IES O COUTO. DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
Matemáticas II
24-04-2020. Prueba telemática. Tiempo estimado (180 min)

ALUMNO/A:

INSTRUCCIONES:
- De todos y cada uno de los cuatro ejercicios del examen hay que hacer una opción, y solo una: A o B.
- Por ejemplo, un posible examen sería: 1A, 2B, 3B, 4A

Ejercicio 1

Opción A

I) Calcula el límite $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\ln(x)}-\dfrac{1}{x-1}\right)$ (1 punto)

II) Dada la función $f(x)=|x|\cdot\dfrac{x-1}{x^2-4}$:

- Estudiar la continuidad y la derivabilidad. (Clasifica las discontinuidades que encuentres). (1 punto)
- Determina las ecuaciones de sus asíntotas. (0.5 puntos)

Opción B

I) Calcula el límite $\lim_{x\to 0^+}(1+2\,\mathrm{sen}(x))^{\frac{1}{x}}$ (1 punto)

II) Dada la función $f(x)=\begin{cases} -x^2+ax+1 & si \quad x\leq 1 \\ -\dfrac{1}{x-2}+b & si \quad x>1 \end{cases}$

- Determinar los valores de a y b para que sea derivable en $x=1$. (1 punto)
- Para $a=3$ y $b=2$, determinar las ecuaciones de las asíntotas. (0.5 puntos)

Ejercicio 2

Opción A

Dada la función $f(x) = \dfrac{3x^4 - 4x^3}{12} + 2$, se pide:

i) Estudio de la monotonía y existencia de extremos relativos. (0.75 puntos)

ii) Estudio de la curvatura y existencia de puntos de inflexión. (0.5 puntos)

iii) ¿Existe algún $c \in (0,2)$ en el cual la recta tangente a $y = f(x)$ sea paralela a la recta que pasa por los puntos $(0,2)$ y $(6,254)$? Justifica la respuesta. (0.75 puntos)

iv) Determina la ecuación de la recta tangente a $y = f(x)$ que es paralela a la recta de ecuación $y + 2x = 1$. (0.5 puntos)

Opción B

Dado el polinomio $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

i) Determinar los valores de a, b, c y d sabiendo que tiene un punto de inflexión en $x = 0$, y un mínimo relativo en $x = -1$, y recta tangente en $x = 2$ de ecuación $y = -9x + 14$. (1 punto)

ii) Demuestra, utilizando los teoremas adecuados, que la ecuación $-x^3 + 3x - 2 = 0$ tiene una única solución en el intervalo $[-3, 0]$. (1 punto)

iii) Para los valores $a = 1$, $b = -3$, $c = 2$, y $d = 0$, encuentra la ecuación de la recta tangente a $y = p(x)$ paralela a la recta de ecuación $y + x + 1 = 0$. (0.5 puntos)

Ejercicio 3

Opción A

De entre todos los triángulos rectángulos de 10 cm de hipotenusa, calcula las dimensiones del de área máxima. (1 punto)

Opción B

Se quiere vallar un recinto rectangular que está junto a un río. Si la valla del lado del río cuesta 60 €/m y la de los otros 10 €/m, halla el área del mayor campo que puede cercarse con 28 800 €. (1 punto)

Ejercicio 4

Opción A

I) Calcula las siguientes integrales indefinidas: (2 puntos)

a) $\displaystyle\int \frac{2x+1}{x^2(x+4)}\,dx$ b) $\displaystyle\int (x^2+1)e^x\,dx$

II) Calcula el área limitada entre la curva $y = x^3 - 6x$ y la recta $y + 2x = 0$. (2 puntos)

Opción B

I) Calcula la integral definida $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(x)\,dx$ (1 punto)

II) Calcula la primitiva de la función $f(x) = x^2\, ln(x+1)$ que pasa por el origen de coordenadas (1 punto).

III) Dada $F(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{e^{x^2}}{x^2+1}$. Calcula la ecuación de la recta tangente a $y = F(x)$ en x=0. (1 punto)

IV) Calcula el área de bajo la curva $y = \sqrt{2x+1}$ entre $x = 0$ y $x = 4$ (1 punto)