IES O COUTO. DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
Matemáticas II
03-04-2020. Tiempo estimado: 60 minutos

RESOLUCIÓN DEL EXAMEN

Solución del ejercicio 1 *Sean los sucesos I=“Aprobar inglés”, y H=“Aprobar historia”. Tenemos que* $P(I) = 0.6$*,* $P(H) = 0.7$*, y* $P(\overline{I} \cap \overline{H}) = 0.1$

a) $P(I \cup H) = 1 - P(\overline{I \cup H}) = 1 - P(\overline{I} \cap \overline{H}) = 1 - 0.1 = 0.9$

b) $P(I \cap H) = P(I) + P(H) - P(I \cup H) = 0.6 + 0.7 - 0.9 = 0.4$

c) $P(I/\overline{H}) = \dfrac{P(I \cap \overline{H})}{P(\overline{H})}$

Como $P(I) = P(I \cap H) + P(I \cap \overline{H})$*, entonces* $P(I \cap \overline{H}) = P(I) - P(I \cap H) \implies P(I \cap \overline{H}) = 0.6 - 0.4 = 0.2$*. Es decir:*

$$P(I/\overline{H}) = \frac{P(I \cap \overline{H})}{P(\overline{H})} = \frac{0.2}{1 - 0.7} = \frac{2}{3}$$

d) *Sea M=“Aprobar matemáticas”,* $P(M/I) = 0.9$*, por tanto:*

$$P(M/I) = \frac{P(M \cap I)}{P(I)} \implies P(M \cap I) = P(M/I) \cdot P(I) = 0.9 \cdot 0.6 = 0.54$$

Solución del ejercicio 2 *Sean los sucesos F=“Ser seguidor del equipo de fútbol”, y B=“Ser seguidor del equipo de baloncesto”. Se sabe que* $P(F) = 0.6$*,* $P(B) = 0.6$*, y* $P(F \cup B) = 1$

a) $P(F\backslash B)+P(B\backslash F) = P(F)-P(F\cap B)+P(B)-P(F\cap B) = P(F)+P(B)-2P(F\cap B)$

Como $P(F \cup B) = P(F) + P(B) - P(F \cap B)$*, entonces:*

$1 = 0.6 + 0.6 - P(F \cap B) \implies P(F \cap B) = 0.2.$

Por tanto: $P(F \setminus B) + P(B \setminus F) = 0.6 + 0.6 - 2 \cdot 0.2 = 0.8$

b) $P(F/B) = \dfrac{P(F \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.2}{0.6} = \dfrac{1}{3}$

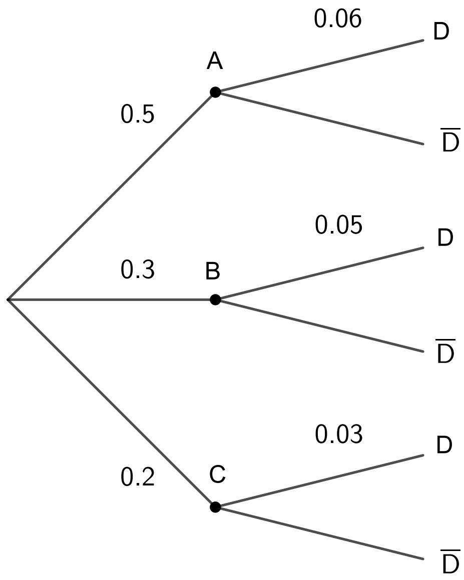
c) *No, porque* $P(F/B) \neq P(F)$*.*

También puede justificarse argumentando que $P(F \cap B) \neq P(B) \cdot P(F)$*.*

Solución del ejercicio 3 *Se el sucesos D=“La pieza es defectuosa”.*

a) *Por el Teorema de la Probabilidad Total:*

$P(D) = P(D/A) \cdot P(A) + P(D/B) \cdot P(B) + P(D/C) \cdot P(C) \implies P(D) = 0.06 \cdot 0.5 + 0.05 \cdot 0.3 + 0.03 \cdot 0.2 \implies P(D) = 0.051$



b) *Por el Teorema de Bayes:*

$$P(A/D) = \frac{P(D/A)\cdot P(A)}{P(D/A)\cdot P(A) + P(D/B)\cdot P(B) + P(D/C)\cdot P(C)} = \frac{0.5\cdot 0.06}{0.051} = \frac{10}{17}$$

c) *Sea X la variable aleatoria "Número de cajas fabricadas por el operario B". En este caso X es una binomial de parámetros $n = 5$ y $p = 0.3$*

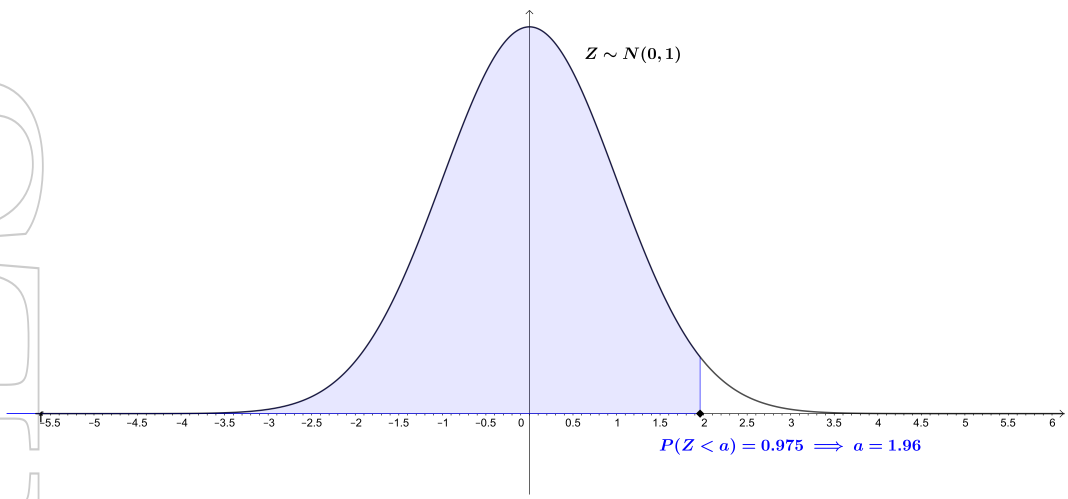
i) $P(X = 3) = \binom{5}{3}0.3^3 \cdot 0.7^2 = 10\cdot 0.027 \cdot 0.49 = 0.1323$

ii) $P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - \binom{5}{0}0.3^0 \cdot 0.7^5 - \binom{5}{1}0.3\cdot 0.7^4 =$
$= 1 - 1\cdot 1\cdot 0.1681 - 5\cdot 0.3\cdot 0.2401 = 0.4717$

Solución del ejercicio 4 *Sea X la variable aleatoria cantidad de colesterol en sangre. Se sabe que X es $N(200,\sigma)$, y que $P(X > 310) = 0.025$. Por tanto:*

$P\left(\frac{X-200}{\sigma} > \frac{310-200}{\sigma}\right) = 0.025 \implies P\left(Z > \frac{110}{\sigma}\right) = 0.025 \implies P\left(Z \leq \frac{110}{\sigma}\right) = 0.975$

Consultando las tablas de $N(0,1)$ resulta que $\frac{110}{\sigma} = 1.96 \implies \sigma = 56.12$ *mg/dl*



Solución del ejercicio 5 *La variable X="Número de goles" es una Binomial*$(200, 0.7)$.

Como $np = 140 > 5$ *y* $nq = 60 > 5$ *podemos aproximar* X *a una variable* $N(140, \sqrt{42})$, *y resolver el problema utilizando la corrección por continuidad de Yates.*

a) $P(X > 150) \equiv P(X > 150.5) = P\left(\frac{X-140}{\sqrt{42}} > \frac{150.5-140}{\sqrt{42}}\right) = P(Z > 1.62) =$

$1 - P(Z \leq 1.62) = 1 - 0.9474 = 0.0526$

b) $P(140 \leq X \leq 160) \equiv P(139.5 \leq X \leq 160.5) = P\left(\frac{139.5-140}{\sqrt{42}} \leq X \leq \frac{160.5-140}{\sqrt{42}}\right) =$ $P(-0.08 \leq Z \leq 3.16) = P(Z \leq 3.16) - P(Z < -0.08) =$

$P(Z \leq 3.16) - P(Z > 0.08) = P(Z \leq 3.16) - (1 - P(Z \leq 0.08)) = 0.9992 - 1 + 0.5319 = 0.5311$

Solución del ejercicio 6 *a)* $P(X < 51) = P\left(\frac{X-54}{6} < \frac{51-54}{6}\right) = P(Z < -0.5) =$ $P(Z > 0.5) = 1 - P(Z \leq 0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085$

b) $P(|X-51| < 3) = P(-3 < X-51 < 3) = P(48 < X < 54) = P\left(\frac{48-54}{6} < \frac{X-54}{6} < \frac{54-54}{6}\right) =$ $P(-1 < Z < 0) = P(Z < 0) - P(Z \leq -1) = P(Z < 0) - P(Z \geq 1) =$

$= P(Z < 0) - (1 - P(Z < 1)) = 0.5 - 1 + 0.8413 = 0.3413$

c) Si llamamos m *al peso mínimo de dicho árbol, se trata de calcular* m *cumpliendo que* $P(X > m) = 0.10$:

$P(X > m) = 0.10 \implies P(X \leq m) = 0.90 \implies P\left(\frac{X-54}{6} \leq \frac{m-54}{6}\right) = 0.90$

Consultando las tablas $N(0, 1)$, *resulta que* $\frac{m-54}{6} = 1.28 \implies m = 1.28{+}6{+}54 = 61.68$