**IES O COUTO. DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**
**Matemáticas II**
**25-03-2020. Tiempo estimado: 90 minutos**

---

**ALUMNO/A:**

**Ejercicio 1** *a)* *Determina todos los vectores unitarios* $\overrightarrow{v} = (a, b, c)$, *que forman un ángulo de* $\frac{\pi}{6}$ *radianes con el vector* $\overrightarrow{u} = (1, 1, 1)$, *y un ángulo* $\frac{\pi}{4}$ *con* $\overrightarrow{w} = (2, 0, 2)$ (1 *punto*)

*b)* *Dados los vectores* $\overrightarrow{u} = (-2, 0, 4)$ *y* $\overrightarrow{v} = (-1, 0, \alpha)$, *¿para qué valores de* $\alpha$ *el módulo del vector* $(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) \times (\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v})$ *vale* 4*?* (1 *punto*)

*c)* *Si el producto mixto de los vectores* $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ *y* $\overrightarrow{w}$ *es* $[\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\, \overrightarrow{w}] = 2$, *calcula el volumen del paralelepípedo determinado por los vectores* $2\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{w} - 3\overrightarrow{v}$ *y* $\overrightarrow{w}$ (1 *punto*)

**Ejercicio 2** *Dados los planos* $\pi_1 : x + y - z + 2 = 0$, $\pi_2 : \begin{cases} x = 2 + \lambda + \mu \\ y = \lambda + 3\mu \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$

*a)* *Estudia la posición relativa de* $\pi_1$ *y* $\pi_2$. *Si se cortan, calcula el ángulo que forman.* (1 *punto*)

*b)* *Calcula el punto simétrico de* $P = (1, 1, 1)$ *respecto al plano* $\pi_1$. (1 *punto*)

**Ejercicio 3** *Dadas las rectas* $r : \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$, $s : \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$

*a)* *Estudia la posición relativa de* $r$ *y* $s$. *Calcula la distancia entre* $r$ *y* $s$. (1 *punto*)

*b)* *Determina la ecuación de la recta* $t$ *que pasa por el punto* $Q = (-2, 1, 3)$ *y corta a las rectas* $r$ *y* $s$. (1 *punto*)

**Ejercicio 4** *a)* *Calcula el valor de* $a$ *para que la recta* $r : \frac{x}{2} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-2}{-4}$ *no corte al plano* $\pi$ *de ecuación* $\pi : 5x + ay + 4z = 5$. *Para ese valor de* $a$, *calcula la distancia de la recta al plano* $\pi$. (1 *punto*)

*b)* *Para* $a = 0$, *calcular el ángulo que forman* $r$ *y* $\pi$. (1 *punto*)

*c)* *Calcular los puntos la recta* $s : \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$ *que están a una distancia* $\sqrt{\frac{3}{14}}$ *u de la recta* $r$. (1 *punto*)