

Problemas de Geometría Abau, otras comunidades

1.-

PROBLEMA A.2. Consideramos en el espacio las rectas $r : \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$ y $s : x = y + 1 = \frac{z - 2}{2}$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La ecuación del plano que contiene las rectas r y s . (3 puntos)
- La recta que pasa por $P = (0, -1, 2)$ y corta perpendicularmente a la recta r . (4 puntos)
- El valor que deben tener los parámetros reales a y b para que la recta s esté contenida en el plano $\pi : x - 2y + az = b$. (3 puntos)

2.-

PROBLEMA B.2. Sea π el plano de ecuación $9x + 12y + 20z = 180$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Las ecuaciones de los dos planos paralelos a π que distan 4 unidades de π . (4 puntos)
- Los puntos A, B y C intersección del plano π con los ejes OX, OY y OZ y el ángulo que forman los vectores \overline{AB} y \overline{AC} . (4 puntos)
- El volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen de coordenadas y los puntos A, B y C . (2 puntos)

3.-

PROBLEMA A.2. Dados los puntos $A = (-1, 2, \lambda)$, $B = (2, 3, 5)$ y $C = (3, 5, 3)$, donde λ es un parámetro real, se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El valor del parámetro λ para que el segmento AC sea la hipotenusa de un triángulo rectángulo de vértices A, B y C . (3 puntos)
- El área del triángulo de vértices A, B y C cuando $\lambda = 6$. (4 puntos)
- La ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices A, B y C cuando $\lambda = 6$. (4 puntos)

4.-

PROBLEMA B.2. Dados el punto $A(5, 7, 3)$ y la recta $r : \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$, se pide obtener

razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La recta s que corta a la recta r , pasa por el punto A , y es perpendicular a la recta r . (4 puntos)
- La distancia del punto A a la recta r . (3 puntos)
- La distancia del punto $B(1, 1, 1)$ al plano π que pasa por $(3, -1, 0)$ y es perpendicular a r .

5.-

PROBLEMA A.2. Se dan el punto $P = (1, 1, 1)$, la recta $r: \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$ y el plano

$\pi: x + y + z = 1$ Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, las ecuaciones de:

- El plano que contiene al punto P y a la recta r . (2 puntos)
- La recta s que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π , la distancia del punto P al plano π y el punto de intersección de la recta s con el plano π . (2+2+2 puntos)
- El plano σ que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π . (2 puntos)

6.-

PROBLEMA B.2. Sea T un tetraedro de vértices $O = (0,0,0)$, $A = (1,1,1)$, $B = (3,0,0)$, $C = (0,3,0)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- La ecuación del plano π que contiene a los puntos A, B y C , (1 punto) y las ecuaciones de la recta h_0 perpendicular a π que pasa por O . (2 puntos)
- El punto de intersección de la altura h_0 y el plano π . (3 puntos)
- El área de la cara cuyos vértices son los puntos A, B y C , (2 puntos) y el volumen del tetraedro T . (2 puntos)

7.-

PROBLEMA A.2. Se tienen el plano $\pi: 2x + y + 2z = 8$ y el punto $P = (10, 0, 10)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- La distancia del punto P al plano π . (3 puntos)
- El área del triángulo cuyos vértices son los puntos A, B y C , obtenidos al hallar la intersección del plano π con los ejes de coordenadas. (4 puntos)
- El volumen del tetraedro cuyos vértices son P, A, B y C . (3 puntos)

8.-

PROBLEMA B.2. Se dan en el espacio la recta $r: \frac{x-\alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$ y el plano $\pi: x + 2y + 3z = 6$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- La posición relativa de la recta r y el plano π en función de los parámetros reales α y β . (5 puntos)
- La distancia entre la recta r y el plano π cuando $\alpha = 6$ y $\beta = 3$. (4 puntos)
- La ecuación del plano que pasa por $(0, 0, 0)$ y que no corta al plano π . (2 puntos)

9.-

PROBLEMA A.2. Se tienen el plano $\pi: x - y + z - 3 = 0$, la recta $s: \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ y el punto

$A = (1, 1, 1)$. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- La recta que pasa por A , corta a la recta s y es paralela al plano π . (4 puntos)
- El plano que pasa por A , es perpendicular al plano π y paralelo a la recta s . (3 puntos)
- Discute si el punto $(3, 2, 1)$ está en la recta paralela a s que pasa por $(5, 3, 1)$. (3 puntos)

10.-

PROBLEMA B.2. Dada la recta $r: \begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y - z = 8 \end{cases}$, se pide obtener **razonadamente,**
escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) Las ecuaciones paramétricas de la recta r (3 puntos)
- b) La ecuación del plano π que es paralelo a r y pasa por los puntos $(5,0,1)$ y $(4,1,0)$ (4 puntos)
- c) La distancia entre la recta r y el plano π obtenido en el apartado anterior. (2 puntos)