

## Problemas de Geometría Abau, otras comunidades

1.-

**PROBLEMA A.2.** Consideramos en el espacio las rectas  $r : \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$  y  $s : x = y + 1 = \frac{z - 2}{2}$ .

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La ecuación del plano que contiene las rectas  $r$  y  $s$ . (3 puntos)
- La recta que pasa por  $P = (0, -1, 2)$  y corta perpendicularmente a la recta  $r$ . (4 puntos)
- El valor que deben tener los parámetros reales  $a$  y  $b$  para que la recta  $s$  esté contenida en el plano  $\pi : x - 2y + az = b$ . (3 puntos)

2.-

**PROBLEMA B.2.** Sea  $\pi$  el plano de ecuación  $9x + 12y + 20z = 180$ .

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Las ecuaciones de los dos planos paralelos a  $\pi$  que distan 4 unidades de  $\pi$ . (4 puntos)
- Los puntos  $A, B$  y  $C$  intersección del plano  $\pi$  con los ejes OX, OY y OZ y el ángulo que forman los vectores  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$ . (4 puntos)
- El volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen de coordenadas y los puntos  $A, B$  y  $C$ . (2 puntos)

3.-

**PROBLEMA A.2.** Dados los puntos  $A = (-1, 2, \lambda)$ ,  $B = (2, 3, 5)$  y  $C = (3, 5, 3)$ , donde  $\lambda$  es un parámetro real, se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El valor del parámetro  $\lambda$  para que el segmento  $AC$  sea la hipotenusa de un triángulo rectángulo de vértices  $A, B$  y  $C$ . (3 puntos)
- El área del triángulo de vértices  $A, B$  y  $C$  cuando  $\lambda = 6$ . (4 puntos)
- La ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices  $A, B$  y  $C$  cuando  $\lambda = 6$ . (4 puntos)

4.-

**PROBLEMA B.2.** Dados el punto  $A(5, 7, 3)$  y la recta  $r : \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$ , se pide obtener

**razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La recta  $s$  que corta a la recta  $r$ , pasa por el punto  $A$ , y es perpendicular a la recta  $r$ . (4 puntos)
- La distancia del punto  $A$  a la recta  $r$ . (3 puntos)
- La distancia del punto  $B(1, 1, 1)$  al plano  $\pi$  que pasa por  $(3, -1, 0)$  y es perpendicular a  $r$ .

5.-

**PROBLEMA A.2.** Se dan el punto  $P = (1, 1, 1)$ , la recta  $r: \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$  y el plano

$\pi: x + y + z = 1$  Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado, las ecuaciones de:

- El plano que contiene al punto  $P$  y a la recta  $r$ . (2 puntos)
- La recta  $s$  que pasa por el punto  $P$  y es perpendicular al plano  $\pi$ , la distancia del punto  $P$  al plano  $\pi$  y el punto de intersección de la recta  $s$  con el plano  $\pi$ . (2+2+2 puntos)
- El plano  $\sigma$  que contiene a la recta  $r$  y es perpendicular al plano  $\pi$ . (2 puntos)

6.-

**PROBLEMA B.2.** Sea  $T$  un tetraedro de vértices  $O = (0,0,0)$ ,  $A = (1,1,1)$ ,  $B = (3,0,0)$ ,  $C = (0,3,0)$ .

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La ecuación del plano  $\pi$  que contiene a los puntos  $A, B$  y  $C$ , (1 punto) y las ecuaciones de la recta  $h_0$  perpendicular a  $\pi$  que pasa por  $O$ . (2 puntos)
- El punto de intersección de la altura  $h_0$  y el plano  $\pi$ . (3 puntos)
- El área de la cara cuyos vértices son los puntos  $A, B$  y  $C$ , (2 puntos) y el volumen del tetraedro  $T$ . (2 puntos)

7.-

**PROBLEMA A.2.** Se tienen el plano  $\pi: 2x + y + 2z = 8$  y el punto  $P = (10, 0, 10)$ .

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La distancia del punto  $P$  al plano  $\pi$ . (3 puntos)
- El área del triángulo cuyos vértices son los puntos  $A, B$  y  $C$ , obtenidos al hallar la intersección del plano  $\pi$  con los ejes de coordenadas. (4 puntos)
- El volumen del tetraedro cuyos vértices son  $P, A, B$  y  $C$ . (3 puntos)

8.-

**PROBLEMA B.2.** Se dan en el espacio la recta  $r: \frac{x-\alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$  y el plano  $\pi: x + 2y + 3z = 6$ .

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La posición relativa de la recta  $r$  y el plano  $\pi$  en función de los parámetros reales  $\alpha$  y  $\beta$ . (5 puntos)
- La distancia entre la recta  $r$  y el plano  $\pi$  cuando  $\alpha = 6$  y  $\beta = 3$ . (4 puntos)
- La ecuación del plano que pasa por  $(0, 0, 0)$  y que no corta al plano  $\pi$ . (2 puntos)

9.-

**PROBLEMA A.2.** Se tienen el plano  $\pi: x - y + z - 3 = 0$ , la recta  $s: \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$  y el punto

$A = (1, 1, 1)$ . Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La recta que pasa por  $A$ , corta a la recta  $s$  y es paralela al plano  $\pi$ . (4 puntos)
- El plano que pasa por  $A$ , es perpendicular al plano  $\pi$  y paralelo a la recta  $s$ . (3 puntos)
- Discute si el punto  $(3, 2, 1)$  está en la recta paralela a  $s$  que pasa por  $(5, 3, 1)$ . (3 puntos)

10.-

**PROBLEMA B.2.** Dada la recta  $r: \begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y - z = 8 \end{cases}$ , se pide obtener **razonadamente,**  
**escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  (3 puntos)
- b) La ecuación del plano  $\pi$  que es paralelo a  $r$  y pasa por los puntos  $(5,0,1)$  y  $(4,1,0)$  (4 puntos)
- c) La distancia entre la recta  $r$  y el plano  $\pi$  obtenido en el apartado anterior. (2 puntos)