$\boxed{9}$ Para verificar las hipótesis del Teorema de Rolle, f debe ser continua en $[-2,b]$, derivable en $(-2,b)$, con $f(-2)=f(b)$

Para la continuidad en $x=1$:

$$f(1)=\lim_{x\to1^+} f(x)=\lim_{x\to1^-} f(x) \Rightarrow 4=\lim_{x\to1^-}(mx^2+nx+b)=m+n+b \Rightarrow m+n+b=4$$

Para la derivabilidad en $x=1$ (supuesta la condición de la continuidad):

$$\lim_{x\to1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(1^-)=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\dfrac{0}{0} \xRightarrow{L'Hôp} f'(1^-)=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{f'(x)}{1}=\lim\limits_{x\to1^-}2mx+n=2m+n \\ \text{f cont.} \\ f'(1^+)=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\dfrac{0}{0} \xRightarrow{L'Hôp} f'(1^+)=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{f'(x)}{1}=\lim\limits_{x\to1^+}3=3 \\ \text{f. conti} \end{array}\right\} \Rightarrow 2m+n=3$$

Para que $f(-2)=f(b)$: $4m-2n+b=3b+1 \Rightarrow 4m-2n-2b=1$

Tenemos que resolver el sistema

$$\begin{cases} m+n+b=4 \\ 2m+n=3 \\ 4m-2n-2b=1 \end{cases} \xRightarrow{2F_1+F_3\to F_3} \begin{cases} m+n+b=4 \\ 2m+n=3 \\ 6m=9 \end{cases} \Rightarrow m=\frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 2m+n=3 \\ 2\cdot\frac{3}{2}+n=3 \\ n=0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} m+n+b=4 \\ \frac{3}{2}+0+b=4 \end{array} \Rightarrow b=\frac{5}{2}$$

Por el Teorema de Rolle existe $c\in\left(-2,\frac{5}{2}\right)$ tal que $f'(c)=0$. (El teorema no dice que c tenga que ser único. Podría haber varios)

$$f'(x)=\begin{cases} 3x & \text{si } x<1 \\ 3 & \text{si } x\geq1 \end{cases}$$

Obviamente, $f'(x)=0 \iff x=0$. Por tanto, $c=0$