical hai equilibrio ($\sum F = 0$)
- Máis no eixe X a componente P_x non está equilibrada e polo tanto: $P_x = m \cdot a \;\; (1)$
- Ademais se tomamos as razóns trigonométricas do ángulo que chamamos α, resulta que:

$$P_x = P \cdot sen\ \alpha$$

e polo tanto:

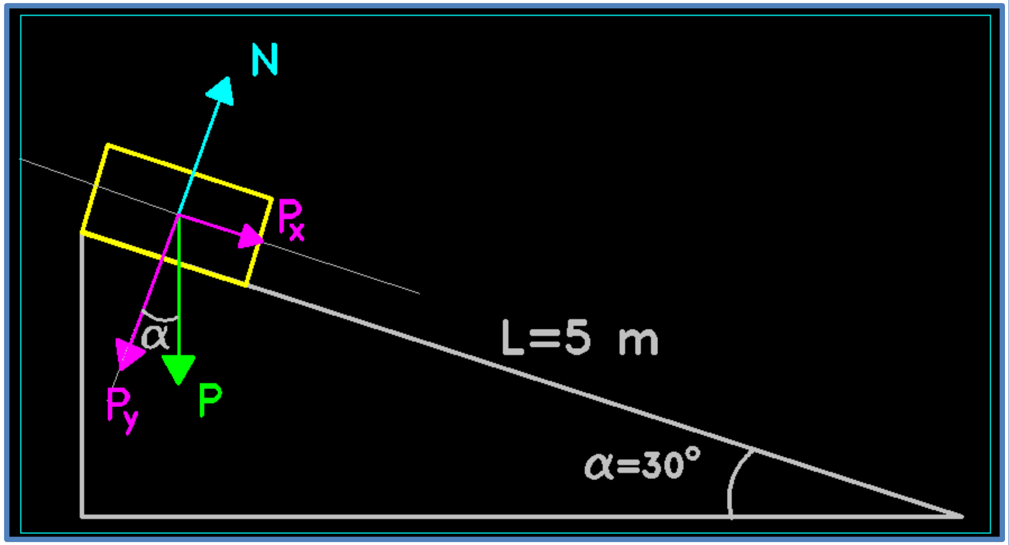
$$P_x = m \cdot g \cdot sen\ \alpha$$

e igualando con (1) obtemos que:

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot sen\ \alpha$$

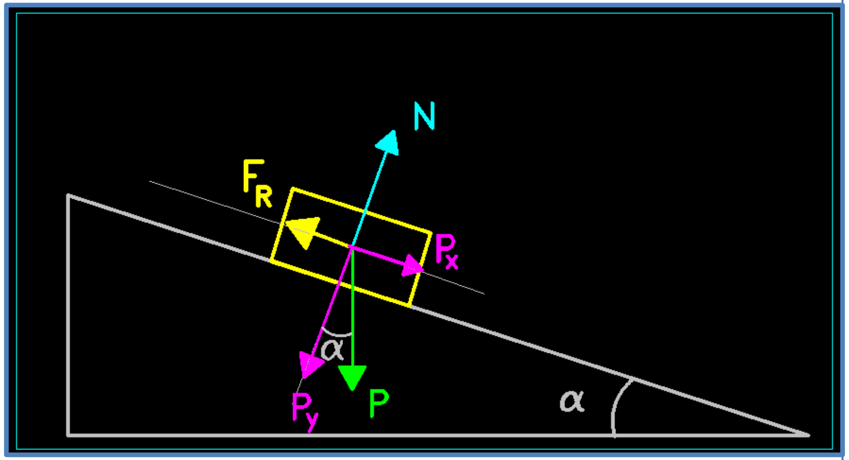
$$\boxed{\boldsymbol{a = g \cdot sen\ \alpha}}$$

Exercicio: No ponto máis alto dun plano inclinado 30º e de lonxitude 5 m, situamos un corpo de masa ***m*** e deixamos que descenda. Fai un debuxo de descomposición das forzas que atúan sobre o corpo, calcula a aceleración con que descende, o tempo que tarda en chegar ao final do plano e a velocidade final.



Aplicacións das leis da dinámica

4.-Descenso livre dun corpo sobre un plano inclinado con rozamentos.



Como no caso anterior resulta que no eixe Y:

$$N = P_y = m \cdot g \cdot \cos\alpha$$

Agora no eixe X:

$$P_x - F_R = m \cdot a \quad (1)$$

E como $\quad F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$

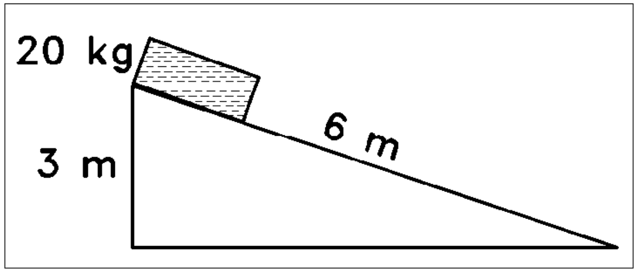
Sustituíndo en (1) obtemos:

$$P_x - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot a$$

Como : $P_x = m \cdot g \cdot sen\ \alpha$ podemos obter reordenando e simplificando:

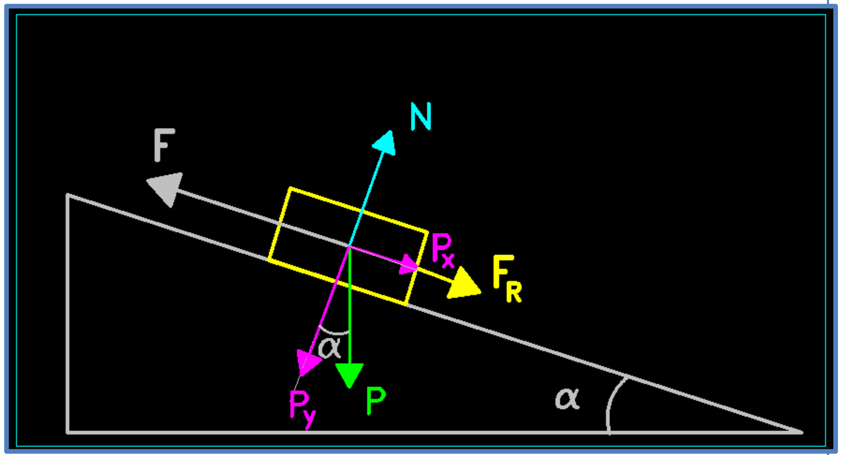
$$\boxed{\boldsymbol{a = g \cdot sen\ \alpha - \mu \cdot g \cdot cos\ \alpha}}$$

Exercicio: no alto dun plano inclinado que ten unha altura de 3 m e unha lonxitude de 6 m, está situado un corpo de 20 kg. Unha vez solto, o corpo descende por deslizamento. Se sabemos que o coeficiente de rozamento é 0,25, calcula a velocidade ao final do plano.



Aplicacións das leis da dinámica

5.-Ascenso dun plano inclinado con rozamentos por ación dunha forza paralela ao plano.



Neste caso atúa unha forza F que vai provocar o ascenso do corpo:

$$F - F_R - P_x = m \cdot a \quad (1)$$

Ademais no eixe Y:

$$N = P_y = m \cdot g \cdot cos\alpha$$

Por outra banda: $F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\alpha \quad (2)$

E ademais: $P_x = m \cdot g \cdot sen\,\alpha \quad (3)$

E agora introducindo as sustitucións de (2) e (3) en (1):

$$F - \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\alpha - m \cdot g \cdot sen\,\alpha = m \cdot a$$

E obtemos a ecuación para calcular a forza necesaria:

$$\boxed{\boldsymbol{F = \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\alpha + m \cdot g \cdot sen\,\alpha + m \cdot a}}$$

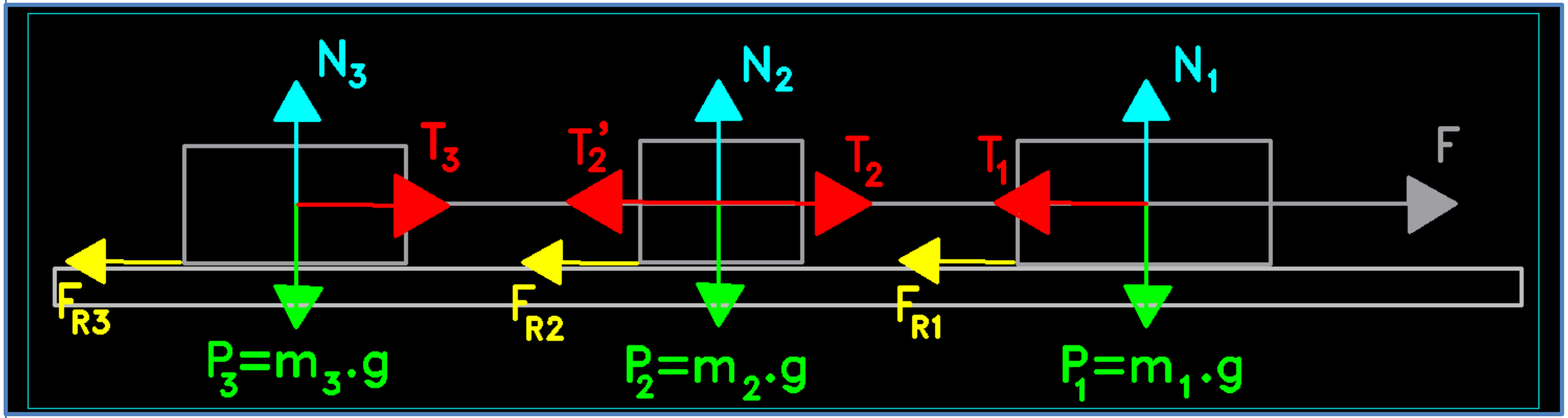
Exercicio: calcula a forza necesaria para que un corpo de 20 kg de masa ascenda un plano inclinado 35º de coeficiente de rozamento 0,15:

a) Con aceleración 1,2 $m.s^{-2}$
b) Con velocidade constante

Aplicacións das leis da dinámica

6.-Corpos enlazados por un fío inextensibel.

Supoñamos tres corpos enlazados m_1, m_2, m_3 , como na figura:



Do sistema tira unha forza F aplicada sobre m_1. O sistema ten rozamentos e por efeito da forza vai-se mover no sentido indicado pola forza con aceleración.

Como os corpos estan enlazados, os cables conetores exerceran as tensións debuxadas. Estudaremos as forzas sobre cada un.

Sobre o corpo 1:

En Y: $N_1 = P_1 = m_1 \cdot g$ (1)

En X: $F - F_{R1} - T_1 = m_1 \cdot a$ (2) e $F_{R1} = \mu \cdot m_1 \cdot g$

Sobre o corpo 2:

En Y: $N_2 = P_2 = m_2 \cdot g$ (3)

En X: $T_2 - F_{R2} - T'_2 = m_2 \cdot a$ (4) e $F_{R2} = \mu \cdot m_2 \cdot g$

Atención!! En función do 3º Principio resulta que: $\boldsymbol{T_2 = T_1}$

Sobre o corpo 3:

En Y: $N_3 = P_3 = m_3 \cdot g$ (5)

En X: $T_3 - F_{R3} = m_3 \cdot a$ (6) e $F_{R3} = \mu \cdot m_3 \cdot g$

Atención!! En función do 3º Principio resulta que: $\boldsymbol{T_3 = T'_2}$

Sumamos as ecuacións (2), (4) e (6) obtemos :

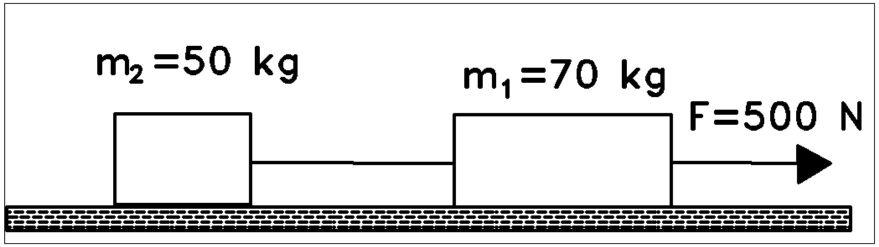
$F - F_{R1} - F_{R2} - F_{R3} = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$ e tamén:

$$\boxed{\boldsymbol{a = \frac{F - \mu \cdot g \cdot (m_1 + m_2 + m_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)}}}$$

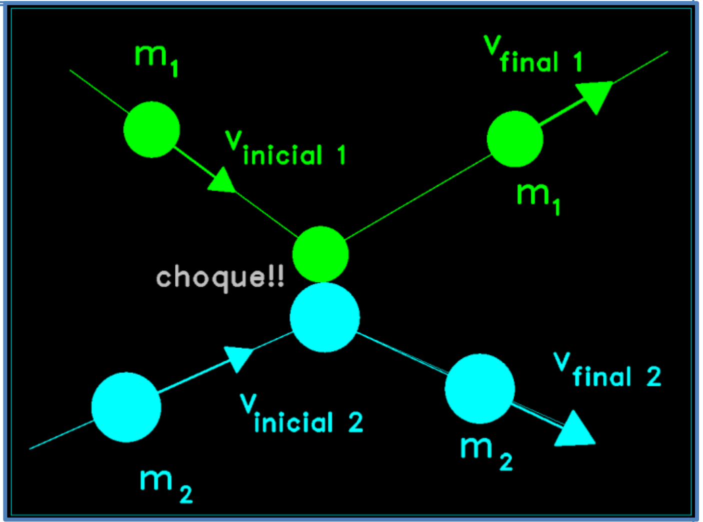
Exercicio: No sistema da figura calcula a aceleración de desprazamento e o valor da tensión:

a) Se non hai rozamentos

b) Se o coeficiente de rozamento é 0,25



Teorema da conservación da cantidade de movemento



Duas esferas perfetas movendose cada unha coa sua velocidade e dirixidas unha hacia a outra de xeito que nun ponto do plano, chocan. No intre do choque, a masa 1 exerce unha forza $\vec{F}_{1\to 2}$ sobre a masa 2.

Ao mesmo tempo, a masa 2 exerce sobre 1 unha forza igual máis de sentido contrario que será $\vec{F}_{2\to 1}$ en función da 3ª Lei, nunha fración de tempo Δt:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathbf{1}\to\mathbf{2}} = -\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathbf{2}\to\mathbf{1}} \quad (\mathbf{1})$$

De acordo coa definición de impulso e de cantidade de movemento, podemos aplicar a cada forza:

$$\vec{\boldsymbol{F}} \cdot (\boldsymbol{t} - \boldsymbol{t}_{\mathbf{0}}) = \boldsymbol{m} \cdot (\vec{\boldsymbol{v}} - \vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{0}})$$

- Forza de 1 sobre 2

$$\vec{F}_{1\to 2} \cdot \Delta t = m_2 \cdot \left(\vec{v}_{final2} - \vec{v}_{inicial2}\right)$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{1\to 2}} = \frac{\mathbf{m_2} \cdot (\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{final2}} - \vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{inicial2}})}{\mathbf{\Delta t}}$$

- Forza de 2 sobre 1

$$\vec{F}_{2\to 1} \cdot \Delta t = m_1 \cdot \left(\vec{v}_{final1} - \vec{v}_{inicial1}\right)$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{2\to 1}} = \frac{\mathbf{m_1} \cdot (\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{final1}} - \vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{inicial1}})}{\mathbf{\Delta t}}$$

E se agora igualamos de acordo con (1):

$$\frac{\mathbf{m_2} \cdot (\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{final2}} - \vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{inicial2}})}{\mathbf{\Delta t}} = -\frac{\mathbf{m_1} \cdot (\vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{final1}} - \vec{\boldsymbol{v}}_{\mathbf{inicial1}})}{\mathbf{\Delta t}}$$

E simplificando e reordenando:

$$m_2 \cdot \vec{v}_{final2} + m_1 \cdot \vec{v}_{final1} = m_2 \cdot \vec{v}_{inicial2} + m_1 \cdot \vec{v}_{inicial1}$$

$$\vec{\mathbf{p}}_{\mathbf{2final}} + \vec{\mathbf{p}}_{\mathbf{1final}} = \vec{\mathbf{p}}_{\mathbf{2inicial}} + \vec{\mathbf{p}}_{\mathbf{1inicial}}$$

Nun sistema illado a cantidade de movemento conserva-se

Exercicio: Unha bola de billar de masa **m** avanza pola mesa con velocidade inicial $\vec{v}_{inicial\ 1} = 0{,}25\vec{\imath} + 0{,}35\vec{k}\ (m.s^{-1})$ en direción a outra bola que ten a mesma masa e que está quieta. Chocan e a primeira bola sae con $\vec{v}_{final\ 1} = 0{,}2\vec{\imath} + 0{,}1\vec{k}\ (m.s^{-1})$. Calcula a velocidade final da bola inicialmente quieta.

Son duas bolas , A e B.

$$m_A \cdot \vec{v}_{finalA} + m_B \cdot \vec{v}_{finalB} = m_B \cdot \vec{v}_{inicialB} + m_A \cdot \vec{v}_{inicialA}$$

Como as masas son todas iguai, podemos simplificar e fica:

$$\vec{v}_{finalA} + \vec{v}_{finalB} = \vec{v}_{inicialB} + \vec{v}_{inicialA}$$

$$\left(0{,}2\vec{\imath} + 0{,}1\vec{k}\right) + \vec{v}_{finalB} = 0 + (0{,}25\vec{\imath} + 0{,}35\vec{k})$$

$$\vec{v}_{finalB} = 0'05\vec{\imath} + 0{,}25\vec{k}\ \ (m \cdot s^{-1})$$

Exercicio:Un proxetil de 900 g lanzado na sesión de foguetes dunha festa, estoupa a 300 m de altura cando a súa velocidade é ascendente e de valor 80 km.h^{-1}. Divíde-se en dous fragmentos, un de 600 g de masa segue ascendendo con velocidade 100 km.h^{-1}. Calcula a velocidade do outro fragmento.

Imos chamar A ao proxetil e aos fragmentos B e C. De acordo co teorema de conservación do momento linear:

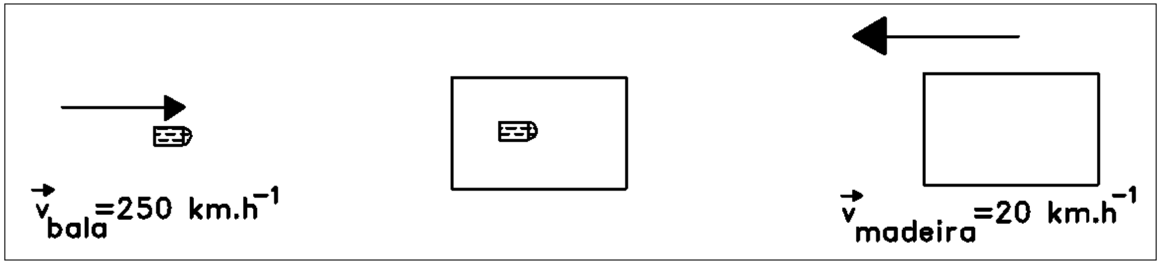
$$\vec{p}_A = \vec{p}_B + \vec{p}_C$$

$$m_A \cdot \vec{v}_A = m_B \cdot \vec{v}_B + m_C \cdot \vec{v}_C$$

$$0{,}9(kg) \cdot 22{,}2\vec{j}\,(m.s^{-1}) = 0{,}6\,(kg) \cdot 27{,}7\vec{j}\,(m \cdot s^{-1}) + 0{,}3kg \cdot \vec{v}_C$$

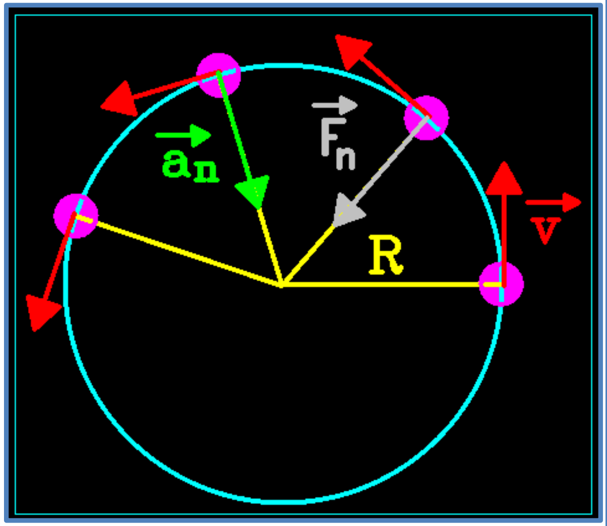
$$\vec{v}_C = 11{,}2\,\vec{j}\;\;(m.s^{-1}) \cong 40\vec{j}\;\;(km.h^{-1})$$

Exercicio: Unha bala de 50 g de masa despráza-se en liña reta con velocidade 250 $km.h^{-1}$ e impata contra un anaco de madeira de 500 g de masa que se move en sentido contrario con velocidade 20 $km.h^{-1}$ ficando incrustada nel. Calcula a velocidade final do conxunto .



Dinámica do movemento circular uniforme

Como xa estudamos, o M.C.U é un movemento no que un corpo está sometido a unha aceleración centrípeta ou normal, sendo a aceleración tanxencial de valor cero.



Ou sexa que o módulo da velocidade é constante mentres que a direción cambia.

Aplicando o 2º Principio resulta que:

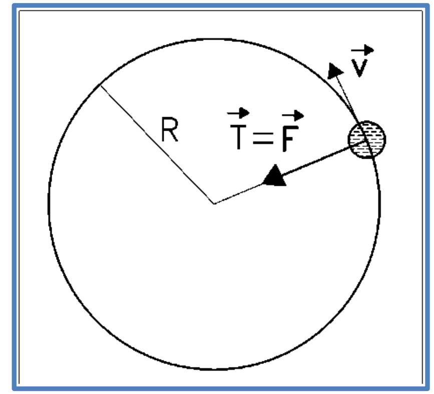
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot (\vec{a}_t + \vec{a}_n) = m \cdot \vec{a}_n$$

Iso quere dicer que o corpo está sometido a unha forza dirixida hacia o centro da circunferencia que denominamos forza centrípeta ou forza normal. Polo tanto:

$$\vec{F}_n = m \cdot \vec{a}_n$$

Onde como xa sabemos: $a_n = \frac{v^2}{R}$ e ademais $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$

Exercicio: un corpo de 100 g de masa realiza un M.C.U ligado a unha corda de masa desprezabel e de 30 cm de lonxitude completando 10 voltas en 4 s. Calcula a tensión que realiza a corda sobre o corpo.



De acordo co 2º Principio: $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow T = m \cdot a_n$

Como completa 10 voltas en 4 s enton $f = 2{,}5\ Hz$ e polo tanto tarda 0,4 s en completar 1 volta e a velocidade:

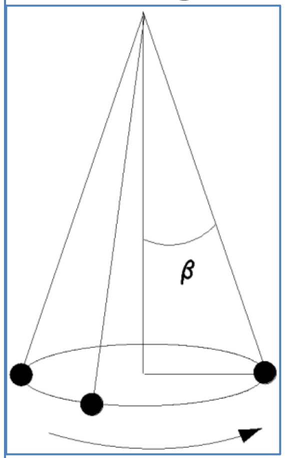
$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0{,}3\ m}{0{,}4\ s} = \frac{3\pi}{2}\ (m \cdot s^{-1})$$

Polo tanto: $a_n = \frac{v^2}{R} = 74{,}022\ (m \cdot s^{-2})$ e enton $\boldsymbol{T = 7,4\ N}$

Exercicio: Tendo en conta que a masa da Lúa é $7{,}22.10^{22}$ kg que a sua distancia orbital é 384 000 km e que o seu período son 27,31 días , calcula a sua velocidade na órbita, a aceleración centrípeta e a forza que realiza a Terra sobre ela.

(Solución: $1{,}96.10^{20}$ N)

Exercicio:Un péndulo cónico é unha masa pontual que colga dun fío inextensibel e de masa desprezabel, que se fai xirar sobre un plano horizontal. Estuda a súa dinámica e a relación do ángulo β coa velocidade e raio de xiro.



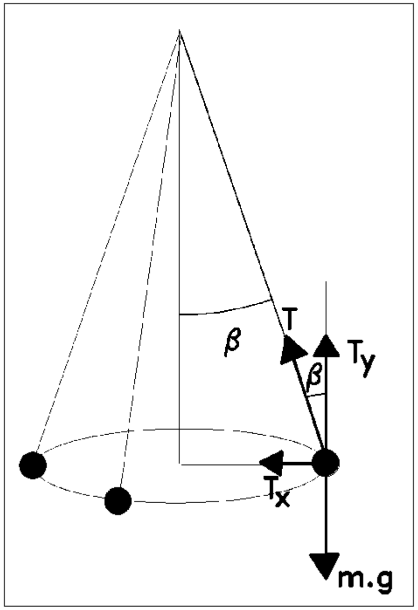
Na figura da dereita facemos un estudo das forzas que atúan no péndulo e resulta:

No eixe Y: $T_y = m \cdot g \rightarrow T \cdot cos\beta = m \cdot g$

No eixe X: $T_x = m \cdot a_n \rightarrow T \cdot sen\beta = m \cdot a_n$

Se dividimos membro a membro as duas:

$$\frac{T \cdot sen\beta}{T \cdot cos\beta} = \frac{m \cdot a_n}{m \cdot g}$$



E simplificando: $\tan\beta = \frac{a_n}{g}$

Podemos introducir a velocidade de xiro e o raio sen máis que sustituí a aceleración normal polo seu valor:

$$\tan\beta = \frac{v^2}{R.g}$$

Nesa expresión R é o raio da circunferencia que debuxa sobre o plano.

As Leis da dinámica nos sistemas de referencias non inerciais: forzas de inercia

Son sistemas non inerciais aqueles que sofren unha aceleración de carater temporal.

<u>1)O peso nun sistema acelerado</u> .

Unha persoa sube nun ascensor e descobre que cando o ascensor arranca ascendendo, el pesa un pouco máis. E cando arranca descendendo, un pouco menos.

- **Cando ascende:** $\vec{N} + m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$ e tamén:

  $N\vec{j} - m \cdot g\vec{j} = m \cdot a\vec{j} \rightarrow \mathbf{N = m \cdot g + m \cdot a}$

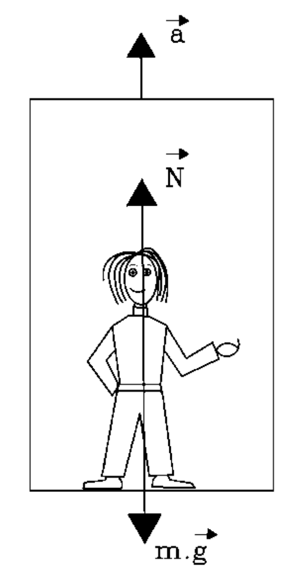
  O peso parece aumentar mentres haxa aceleración.

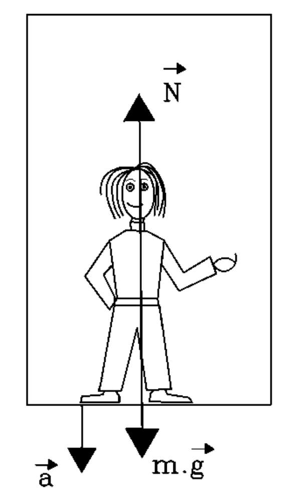
- **Cando descende:** $\vec{N} + m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$ e tamén:

  $N\vec{j} - m \cdot g\vec{j} = -m \cdot a\vec{j} \rightarrow \mathbf{N = m \cdot g - m \cdot a}$

  O peso parece diminuír mentres dure a aceleración.

- No momento no que a aceleración se fai cero, a persoa non notará ningunha variación.



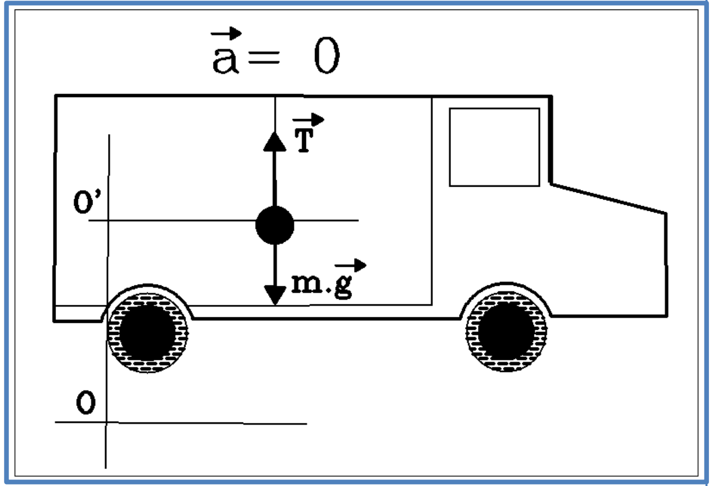


2)<u>O desprazamento da esfera pendurada do teito dunha camioneta</u>.

Do teito dunha camioneta, por medio dun fio

Inextensibel colga unha esfera de masa **m**.

Consideremos dous observadores:



- **O no exterior** da camionéta en repouso. É un observador **inercial**.
- **O' no interior**, suxeito aos cambios de movemento que sofra a camioneta. É un observador **non inercial**.

Se a camioneta non está sometida a aceleración (quietude ou M.R.U), os dous observadores entenden a quietude do corpo pendurado que xustificaran, de acordo co Principio de inercia:

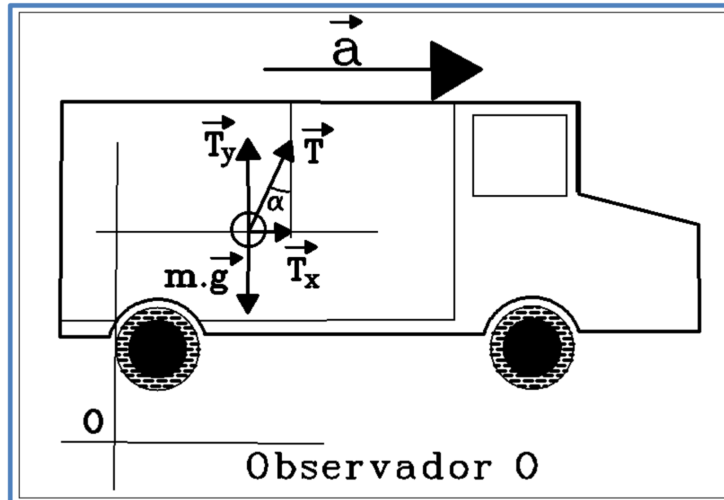
$$\vec{T} = m \cdot \vec{g} \rightarrow \vec{T} - m \cdot \vec{g} = 0$$

Que acontece coa esfera cando a camioneta acelera (arranca)?

E cando frea?

1. **Cando arranca a camioneta**, a corda que suxeita a esfera forma un ángulo α coa direción perpendicular.

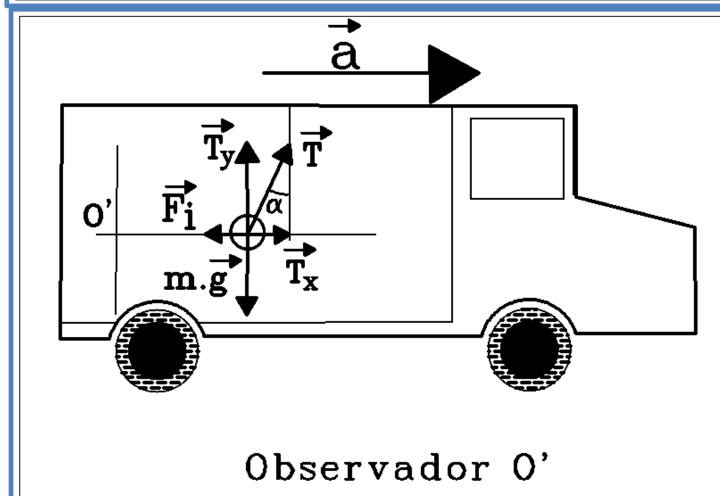
Para o observador inercial, que está en repouso **O** a solución é doada:



$$En\ Y\ hai\ equilibrio: T_y = m \cdot g$$

$$En\ X\ hai\ aceleración: T_x = m \cdot a$$

Porén, o observador **O´** dentro da camioneta a esfera está en repouso e debe interpretar que existe unha forza (**F**$_i$) que tira hacia atrás"da esfera "equilibrando" a T_x:



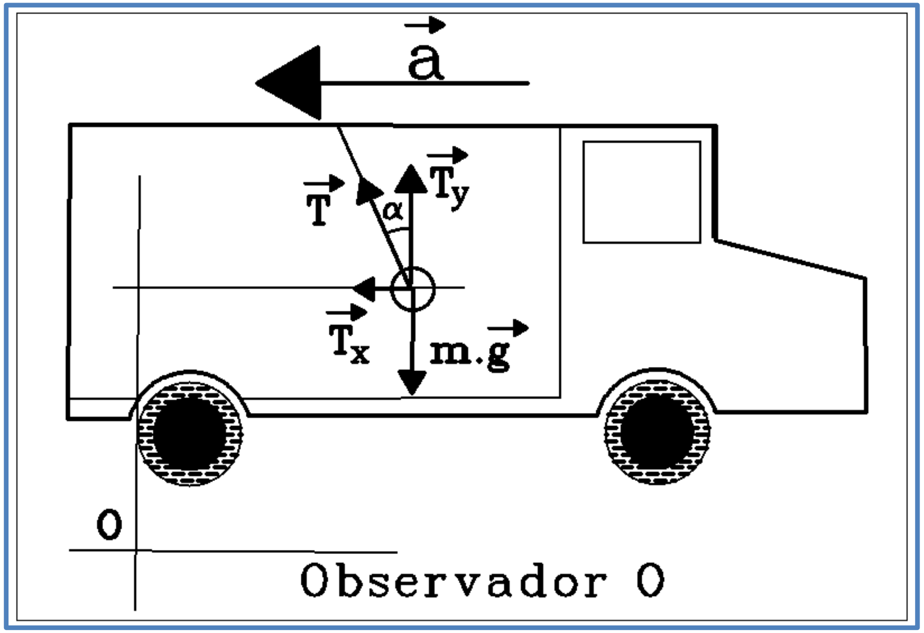
$$En\ Y\ hai\ equilibrio: T_y = m \cdot g$$

$$En\ X\ hai\ equilibrio: T_x = F_i$$

Esta forza de inercia **F**$_i$ é virtual, fiticia non é debida a ningunha interación senon á aceleración que sofre o sistema de referencia non inercial e á tendencia da esfera a permanecer en repouso.

2. Cando a camioneta frea, está sometida a unha aceleración negativa e a esfera despráza-se hacia adiante (visto dende a perspetiva de O´) ou ben resulta freada por unha componente da tensión. (dende a perspetiva de O).

O debuxo que acompaña indica como vería a situación o observador en repouso, O:



- Escrebe as ecuacións que corresponden:

- Debuxa a situación dende a perspetiva de O´e escrebe as ecuacións que correspondan.

3)<u>**A forza centrífuga**</u>

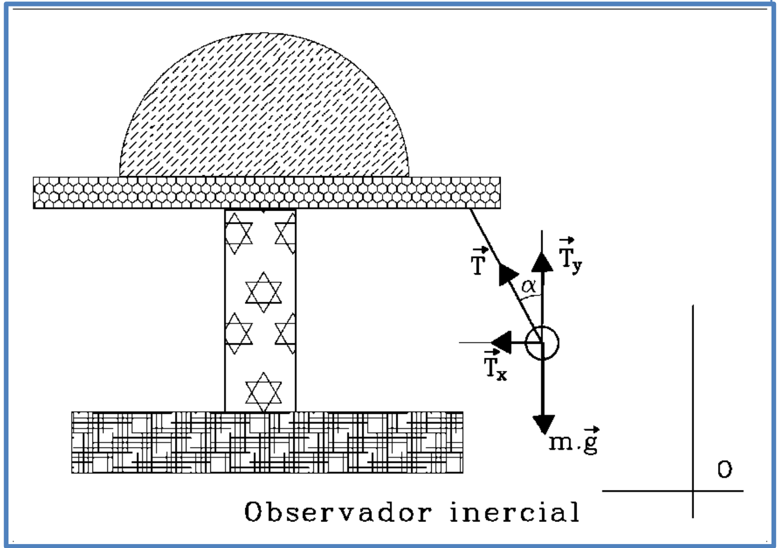
Seguro que tes visto e vivido a situación da imaxe que acompaña a este texto.

Imos estudar a dinámica da situación dende o ponto de vista dun observador inercial O que está fora da atración e logo dende o ponto de vista dun observador non inercial O´.

Dende a perspetiva de O:

$En\ Y\ hai\ equilibrio: T_y = m \cdot g$

$En\ X\ hai\ aceleración: T_x = m \cdot a_n$

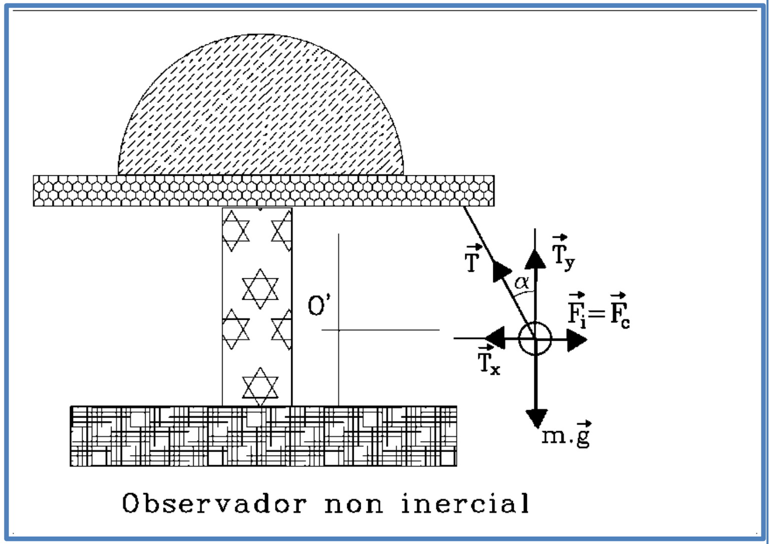


Se aceitamos que a atración xira con Velocidade de modulo constante.

A situación é a do péndulo cónico

Repasa-a.

Dende a perspetiva da persoa que está subida na atración o asunto é distinto.



Dende esa perspetiva a persoa subida está en equilibrio e polo tanto debe Existir unha forza que equilibra a T_x.

$En\ Y\ hai\ equilibrio$: $T_y = m \cdot g$

$En\ X\ hai\ equilibrio$: $T_x = F_i = F_c$

Esta forza é fiticia, non deriva de ningunha interación . É o resultado da inercia do corpo, da sua tendencia a permanecer en movemento retilíneo. Identifíca-se co nome de forza centrífuga por canto parece “fuxir do centro” de rotación da plataforma e o seu módulo é o da forza centrípeta.

Seguro que tes sentido a ación desta forza fiticia.

Qué acontece cando vas nun carro e o condutor toma unha curva? Qué sintes se vas sentado ou sentada no asento de atrás?

Imos estudar ese caso……..agora!!!!!